



谷 教授

(三木 淳氏撮影)

研究の回顧

谷 一 郎

東京大学を1930年（昭和5年）に卒業して以来、私は38年継続して東京大学に勤め、近く定年で退職することになりました。1930年4月から1942年3月まで工学部に勤務、1942年4月から1951年3月まで第二工学部に勤務、その間1933年4月から1945年12月まで航空研究所に兼勤、1951年4月から1952年1月まで生産技術研究所に勤務、1952年1月から1958年3月まで理工学研究所に勤務、1958年4月から1964年3月まで航空研究所に勤務、1964年4月から1968年3月まで宇宙航空研究所に勤務しましたので、私の研究はすべて、東京大学で行なわれたこととなります。退職にあたって、研究生活を回顧する文章を書かねばならぬことになりましたが、改めて顧みるまでもなく、思ったことの何分の一も果たせなかった面映ゆさを感じます。“行く年や壁に恥じたる覚書”（其角）という感慨を禁ずることができません。やむなく筆を執ることになりましたが、御清覧を得れば幸と存じます。

私の専攻は空気力学、特に航空機を対象とする空気力学であります。はじめは翼の理論に興味を持ちましたが、だんだんと境界層や乱流などの、粘性流体の運動に関心が移って行きました。主要な研究の結果は、文末に掲げる43篇の論文として発表しました。そこでこれらの論文について、概略の内容、動機となった事情、主観的な評価などを述べさせて頂こうと思います。

翼 理 論

非圧縮性流体の翼の理論、つまり飛行速度が音速に比べて十分に小さいような翼の理論は、二次元的な翼断面の場合、この世紀のはじめに W. M. Kutta および N. Joukowski によって、また翼弦に比べて翼幅の大きい三次元的な翼の場合、第一次大戦のさなかに L. Prandtl によって解かれました。したがって私が大学を卒業した頃には、翼理論の基本的な問題はすでに解決され、ただ複雑な場合の解法や、飛行機の設計に使うための解法の改良などが残されているだけでありました。もっとも私がはじめてから、そのような状況を認識していたとは言えません。Kutta や Prandtl の美しい理論に魅せられ、自分も真似してみたいと考えているうちに、残されている問題を手がけることになったように思います。工学部航空学科の卒業論文を守屋富次郎先生の指導で書き、その影響を受けたことも否定できません。

複雑な場合の解法として、論文[1]の中で、二枚の平行な平板翼から成る複葉の計算をしました。その頃の飛行機には、まだかなり複葉の形式がありました。二次元問題としては翼弦の等しくない複葉、三次元問題としては翼幅の等しくない複葉のまわりの流れを、非粘性流体の二次元非回転運動として厳密に解きました。これは翼弦や翼幅の等しい場合に得られていた解法を、それらの等しくない場合に拡張しただけのものです。続いて論文[2]では、複葉を形成する平板翼の上に特異点を分布させ、同じ問題を近似的に解くことを試みました。

この方法は一般性を持ち、厳密な解法が困難な場合にも適用できます。私はその一例として、一枚の平板翼が地面の近くを飛行するときに受ける影響、つまり単葉翼の地面効果を調べました（論文[3], [10], [14]）。この解法は比較的最近にも、さらに複雑な場合の地面効果を計算するのに利用されています*。また論文[11]では、糸川英夫・泰磨増雄両君の協力を得て、飛行機の主翼ばかりでなく、尾翼についても地面効果があり、主翼の誘導速度の減少によって、着陸の際に頭下げモーメントを生ずることを示しました。同様の研究はそのすぐ後で、アメリカでも発表されました†。

なお論文[14]の中で、二次元的な翼が他に誘導速度を及ぼす意味での代表点は、周知のとおり翼弦の1/4の点ですが、翼が他から影響を受ける場合の代表点は、翼弦の3/4の点であることを明らかにしています。この結果を利用して、翼幅が飛行方向に垂直でない三次元翼、つまり後退角のある翼や、直線翼であっても偏揺角のある場合などに、Prandtlの翼理論の修正をすることができないだろうか、と論文の共著者の近藤芳夫君と話し合っていたのですが、とうとう実現されずに終わりました。終戦後に、そのとおりのことがWeissinger‡によって実行され、よい成果を収めたのを知って残念に思いました。

片持先細の単葉翼が広く用いられるようになって、翼幅に沿う揚力分布を精密に推定する要求が増してきました。これはもちろん、Prandtlの翼理論で計算できるのですが、ただ微積分方程式を解かねばならないために、かなりの手数が必要でありました。特に私は、航研長距離試作機の設計を手伝ってこのことを体験し、計算を簡単にする工夫を試みました。それまでに用いられた解法では、揚力分布をフーリエ級数で表わし、微積分方程式の中の定積分を計算するのですが、私はこの定積分を、翼幅上の数個の点の揚力の値で表わす方法を考案しました（論文[5]）。この形式は、近似積分のChebyshev公式に類似しています。この考案によって計算が容易になり、それに基づく私の計算法（論文[7], [16]）は、実際に飛行機会社の設計室で用いられるようになりました。今日では、ドイツのMulthopp§の方法が広く用いられますが、ここでもフーリエ級数の係数の代りに、翼幅上の数個の点での揚力の値が採用されます。Multhoppは私の論文を引用しておりませんが、その方法は私の考案と同じ立場から出発し、さらに精密な結果の得られるように改良したものと考えてよいように思います||。

なお私の計算法は、揚力と迎角の関係が非線型になる状態でも使うことができます。論文[8]は、迎角の大きい場合について、これを具体的に示したものです。しかしこの論文に気

* J. A. Bagley, The pressure distribution on two-dimensional wings near the ground, *ARC R. & M.* 3238 (1961); G. H. Saunders, Aerodynamic characteristics of wings in ground proximity, *Canad. Aero. Space J.* 11 (1965), 185-192.

† W. R. Sears, Ground effect with special reference to pitching moments, *J. Aero. Sci.* 5 (1938), 201-205.

‡ J. Weissinger, Ueber eine Erweiterung der Prandtlschen Theorie der tragenden Linie, *Math. Nachr.* 2 (1949), 46-106.

§ H. Multhopp, Die Berechnung der Auftriebsverteilung von Tragflugeln, *Luftfahrtforschung* 15 (1938), 153-169; Methods for calculating the lift distribution of wings, *ARC R. & M.* 2884 (1955).

|| 近藤一夫, 翼及びプロペラ理論に於ける演算子の実用形に就て, 航空学会誌 11 (1944), 91-107.

づかず、私の計算法（論文 [5]）を利用して、迎角が大きくなった場合、または飛行速度が音速に近付いた場合の計算を実行している文献* のあることを知りました。

翼理論の応用の一つに、翼模型を入れた風洞気流の境界の修正を求める問題があります。論文 [4] では佐貫亦男君と二人で、楕円形断面の気流の境界の修正を計算しました。また論文 [6] および [9] では、それぞれ円形および楕円形断面の気流について、境界の修正が 0 になるような、自由境界と固定境界の割合を計算しました。そして特に円形断面の場合には、泰磨増雄君の協力を得て、計算の結果を実験的に証明することもできました。

境界層の遷移と翼断面

終戦前の航空研究所で、私ははじめの 6 年は飛行機部に、あとの 6 年は風洞部に所属しておりました。飛行機部で 2 メートル風洞を使って実験していた頃、小川太一郎先生と一緒に飛行機会社の委託を受け、試作飛行機の模型実験をいくつかやりました。どの場合にも要求されたのは、風洞実験の結果から、実物の状態での揚力や抵抗を推定することでありました。これは今日でも困難な問題でありますけれども、少なくとも当時の私にとっては、境界層や乱流などの現象に関心に向ける端緒となりました。

一様な流れの中に置かれた円柱や球の抵抗係数は、直径と一様な流れの速度に関するレイノルズ数がある値を越えると、急に減少することが知られています。レイノルズ数が小さい状態では、円柱や球のまわりの境界層は、層流のまま表面から剥がれますが、レイノルズ数がある値を越えますと、剥がれた流れが乱流となって表面に復帰するようになり、最後にはもう一度剥離（乱流再剥離）するのですが、それにしても、剥離位置は層流剥離の場合よりも下流に移り、したがって、抵抗係数が減少することになります。翼断面のまわりの流れでも、大きい迎角で同じような現象が起こり、前縁を迂回する流れが、層流剥離から乱流再剥離に移行する結果として、翼弦に関するレイノルズ数の増加とともに、最大揚力係数が増加するような変化が観察されます。論文 [12] はこのような関連する現象から、できるだけ普遍的な事実を抽出しようとしたもので、その頃までに知られていた実験結果を分析して調べ、層流の状態で剥がれた流れが表面に付着するためには、剥離点での境界層レイノルズ数（境界層の排除厚または運動量厚と境界層外側の速度に関するレイノルズ数）が、ある臨界値を越えなければならないことを明らかにしたものです。そしてさらに、このような剥離に誘われて起こる遷移と、剥離に無関係に起こる遷移、たとえば圧力勾配のない平板の境界層で観察されるような遷移を、正しく識別して取り扱わねばならぬことに言及しています。引き続き論文 [13] では、層流剥離点での境界層レイノルズ数の臨界値が、円柱や球のまわりの流れと、大きい迎角の翼断面のまわりの流れで同一であると仮定するとき、ある系統の翼断面の最大揚力係数のレイノルズ数による変化が、大体において正しく予知されることを示しました。

* C. Wieselsberger, On the distribution of lift across the span near and beyond the stall, *J. Aero. Sci.* **4** (1937), 363-365; J. Boshart, The determination of span load distribution at high speeds by the use of high-speed wind tunnel section data, *NACA ACR 4B22* (1944); J. C. Sivells and R. H. Neely, Method of calculating wing characteristics by lifting-line theory using nonlinear section lift data, *NACA TN 1269* (1947).

論文[12]で明らかにした遷移の形式の識別は、層流翼断面の設計の着想に一つの拠所を与えるものでした。層流翼断面というのは、翼表面の境界層のなるべく多くの部分を層流の状態に保ち、摩擦抵抗の減少を期待できるような翼断面です。1935年頃の飛行機は、脚や支柱などが露出されない“流線形”になっており、高速状態での抵抗の大部分は、表面の摩擦抵抗によるものでありましたから、表面積の過半を占める主翼の摩擦抵抗の減少に、速度向上を目指す設計者の期待が掛けられたのは当然です。しかしこのことを、もっとも熱心に私に要求したのは、川西航空機会社の菊原静男君でありました。

その頃使用されていた翼断面は、最大の厚さが前縁から翼弦の30%付近にあるものばかりでしたが、そのような翼断面の小さい迎角（高速状態）での圧力分布は、最低圧力が翼弦の10~20%の距離で起こっていて、それを越えてさらに下流まで、境界層が層流を保つような実験結果は見当たりませんでした。このことは、調べて見れば誰でも判ったはずですが、ただ遷移の形式を識別せずにこれを敷衍しますと、実物の飛行機で遭遇するような高いレイノルズ数では、層流から乱流への遷移はかなり前方で起こることになり、結局層流翼断面のようなものは、実際には得られそうもないということになりそうであります。私もはじめはそうに思っていたのですが、菊原君の要求がなかなか強いので、出発点から考え直す気持ちになりました。そして、新しい遷移の認識の上に立って見ますと、気流の乱れの著しい従来の風洞で、圧力勾配のない平板の境界層を対象とするなら、確かに悲観的な結論になるのですが、実物飛行に相当する乱れの僅かな気流では、どのようなことになるか判りません。しかも翼断面のまわりの流れには、必ず圧力勾配が存在し、層流境界層は最低圧力のいくらか下流で剥がれますので、剥離に誘われる遷移が起こり、最低圧力の下流を越えて層流の観察されていないことも、当然であろうと考えられます。このようにして私は、最大厚さの位置を後退させ、最低圧力の位置も後退するような翼断面を作れば、層流の範囲を広げることができるのではないかと考えるようになりました。幸にその僅か前に、守屋教授*が翼断面の圧力分布を求める近似解法を提案され、それまでの解法に比べて計算労力が少なく、精度も十分に高いので、これを利用して新しく翼断面を設計しました（論文[15]）。この計算については、野田親則君の協力を忘れることができません。また実験のためには、駒場移転後の航空研究所でもっとも古く、しかし気流の乱れは比較的少ない、風洞部所属の1.5メートル風洞を使うことができました。三石 智君の協力を得て、新しい翼断面の実験をしましたところ、従来のものに比べて、著しく小さい摩擦抵抗が測定されました。その結果は、1940年9月に論文[17]として発表されています。実はその前年にアメリカのNACAで、抵抗の小さい翼断面が作られたという情報†が伝えられましたが、内容は国防上の理由で発表されませんでした。私たちが研究の結果を発表したのは、当時の航空研究所長の和田小六先生のお勧めによるものです。1940年10月から1年間、私は文部省の在外研究員として、アメリカとカナダに出張することになっていましたので、和田先生はこの程度の研究結果を持参し、学問的な交流を活発にやるのがよいと考えられたように思います。しかし残念

* 守屋富次郎、任意の翼型の特性を求める一つの方法、航空学会誌 5 (1938), 7-17.

† G. W. Lewis, Some modern methods of research in the problem of flight, *J. Roy. Aero. Soc.* 43 (1939), 771-798

なことに、日独伊三国同盟が調印されたりして、国際関係がむずかしくなり、私は旅券の査証を受けることができず、その代りに文部省から、“アメリカ合衆国およびカナダへ出張を免ず”という辞令を貰う結末になりました。

層流翼断面の系統的な研究は、その間も続いて進められ、結果は主として海軍の航空技術廠で、飛行実験や高圧風洞実験の対象になりました。また新しい翼断面は、陸海軍のいくつかの試作飛行機に用いられました。論文[20]は、これらの経緯の後に書かれたもので、設計条件に適合する翼断面の選定、風洞および飛行実験の結果、実際の飛行機に使用する場合の抵抗の推定などについて述べてあります。アメリカの層流翼断面については、戦争中に撃墜された飛行機の調査から、ある程度のことは判りましたが、詳しい資料*の発表されたのは戦後のことでした。またイギリスでも、同じような研究が行なわれていたようです。翼断面の設計の原理は、私の考えたものと全く同じで、最低圧力を後退させることに眼目がおかれました。原理が同じですから、翼断面の形にも大きい差はありません。戦後はアメリカの翼断面が広く行きわたり、私の翼断面は日本でさえ使われなくなりましたが、その理由はアメリカの翼断面が、レイノルズ数やマッハ数の広い範囲にわたって、系統的に風洞で実験されている点にあります。このような実験のデータがなければ、設計者は安心して翼断面を採用することができないでしょう。このような実験は、ある程度は海軍でも行なわれたのですが、設備の点からおのずから限界のあったことを、認めないわけには行きません。

層流境界層の計算

層流翼断面の研究と開発に伴って、二つの問題の解決が必要になりました。その一つは、与えられた翼断面のまわりの層流境界層の流れを、できるだけ正確に、しかもなるべく簡易に計算する方法、もう一つは、層流翼断面の真価を発揮させるのに、翼表面をどの程度に平滑に製作しなければならないかの基準を与えることでした。第一の問題については、非粘性流体の非回転運動の翼表面での速度は、守屋教授の解法で求められますから、それを境界層外側の速度と見做して、境界層の流れを簡単に計算する方法を考案すればよいわけです。この探求の結果は、まず論文[19]になりました。境界層の運動方程式を積分して得られる運動量積分を用い、いくつかの厳密解による結果を分析し、なお適当な近似を行なうとき、境界層の運動量厚が、外側の速度の簡単な積分で表わされることになりましたが、これはそれまで用いられていた Pohlhausen†の解法に比べて、計算を著しく簡単にするものです。もっともこのような考案は、誰もが思い付くことであったようで、ほとんど同じ方法が私より僅かに先に、藤本教授§によって発表され、また戦後に知ったことですが、やはり同じ趣旨の論文が同じ年に、ドイツの Walz||によって書かれました。なお不思議なことに、さらに 8 年

* I. H. Abbott, A. E. von Doenhoff and L. S. Stivers, Summary of airfoil data, NACA TR 824 (1945); I. H. Abbott and A. E. von Doenhoff, *Theory of Wing Sections* (McGraw-Hill, 1949).

† E. F. Relf, Recent aerodynamic developments, *J. Roy. Aero. Soc.* **50** (1946), 421-449.

‡ K. Pohlhausen, Zur näherungsweise Integration der Differentialgleichungen der laminaren Grenzschicht, *Z. angew. Math. Mech.* **1** (1921), 252-268.

§ 藤本武助, 層流境界層の近似計算法, 航空学会誌 **8** (1941), 279-282.

|| A. Walz, Ein neuer Ansatz für das Geschwindigkeitsprofil der laminaren Reibungsschicht, *Bericht Lilienthal-Gesellschaft f. Luftfahrtforschung* **141** (1941), 8-12.

を経てほとんど同じ考案が、イギリスの Thwaites* によって発表され、今日では Thwaites の公式と呼ばれることが多くなりました。

層流境界層の流れをできるだけ正確に計算し、特に剥離点を正しく推定しようとする試みは、戦後に継続して行なわれました。その一つは、境界層の外側の速度が $U = U_0(1 - x^n/l^n)$ (x は表面に沿う流れの方向の距離、 l は基準の長さ、 U_0 は基準の速度、 n は定数) で表わされる場合の厳密な解で、論文 [23] として発表しました。 $n=1$ の場合は、すでに Howarth† によって解かれており、 $n=2, 4, 8$ の場合について私が解を求めたのは、単にその拡張に過ぎないということもできます。しかしこの研究の結果は、きわめて少数の境界層厳密解に新しい例を加えたばかりでなく、いわゆる Pohlhausen のパラメータ $\sigma = (\theta^2/\nu)(dU/dx)$ (θ は運動量厚、 ν は動粘性係数、 U は境界層外側の速度、 x は表面に沿う流れの方向の距離) が、従来考えられていたように、剥離点で一定の値を採ることにならない例を示した点でも、妥当な評価を受けるべきものと思います。 Pohlhausen の解法では、境界層内の速度分布を σ をパラメータとして表わし、 σ がある定まった値を採るとき、境界層が剥離することになるのですが、 σ をパラメータに用いることに疑問があるわけであり、また実際にこの解法は、剥離点に近づくとき不正確になることが問題になっていました。そこで論文 [26] の前半では、速度分布を他のパラメータ a を用いて表わし、運動方程式を積分して得られる運動量積分の他に、運動方程式に速度を掛けて積分して得られるエネルギー積分を併用し、これによって a と σ を結ぶ関係が導かれるような近似解法を展開しました。この解法は第一近似の段階では、前に述べた論文 [19] の結果と同じものを与えますので、論文 [19] の解法の精度を、一段高めたものとも考えることもできます。この近似解法は、厳密解の知られている場合について吟味しますと、精度が十分に高く、Pohlhausen の解法の欠陥が完全に除かれることが判りました。しかも計算の労力はそれほどではなく、速度分布を二つのパラメータで表わす Wieghardt‡ の方法などに比べて遥かに簡単です。したがって、実用的であると同時に、精度の十分に高い解法とすることができます。論文 [23] および論文 [26] の前半は、いくらか書き直して論文 [29] にまとめ、Prandtl の境界層理論の 50 年を記念する論文集に寄稿しました。なお論文 [23] で取り扱った流れに対しては、その後これを別の方法で解こうとする試みが行なわれているようです§。

ここまで述べてしたのは、すべて流れの速度が音速以下の場合ですが、速度が音速を越え、流体の圧縮性を考慮しなければならない場合への拡張は、論文 [21], [22] および [26] の後半で取り扱いました。論文 [21] と [22] では、マッハ数が 1 よりあまり大きくなく、高々 2

* B. Thwaites, Approximate calculation of the laminar boundary layer, *Aero. Quart.* **1** (1949), 245-280.

† L. Howarth, On the solution of the laminar boundary layer equations, *Proc. Roy. Soc. A*, **164** (1938), 547-579.

‡ K. Wieghardt, Ueber einen Energiesatz zur Berechnung laminarer Grenzschichten, *Ing. Arch.* **16** (1948), 231-242.

§ H. Görtler und H. Witting, Zu den Tanischen Grenzschichten, *Oester. Ing. Arch.* **11** (1957), 111-122; W. Schönauer, Die Lösung der Croccoschen Grenzschichtgleichung, *Diss. T.H. Karlsruhe* (1963); A. Walz, *Stromungs- und Temperaturgrenzschichten* (Karlsruhe, 1966), 188.

を越えないものとして、非圧縮性流体（マッハ数 0）からの摂動による計算を行ない、層流境界層の特性に及ぼすマッハ数、表面熱伝達、プラントル数などの影響を明らかにしました。これに反して論文 [26] の後半では、近似解法ではあってもマッハ数に制限はなく、表面熱伝達のない場合に限られるとしても、プラントル数は 1 といくらか異なってよく、なお粘性係数の温度による変化は、Sutherland 公式に従うものとするなど、比較的緩やかな条件のもとに、圧力勾配を伴う圧縮性流体の境界層を計算する方法を追求してみました。近似解法の方針は、前に述べた論文 [26] の前半の非圧縮性流体の境界層の解法と同様ですから、計算の精度も十分に高く、もっとも信頼できる解法の一つと言える* のではないかと思います。なお Poots† はこの解法を拡張して、表面熱伝達のある場合の境界層の計算をしました。

論文 [28] は、論文 [21] および [22] の副産物として得られたもので、同工の摂動計算によって、境界層の速度分布に及ぼす表面の曲率の影響を調べました。また論文 [32] では、論文 [23] と同工の解法を用い、境界層外側の速度が $U = V - x/(T - t)$ (x は表面に沿う流れの方向の距離、 t は時間、 V は基準の速度、 T は基準の時間) の形で表わされる場合の解を与えました。拡大管の開きまたは翼の迎角が、時間的に変化する非定常な流れの理解に、役に立つのではないかと思います。

表面粗さの影響

層流翼断面に関連して必要となった第二の問題は、境界層の遷移に及ぼす表面の粗さの影響、つまり境界層の早期遷移を招かないような粗さの許容限界を予知することでした。この問題については、それまでには単に、粗さの高さと粗さの高さでの層流境界層の速度から作られるレイノルズ数、いわゆる粗さレイノルズ数がある値を越えるとき、その後に渦ができて遷移を促すと想像されていたに過ぎず、粗さレイノルズ数の臨界値については、実験的に何も知られておりませんでした。論文 [18] の研究は浜 良助・三石 智両君の協力によるもので、粗さとして針金を用い、これを圧力勾配のないように風洞に入れた平板の表面に貼りつけ、境界層の速度分布の観察から、遷移が起こるか否かを定めることによって、粗さレイノルズ数の臨界値を直接に求めようとした最初の実験であります。この結果、粗さレイノルズ数の臨界値として、200 前後の値が得られました。もっともこの実験では、粗さの下流の平板上で遷移が起こるか起こらぬかだけを問題にしたために、実際に遷移が粗さからどれだけの距離で起こるかは観察されませんでした。さらに引き続いて実験を進めてみますと、風洞の速度の小さい場合には、遷移は粗さから相当の距離の下流で起こりますが、速度を増すに従って上流に進み、次第に粗さの位置に接近することが明らかになりました。このような観察のパラメータの広い範囲にわたる実施は、浜 良助・三石 智両君の協力のもとに、戦時研究の一つの課題として行なわれました。実験の結果は、境界層外側の速度、粗さの高さ、平板上の粗さの位置ならびに遷移の位置の間の関係として表わされますが、これを表式化する

* K. Stewartson, *The Theory of Laminar Boundary Layers in Compressible Fluids* (Oxford, 1964), 88.

† G. Poots, A solution of the compressible laminar boundary layer equations with heat transfer and pressure gradient, *Quart. J. Mech. App. Math.* **13** (1960), 57-84.

ために、Taylor* の等方的な乱れによる遷移の理論の類推を借りることにしました。戦後にアメリカの Dryden 博士と会った折り、博士も私たちの論文 [18] に興味を持ち、層流安定の理論を念頭において、実験の結果を整理することを考えていました。そこで戦時研究のデータを提供しましたところ、その結果は間もなく博士の論文† として発表されました。粗さによる遷移の現象は、かなり複雑な要素を含むので、既存のどのような理論に関連させるのがよいか、簡単には断定できませんけれども、どちらにしても結果に大差はなく、実験のデータを同じ程度の偏差でまとめることができます。ただ Dryden の整理方法は、遷移位置のレイノルズ数（平板前縁から遷移点までの距離と境界層外の速度に関するレイノルズ数）を粗さの高さとその場所の境界層の厚さの比の函数として表わすという、直観的に理解し易い形式の利点を持っていますので、それから私たちも、この方法を採用することにしました。戦時研究のデータは、終戦後の混乱で散逸したり、その他の理由もあって、実験から10年の後に、ようやく論文 [25] の形に印刷されました。なおこれにすぐ続いて、論文 [27] を発表しましたが、これは井内松三郎・山本一夫両君の協力を得て、戦時研究の実験を圧力降下のある場合、または境界層外の乱れの大きい場合に拡張した実験の結果をまとめたものです。論文 [25] および [27] の結果は、遷移に及ぼす粗さの影響の基本的なデータとして、多くの著書‡ に採録されています。

論文 [25] の実験の結果によれば、粗さレイノルズ数が臨界値を越えるとき、そのすぐ下流から乱流が始まるということにはなりません。実際の現象は、もう少し複雑のように見えます。これを窺い知るために、佐藤 浩君の協力を得て、粗さの下流で平均速度ばかりでなく、変動速度も測定した研究が、論文 [31] の内容を形成しています。この結果によれば、境界層外の一様な流れの速度を増して行くとき、遷移位置は次第に上流に移動し、粗さの位置に接近するわけですが、遷移位置のレイノルズ数は最初減少して最小値に達し、その後は増加するようになります。そして最小値の起こるときの粗さレイノルズ数は、150 ないし 300 という比較的に狭い範囲にあります。しかも、遷移位置のレイノルズ数が最小値に達するまでは、粗さのために剥がれた流れが層流のまま平板表面に付着し、遷移はその下流の層流境界層の中で起こりますが、遷移位置のレイノルズ数が最小値に達してからは、粗さのために剥がれた流れの中で遷移が起こり、それが乱流境界層となって、表面に付着することが明らかになりました。なお論文 [18], [25], [27], [31] の結果は、Boundary Layer and Flow Control (Pergamon, 1961) の一章として書いた総合論文 [35] に収録してあります。

境界層遷移の三次元性

ここまで述べてのは、粗さが針金の場合、つまり主流に垂直（で平板表面に含まれる）

* G. I. Taylor, Statistical theory of turbulence, V, *Proc. Roy. Soc. A*, **156** (1936), 307-317.

† H. L. Dryden, Review of published data on the effect of roughness on transition from laminar to turbulent flow, *J. Aero. Sci.* **20** (1953), 477-482.

‡ 例えば H. Schlichting, *Grenzschicht-Theorie* (Karlsruhe, 1958), 417; H. Schlichting, Entstehung der Turbulenz, *Handbuch der Physik* 8-1 (Ed. S. Flugge, Springer, 1959), 441-446; H. L. Dryden, Transition from laminar to turbulent flow, *High-Speed Aerodynamics and Jet Propulsion* **5** (Ed. C. C. Lin, Princeton, 1959), 10-14.

方向に二次元的の場合でした。粗さが孤立した三次元的の場合には、遷移はほぼ臨界的に起こり、二次元的な粗さの場合のような連続的な変化が見られません*。このような遷移の相違の認識は、二次元的な粗さから生ずる攪乱が、最初は二次元的であっても、次第に三次元的に変形されて後に、乱流に発達するという観察†によって深められるように思います。なおこれと前後して、二次元的な粗さの代りに、薄いリボンを振動させて作った微小な攪乱においても、リボンの長さの方向に周期的な三次元的変形が現われて後に、本質的な乱流への発達の見られることが、Klebanoff と Tidstrom‡ によって明らかにされました。薄いリボンで作られる微小な攪乱は、層流の線型安定理論の予知する非減衰振動（いわゆる Tollmien-Schlichting 波動）と一致することが、Schubauer と Skramstad§ の有名な実験で確かめられていますので、この攪乱の示す三次元的な変形は、線型理論の域外にある非線型効果を示唆するものとして注目されました。

二次元的な粗さの影響を調べてきた私の興味も、当然この問題に向けられました。ただ攪乱の三次元的な変形は、上流に潜在する極めて僅かの不均一に由来するものと考えられますので、これに再現性が与えられるように、境界層の厚さが主流に垂直方向にある定まった変化を持つ流れを対象に選び、振動リボンで作られる攪乱の発達を、熱線風速計その他の方法で追求する実験を行なうことにしました。まず論文[37]では菰田広之君の協力を得て、リボンの上流の境界層の外側に数個の小さい翼を配置し、その自由渦の作用によって、平板上の境界層に周期的な厚さの変化を与えました。そしてこの周期的変化の弱い場合には、乱流の発生は境界層の厚さのもっとも薄い断面の中で起こり、これは Klebanoff と Tidstrom の実験と一致するのですが、厚さの周期的変化の強い場合には、乱流は境界層のもっとも厚い断面の近くで起こり、周期的変化の弱い場合の遷移とは、いくらか趣きを異にすることが見出されました。この研究に引き続いて、菰田君はさらに実験を行ない、厚さの周期的変化の弱い場合には、厚さの60%前後の高さにある平板に平行な平面の中で、速度分布が瞬間的に著しい勾配を持つようになり、それが高次の不安定を招いて乱流の発生をもたらすこと||、しかし厚さの周期的変化の強い場合には、瞬間速度分布の著しい勾配は、境界層のもっとも厚い断面の近くにある平板に垂直な平面の中に現われること# を明らかにしています。

* P. S. Klebanoff, G. B. Schubauer and K. D. Tidstrom, Measurements of the effect of two-dimensional and three-dimensional roughness elements on boundary-layer transition, *J. Aero. Sci.* **22** (1955), 803-804.

† E. N. Fales, A new laboratory technique for investigation of the origin of fluid turbulence, *J. Franklin Inst.* **259** (1955), 491-515; F. R. Hama, J. D. Long and J. C. Hegarty, On transition from laminar to turbulent flow, *J. App. Phy.* **28** (1957), 388-394.

‡ P. S. Klebanoff and K. D. Tidstrom, Evolution of amplified waves leading to transition in a boundary layer with zero pressure gradient, *NASA TN D-195* (1959).

§ G. B. Schubauer and H. K. Skramstad, Laminar-boundary-layer oscillations and transition on a flat plate, *NACA TR 909* (1948).

|| L. S. G. Kovasznay, H. Komoda and B. R. Vasudeva, Detailed flow field in transition, *Proc. 1962 Heat Transfer and Fluid Mech. Inst.* (Stanford, 1962), 1-26.

H. Komoda, Nonlinear development of disturbance in a laminar boundary layer, *Phys. Fluids* **10** (1967), Supplement 87-94

論文[37]に続いて論文[38]および[41]では、坂上治郎・相原康彦・井内松三郎の諸君の協力を得て、凹曲面に沿う境界層を対象とする研究を進めました。凹曲面に沿う境界層においては、前に述べた Tollmien-Schlichting 波動の発生より遥かに低いレイノルズ数で、流れの方向に軸を持つ渦の生ずることが、Görtler* の理論的研究から予測されますが、それを詳しく実験的に証明した研究がありません。そこで私たちの実験では、まずこの比較を試み、理論の予知するような渦が実際に発生することを確かめました。この渦の作用によって、境界層の厚さはやはり主流に垂直の方向に、一定の周期的変化を示すようになりますので、この場合の遷移の機構は、境界層外に翼を置いた論文[37]の場合と、ある程度まで共通する部分があるのではないかと考えられます。そしてこの想像は、実験の結果によって裏書きされました。また論文[39]では、菰田広之・小松安雄・井内松三郎の諸君の協力のもとに、孤立した粗さ（直立円柱）のある境界層について、同じような実験を行ないました。この場合に境界層は、粗さの真後では薄く、その両側で厚くなるような変形を受けますが、乱流の発生は境界層の厚さのもっとも厚い断面のいくらか外側で起こり、境界層外に翼を置いた場合（論文[37]）の、もっとも厚い断面の近くで起こる現象と類似しています。このような観察に基づいて、凹曲面または孤立粗さの影響は、少なくとも遷移のはじめの段階に限る限り、主流に垂直方向の境界層厚さの変化を経由して現われると考えてよいように思われます。私はこのような統一的な見解を、1966年に京都で開かれた境界層と乱流の国際シンポジウムの総合論文[43]として発表しました。

なお論文[38]では、凹曲面に沿う境界層が乱流の場合にも、流れの方向に軸を持つ渦の発生することを明らかにしました。そして層流における Görtler の理論で、流体の動粘性係数の代りに、適当な乱流拡散係数を使用するとき、渦の発生をほぼ正しく説明できることを示しました。この結果は、乱流構造の二次的な不安定を示唆するように思います。なお私の第一近似的な解析を精細にする試みが、その後 Görtler 教授の研究室で行なわれました。

その他の研究

最後に、以上の分類に洩れた論文を、年代順に挙げて行きたいと思います。まず論文[24]は、小橋安次郎君の協力を得て行なった研究の結果で、一様な流れの中でそれに平行に吹き出される噴流の実験に関するものです。噴流内部の変動の構造を詳しく調べ、併せてこのような一般的な流れを考察することによって、噴流と伴流の現象を統一的に取り扱う可能性を示すことができました。実験の動機は、農業撒布の研究を委託されたことに関連しています。論文[30]は、乱流境界層の計算に重要な役割を演ずる逸散積分（剪断応力と速度勾配の乗積の厚さ方向の積分）を、ある相似の仮定のもとに、境界層の運動量積分ならびにエネルギー積分から導く可能性を示したものです。相似の仮定は、圧力勾配のない場合その他の

* H. Görtler, Ueber eine dreidimensionale Instabilität laminarer Grenzschichten an konkaven Wänden, *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-phys. Kl.* 2-1 (1940).

† 詳細は相原康彦, 凹面に沿う非圧縮性境界層の遷移, 東大航研集報 3(1962), 195—240.

‡ G. Sandmayr, Ueber das Auftreten von Längswirbeln in turbulenten Grenzschichten an konkaven Wänden, *DLR Forschungsber.* 66-41 (1966).

特別な場合しか成り立ちませんが、これを仮定しないでも、同じ方針で逸散積分を導くことができるわけで、これは最近の Felsch* の論文で実行されました。論文 [33] は、剝離した流れの機構を明らかにする目的で、後向きのステップを越える流れについて行なった実験の結果によるものです。井内松三郎・菰田広之両君の協力のもとに行なわれました。特にステップの後に生ずる循環流の平衡に重点を置き、循環流と外側の流れの混合領域に働く乱流剪断応力を測定して、平衡の条件の成立を明らかにすることができました。なお論文 [34] は、その前半は論文 [33] の内容とほとんど同じですが、後半は長方形の溝を越える流れに関するもので、ステップを越える流れと同様の趣旨で行なった実験の結果が記されています。

論文 [36] では、電気伝導性を持つ流体が長方形断面の流路を層流状態で流れ、垂直方向に一様な磁場の作用する問題、いわゆる電磁流体力学の Hartmann 流動の理論的計算を取り扱いました。弾性力学でよく用いられる最小原理に基づく近似解法を展開し、流路の境界が導体でも不導体でも適用される可能性を示しました。なお Hall 電流の影響を、近似的に考慮することも試みました。この研究は、Cornell 大学に滞在中に行なったものです。なお最小原理による近似解法は、その後まもなく坂尾富士彦君† によって、円形断面の流路に応用されました。

論文 [40] は、層流境界層が物体表面から剝がれ、乱流となって表面に付着する機構を考察したもので、表面との間に形成される極めて小さい循環流、いわゆる短い泡（バブル）の存在条件が中心課題になっています。短い泡が存在するためには、私が前に論文 [12] で明らかにしたように、剝離点での境界層レイノルズ数がある値を越えなければなりません。この結論は、論文 [12] に気付かずに、Owen と Klanfer‡ が十数年後に再発見しました。しかしさらにその後、この条件だけでは十分でなく、なおその他に、表面付着によって回復される圧力増加が、ある限度以内に止まる必要のあることが認識されるようになりました§。論文 [40] は総合論文でありますけれども、これらの点について私の見解を述べ、特に圧力回復の限界については、これを短い泡と外側の流れの間に作用する乱流剪断応力（既述の論文 [33] 参照）による平衡の条件で置き換えるべきことを示唆しました。最後に論文 [42] は小松安雄君の協力を得て、円形断面の噴流が垂直に平面壁に衝突し、その方向を 90° 変える現象を、理論的ならびに実験的に調べたものです。研究の動機は、垂直離着航空機の噴流が地面に衝突する現象にありましたが、同じ問題は表面の乾燥または塗装、電弧溶接などにも関連するように思います。

* K. O. Felsch, Beitrag zur Berechnung turbulenter Grenzschichten in zweidimensionaler inkompressibler Strömung, *DLR Forschungsber.* 66-46 (1966).

† 坂尾富士彦, 垂直磁場の中での電導性流体の非圧縮管流の近似解, 東大航研集報 **2** (1961), 456-467; An approximate solution for laminar channel flow of a conducting fluid under transverse magnetic field, *J. Aero. Sci.* **29** (1962), 246-247.

‡ P. R. Owen and L. Klanfer, On the laminar boundary layer separation from the leading edge of a thin aerofoil, *ARC CP* 220 (1955).

§ L. F. Crabtree, The formation of regions of separated flow on wing surfaces, *ARC R. & M.* 3122 (1959).

謝 辞

ささやかな研究を回顧するに当たって、この間に多くの人々から頂いた御厚意の少なからぬことを思い、今更のように感謝の念を新しくしました。特に横田成年、栖原豊太郎、重光 蔭、富塚 清、和田小六、中村龍輔、橋本賢輔、中西不二夫、小川太一郎、小野正三、守屋富次郎、河田三治、深津了蔵、友近 晋、Theodore von Kármán の諸先生からは、懇篤な御教示と暖かな御鞭撻を頂きました。また共著者として論文に名前を連ねた友人、ならびにその他の友人諸君、特に菊原静男、前川 力、近藤一夫、阿阪三郎、新羅一郎、今井 功、森口繁一、玉木章夫、近藤次郎、井上栄一、河村龍馬、松井辰弥、内田茂男、森 康夫、小口伯郎、辻 広、橋本英典、長洲秀夫、東 昭、W. R. Sears, N. Rott, H. W. Liepmann, L. S. G. Kovasznay, G. B. Schubauer, A. Roshko の諸君からは、示唆と批判の御厚情を頂きました。なお東京大学の助手、またはそれに準ずるメンバーとして、私の研究を助けて下さった人々の御厚意も、有難く懐かしく思い出されます。特に工学部で松原義雄、若林寅三、花田 実、鷺崎 博の諸君、終戦前の航空研究所で大島秀男、泰磨増雄、茅根 広、日留川清次、松川昌蔵、清水惣治、小林俊雄、堀田正雄、石井賢司、三石 智、栗崎正之、小竹圭介、入山富雄、上田政文、野田親則、山崎幸子、永井信子、浜 良助、恩田善雄、竹田建二、小沢千代子、岡村栄子、横沢紀彦、石井一雄、平林千枝子の諸君、第二工学部で松原義雄、稲葉 実、清宮勝行、内田大次郎、大河内基江、武藤士津子、武藤泰子、内藤 晃、青木 洋、内田貞夫、三石 智、平沢秀雄、小橋安次郎、辻 広、佐藤 浩、菰田広之、亀井 勇の諸君、理工学研究所航空研究所および宇宙航空研究所で井内松三郎、糸賀 広、福井四郎、清水 勇、船越ミツ、恩田善雄、京谷 右、浅野千代子(旧姓小沢)、古館清幸、相原康彦、栗木恭一、田籠勝美、坂尾昭子(旧姓藤村)、坂尾富士彦、渡部 勲、中村嘉宏、斎藤博之助、蒔田秀治の諸君に、いろいろと御苦労を掛けました。この機会に改めて、心からのお礼を申し上げたいと思います。

主要論文目録

- [1] Itiro Tani, Ueber die gegenseitige Beeinflussung mehrerer Tragflächen, 東大工学部航空学科卒業論文 (1930).
- [2] 谷 一郎, 複葉の近似計算に就て, 機械学会誌 **35** (1932), 125-129.
- [3] 谷 一郎, 単葉の揚力に及ぼす地面の影響に就て, 東大航研彙報 **96** (1932), 684-689.
- [4] 谷 一郎・佐貫亦男, 楕円形の断面を有する風洞の干渉に就て, 機械学会誌 **36** (1933), 123-127 [英訳: *NACA TM 1075* (1944)].
- [5] Itiro Tani, A simple method of calculating the induced velocity of a monoplane wing, 東大航研報告 **111** (1934).
- [6] Itiro Tani and Masuo Taima, Two notes on the boundary influence of wind tunnels of circular cross section, 東大航研報告 **121** (1935).
- [7] Itiro Tani, A simple method of calculating the lift distribution of a monoplane wing, with special reference to aileron effect, 航空学会誌 **3** (1936), 509-520.
- [8] 谷 一郎, 大迎角に於ける揚力の計算に就いて (矩形翼の場合), 東大航研彙報 **146** (1936), 591-603.
- [9] 谷 一郎, 楕円形風洞の境界の影響に関する小計算, 東大航研彙報 **156** (1937), 433-437.
- [10] Itiro Tani, Masuo Taima and Sodi Simidu, The effect of ground on the aerodynamic characteristics of a monoplane wing, 東大航研報告 **156** (1937).

- [11] Itiro Tani, Hideo Itokawa and Masuo Taima, Further studies of the ground effect on the aerodynamic characteristics of an aeroplane, with special reference to tail moment, 東大航研報告 158 (1937).
- [12] 谷 一郎, 境界層の層流剝離と遷移との関係に就いて, 航空学会誌 **6** (1939), 122-134.
- [13] 谷 一郎, 境界層の剝離に誘はれる遷移に就いて, 航空学会誌 **7** (1940), 229-233.
- [14] 谷 一郎・近藤芳夫, 翼の地面効果に関する二つの覚書, 東大航研彙報 187 (1940), 47-54.
- [15] 谷 一郎・野田親則, 最低圧力位置の後にある対称翼型の計算, 東大航研彙報 190 (1940), 207-215; 193 (1940), 348-349.
- [16] Itiro Tani, A simple method of calculating the aerodynamic characteristics of a monoplane wing, 東大航研報告 197 (1940).
- [17] Itiro Tani and Satoshi Mituisi, Contributions to the design of aerofoils suitable for high speeds, 東大航研報告 198 (1940).
- [18] Itiro Tani, Ryosuke Hama and Satoshi Mituisi, On the permissible roughness in the laminar boundary layer, 東大航研報告 199 (1940).
- [19] 谷 一郎, 層流剝離点の簡易計算法に就いて, 東大航研彙報 199 (1941), 62-67.
- [20] 谷 一郎, 境界層の遷移を後らせる翼型に就いて, 東大航研報告 250 (1943) [英訳: *NACA TM 1351* (1952)].
- [21] 谷 一郎, 圧縮性流体に於ける境界層に就いて, 東大航研報告 251 (1943).
- [22] 谷 一郎, 再び圧縮性流体に於ける境界層に就いて, 東大航研報告 322 (1944).
- [23] Itiro Tani, On the solution of the laminar boundary layer equations, *J. Phys. Soc. Japan* **4** (1949), 149-154.
- [24] Itiro Tani and Yasujiro Kobashi, Experimental studies on compound jets, *Proc. First Japan Nat. Congr. App. Mech.*, 1951 (Tokyo, 1952), 465-468.
- [25] Itiro Tani, Francis R. Hama and Satoshi Mituisi, On the effect of a single roughness element on boundary-layer transition, 東大理工研報告 **8** (1954), 125-133.
- [26] Itiro Tani, On the approximate solution of the laminar boundary-layer equations, *J. Aero. Sci.* **21** (1954), 487-496.
- [27] Itiro Tani, Matsusaburo Iuchi and Kazuo Yamamoto, Further studies on the effect of a single roughness element on boundary-layer transition, 東大理工研報告 **8** (1954), 171-178.
- [28] 谷 一郎, 境界層の速度分布に及ぼす曲率の影響, 機械学会誌 **57** (1954), 596-598.
- [29] Itiro Tani, On the solution of the laminar boundary-layer equations, *50 Jahre Grenzschichtforschung* (Ed. H. Görtler and W. Tollmien, Braunschweig, 1955), 193-200.
- [30] Itiro Tani, Energy dissipation in turbulent boundary layers, *J. Aero. Sci.* **23** (1956), 606-607.
- [31] Itiro Tani and Hiroshi Sato, Boundary-layer transition by roughness element, *J. Phys. Soc. Japan* **11** (1956), 1284-1291.
- [32] Itiro Tani, An example of unsteady laminar boundary layer flow, 東大航研報告 331 (1958).
- [33] Itiro Tani, Experimental investigation of flow separation over a step, *Grenzschichtforschung, Symposium Freiburg 1957* (Ed. H. Görtler, Berlin, 1958), 377-386.
- [34] Itiro Tani, Matsusaburo Iuchi and Hiroyuki Komoda, Experimental investigation of flow separation associated with a step or a groove, 東大航研報告 364 (1961).
- [35] Itiro Tani, Effect of two-dimensional and isolated roughness on laminar flow, *Boundary Layer and Flow Control* (Ed. G. V. Lachmann, Pergamon, 1961), 637-656.
- [36] Itiro Tani, Steady flow of conducting fluids in channels under transverse magnetic fields, with consideration of Hall effect, *J. Aero. Sci.* **29** (1962), 297-305.
- [37] Itiro Tani and Hiroyuki Komoda, Boundary-layer transition in the presence of stream-wise vortices, *J. Aero. Sci.* **29** (1962), 440-444.
- [38] Itiro Tani, Production of longitudinal vortices in the boundary layer along a concave

- wall, *J. Geophys. Res.* **67** (1962), 3075-3080.
- [39] Itiro Tani, Hiroyuki Komoda, Yasuo Komatsu and Matsusaburo Iuchi, Boundary-layer transition by isolated roughness, 東大航研報告 375 (1962).
- [40] Itiro Tani, Low-speed flows involving bubble separations, *Progress in Aeronautical Sciences* **5** (Pergamon, 1964), 70-103.
- [41] Itiro Tani and Jiro Sakagami, Boundary-layer instability at subsonic speeds, *Proc. Int. Counc. Aero. Sci., Stockholm 1962* (Spartan, 1964), 391-403.
- [42] Itiro Tani and Yasuo Komatsu, Impingement of a round jet on a flat surface, *Proc. Eleventh Int. Congr. App. Mech., Munich 1964* (Springer, 1966), 672-676.
- [43] Itiro Tani, Review of some experimental results on boundary-layer transition, *Phys. Fluids* **10** (1967), Supplement 11-16.