

中間インパルスと推力スウィングバイ
を含む最適惑星間軌道による飛行計画
——特に木星を対象として——

半揚稔雄

(1986年10月30日受理)

Optimal Interplanetary Trajectory Design including
the Intermediate Impulses and the Powered Swingbys

—— With Application to Jupiter Missions ——

by

Toshio HANYOU

Abstract : In the trajectory design to Jupiter, various interplanetary flight modes have been investigated. In this paper, the general characteristics of four interplanetary flight modes, that is, direct Earth-Jupiter trajectories, Mars gravity assist trajectories, deep space ΔV -Earth gravity assist trajectories, and Venus-Earth gravity assist trajectories, are considered. Each mode is evaluated in terms of required ΔV and flight time, and the periodicity of the launch opportunity for each mode is classified.

The solutions are obtained by a new trajectory generation method which seeks the optimal trajectories including the intermediate impulses and the powered swingbys. Also, the procedure which gives the initial values to reach the optimal trajectories is described.

目 次

記号一覧	4
第1章 序 論	6
第2章 最適惑星間軌道の生成法	9
2-1 惑星間軌道に関する考察	9
2-2 中間インパルスを含む惑星間軌道の生成法	10
2-3 スウィングバイ軌道に関する考察	11
2-4 推力スウィングバイ軌道の生成法	13
2-5 最適化問題への定式化と最適化法	14
第3章 軌道解析の手法とその結果	16
3-1 仮定	16
3-2 軌道の表示法	16
3-3 mode I (35)軌道	17
3-3-1 楕円弾道軌道の特性	17
3-3-2 軌道解析の手法	18
3-3-3 最適軌道の特性	20
3-4 mode II (335)軌道	26
3-4-1 地球回帰軌道の特性	26
3-4-2 軌道解析の手法	29
3-4-3 最適軌道の特性	29
3-5 mode II (345)軌道	40
3-5-1 地球火星間軌道の特性	40
3-5-2 軌道解析の手法	40
3-5-3 最適軌道の特性	44
3-6 mode III (3235)軌道	51
3-6-1 EVE 軌道の特性	52
3-6-2 軌道解析の手法	54
3-6-3 最適軌道の特性	65
第4章 各軌道モードの比較と軌道計画	69
4-1 各軌道モードの比較	69
4-2 木星への軌道計画	73
第5章 結 論	74
付録 A 惑星間軌道の計算式	76
付録 B 多周回楕円弾道軌道における Lambert 問題の考察	84

付録 C 惑星スウィングバイ軌道の計算式.....	88
付録 D 修正 Powell 法	92
付録 E 黄金分割法と多峰関数に対する処置.....	94
付録 F 惑星の平均軌道要素と諸定数.....	97
謝 辞.....	100
参考文献.....	100

記号一覧

a	軌道の長半径
\underline{B}	衝突パラメータ(ベクトル)
C_3	打ち上げエネルギー, V_∞^2
DECD	離脱時の相対速度 \underline{V}_∞ の赤緯
DECA	接近時の相対速度 \underline{V}_∞ の赤緯
e	軌道の離心率
e_{MB}	速度増分 ΔV_M 前の軌道の離心率
e_{MA}	速度増分 ΔV_M 後の軌道の離心率
F	評価関数
h	惑星への最接近高度
h_L	h の下限
h_U	h の上限
i_{MB}	速度増分 ΔV_M 前の軌道の傾斜角
i_{MA}	速度増分 ΔV_M 後の軌道の傾斜角
r_p	近日点距離
r_a	遠日点距離
\underline{r}	位置(ベクトル)
\underline{r}_M	中間インパルス点の位置(ベクトル)
R	惑星の半径
\hat{R}	$\hat{S} \times \hat{T}$ なる単位ベクトル
\hat{S}	接近相対速度方向の単位ベクトル
\hat{T}	\hat{S} に垂直で, 黄道面に平行な単位ベクトル
T	日時
T_M	中間インパルス点の日時
T_f	飛行時間
\underline{V}_B	惑星通過前の日心速度(ベクトル)
\underline{V}_A	惑星通過後の日心速度(ベクトル)
\underline{V}_{MB}	中間インパルス点通過前の日心速度(ベクトル)
\underline{V}_{MA}	中間インパルス点通過後の日心速度(ベクトル)
\underline{V}_P	惑星の公転速度(ベクトル)
V_∞	惑星との相対速度, 双曲線余剰速度
$\underline{V}_{\infty I}$	惑星への接近相対速度(ベクトル)
$\underline{V}_{\infty O}$	惑星からの離脱相対速度(ベクトル)
$\underline{V}_{\infty OB}$	速度増分 ΔV_s 前の離脱相対速度(ベクトル)

$\underline{V}_{\infty OA}$	速度増分 ΔV_s 後の離脱相対速度(ベクトル)
ΔV_E	地球周回軌道からの離脱に要する速度増分
ΔV_I	目標惑星周回軌道への投入に要する増分
ΔV_M	中間インパルス点での速度増分
ΔV_s	スウィングバイ時での速度増分
ΔV_{PL}	打ち上げ後の速度増分の総和, $\Delta V_T - (\Delta V_E + \Delta V_I)$
ΔV_T	全速度増分
μ	惑星の重力定数
θ	B 平面角
Θ	接近相対速度 $\underline{V}_{\infty I}$ の黄経
Φ	接近相対速度 $\underline{V}_{\infty I}$ の黄経
ξ_D	離脱相対速度 $\underline{V}_{\infty O}$ が惑星太陽線分となす角
ξ_A	接近相対速度 $\underline{V}_{\infty I}$ が惑星太陽線分となす角
ρ_E	ΔV_E の重み係数
ρ_I	ΔV_I の重み係数
ρ_M	ΔV_M の重み係数
ρ_s	ΔV_s の重み係数
ρ_H	ペナルティ関数の重み係数
ϕ_B	最大回転角
ϕ_T	要求回転角
ϕ_I	双曲線の主軸と進入漸近線のなす角の余角
ϕ_O	双曲線の主軸と脱出漸近線のなす角の余角
ϕ_{ODT}	最適偏向角, $\phi_I + \phi_O$
Ψ	移行角
Ψ_{MB}	出発点から中間インパルス点までの移行角
Ψ_{MA}	中間インパルス点から到着点までの移行角

添 字

E	地球
J	木星
M	火星
V	金星

肩文字

(j)	第 j 惑星での
$(j, j+1)$	第 j 惑星と第 $j+1$ 惑星の間の

第1章 序 論

木星は、軌道設計者にとって、現在の打ち上げ能力からしても、多様な軌道モードが考えられるという点で魅力ある対象である。木星およびその衛星の探査を目的とした Galileo 計画 [1] ~ [10] では、技術的あるいは経済的な情勢の変化にともなって、その惑星間軌道には直接木星へ至る軌道、火星スウィングバイを利用する軌道、地球スウィングバイを利用する軌道、さらに金星および地球のスウィングバイを利用する軌道といった4種類の軌道モードが検討された。この中で、とくに地球スウィングバイや金星および地球のスウィングバイを利用する軌道は、直接軌道よりも飛行時間が2年程度長くなる欠点をもつが、現在では10年以下の飛行時間はそれほど大きな制約とならない状況にあるので、打ち上げエネルギー C_3 が直接軌道による場合の30%程度で済むという点から、今後ますます利用されることが予想される。したがって、これらの軌道モードとともに、直接軌道と火星スウィングバイを利用する軌道を含めた4種類の軌道モードについて、各軌道モードごとの打ち上げ時機や軌道性能を明らかにすることは我が国の将来の軌道計画における検討資料として有意義であると考えられる。

これらの軌道モードは、Galileo 計画において、各時点での最適な軌道モードとしてと、小惑星や外惑星などを目標とした特定のミッション [11] ~ [18] について若干検討されたのみで、各軌道モードについて総合的に調査されたことはなく、したがって、その一般的特性が十分解明されているとはいえない。

本研究は、この点に着目して、特に木星を目標とした場合の上述の4種類の軌道モードについて、その一般的特性と同時に各軌道モードのもつ得失を明らかにするとともに、そのための解析法の確立を目的とした。

このような問題の解析に当たって、最初に直面する問題は、複数の惑星スウィングバイを含む惑星間軌道を生成するには如何にすればよいかという問題である。このような軌道の生成に従来用いられた手法は、各惑星を質点で近似し、惑星どうしを結ぶ軌道モデルに二体問題の解として得られる軌道を利用する方法で、その具体的な手順を中間惑星が1個の場合について述べると次のようである。

はじめに、地球出発日と中間惑星との遭遇日を与えて Lambert の定理から地球と中間惑星を結ぶ楕円弾道軌道を生成する。その結果、中間惑星への接近相対速度 $V_{\infty I}$ が求まるから、中間惑星と目標惑星とを結ぶ楕円弾道軌道は再び Lambert の定理を利用して、目標惑星への到着日を逐次動かし、中間惑星からの離脱相対速度 $V_{\infty O}$ の大きさが $V_{\infty I}$ の大きさと一致するものとして求められる。こうして第一のスウィングバイ条件

$$|V_{\infty I}| = |V_{\infty O}| \equiv V_{\infty} \quad (1)$$

を満たした後は、 $V_{\infty I}$ と $V_{\infty O}$ からスウィングバイ軌道を生成する。その結果、第二のスウ

スウィングバイ条件

$$h_L \leq h \leq h_U \quad (2)$$

ただし,

$$h = \frac{\mu}{V_\infty^2} \left(\frac{1}{\sin \frac{\phi_T}{2}} - 1 \right) - R$$

を満足すれば, スウィングバイを含む惑星間軌道としての解が求まったことになる.

ここで, h は中間惑星への最接近高度であり, h_U, h_L はそれぞれの上限と下限である. さらに, μ, R は, それぞれ中間惑星の重力定数と赤道半径で, ϕ_T は, $V_{\infty I}$ と $V_{\infty O}$ のなす角である.

第二のスウィングバイ条件は, きわめて強い制約であるから, この手法により解を求めることはそれほど容易ではない. また, 解が求まったとしても, 打ち上げエネルギー C_3 や目標惑星への接近相対速度がいずれも小さく抑えられる保証はない. 実際問題としては, この打ち上げエネルギー C_3 や接近相対速度ができるだけ小さいことが望ましい.

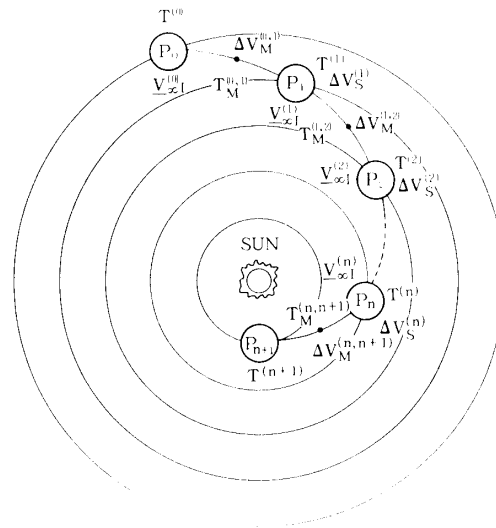
以上の点から, スウィングバイを含む惑星間軌道の生成には, 新たな観点に立った軌道生成法の考案が必要になる.

この問題に最初に取り組んだのは, D'Amario ら [19], [20] であるが, 彼らは Galileo 計画で予定している Galileo 衛星での 11 回におよぶ衛星スウィングバイを可能にする衛星ツアー軌道を生成するには, 従来の軌道生成法では困難であるとの認識に立って, 三体力学モデル, あるいは中心天体の偏平や太陽および他の天体の引力による摂動を考慮したモデルに基づく高精度の軌道生成法に関する Bayliss [21] や Wilson [22], さらに stumpff ら [23], Byrnes ら [24], [25], D'Amario [26] といった人達の研究を足掛りに, この問題を非線形最適化問題に定式化する新たな方法を示した. この手法では, 状態遷移行列を利用することにより運動方程式を直接数値積分して得られる軌道と同程度の精度を確保するとともに, 数値積分に要する計算時間より短い時間で済むという利点をもっている.

本研究のような目的には, D'Amario らの方法をもってしても多くの計算時間を要することが予想され, また, それほどの高精度を必要としないといった点から, 本研究では二体問題の解を利用してここでの問題を非線形最適化問題に定式化する方法を考案した. その骨子は次のようである.

求めようとする全体軌道を惑星から次の惑星までの部分 (PI) と惑星をスウィングバイする部分 (PS) とに分割する. すると全体軌道は新たに幾つかの PI と PS との結合体として構成されるから, PI と PS の軌道生成法が確立されればよいことになる. 一般に, PI と PS の結合点で速度は不連続となるから, それを連続にするためには PI と PS の内部の軌道の途中に 1 回のインパルスの速度増分を自由度として導入することが考えられる. この考えに沿って, 本研究では次のような 2 種類の軌道生成要素, すなわち,

- 1) 一つの惑星から次の惑星までの軌道として, 1 回の中間インパルスを含む軌道
- 2) スウィングバイ軌道として, 1 回のインパルスの速度増加を許す推力スウィング



P_n : ARRIVAL PLANET
 $P_i \sim P_n$: INTERMEDIATE PLANETS
 P_{n+1} : DEPARTURE PLANET

図 1-1 惑星間軌道

バイ軌道

を定義した。

これらの軌道生成要素によって全体軌道を構成すれば、図 1-1 のようになり、最適な軌道は、各軌道生成要素で生ずる速度増分の総和を評価関数として、これを最小にするものとして求められる。

また、全体軌道の生成にあたっては、目標惑星での諸条件、すなわち、目標惑星への接近相対速度の大きさまたは方向、あるいは双方ともに制約条件があるといった場合への配慮から、目標惑星から地球へ向って軌道を生成する形式をとった。

さらに、最適軌道を求めるには、軌道の最適化に先立って初期値の設定が必要である。その設定値いかんによっては収束に過大の時間を要するのみならず、最適軌道が得られない場合も起こり得る。このような事態を避けるためにも適切な初期値の設定がなされねばならない。ことにこの点に言及した文献はまったく見られないばかりか、むしろこの点に関する知識を必要とする場合が多い。本論文では、適切な初期値の設定の仕方について、一つの指針を与えている。

第 2 章 最適惑星間軌道の生成法

本章では、複数の惑星スウィングバイを含む最適惑星間軌道の生成法について述べるが、それに先立って従来の惑星間軌道と惑星スウィングバイ軌道について検討を加える。その結果、軌道生成要素に 1 回の中間インパルスを含む惑星間軌道と 1 インパルス推力スウィングバイ軌道を提案し、その生成法について述べる。そして、これらを用いれば、スウィングバイを含む惑星間軌道生成問題は、非線形最適化問題に定式化できることを示す。[27]

2-1 惑星間軌道に関する考察

軌道の初期設計の段階では、各惑星を質点で近似し、惑星間軌道は二体問題の解として求める手法をとるが、本研究でもこの手法にしたがう。

惑星間軌道を求める問題は、それを従来の楕円弾道軌道とする考えに立つと、天体力学に古くからある Lambert 問題に帰着する。各惑星はそれぞれの天体暦に従って運行しているので、出発および目標惑星での日時を与えると各惑星の位置とその間の飛行時間が求まる。したがって、これらの惑星を結ぶ楕円弾道軌道は、Lambert の定理を利用して一義的に定められる。なお、この問題は、数値解析の観点から見ると、自由度をもたない確定的境界値問題になる。

惑星の公転軌道はほぼ円で同一平面上にあると見なせるが、この場合、二つの惑星を結ぶ移行軌道には各惑星の公転軌道に接する楕円弾道軌道、すなわち Hohmann 移行軌道が最適であって、その移行角は 180° になる。

ここで最適とは、出発惑星の公転軌道から移行軌道へ移るのに必要な速度増分と、移行軌道から目標惑星の公転軌道へ移るのに必要な速度増分との和、すなわち全速度増分が最小になるとの意味である。

しかし、厳密には、全ての惑星の公転軌道は楕円であり、また同一平面上にないため、二つの惑星を移行角 180° の楕円弾道軌道で結ぶと全速度増分が急激に増大する結果となって、同一平面上の円軌道間移行軌道問題と際立った違いを見せる。

Fimble [28] は、この状況を解消する目的で、惑星間軌道の途中に 1 回のインパルスのな速度増分を導入する考えを示した。それによると、中間インパルス点を適切に選べば、先の楕円弾道軌道での全速度増分の急激な増加を解消するのみならず、楕円弾道軌道では果たし得ないさらに少ない全速度増分(中間インパルス点での速度増分も含む)を実現できるという結果を得た。

ここで中間インパルス点の日時は自由度として導入されたから、その決定には適切な評価関数を設定した上で非線形最適化問題として解く必要がある。

ところで、楕円弾道軌道の生成法には、次の 2 種類の方法がある。(付録 A, 付録 B 参照)

表2-1 中間インパルスを含む軌道の生成法

case	departure point to intermediate point	intermdiate point ot target point
1	M 1	M 1
2	M 1	M 2
3	M 2	M 1
4	M 2	M 2

第一の方法(M 1)は、先にふれた二体問題の Lambert の定理を利用するもので、出発点と目標点の位置 $\underline{r}^{(1)}$, $\underline{r}^{(2)}$ とその間の飛行時間 $T_f^{(1,2)}$ を与えて、繰り返し計算からこれを満足する軌道として求める方法である。この場合、軌道決定と同時に出発点と目標点での速度 $\underline{V}_A^{(1)}$, $\underline{V}_B^{(2)}$ が定まる。

第二の方法(M 2)は、出発点の位置 $\underline{r}^{(1)}$ とその点での速度 $\underline{V}_A^{(1)}$ を与えて出発点から目標点に向って二体問題の自由飛行軌道を生成する方法である。この場合、目標点までの飛行時間 $T_f^{(1,2)}$ を与えると目標点の位置 $\underline{r}^{(2)}$ とその点での速度 $\underline{V}_B^{(2)}$ が定まる。

中間インパルスを含む軌道の生成には、上記の軌道生成法の組み合わせから表2-1に示すような4種類の場合があり、どの場合を選ぶかは惑星探査ミッションでの要請により異なる。

ミッションとして惑星オービターや惑星の衛星ツアーを想定した場合、惑星接近時の相対速度の大きさや方向に制限を受けることがあるので、その場合、制約条件を容易に持ち込みやすい case 2, もしくは case 4 が適切である。

本研究では case 2 を採用したが、これは全体軌道の生成に必要な独立変数が case 4 の場合より少なく済むからである。次節に case 2 での軌道生成法を具体的に述べるが、全体軌道を目標惑星から出発惑星に向って生成する方式をとるので、各記号の肩文字の順序が本節での場合と逆であることに注意されたい。

2-2 中間インパルスを含む惑星間軌道の生成法

図2-1は、図1-1の惑星間軌道の一部分(軌道生成要素)である第 j 惑星と第 $j+1$ 惑星を結ぶ第 $(j, j+1)$ 惑星間軌道を示したものである。ここで各惑星は質点で近似し、また惑星間軌道は目標惑星から出発惑星に向って生成する方式をとるので、軌道生成の手順は次のようになる。

はじめに第 j 惑星(目標惑星)の日時 $T^{(j)}$ を指定すると、その位置 $\underline{r}^{(j)}$ が定まる。また同時に惑星の公転速度 $\underline{V}_P^{(j)}$ も定まるから、第 j 惑星への接近相対速度 $\underline{V}_{\infty}^{(j)}$ を与えると、その時点での探査機の日心速度 $\underline{V}_B^{(j)}$ は、

$$\underline{V}_B^{(j)} = \underline{V}_P^{(j)} + \underline{V}_{\infty}^{(j)} \quad (3)$$

となる。したがって、これら $\underline{r}^{(j)}$, $\underline{V}_B^{(j)}$ を初期値として二体問題の自由飛行軌道を中間インパルス点に向って生成し、その点の日時 $T_M^{(j,j+1)}$ を指定すれば、その点の位置 $\underline{r}_M^{(j,j+1)}$ と

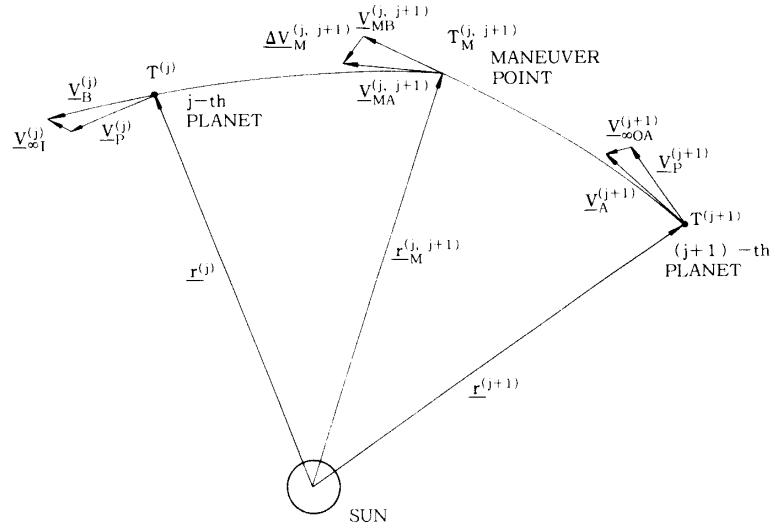


図 2-1 第 \$(j, j+1)\$ 惑星間軌道

日心速度 $\underline{V}_{MA}^{(j,j+1)}$ が求まる。

次に第 \$j+1\$ 惑星(出発惑星)の日時 $T^{(j+1)}$ を与えると、その位置 $\underline{r}^{(j+1)}$ と惑星の公転速度 $\underline{V}_P^{(j+1)}$ が定まるから、 $\underline{r}^{(j+1)}$ とすでに求まっている中間インパルス点の位置 $\underline{r}_M^{(j,j+1)}$ 、および第 \$j+1\$ 惑星から中間インパルス点までの飛行時間 $T_M^{(j,j+1)} - T^{(j+1)}$ を用いてこの二点間の軌道は二体問題における Lambert 問題として求める。この解から、探査機の出発時の日心速度 $\underline{V}_A^{(j+1)}$ と中間インパルス点での速度 $\underline{V}_{MB}^{(j,j+1)}$ を得るので、出発時の惑星からの離脱相対速度 $\underline{V}_{\infty OA}^{(j+1)}$ は、

$$\underline{V}_{\infty OA}^{(j+1)} = \underline{V}_A^{(j+1)} - \underline{V}_P^{(j+1)} \quad (4)$$

から求め、また中間インパルス点での速度増分 $\Delta \underline{V}_M^{(j,j+1)}$ は、

$$\Delta \underline{V}_M^{(j,j+1)} = \underline{V}_{MA}^{(j,j+1)} - \underline{V}_{MB}^{(j,j+1)} \quad (5)$$

となる。

この軌道生成に必要な独立変数は、 $T^{(j)}$ 、 $T_M^{(j,j+1)}$ 、 $T^{(j+1)}$ 、および $\underline{V}_{\infty I}^{(j)}$ の 3 成分の 6 個である。

また、とくに $\Delta \underline{V}_M^{(j,j+1)} = 0$ となるときには、第 \$(j, j+1)\$ 惑星間軌道は楕円弾道軌道に縮退する。

2-3 スウィングバイ軌道に関する考察

軌道の初期設計の段階では、中間惑星の影響圏内を通過する探査機の軌道に、それが惑星の重力のみを受けて運動するとした二体問題の解を利用するが、本研究でもこれを利用する。このとき探査機の軌道は双曲線になり、またその運動の記述は図 2-3 に示すような

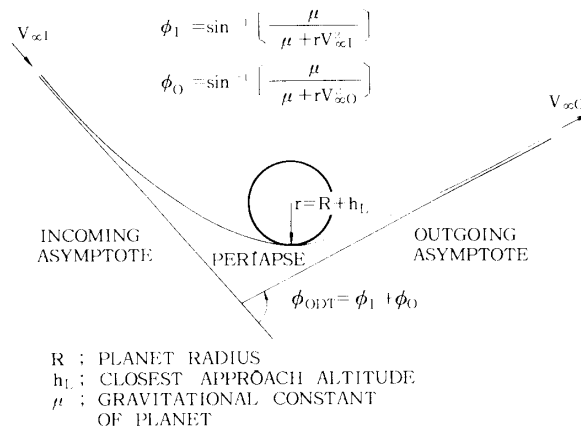


図2-2 最適偏向角の定義 [34]

惑星中心を原点とする $\hat{R}\hat{S}\hat{T}$ 直交座標で行なわれる。

ここで \hat{S} は、中間惑星への接近相対速度方向の単位ベクトル、 \hat{T} は \hat{S} に垂直な平面内において、黄道面に平行な単位ベクトル、そして \hat{R} は $\hat{R} = \hat{S} \times \hat{T}$ を満足する単位ベクトルである。

この双曲線軌道はスウィングバイ軌道とよばれるが、その生成法にはスウィングバイ前後の惑星間軌道の生成法との関連で次の2種類の方法がある。

第一の方法は、中間惑星への接近相対速度 $\underline{V}_{\infty i}$ と図2-3に示す $\hat{R}\hat{T}$ 平面(B平面と称する)内の衝突パラメータ \underline{B} を指定する方法である。この場合、中間惑星からの離脱相対速度 $\underline{V}_{\infty o}$ が定まることになる。(付録C参照)

第二の方法は、中間惑星への接近相対速度 $\underline{V}_{\infty i}$ と、それからの離脱相対速度 $\underline{V}_{\infty o}$ を与える方法で、その結果、衝突パラメータ \underline{B} が定まる。

衝突パラメータ \underline{B} は、探査機が惑星の影響圏に進入する位置を決定する量で、具体的にはB平面内の二つのベクトル \underline{B} と \hat{T} のなす角(B平面角と称する) θ と惑星への最接近高度 h で表わされる。

本研究では、惑星間軌道の生成に case 2 を利用するので、中間惑星からの離脱相対速度はスウィングバイ軌道生成以前に求まっている。したがって、第一の方法から求まるスウィングバイ軌道での離脱相対速度は、一般にそれとは一致しない。また、第二の方法では、すでに得られている離脱相対速度をスウィングバイ軌道の生成に利用できるが、この場合、生成されたスウィングバイ軌道での最接近高度がつねにその許容範囲内にある保証はない。

この困難を解消するために、スウィングバイ軌道上の任意の一点でのインパルス的な速度増加を自由度にもつ推力スウィングバイ軌道に応用する。

推力スウィングバイ軌道に関する研究には、文献[29]～[34]があるが、なかでもWaltonらの論文はそれまでの研究を網羅している。その結論を1インパルス推力スウィングバイ軌道に限って要約すれば、次のようである。

- 1) 要求回転角が最適偏向角より大きい場合、インパルス点は中間惑星の影響圏進入点

もしくは脱出点,あるいは惑星への最接近点近傍が最適である.

2) 要求回転角が最適偏向角より小さい場合,惑星への最接近点近傍が最適である.

ここで要求回転角とは,中間惑星に対する接近相対速度と離脱相対速度のなす角であり,また最適偏向角 ϕ_{opt} とは,双曲線の主軸に対する進入漸近線と脱出漸近線のなす角の余角 ϕ_i, ϕ_o の和である.(図 2-2 参照)

本研究では,上の結論と文献[2]や文献[30]での計算例とを考慮して,中間惑星の影響圏脱出時にインパルスの速度増加を図る 1 インパルス推力スウィングバイ軌道を採用する.

なお,最接近点近傍で速度増加を図る場合については,第 5 章でふれることにしたい.

2-4 推力スウィングバイ軌道の生成法

図 2-3 は,図 1-1 の第 j 惑星をスウィングバイする様子を示したものであるが,ここで探査機は惑星の中心力のみを受けて運動すると仮定するので,双曲線軌道を描く.探査機は,惑星への最接近の後,その影響圏を脱出するが,そのインパルスの速度増加は影響圏脱出点で行なわれる.

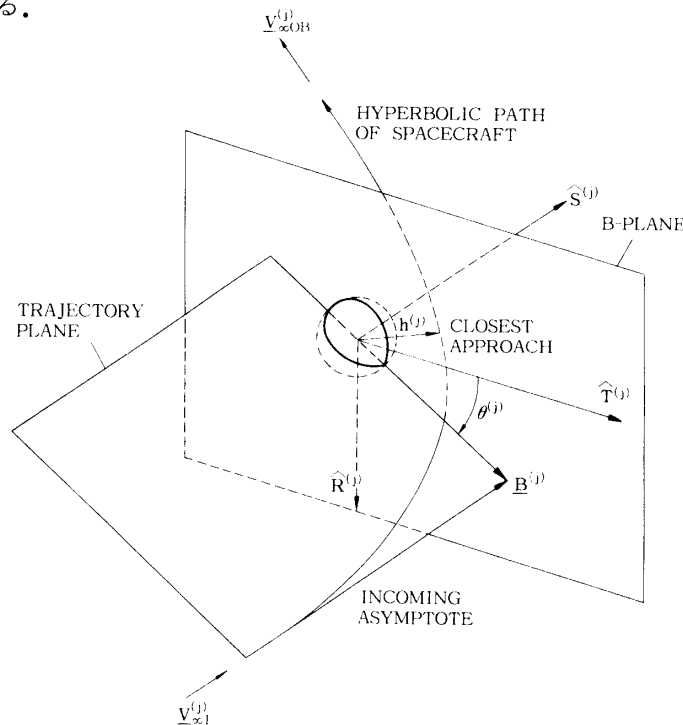


図 2-3 B 平面座標系と惑星スウィングバイ軌道

このような形式の推力スウィングバイ軌道を生成するには,次のような手順で行なう.

はじめに第 j 惑星への接近相対速度 $V_{\infty i}^{(j)}$ と衝突パラメータ $B^{(j)}$,すなわち B 平面角 $\theta^{(j)}$ および惑星最接近高度 $h^{(j)}$ を指定する.すると双曲線軌道は唯一に定まり,同時に第 j 惑星からの離脱相対速度 $V_{\infty o}^{(j)}$ も求まる.ここで最接近高度 $h^{(j)}$ には, $h_L^{(j)}$ を可能最接近高度, $h_H^{(j)}$ を影響圏高度として,

$$h_L^{(j)} \leq h^{(j)} \leq h_H^{(j)} \quad (6)$$

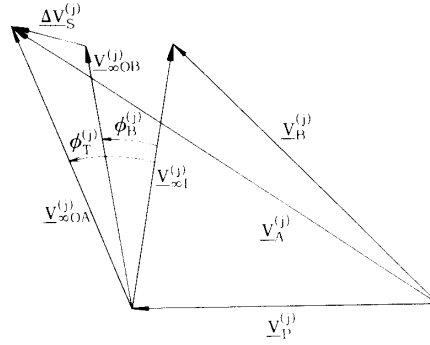


図2-4 推力スウィングバイの速度ベクトル図

なる制約条件があるため、離脱相対速度 $V_{\infty O B}^{(j)}$ はすでに第 $(j-1, j)$ 惑星間軌道の生成時に得られている離脱相対速度 $V_{\infty O A}^{(j)}$ とは一般に一致しない。したがってこれらの速度差が影響圏脱出時に加えるべき速度増分で

$$\Delta V_S^{(j)} = V_{\infty O A}^{(j)} - V_{\infty O B}^{(j)} \quad (7)$$

となる。

この推力スウィングバイ軌道の生成に必要な独立変数は、 $V_{\infty I}^{(j)}$ の3成分と $\theta^{(j)}$, $h^{(j)}$ の5個である。

また、とくに $\Delta V_S^{(j)} = 0$ となるときには、推力スウィングバイ軌道は非推力スウィングバイ軌道に縮退する。

図2-4には、第 j 惑星を推力スウィングバイすることにより変化する速度のベクトル図を示した。

2-5 最適化問題への定式化と最適化法

2-2節と2-4節で述べた軌道生成要素によって全体軌道を構成すると、スウィングバイを含む惑星間軌道を求める問題は、

$$\begin{aligned} T^{(j)} & \quad (j=0, \dots, n+1) \\ T_M^{(j,j+1)}, V_{\infty I}^{(j)} & \quad (j=0, \dots, n) \\ \theta^{(j)}, h^{(j)} & \quad (j=1, \dots, n) \end{aligned} \quad (8)$$

を独立変数とする非線形最適化問題に定式化される。ここで評価関数は、惑星間軌道での中間インパルス $\Delta V_M^{(j,j+1)}$ と惑星スウィングバイ時に生ずる速度増分 $\Delta V_S^{(j)}$ の総和に地球周回軌道からの離脱および目標惑星周回軌道への投入に要する速度増分 ΔV_E , ΔV_I を加えたものである。ただし、各速度増分には重み係数が乗じてある。

ところで、惑星スウィングバイ時の最接近高度 $h^{(j)}$ には、(6)式に示すような制約条件があるため、この問題は制約条件つき非線形最適化問題になる。この種の問題を解くには、制約条件をペナルティ関数として評価関数の中にも含める手法をとるのが一般的で、このよ

うにするとこの問題は制約条件なし非線形最適化問題に変換される。したがって、 n 個の中間惑星をスウィングバイとした場合の評価関数は、

$$F = \sum_{j=0}^n \rho_M^{(j)} \Delta V_M^{(j,j+1)} + \sum_{j=1}^n \rho_S^{(j)} \Delta V_S^{(j)} + \sum_{j=1}^n \rho_H^{(j)} h^{(j)2} + \rho_E \Delta V_E + \rho_I \Delta V_I \quad (9)$$

となる。ここで右辺第 3 項がペナルティ関数であり、各項の $\rho_M^{(j)}$, $\rho_S^{(j)}$, $\rho_H^{(j)}$, ρ_E , ρ_I は重み係数である。この重み係数は、地球周回軌道から目標惑星周回軌道へ至る惑星間飛行の各段階で使用する推進機関の性能の違いを反映するためのものである。本研究では問題を単純化して $\rho_H^{(j)}$ 以外は全て 1 とし、 $\rho_H^{(j)}$ は (6) 式の制約条件を満たしているとき $\rho_H^{(j)} = 0$, それ以外の場合は $\rho_H^{(j)} = 1$ とした。

制約条件なし非線形最適化問題の解法には、直接探索法と降下法の 2 種類があるが、降下法には降下方向の生成の仕方によって共役方向法と準 Newton 法がある。本研究では共役方向法の一つである修正 Powell 法を使用するが、これは評価関数の微係数を必要としないアルゴリズムのなかで最も有効なものの一つである。(付録 D 参照)

この手法では、各ステップごとに独立変数の個数に 1 を加えた回数の直線探索が必要になるが、それには黄金分割法を使用する。これは直接、関数値を比較しながら探索区間を縮小し、関数値が最小になる点を見出す手法の一つであって、なかでも区間縮小の効率が最も良いアルゴリズムである。この手法が使えるためには、評価関数が単峰性であることを必要とするが、ここで取り扱う問題の場合、多峰性となることがあるので、その場合にも使用できる形式に改良する必要がある。その改善策については、付録 E で述べる。

第3章 軌道解析の手法とその結果

本章では、はじめに中間惑星の個数に基づき軌道モードを定義する。そして、木星を目標とした場合の最適惑星間軌道の生成に第2章で述べた手法を適用するが、まずそれに必要な初期値の求め方について述べ、次に最適化した結果を示す。

3-1 仮定

次節以降での軌道解析に先だって、それに必要な幾つかの仮定を以下に列挙する。

- 1) 基準座標系には太陽を原点とする 1950.0 年の平均黄道座標を採用し、各惑星の軌道要素はこの座標系に準拠した値を用いる。(付録 F 参照)
- 2) 全体の惑星間軌道の生成には、惑星を質点とする円錐曲線接続法(Patched-conics method)によって行なう。
- 3) 木星を目標に選び、そのオービターミッションを想定する。このとき木星周回軌道は、近木点高度を木星半径 R_J (71398 km) の 4 倍とし、周期 200 日の楕円軌道とする。(遠木点高度は $272.6 R_J$ になる)
- 4) 地球周回軌道は、地表高度 200 km の円軌道とする。
- 5) スウィングバイの対象となる中間惑星は金星、地球、火星であり、各惑星への最接近高度は、いずれも 200 km 以上影響圏高度以下に制限する。
- 6) 探索する軌道の飛行時間は約 2000 日(5.48 年)を限度とする。

3-2 軌道の表示法

地球から木星までの惑星間軌道には、大きく分けて 2 種類の軌道モードがある。一つは地球から直接木星へ至る直接軌道で、他の一つは、地球から一つ、あるいは複数の中間惑星のスウィングバイを経て、木星に至る間接軌道である。間接軌道の場合、中間惑星の選択、およびその数によって軌道モードはさらに分かれる。

一方、軌道生成に当り、軌道構成の本質的な違いは、中間惑星を含むか否かである。中間惑星を含む場合、スウィングバイの対象となる惑星よりも、その数がより本質的である。

以上のことを踏まえて、軌道モードを次のように定義する。

mode I ; 出発惑星から直接目標惑星に至る直接軌道

mode II ; 出発惑星から目標惑星へ至る途中に一つの中間惑星を含む間接軌道

mode III ; 出発惑星から目標惑星へ至る途中に二つの中間惑星を含む間接軌道

以下、モード番号の増加にともない中間惑星の数が一つずつ増加する。

そして、出発惑星、中間惑星、および目標惑星を表示するには、水星から冥王星までの各惑星に、1 から 9 の番号を付け、出発惑星、中間惑星、目標惑星の番号を順にならべて行なう。

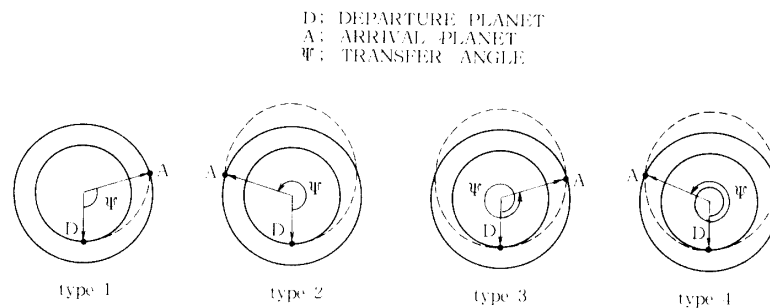


図 3-1 太陽周回を含まない移行軌道と含む移行軌道

次に、第一惑星と第二惑星とを結ぶ移行軌道のタイプであるが、従来、その移行角 Ψ の範囲によって、次のように分類されている。(図 3-1 参照)

type 1; $0^\circ < \Psi < 180^\circ$

type 2; $180^\circ < \Psi < 360^\circ$

type 3; $360^\circ < \Psi < 540^\circ$

type 4; $540^\circ < \Psi < 720^\circ$

以下、タイプ番号が 1 増加するごとに Ψ の範囲が 180° 増加する。

ここで、type 1 および type 2 軌道は太陽周回を含まない移行軌道、また、type 3 および type 4 軌道は 1 回の太陽周回を含む移行軌道であって、軌道構成の観点からすると、軌道タイプの本質的な違いは太陽周回数にあるといえる。したがって、二つの惑星間を結ぶ移行軌道のタイプの表示には、太陽周回数をもって行なうことにする。

以上の定義に従がい、例えば、地球から火星のスウィングバイを経て、木星へ達する軌道を表示する場合、各惑星間での移行軌道の太陽周回数をいずれも 0 とするときには、次のようになる。

mode II (3 4 5, 0 0)

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

① ②③④ ⑤⑥

①軌道モード番号

④目標惑星番号

②出発惑星番号

⑤出発惑星と中間惑星を結ぶ軌道の太陽周回数

③中間惑星番号

⑥中間惑星と目標惑星を結ぶ軌道の太陽周回数

3-3 mode I (35) 軌道

この軌道は、地球から直接木星へ至る直接軌道である。ここではとくに mode I (35,0) 軌道に限って解析するが、それに先立って、惑星間軌道を楕円弾道軌道とした場合の一般的特性についてふれておく。

3-3-1 楕円弾道軌道の特性

一般に、地球から他の惑星への直接軌道による打ち上げの機会は、それらの会合周期ごとに訪ずれる。これは、全ての惑星がその天体暦に従って運行しているためと、地球から

の打ち上げエネルギー C_3 には限界があることによるものである。

地球から比較的低エネルギーでの打ち上げが可能となる場合，地球と目標惑星とを結ぶ楕円弾道軌道は，移行角 180° の Hohmann 移行軌道に類似したものになる．この場合，楕円弾道軌道は唯一ではなく，その移行角が 180° 前後付近の値を持った二つの軌道として出現する．これらの軌道は，習慣的に type 1 および type 2 と称する移行軌道に相当するものである。

さて，木星を目標とした場合，地球と木星の会合周期は 398.9 日であり，それらを Hohmann 移行軌道で結ぶと仮定したときの飛行時間は 996.8 日である。

これらの値と上に述べた軌道特性とを踏えて，次に mode I (35,0) 軌道の解析法について述べる。

3-3-2 軌道解析の手法

はじめに，大まかな地球出発の時機を特定する必要があるが，それには文献にある軌道性能を利用すればこの手間を省くことができる．しかし，小惑星を目標とする場合など，まったく新たな目標惑星に対しては欠せない手続きである．この手続きは，次のような手順で行なう。

まず地球出発日を固定し，飛行時間を 996.8 日をもとに 700～1300 日の範囲で変化させる．これを終了した後は，地球出発日を 10 日進めて固定し，再び同じ手順を繰り返すのである．その結果，打ち上げエネルギー C_3 がほぼ最小になる地球出発日と飛行時間が求められる。

こうして大まかな地球出発日と飛行時間が特定できたら，次にこの値をもとに打ち上げエネルギー C_3 が完全に最小となる軌道，すなわち絶対最小エネルギー軌道[35]を求める．これは，その次に行なう軌道の最適化に当って，その初期値としての性格をもつものである。

表 3-1 C_3 が最小となる地球木星間軌道 (type 1), 1988～2023 年

Label	Cycle 1				Cycle 2				Cycle 3			
	Earth departure date	C_3 (km ² /s ²)	Jupiter arrival date	$V_{\infty J}$ (km/s)	Earth departure date	C_3 (km ² /s ²)	Jupiter arrival date	$V_{\infty J}$ (km/s)	Earth departure date	C_3 (km ² /s ²)	Jupiter arrival date	$V_{\infty J}$ (km/s)
A	8/ 5/88	84.0	10/16/90	6.13	8/10/00	84.9	10/13/02	6.21	8/14/12	85.7	10/12/14	6.29
B	9/ 9/89	89.3	10/18/91	6.64	9/13/01	89.8	10/21/03	6.69	9/18/13	90.3	10/25/15	6.73
C	10/12/90	91.6	11/20/92	6.88	10/16/02	91.6	11/26/04	6.88	10/20/14	91.5	12/ 4/16	6.88
D	11/12/91	89.7	1/18/94	6.74	11/16/03	89.1	1/29/06	6.68	11/20/15	88.4	2/ 9/18	6.61
E	12/13/92	83.5	6/ 2/95	5.96	12/17/04	82.1	6/ 6/07	5.96	12/23/16	80.7	7/31/19	5.76
F	1/ 8/94	75.6	7/ 1/96	5.99	1/12/06	75.9	6/ 9/08	6.12	1/16/18	76.3	5/23/20	6.25
G	2/ 9/95	78.7	4/ 3/97	6.79	2/14/07	79.2	3/28/09	6.87	2/18/19	79.7	3/24/21	6.94
H	3/15/96	82.1	3/16/98	7.15	3/20/08	82.6	3/17/10	7.16	3/25/20	83.0	3/19/22	7.16
I	4/22/97	84.5	4/14/99	6.98	4/27/09	84.6	4/23/11	6.92	5/ 3/21	84.6	5/ 3/23	6.84
J	5/31/98	83.8	7/18/00	6.29	6/ 6/10	83.4	8/10/12	6.16	6/12/22	82.9	9/ 7/24	6.02
K	7/ 7/99	79.6	1/ 4/02	5.64	7/11/11	80.1	12/ 7/13	5.70	7/16/23	80.8	11/18/25	5.78

1990 Mission
 $C_3=80.3 \text{ km}^2/\text{s}^2$
 $\text{DECD}=14.3^\circ$
 $V_{\infty J}=5.50 \text{ km/s}$
 $\text{DECA}=2.3^\circ$

1994 Mission
 $C_3=74.6 \text{ km}^2/\text{s}^2$
 $\text{DECD}=-6.4^\circ$
 $V_{\infty J}=5.74 \text{ km/s}$
 $\text{DECA}=3.9^\circ$

1997 Mission
 $C_3=74.8 \text{ km}^2/\text{s}^2$
 $\text{DECD}=-22.6^\circ$
 $V_{\infty J}=5.88 \text{ km/s}$
 $\text{DECA}=-0.2^\circ$

1999 Mission
 $C_3=79.5 \text{ km}^2/\text{s}^2$
 $\text{DECD}=7.5^\circ$
 $V_{\infty J}=5.59 \text{ km/s}$
 $\text{DECA}=-4.5^\circ$

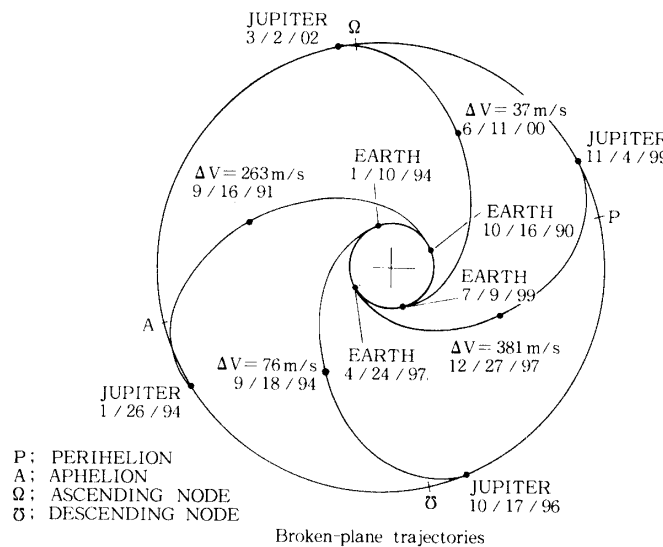


図 3-2 mode I (35,0) : type 1 & type 2 軌道

以下にこの軌道を求める手順を要約する。

- 1) 上で求めた地球出発日を中心とした 100 日間の打ち上げ期間を設定する。
- 2) その期間を黄金分割して得られる地球出発日に対して、飛行時間を 700~1300 日の範囲で黄金分割しながら変化させる。その結果、絶対最小エネルギー軌道が求まり、同時に適切な地球出発日と木星到着日が定まる。

こうして得られた適切な地球出発日に対して会合周期 398.9 日を加え、1), 2) の手順を繰り返せば、次々に新たな打ち上げ可能時機での絶対最小エネルギー軌道と同時に、その地球出発日と木星到着日が求められる。その結果は表 3-1 に示すようになるが、そこから次のような事がわかる。

すなわち、地球からの打ち上げエネルギー C_3 および木星への接近相対速度 $V_{\infty J}$ は周期的に変化し、その周期は 4387.9 日(12.0 年)である。この周期は木星の公転周期 4332.5 日(11.862 太陽年)とほぼ一致し、黄道座標系に対する地球と木星の絶対的な配置関係が、この周期で繰り返されることを示している。この周期を循環周期とよび、地球木星間軌道では 11 会合(4386.8 日)目に再び類似した軌道が現われる。

表 3-1 に示した地球出発日と木星到着日は次に行なう mode I (35,0) 軌道の最適化に当たっての初期値となるものである。この軌道最適化に必要な独立変数は、地球出発日、木星到着日、中間インパルスの日時、木星接近相対速度の 3 成分の 6 個であるが、中間インパルスの日時以外は全て表 3-1 に示す絶対最小エネルギー軌道での値を利用する。そして中間インパルスの日時は任意に選んでよいので、木星到着日の 100 日前に設定する。

こうして全ての独立変数の初期値が準備できたので、1990 年から 2006 年までの 15 回の打ち上げ時機における mode I (35,0) 軌道の最適化を実施する。以下では、得られた最適軌道の一般的特性について述べる。

3-3-3 最適軌道の特徴

表3-2と図3-3から図3-6に共通する特徴として目につくことは、4387.9日(12.0年)を周期とする変化で、mode I (35,0)軌道に対しても絶対最小エネルギー軌道について述べた特性があてはまる。

ここで得た最適軌道のうち地球出発が1990年、1994年、1997年、1999年になるときの軌道を黄道面に投影すれば図3-2のようになる。これらは、順に、到着時での木星が黄道面より上方に、黄道面上の降交点付近に、黄道面より下方に、そして黄道面上の昇交点付近に位置する場合を示す。

表3-2は、最適軌道の軌道性能を示すが、これから次のような事がわかる。

地球からの打ち上げは、 $C_3=73\sim 81\text{ km}^2/\text{s}^2$ のエネルギーで行なわれ、探査機ははじめほぼ黄道面に沿った軌道に投入される。飛行時間で地球から300日付近、移行角では 135° 付近で黄道面にはほぼ垂直な方向に $30\sim 400\text{ m/s}$ の速度増加を行ない、軌道変更、もしくは同時に $1\sim 2^\circ$ 程度の軌道面変更をする。その後、620~910日を経て、木星に到着するが、そのときの接近相対速度 $V_{\infty J}$ は $5.3\sim 5.9\text{ km/s}$ である。この様子は図3-9に示す通りである。

表3-2(a) mode I (35,0)軌道の軌道性能

Launch year	1990	1991	1992	1994	1995
Parameter					
Earth departure date	10/16/90	11/14/91	12/13/92	1/10/94	2/11/95
$C_3(\text{km}^2/\text{s}^2)$	80.3	78.9	76.4	74.6	73.5
DECD(deg)	14.3	6.7	-0.8	-6.4	-16.8
$\Psi_{MH}(\text{deg})$	141.7	139.4	129.8	129.1	136.7
$i_{MH}(\text{deg})$	1.6	1.5	1.0	0.3	0.4
Maneuver date	9/16/91	9/21/92	8/25/93	9/18/94	12/20/95
$\Delta V_M(\text{m/s})$	263	158	61	76	277
$\Psi_{MA}(\text{deg})$	48.1	50.1	55.7	52.6	44.6
$i_{MA}(\text{deg})$	2.7	2.2	1.1	0.6	1.6
Jupiter arrival date	1/26/94	2/4/95	1/2/96	10/17/96	10/23/97
$\xi_1(\text{deg})$	-76.7	-79.1	-83.5	-92.8	-91.2
$\theta(\text{deg})$	108.5	139.6	170.8	203.8	234.2
$\phi(\text{deg})$	4.0	4.7	4.3	2.2	0.5
$V_{\infty J}(\text{km/s})$	5.50	5.58	5.64	5.74	5.84
DECA(deg)	2.3	4.0	4.8	3.9	2.7
$\Delta V_{PL}(\text{m/s})$	263	158	61	76	277
$\Delta V_I(\text{m/s})^1$	719	734	746	764	783
$\Delta V_T(\text{km/s})^{1,2}$	7.394	7.253	7.079	7.050	7.228
$T_r(\text{days})$	1199	1178	1115	1011	985

1) $4R_J \times 200\text{-day}$ period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

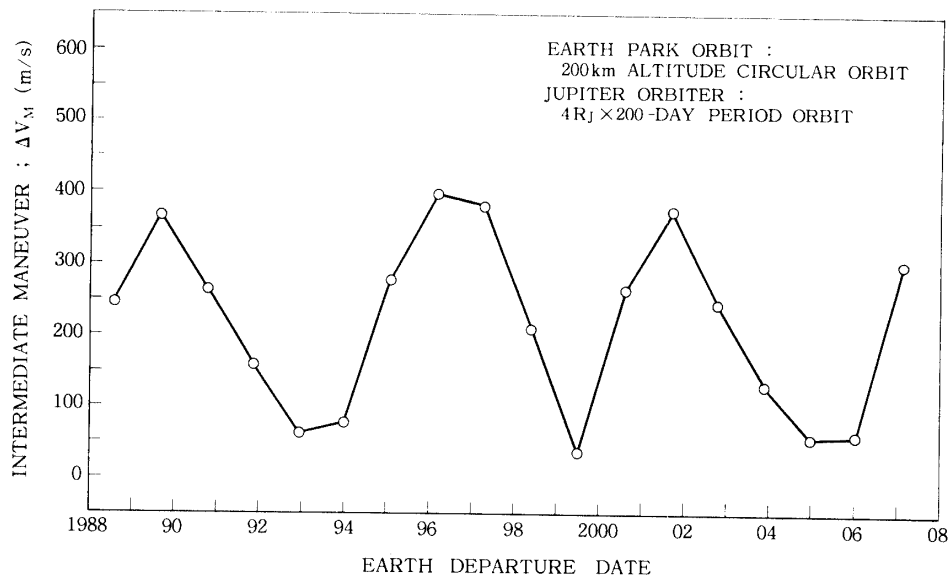
図 3-3 地球出発日に対する ΔV_M の変化

表 3-2 (b) mode I (35,0) 軌道の軌道性能

Launch year	1996	1997	1998	1999	2000
Parameter					
Earth departure date	3/18/96	4/24/97	6/ 2/98	7/ 9/99	8/13/00
C_3 (km ² /s ²)	73.3	74.8	77.5	79.5	80.2
DECD(deg)	-23.5	-22.6	-11.0	7.5	17.3
Ψ_{MB} (deg)	128.9	125.6	137.7	138.4	136.8
i_{MB} (deg)	0.0	0.6	0.7	0.3	0.2
Maneuver date	12/ 4/96	12/27/97	5/12/99	6/11/00	6/21/01
ΔV_M (m/s)	397	381	210	37	266
Ψ_{MA} (deg)	51.1	51.5	39.0	39.9	43.9
i_{MA} (deg)	1.6	1.3	0.7	0.2	1.4
Jupiter arrival date	11/ 5/98	11/ 4/99	12/27/00	3/ 2/02	5/21/03
ξ_A (deg)	-89.0	-90.7	-88.4	-88.1	-88.5
θ (deg)	266.0	301.1	336.5	13.1	49.3
ϕ (deg)	-0.6	-1.5	-2.7	-3.2	-0.9
$V_{\infty J}$ (km/s)	5.91	5.88	5.75	5.59	5.40
DECA(deg)	1.5	-0.2	-2.7	-4.5	-3.0
ΔV_{PL} (m/s)	397	381	210	37	266
ΔV_I (m/s) ¹⁾	796	791	766	736	703
ΔV_T (km/s) ^{1)·2)}	7.355	7.386	7.287	7.154	7.373
T_f (days)	962	924	929	967	1011

1) 4 R_J × 200-day period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

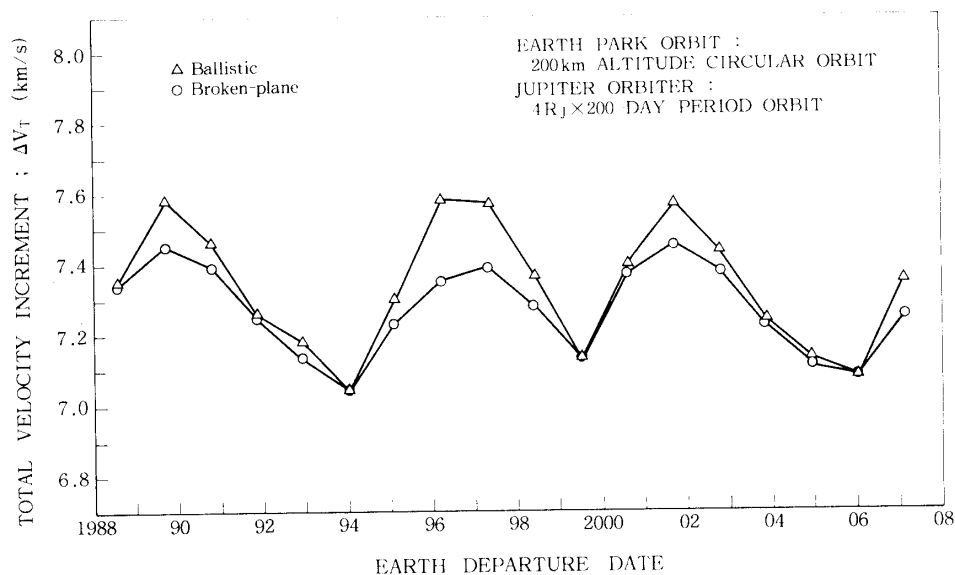
図 3-4 地球出発日に対する ΔV_T の変化

表 3-2 (c) mode I (35,0) 軌道の軌道性能

Launch year	2001	2002	2003	2004	2006
Parameter					
Earth departure date	9/15/01	10/21/02	11/20/03	12/14/04	1/14/06
C_3 (km ² /s ²)	79.8	80.2	78.6	76.0	74.4
DECD(deg)	20.6	13.2	5.3	2.0	-7.9
Ψ_{MB} (deg)	133.7	140.7	136.1	141.1	132.5
i_{MB} (deg)	0.6	1.6	1.5	0.2	0.4
Maneuver date	6/20/02	9/13/03	9/6/04	11/20/05	10/16/06
ΔV_M (m/s)	376	245	129	106	108
Ψ_{MA} (deg)	49.8	49.4	53.5	40.6	49.5
i_{MA} (deg)	2.1	2.6	2.0	0.7	0.8
Jupiter arrival date	8/10/04	2/9/06	3/1/07	9/30/07	10/25/08
ξ_A (deg)	-88.3	-76.0	-77.0	-95.1	-91.6
θ (deg)	83.5	112.7	143.5	178.5	207.5
ϕ (deg)	1.5	4.1	4.7	3.7	2.0
$V_{\infty J}$ (km/s)	5.31	5.53	5.64	5.63	5.76
DECA (deg)	-0.7	2.6	4.1	4.5	3.7
ΔV_{PL} (m/s)	376	245	129	106	108
ΔV_I (m/s) ¹⁾	685	725	746	744	767
ΔV_T (km/s) ^{1,2)}	7.454	7.377	7.225	7.109	7.077
T_f (days)	1060	1208	1197	1020	1014

1) $4 R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

mode I (35,0)軌道で、とくに際立った特徴は、軌道の途中で速度増分によって軌道変更、もしくは同時に軌道面変更をすることで、その事実からこの軌道は Broken-plane 軌道とよばれる。この速度増分 ΔV_M の地球出発日に対する変化は図 3-3 のようになり、1992 年、1994 年、1999 年、2004 年、2006 年の場合、いずれも 100 m/s 未満と比較的小さな値であるのに対し、1989 年、1996 年、1997 年、2001 年の場合は 400 m/s 程度と比較的大きな値になる。ことに、速度増分 ΔV_M が 0 m/s となる場合が存在しないことは注目に値し、Fimple [28] の結論(p. 9 参照)を裏づけている。

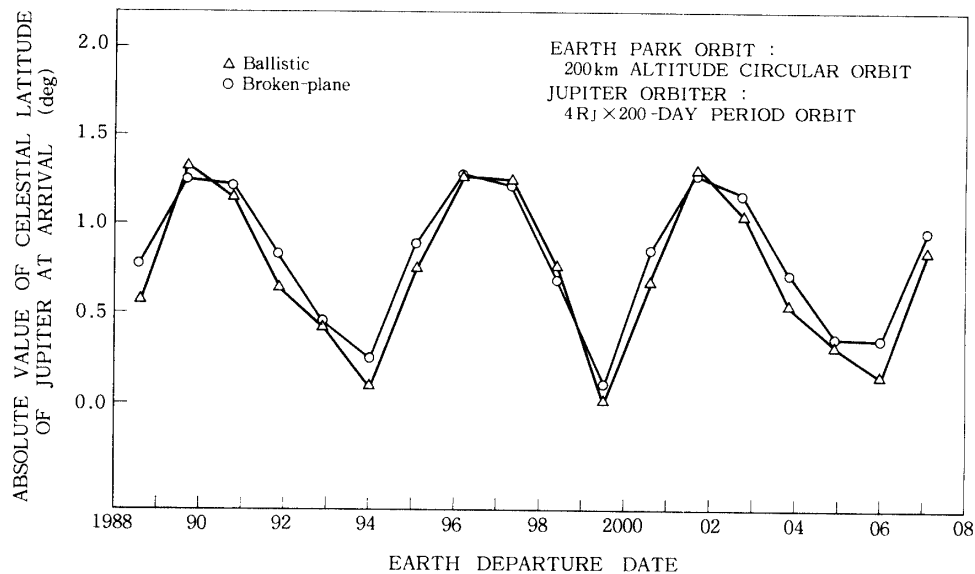


図 3-5 地球出発日に対する木星黄緯の絶対値の変化

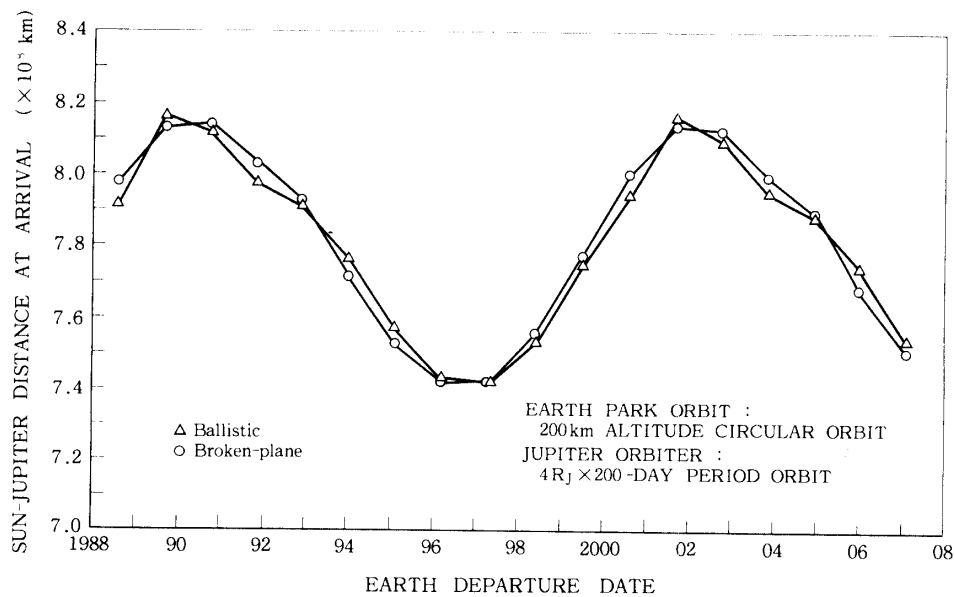


図 3-6 地球出発日に対する太陽木星間距離の変化

ここで全速度増分 ΔV_T を定義するが, Broken-plane 軌道の場合, これは地球周回軌道からの離脱に要する速度増分 ΔV_E と中間インパルス点での速度増分 ΔV_M , および木星周回軌道への投入に要する速度増分 ΔV_I の和であり, 楕円弾道軌道の場合は, ΔV_E と ΔV_I の和である.

この全速度増分 ΔV_T の地球出発日に対する変化は図3-4のようになり, その値は7.0 ~ 7.6 km/s の範囲にあって, Broken-plane 軌道の場合, それは中間インパルス点での速

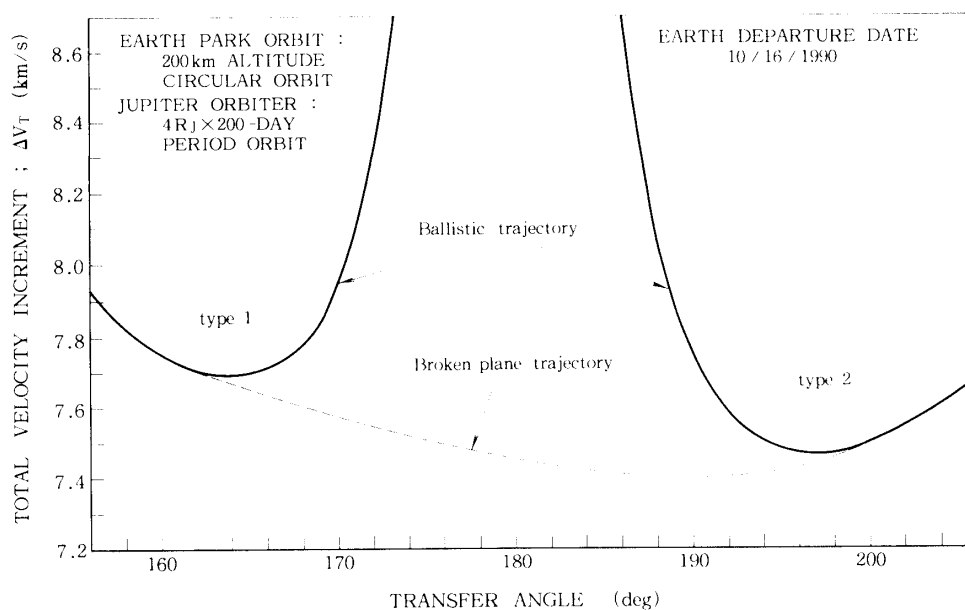


図 3-7 移行角に対する ΔV_T の変化

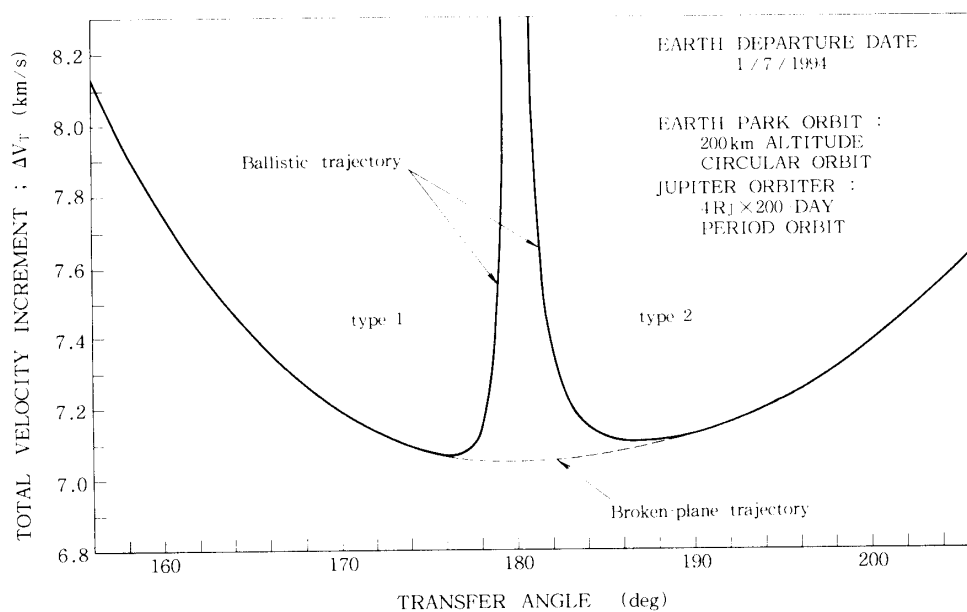


図 3-8 移行角に対する ΔV_T の変化

度増分 ΔV_M の変化と強い相関関係にある。

全速度増分 ΔV_T の変化の原因には、到着時での木星黄緯と太陽木星間距離の変化が考えられ、それらの地球出発日に対する変化は図 3-5 と図 3-6 のようになる。ただし、図 3-5 での木星黄緯は、その絶対値で示してある。ここから、全速度増分 ΔV_T は木星黄緯の変化の影響を強く受け、太陽木星間距離の変化にはほとんど依存しないことが理解できる。

したがって、到着時での木星がその公転軌道の昇交点もしくは降交点付近に位置するとき、中間インパルス点での速度増分 ΔV_M と全速度増分 ΔV_T は最小になり、また昇交点もしくは降交点と 90° をなす点付近に位置するときには ΔV_M および ΔV_T は最大になる。図 3-2 に示した最適軌道には、この事実をよく反映している。

また図 3-4 と図 3-5 から、各地球出発日における Broken-plane 軌道と楕円弾道軌道の全速度増分の差は、木星黄緯の増加とともに増大する特性を示す。したがって、木星黄緯が、比較的高くなる時期での打ち上げには、楕円弾道軌道より Broken-plane 軌道の方が有利であるといえる。しかし、1994 年、1999 年、および 2006 年の場合のように木星黄緯がほぼ 0° になる打ち上げ時機では、両者は一致する傾向にあり、Broken-plane 軌道は楕円弾道軌道に縮退することを示している。この様子をさらに詳細に示したのが図 3-7 と図 3-8 である。

図 3-7 と図 3-8 は、地球木星間軌道に楕円弾道軌道と Broken-plane 軌道を用いた場合、各軌道での全速度増分 ΔV_T が、移行角 Ψ に対して変化する様子を描いたものである。図 3-7 は、地球出発日を 1990 年 10 月 16 日に、また図 3-8 ではそれを 1994 年 1 月 7 日に固定した場合で、それぞれ到着時での木星黄緯が比較的高い時期と、ほぼ 0° の時期に相当する。いずれの図でも、移行角 Ψ が 180° に近づくと、楕円弾道軌道での全速度増分 ΔV_T が急激に増加している。これは木星が黄道面上に位置しないことに起因するもので、移行角 Ψ が 180° に近づくと移行軌道の軌道面傾斜角が急激に大きくなり、その結果、打ち上げエネルギー C_3 が増大するからである。この様子を図 3-9 と表 3-3 に示した。したがって、全速度増分の最小値は type 1 軌道側と type 2 軌道側にそれぞれ一箇所現われる。この二箇所の最小値に対応する移行角 Ψ は、木星黄緯の減少とともに接近する傾向にあり、それと同時

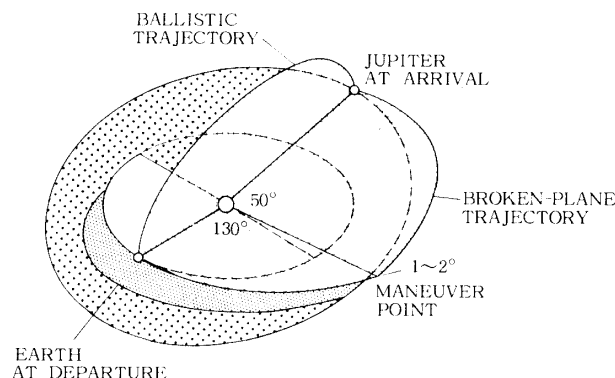


図 3-9 弾道軌道と Broken-plane 軌道

表 3-3 移行角 180° 付近での Broken-plane 軌道と弾道軌道の性能比較

Parameter	Broken-plane trajectory	Ballistic trajectory
Earth departure date ¹	1/ 7/94	1/ 7/94
C_3 (km ² /s ²)	75.1	239.3
DECD(deg)	-7.5	-64.1
i_{MB} (deg)	0.0	21.5
Maneuver date	9/11/94	—
ΔV_M (m/s)	44	—
i_M (deg)	0.7	—
Jupiter arrival date ¹	8/14/96	8/14/96
V_{J_1} (km/s)	5.8	7.0
ΔV_T (km/s) ²	7.1	12.2

1) fixed date

2) 200km altitude circular orbit the Earth

4 $R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

に全速度増分 ΔV_T が急激に増加する領域も次第に狭まる傾向にある。これは、仮に木星が黄道面上に位置すれば、全速度増分の最小値は移行角 180° の Hohmann 移行軌道の場合に実現されることを示している。そして Broken-plane 軌道は、移行角 180° 付近での全速度増分 ΔV_T の急激な増加を吸収する形で存在し、図 3-9 と表 3-3 に示すようなわずかな軌道面変更とそのための速度増分 ΔV_M によって、楕円弾道軌道での全速度増分の最小値よりさらに小さな値を実現している。この意味で Broken-plane 軌道は 3 次元移行軌道問題における Hohmann 移行軌道と考えられ、準 Hohmann 移行軌道といえよう。

3-4 mode II (335)軌道

この軌道は地球のスウィングバイを経て、木星に至るもので、 $\Delta VEGA(\Delta V\text{-Earth Gravity Assist})$ -木星軌道とよばれるが、ここではとくに mode II (335, 00)軌道と mode II (335, 10)軌道に限って解析する。

この軌道の特徴は、地球スウィングバイを利用することで、そのために図 3-10 に示すような地球回帰軌道が地球木星間軌道の前に準備される。この地球回帰軌道を導入する考えを示したのは Hollenbeck [11] で、その目的は、地球から木星へ至る直接軌道での打ち上げエネルギーに対して、その大幅な削減をねらっている。

mode II (335)軌道の解析に先立って、地球回帰軌道の特性について、文献 [11] の結果を引用しながらふれておく。

3-4-1 地球回帰軌道の特性

地球回帰軌道は、地球の公転周期の整数倍にほぼ等しい飛行時間を持ち、またそれは次

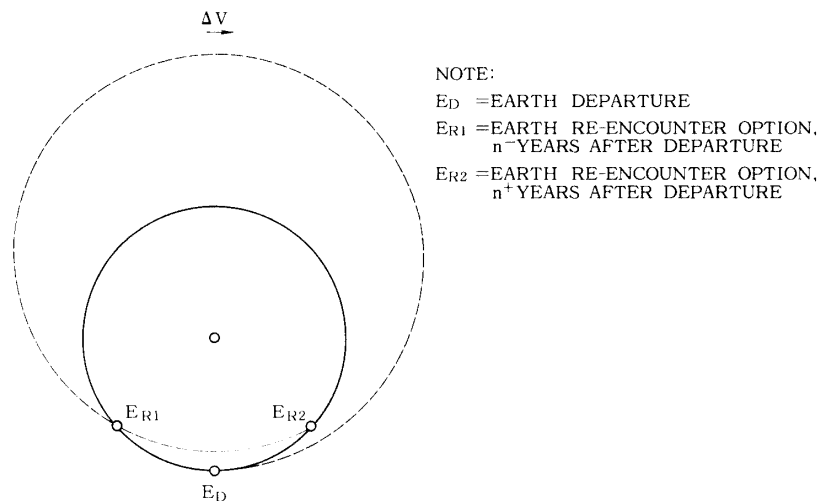


図 3-10 地球回帰軌道 [11]

のような二つの部分から成っている。すなわち、その前半は、地球から黄道面に沿って太陽からほぼ 2 AU または 3 AU の距離にある遠日点まで Hohmann 移行する部分であり、後半は、遠日点での減速の後、そこから黄道面に沿って地球にもどる部分である。この後半部分は、遠日点での減速によって移行軌道の近日点距離が 1 AU 以下となるため、地球の公転軌道と二箇所で見え交差する。

地球からの打ち上げエネルギー C_3 を低く抑えるには、投入すべき移行軌道の長半径が小さく、かつその近日点での軌道投入を果たす必要があるが、前半の部分はこの条件を満足している。

一方、地球帰還時の相対速度は、地球から外惑星へ至る軌道の実現性に関与するので特に重要である。木星を目標とする場合、10 km/s 以上の相対速度が必要になるが、これは打ち上げ時の相対速度の約 2 倍に相当する。地球帰還時に、打ち上げ時より大きな相対速度を実現するには、打ち上げ時と異なる位置で地球に遭遇することが必要で、それには遠日点で 500 m/s 程度の減速が必然的なものになる。

地球回帰軌道の能力、すなわち地球から外惑星へ達する軌道の実現性を示すには、地球帰還時の相対速度より地球スウィングバイの後、生成される惑星間軌道での遠日点距離を指標とした方が理解しやすい。

図 3-11 は、地球回帰軌道の飛行時間が 2 年弱 (2^- yr と表示) と 2 年強 (2^+ yr と表示)、3 年弱 (3^- yr と表示) と 3 年強 (3^+ yr と表示) および 4 年強 (4^+ yr と表示) となる 5 種類の場合について、遠日点距離 r_a の全速度増分 ΔV_T に対する変化を描いたものであるが、いずれの場合も外惑星に到達することが可能であることを示している。

ここで全速度増分 ΔV_T とは、高度 200 km の地球周回軌道からの離脱に要する速度増分と地球回帰軌道の遠日点での減速量との和である。

また図 3-11 で、遠日点距離が最大になる部分があるが、これは次のように解釈できる。地球周回円軌道からの離脱速度を与えると、それに応じた地球回帰軌道の前半部分にあ

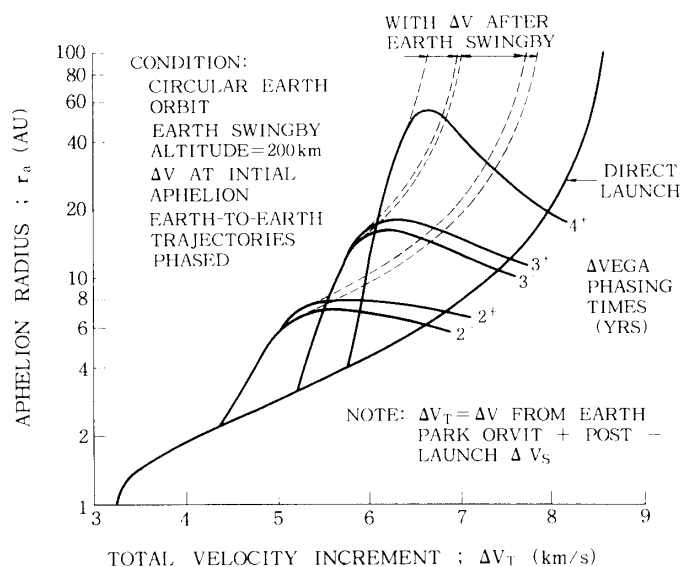


図 3-11 地球回帰軌道的能力 [11]

表 3-4 地球回帰軌道の特性 [11]

Parameter	Phasing time (yrs) ¹⁾			
	1.84	2.16	2.86	3.15
C_3 (km ² /s ²)	26.4	29.0	48.6	50.2
Initial aphelion radius (AU)	2.20	2.30	3.19	3.28
ΔV at aphelion (m/s)	814	893	644	682
Final aphelion radius (AU) ²⁾	6.47	7.32	14.31	16.02
Minimum perihelion radius (AU) ³⁾	0.98	0.85	0.97	0.85

- 1) Departure to Earth swingby
 2) Earth swingby altitude = 200km
 3) Actually experienced by spacecraft

たる Hohmann 移行軌道が生成される。次いでその遠日点で減速を行なえば、その減速量に応じた後半部分の移行軌道が生成され、同時に地球帰還時での相対速度が求まる。この相対速度の方向は、地球スウィングバイにより回転を受けるが、その回転角は地球の重力の強さ、相対速度の大きさ、および最接近距離によって唯一に定まる。したがって、地球帰還時の相対速度の方向によっては地球スウィングバイ後の相対速度の方向が地球の公転速度の方向とほぼ同一になることも可能で、この場合、探査機の日心速度は最大となって最大遠日点距離を達成する結果になる。

木星を目標とする場合、その公転軌道の平均半径は 5.2 AU であるから、図 3-11 より地球回帰軌道には 2⁻ yr と 2⁺ yr の軌道が適切であることがわかる。これらの軌道の飛行時間がどの位であるかを知るには表 3-4 に示す最大遠日点距離を達成する場合の軌道性能が参考になり、2⁻ yr 軌道で 672 日、2⁺ yr 軌道で 788 日である。

3-4-2 軌道解析の手法

さて、次に mode II (335) 軌道の解析に入ることにするが、ここではこの軌道の生成とその最適化に必要な独立変数の初期値の求め方について述べる。

mode II (335) 軌道の独立変数は、地球出発日、地球遭遇日、木星到着日のほか、地球回帰軌道と地球木星間軌道での中間インパルスの日時、地球スウィングバイ時での B 平面角と最接近高度、さらに地球および木星接近時での相対速度の 3 成分であって、全部で 13 個である。

mode II (335) 軌道を生成するに当って、地球回帰軌道は任意に生成可能であるから、はじめに地球木星間軌道を準備する必要がある。それには 3-3 節で求めた表 3-1 の軌道が利用できる。その場合、表 3-1 の地球出発日と木星到着日はそれぞれ mode II (335) 軌道での地球遭遇日と木星到着日と見なせる。そうしたとき、mode II (335) 軌道での地球出発日は、上に述べた地球回帰軌道の飛行時間を利用して求められて、地球回帰軌道を 2^- yr 軌道とすると、地球遭遇日から 670 日を、また 2^+ yr 軌道とすると、それから 790 日を差し引いた日付になる。

ところで、地球回帰軌道は 2^- yr 軌道の場合 mode I (33, 0) 軌道、また 2^+ yr 軌道の場合 mode I (33, 1) 軌道と見なせる。したがって、地球回帰軌道を上に得た地球出発日と地球遭遇日から中間インパルス点での速度増分が最小になるものとして生成すれば、そこから中間インパルスの日時と地球遭遇時の接近相対速度の 3 成分が求まる。ここで、地球出発日と地球遭遇日は固定してある。

次に地球木星間軌道での中間インパルスの日時は、任意に選んでよいので木星到着日の 100 日前に設定し、また、木星接近時の相対速度の 3 成分には表 3-1 の絶対最小エネルギー軌道での値を用いる。

最後に地球スウィングバイ時の 2 変数の初期値は、次のようにして準備する。

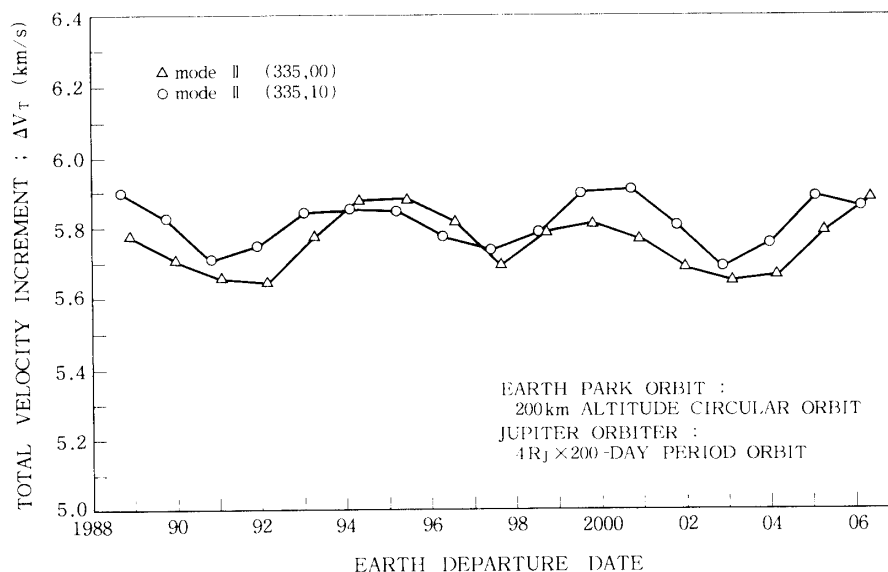
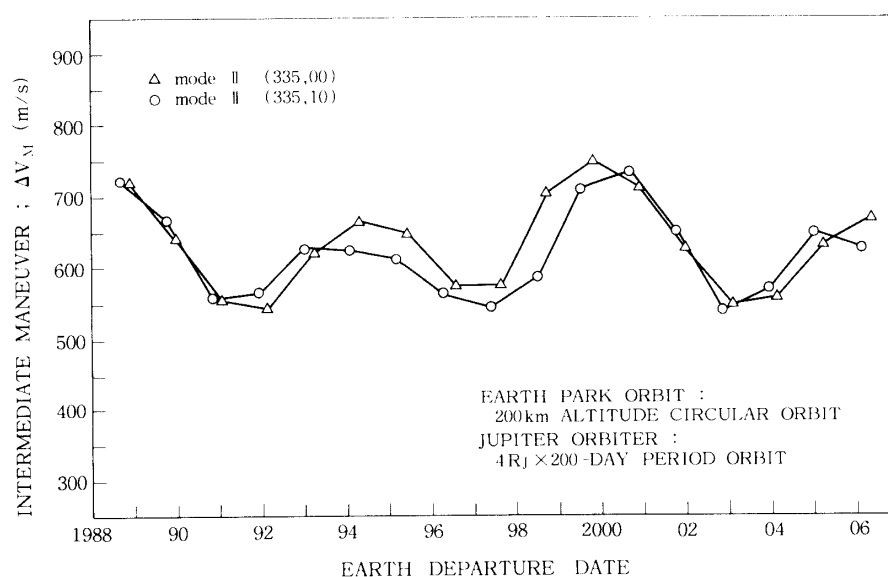
まず地球への最接近高度は、200 km をその下限としているので、この値を初期値に選ぶ。そして B 平面角の設定には、次のようにすればよい。

ここでの地球スウィングバイは、探査機の日心速度の増加を目的として行われるから、 2^- yr 軌道のように地球の公転軌道をその外側から内側に向って交差するとき、B 平面角は 180° に、また 2^+ yr のように地球の公転軌道をその内側から外側に向って交差するとき、B 平面角は 0° に設定する。

こうして 13 個の独立変数の初期値が準備できたので、mode II (335, 00) 軌道と mode II (335, 10) 軌道の最適化を実施する。以下では、その結果、得られた最適軌道の一般的特性について述べる。

3-4-3 最適軌道の特性

まず図 3-12 から図 3-15 と表 3-5、表 3-6 に共通する特徴は、軌道性能が 4386.5 日 (12.0 年) を周期に変化することで、地球木星間軌道の特性変化とよく符合する。それは地球回帰軌道が任意に生成可能であるため、地球木星間軌道の特性変化が支配的になることによっている。したがって、mode II (335) 軌道の打ち上げ時機が、地球と木星の会合周期 (398.9

図 3-12 地球出発日に対する ΔV_T の変化図 3-13 地球出発日に対する ΔV_M の変化

日) ごとに訪ずれることも理解できる。

mode II (335) 軌道の特性変化, 循環周期, さらに打ち上げ時機から次の打ち上げ時機までの期間は, mode I (35,0) 軌道のそれと同一である。

ここで全速度増分 ΔV_T を定義するが, それは地球周回軌道からの離脱に要する速度増分, 地球回帰軌道と地球木星間軌道の間インパルス点での速度増分, 地球スウィングバイ時の速度増分, および木星周回軌道への投入に要する速度増分の総和である。

図 3-12 は, この全速度増分 ΔV_T の地球出発日に対する変化を示し, その値は 5.6~6.0

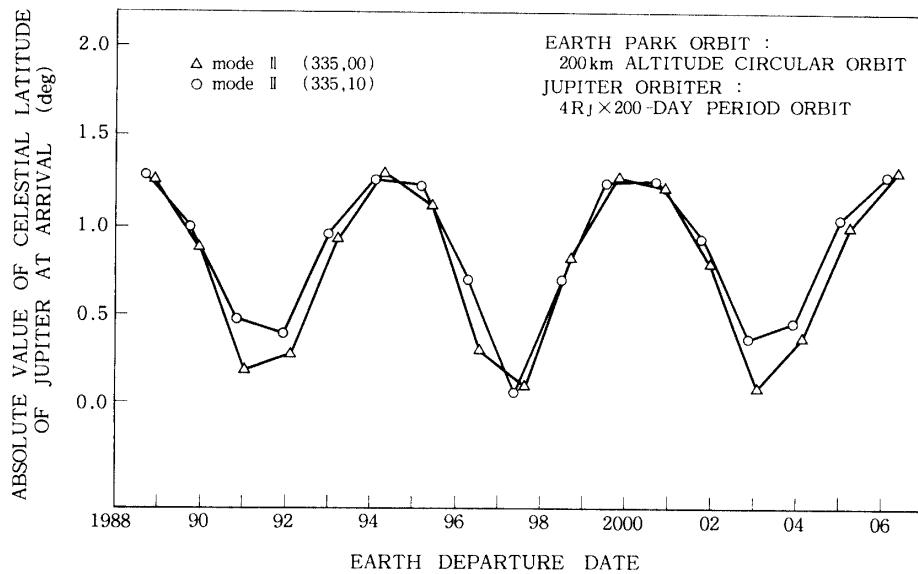


図 3-14 地球出発日に対する木星黄緯の絶対値の変化

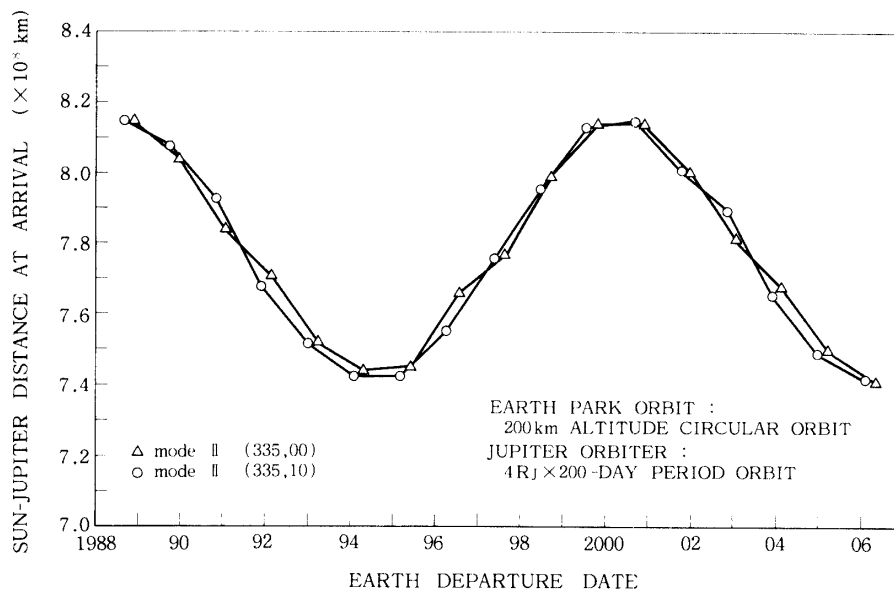


図 3-15 地球出発日に対する太陽木星間距離の変化

km/s の範囲にある。また、全速度増分は、mode II (335, 00) 軌道と mode II (335, 10) 軌道でわずかに異なり、循環周期内の 11 回の打ち上げ時機のうち 7 回は mode II (335, 00) 軌道の方が、mode II (335, 10) 軌道より低い値となっている。したがって、全速度増分で評価する限り、打ち上げ時機によっては mode II (335, 00) 軌道の方がわずかに有利である。

さて、地球出発日ごとに全速度増分が異なる原因には、木星到着時での木星黄緯と太陽木星間距離が考えられるが、それらの地球出発日に対する変化は図 3-14 と図 3-15 のようになる。ここで図 3-14 の木星黄緯は、その絶対値で表わしてある。

図 3-12 と図 3-14 および図 3-15 との比較から、全速度増分は木星黄緯の変化の影響を強く受け、太陽木星間距離の変化には依存しないことがわかる。

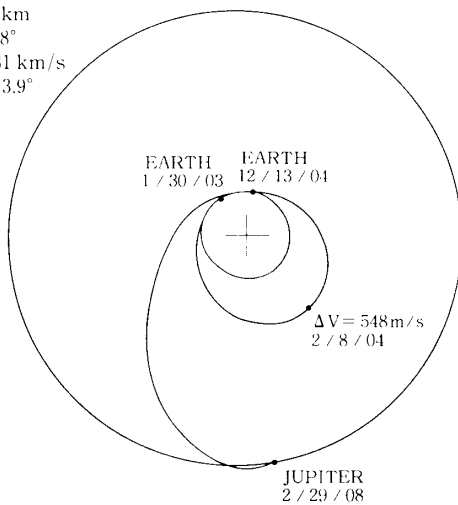
図 3-13 は、地球回帰軌道の中間インパルス点での速度増分が地球出発日に対して変化する様子を示すが、これと図 3-14、図 3-15 とを比較すれば、それは木星黄緯の変化と太陽木星間距離の変化の両方に依存していることが理解できる。

表 3-5 と表 3-6 は、それぞれ mode II (335, 00) 軌道と mode II (335, 10) 軌道の軌道性能を示す。それによると、mode II (335, 10) 軌道の地球出発日は、mode II (335, 00) 軌道のそれよりつねに約 80 日前にあり、またこれらの軌道の地球遭遇日は、表 3-1 に示す直接軌道での地球出発日に対して、mode II (335, 00) 軌道でその前 30 日以内に、また mode II (335, 10) 軌道でその後 30 日以内にある。

地球からの打ち上げは、 $C_3=25\sim30\text{ km}^2/\text{s}^2$ のエネルギーで行なわれ、探査機は約 2 年の飛行時間をもつ地球回帰軌道に投入される。その後、太陽から約 2 AU、出発方向からの移行角が約 180° となる遠日点付近に達した所で $500\sim800\text{ m/s}$ の減速を行ない、再び地球にもどる軌道に乗る。地球回帰軌道が type 2 の場合、探査機はその近日点に達する前に地球と遭遇することになるが、このときの軌道を黄道面に投影すれば図 3-16 のようになる。この mode II (335, 00) 軌道では、探査機は $8.8\sim10.1\text{ km/s}$ の相対速度で、また地球から太陽を望む方向に対して $19\sim26^\circ$ の角度で地球の影響圏に進入し、ほとんどが地球表面へ 200 km まで最接近するスウィングバイ軌道を経て、その影響圏を脱出し、地球木星間軌道に乗る。したがって、この軌道での近日点は地球スウィングバイ後の地球木星間軌道で実現され、 $0.98\sim1.01\text{ AU}$ である。また、地球木星間軌道はつねに移行角が 180° 以上の type 2 軌道になる。

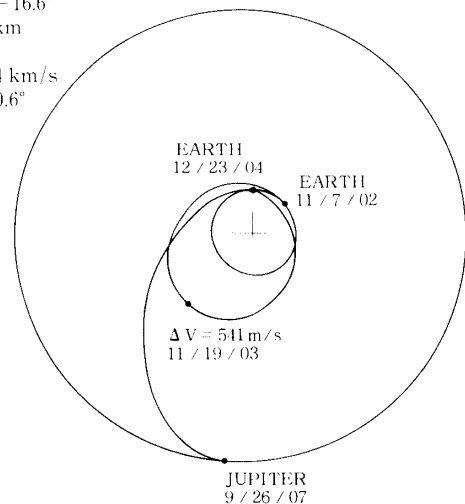
一方、地球回帰軌道が type 3 の場合、探査機はその近日点通過後に地球と遭遇することになるが、このときの軌道を黄道面に投影すれば図 3-17 のようになる。この mode II (335,

$C_3=25.5\text{ km}^2/\text{s}^2$
 $\text{DECD}=-14.5^\circ$
 $h_k=200\text{ km}$
 $\theta_k=181.8^\circ$
 $V_{\infty J}=5.81\text{ km/s}$
 $\text{DECA}=3.9^\circ$



2003 2 Δ VEGA-Jupiter trajectory

$C_3=27.4\text{ km}^2/\text{s}^2$
 $\text{DECD}=-16.6^\circ$
 $h_k=495\text{ km}$
 $\theta_k=14.2^\circ$
 $V_{\infty J}=5.64\text{ km/s}$
 $\text{DECA}=0.6^\circ$



2002 2 Δ VEGA-Jupiter trajectory

図 3-16 mode II (335,00) ; type(2,2) 軌道

図 3-17 mode II (335,10) ; type(3,1) 軌道

10) 軌道では、探査機は $9.1 \sim 10.4 \text{ km/s}$ の相対速度で、また地球から太陽を望む方向に対して $153 \sim 159^\circ$ の角度で地球の影響圏に進入し、地球表面へ $500 \sim 600 \text{ km}$ まで最接近するスウィングバイ軌道を経て、その影響圏を脱出し、地球木星間軌道に乗る。したがって、この軌道での近日点は地球回帰軌道で実現され、 $0.87 \sim 0.92 \text{ AU}$ である。また、地球木星間軌道はつねに移行角が 180° 以下の type 1 軌道になる。

これらの軌道で、地球スウィングバイ時の速度増分と地球木星間軌道の中間インパルス点での速度増分は縮退して 0 m/s となっているが、これは地球と木星の相対位置関係が適切であることと、地球スウィングバイによって木星へ到達するのに十分な加速がなされることによっている。したがって、地球スウィングバイ軌道は制限高度 (200 km) 以上の最接近高度をもつ非推力スウィングバイ軌道になり、また地球木星間軌道は楕円弾道軌道となる。

探査機は、 $900 \sim 1190$ 日の飛行の後、木星に到着するが、そのときの相対速度 $V_{\infty J}$ は $5.4 \sim 6.3 \text{ km/s}$ である。

地球出発から木星到着までの飛行時間は、いずれの軌道でもほぼ同一で、 $4.5 \sim 5.2$ 年になる。

表3-5(a) mode II (335,00)軌道の軌道性能

Launch year	1991	1992	1993	1994	1995
Parameter					
Earth departure date	1/26/91	2/20/92	3/23/93	4/29/94	6/ 7/95
C_3 (km ² /s ²)	25.5	25.6	26.1	26.6	26.9
DECD(deg)	-13.3	-20.1	-23.4	-18.2	-5.6
Ψ_{MB} (deg)	181.0	180.8	179.2	180.5	179.9
Maneuver date	2/ 6/92	3/ 5/93	4/ 2/94	5/14/95	6/14/96
ΔV_M (m/s)	554	544	621	665	647
Ψ_{MA} (deg)	130.5	131.3	130.2	128.2	129.7
Earth encounter date	12/ 9/92	1/ 3/94	2/ 1/95	3/ 7/96	4/16/97
ξ_A (deg)	25.2	25.8	23.9	23.1	23.7
θ (deg)	231.5	256.4	287.7	324.0	1.9
ϕ (deg)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$V_{\infty E}$ (km/s)	8.95	8.89	9.35	9.62	9.56
h_E (km)	200	313	317	208	206
θ_E (deg)	183.6	170.5	157.1	153.6	156.4
Jupiter arrival date	3/ 4/96	10/26/96	11/15/97	1/11/99	2/28/00
ξ_A (deg)	-77.1	-91.1	-87.1	-79.5	-75.8
θ (deg)	169.1	202.8	232.2	262.6	296.6
ϕ (deg)	3.6	0.8	-2.8	-5.0	-6.3
$V_{\infty J}$ (km/s)	5.80	5.76	5.95	6.15	6.17
DECA(deg)	4.1	2.4	-0.7	-2.9	-4.8
r_P (AU)	0.980	0.980	0.978	0.984	0.996
ΔV_{PL} (m/s)	554	544	621	665	647
ΔV_i (m/s) ¹	775	767	804	843	849
ΔV_T (km/s) ^{1,2}	5.656	5.644	5.778	5.879	5.882
T_J (days)	1864	1711	1698	1718	1726

1) $4 R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

表 3 - 5 (b) mode II (335,00) 軌道の軌道性能

Launch year	1996	1997	1998	1999	2000
Parameter					
Earth departure date	7/22/96	8/18/97	9/22/98	10/27/99	11/27/00
C_3 (km ² /s ²)	26.9	26.7	26.5	26.1	25.8
DECD(deg)	11.1	19.0	23.4	19.3	9.5
Ψ_{MB} (deg)	181.1	181.6	181.9	180.9	180.2
Maneuver date	7/26/97	8/21/98	9/24/99	10/25/00	11/26/01
ΔV_M (m/s)	573	575	704	749	712
Ψ_{MA} (deg)	131.4	130.5	125.0	123.7	125.2
Earth encounter date	6/ 3/98	6/29/99	7/28/00	8/31/01	10/ 4/02
ξ_A (deg)	25.6	25.3	21.2	19.7	20.4
θ (deg)	46.1	71.8	104.0	138.1	170.2
ϕ (deg)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$V_{\infty E}$ (km/s)	9.17	9.18	9.86	10.05	9.83
h_E (km)	200	200	200	200	200
θ_E (deg)	173.7	184.6	199.0	200.9	199.8
Jupiter arrival date	7/27/01	2/18/02	4/30/03	9/13/04	11/21/05
ξ_A (deg)	-66.5	-89.1	-89.5	-83.3	-82.6
θ (deg)	333.0	13.0	48.8	81.0	113.2
ϕ (deg)	-3.9	-1.9	2.1	3.8	5.2
$V_{\infty J}$ (km/s)	6.22	5.61	5.49	5.46	5.50
DECA (deg)	-3.8	-3.2	-0.1	1.7	3.8
r_p (AU)	1.010	1.012	1.000	0.988	0.982
ΔV_{PL} (m/s)	573	575	704	749	712
ΔV_I (m/s) ¹⁾	859	740	716	712	719
ΔV_T (km/s) ^{1), 2)}	5.818	5.693	5.790	5.813	5.769
T_J (days)	1831	1645	1683	1782	1820

1) $4 R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

表 3 - 5 (c) mode II (335,00) 軌道の軌道性能

Launch year	2001	2003	2004	2005	2006
Parameter					
Earth departure date	12/28/01	1/30/03	2/24/04	3/28/05	5/ 4/06
C_3 (km ² /s ²)	25.5	25.5	25.7	26.1	26.6
DECD(deg)	-2.5	-14.7	-20.8	-23.2	-17.0
Ψ_{MB} (deg)	182.6	181.0	180.4	181.1	179.7
Maneuver date	1/11/03	2/10/04	3/ 7/05	4/15/06	5/16/07
ΔV_M (m/s)	627	548	558	631	669
Ψ_{MA} (deg)	126.0	130.9	131.2	128.3	128.7
Earth encounter date	11/ 8/03	12/13/04	1/ 6/06	2/ 6/07	3/12/08
ξ_A (deg)	22.7	25.4	25.4	23.7	23.0
θ (deg)	202.4	235.5	260.2	292.9	328.6
ϕ (deg)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
V_{∞} (km/s)	9.35	8.91	8.97	9.40	9.65
h_E (km)	200	200	534	202	200
θ_E (deg)	194.6	181.8	168.4	156.0	153.3
Jupiter arrival date	1/11/07	2/28/08	11/ 3/08	11/26/09	1/ 9/11
ξ_A (deg)	-81.2	-77.5	-90.0	-85.7	-79.8
θ (deg)	143.8	173.3	206.6	236.1	267.3
ϕ (deg)	5.4	3.3	0.3	-3.3	-5.3
V_{∞} (km/s)	5.60	5.81	5.79	5.98	6.15
DECA(deg)	4.9	3.9	2.0	-1.1	-3.3
r_p (AU)	0.981	0.980	0.979	0.979	0.985
ΔV_{PL} (m/s)	627	548	558	631	669
ΔV_I (m/s) ¹	739	776	773	811	843
ΔV_T (km/s) ^{1,2}	5.692	5.652	5.666	5.794	5.886
T_f (days)	1840	1855	1714	1704	1711

1) $4 R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

表 3 - 6 (a) mode II (335,10) 軌道の軌道性能

Launch year Parameter	1990	1991	1993	1994	1995
Earth departure date	11/ 2/90	12/ 8/91	1/ 8/93	2/ 9/94	3/17/95
C_3 (km ² /s ²)	27.4	27.1	27.2	27.4	27.8
DECD(deg)	17.8	6.0	-6.9	-17.7	-23.3
Ψ_{MB} (deg)	183.2	181.6	181.1	180.8	179.1
Maneuver date	11/22/91	12/24/92	1/30/94	3/ 7/95	4/ 7/96
ΔV_M (m/s)	558	565	628	626	612
Ψ_{MA} (deg)	225.3	227.4	230.6	230.6	231.2
Earth encounter date	12/20/92	1/25/94	3/ 1/95	4/ 1/96	5/ 7/97
ξ_A (deg)	154.3	155.0	157.1	157.1	156.5
θ (deg)	113.8	149.3	182.3	214.3	249.9
ϕ (deg)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$V_{\infty E}$ (km/s)	9.21	9.24	9.62	9.62	9.59
h_E (km)	475	683	672	749	524
θ_E (deg)	16.3	341.2	334.2	334.5	335.4
Jupiter arrival date	9/18/95	12/30/96	12/ 5/97	10/ 9/98	10/29/99
ξ_A (deg)	-96.6	-83.7	-85.3	-92.2	-91.2
θ (deg)	175.1	200.8	232.3	267.0	301.2
ϕ (deg)	-0.7	6.9	7.5	6.0	4.2
$V_{\infty J}$ (km/s)	5.63	5.88	6.03	6.05	5.99
DECA(deg)	-0.1	8.4	9.6	8.1	5.5
r_p (AU)	0.894	0.886	0.874	0.878	0.887
ΔV_{PL} (m/s)	558	565	628	626	612
ΔV_I (m/s) ¹⁾	744	791	819	824	813
ΔV_T (km/s) ^{1), 2)}	5.708	5.750	5.845	5.854	5.846
T_J (days)	1781	1849	1792	1703	1687

1) $4 R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

表3-6(b) mode II (335,10) 軌道の軌道性能

Launch year	1996	1997	1998	1999	2000
Parameter					
Earth departure date	4/23/96	5/30/97	7/ 2/98	8/10/99	9/11/00
C_3 (km ² /s ²)	28.1	28.5	28.7	29.1	28.8
DECD(deg)	-19.5	-8.4	3.8	16.8	22.9
Ψ_{MB} (deg)	179.1	180.8	181.5	181.0	181.4
Maneuver date	5/14/97	6/23/98	7/25/99	8/25/00	9/26/01
ΔV_M (m/s)	563	547	588	711	735
Ψ_{MA} (deg)	228.7	225.9	226.7	231.7	232.5
Earth encounter date	6/12/98	7/19/99	8/21/00	10/ 2/01	11/ 5/02
ξ_A (deg)	154.6	153.6	154.5	157.8	158.6
θ (deg)	286.2	321.9	353.8	31.2	63.4
ϕ (deg)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$V_{\infty E}$ (km/s)	9.33	9.25	9.50	10.21	10.32
h_E (km)	500	887	256	519	560
θ_E (deg)	343.0	1.7	15.1	24.8	26.7
Jupiter arrival date	12/20/00	1/31/02	2/ 9/03	6/28/04	9/20/05
ξ_A (deg)	-89.1	-91.9	-100.9	-92.7	-89.9
θ (deg)	336.6	14.4	53.9	84.9	116.1
ϕ (deg)	1.3	-3.4	-5.7	-6.1	-4.7
$V_{\infty J}$ (km/s)	5.81	5.63	5.61	5.47	5.47
DECA(deg)	1.3	-4.8	-7.9	-8.2	-6.2
r_p (AU)	0.905	0.916	0.912	0.888	0.877
ΔV_{PL} (m/s)	563	547	588	711	735
ΔV_i (m/s) ¹	778	743	740	713	715
ΔV_T (km/s) ^{1,2}	5.776	5.739	5.789	5.898	5.912
T_J (days)	1702	1707	1683	1775	1836

1) $4 R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

表 3 - 6 (c) mode II (335,10)軌道の軌道性能

Launch year Parameter	2001	2002	2003	2005	2006
Earth departure date	10/ 9/01	11/ 7/02	12/12/03	1/14/05	2/14/06
C_3 (km ² /s ²)	28.1	27.4	27.1	27.3	27.5
DECD (deg)	22.4	16.6	4.5	-9.2	-19.0
Ψ_{MB} (deg)	183.1	181.8	182.3	180.1	179.0
Maneuver date	10/29/02	11/19/03	12/31/04	2/ 2/06	3/ 5/07
ΔV_M (m/s)	652	541	572	650	627
Ψ_{MA} (deg)	228.6	225.9	227.2	232.3	232.3
Earth encounter date	11/30/03	12/23/04	1/29/06	3/ 7/07	4/ 6/08
ξ_A (deg)	156.8	153.8	155.2	157.8	157.1
θ (deg)	90.5	117.9	153.2	188.3	219.5
ϕ (deg)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$V_{\infty E}$ (km/s)	9.80	9.11	9.28	9.75	9.64
h_E (km)	491	495	566	645	682
θ_E (deg)	23.7	14.2	339.6	332.6	333.9
Jupiter arrival date	9/22/06	9/26/07	12/20/08	12/24/09	10/15/10
ξ_A (deg)	-94.3	-95.7	-84.6	-82.9	-91.4
θ (deg)	148.3	178.9	205.3	236.0	271.4
ϕ (deg)	-2.9	-0.3	7.2	7.6	5.9
$V_{\infty J}$ (km/s)	5.53	5.64	5.89	6.08	6.05
DECA (deg)	-3.3	0.6	8.9	9.7	7.9
r_p (AU)	0.884	0.896	0.885	0.871	0.878
ΔV_{PL} (m/s)	652	541	572	650	627
ΔV_I (m/s) ¹⁾	725	746	794	830	824
ΔV_T (km/s) ^{1), 2)}	5.810	5.690	5.758	5.883	5.860
T_J (days)	1809	1784	1836	1805	1704

1) $4 R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

3-5 mode II (345)軌道

この軌道は、地球から火星スウィングバイを経て、木星に達するもので、ここではとくに地球火星間軌道と火星木星間軌道に type 1 軌道のみを利用する mode II (345, 00) ; type (1, 1) 軌道について解析する。

打ち上げエネルギーの観点から、mode II (345)軌道の存在の可能性は、火星スウィングバイを利用することもある地球火星間軌道の存在と深く係っている。したがって、mode II (345)軌道の解析には地球火星間軌道の特性を知った上で臨むことが有益であるから、以下にその要点を文献 [35] と [36] から引用してまとめておく。

3-5-1 地球火星間軌道の特性

打ち上げエネルギー C_3 が $9 \sim 28 \text{ km}^2/\text{s}^2$ と比較的小さくなる地球火星間軌道は、地球と火星の会合周期 (779.9 日) ごとに存在し、ほぼ 15 年を周期として類似した軌道性能をもつ軌道が出現する。これは黄道座標系に対する地球と火星の絶対的な配置関係が、約 15 年周期 (循環周期という) で繰り返されることのあらわれである。

またこの軌道での飛行時間は、type 1-class 1 軌道*で $140 \sim 280$ 日、type 1-class 2 軌道*で $180 \sim 290$ 日であって、火星接近時の相対速度は $2.4 \sim 10.0 \text{ km/s}$ になる。

3-5-2 軌道解析の手法

以上の事実にもとづいて mode II (345, 00) ; type (1, 1) 軌道の解析に入るが、ここではこの軌道の生成と最適化に必要な独立変数の初期値の求め方について述べる。

ここで求める地球火星間軌道は、それに続く火星スウィングバイによって探査機の日心速度を増加するものでなければならないから、それには、火星遭遇時の相対速度の方向が

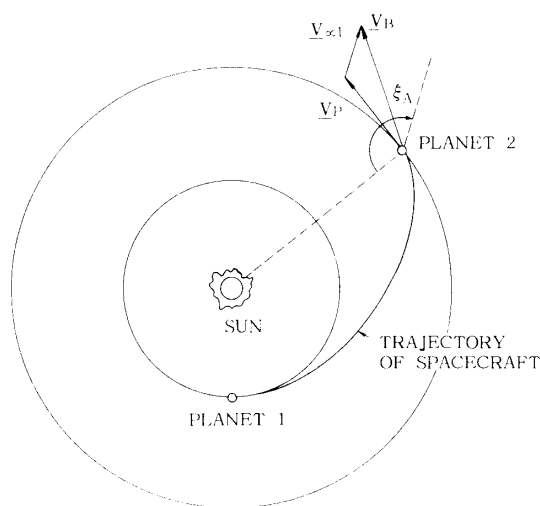


図 3-18 相対速度が惑星太陽線分となす角 ξ_A の定義

* type 1 軌道のなかには、地球出発日と打ち上げエネルギー C_3 が同一でありながら飛行時間が異なる二つの軌道が存在するが、飛行時間の短い方を class 1, 長い方を class 2 と称している。また、type 2 軌道についても同様である。[35]

重要である。火星遭遇時の相対速度が火星から太陽を望む方向に対してなす角を ξ_A (図 3-18 参照) で表示すると、この ξ_A と火星スウィングバイの後生成される軌道の遠日点距離 r_a との間には、図 3-19 に示すような関係がある。

ここで地球出発日は固定し、飛行時間を 65～100 日の範囲で動かしている。

木星の公転軌道の平均半径は 5.2 AU であるから、この値を実現するには、 ξ_A は約 175° であればよいことがわかる。したがって、地球火星間軌道を求めるに当り、 ξ_A が約 180° になる軌道という条件を課すことができ、その結果、得られた軌道は表 3-7 のようである。

地球火星間軌道に共通する特性は、打ち上げエネルギー C_3 が $40\sim 75 \text{ km}^2/\text{s}^2$ であって、比較的大きく、また火星接近相対速度も $10\sim 16 \text{ km/s}$ の値をもつ。火星は地球や金星に比べ重力場の強さもそれらの $1/2$ 以下と小さいため、スウィングバイの対象としては魅力にとぼしい。その様子は図 3-20 に示す通りである。この図から火星接近相対速度が $10\sim 16 \text{ km/s}$ の場合、相対速度方向の回転は $5\sim 12^\circ$ が可能であるが、それ以上の回転を必要とする場合には推力スウィングバイによらねばならないことがわかる。

次に、表 3-7 に示した地球火星間軌道に接続する火星木星間軌道を求める。

火星木星間軌道の火星出発日は、地球火星間軌道での火星到着日に固定してよいから、火星木星間軌道は、その飛行時間を 650～1500 日の範囲で黄金分割しながら変化させ、木星接近時の相対速度 $V_{\infty J}$ が最小になる軌道として求められる。表 3-8 は、こうして得られた火星木星間軌道を示すが、この表と表 3-7 とから次のようなことがわかる。

火星からの離脱相対速度とその方向を示す角 ξ_D は、それぞれ $7\sim 22 \text{ km/s}$, $0^\circ\sim 180^\circ$ と広範囲にわたっている。また、火星への接近相対速度とそれからの離脱相対速度の方向を示す角 ξ_A と ξ_D の差は、火星スウィングバイ時に要求される回転角 ϕ_T に近い値で、 0° から 180° にわたるため、非推力スウィングバイ軌道が可能な場合と推力スウィングバイによらね

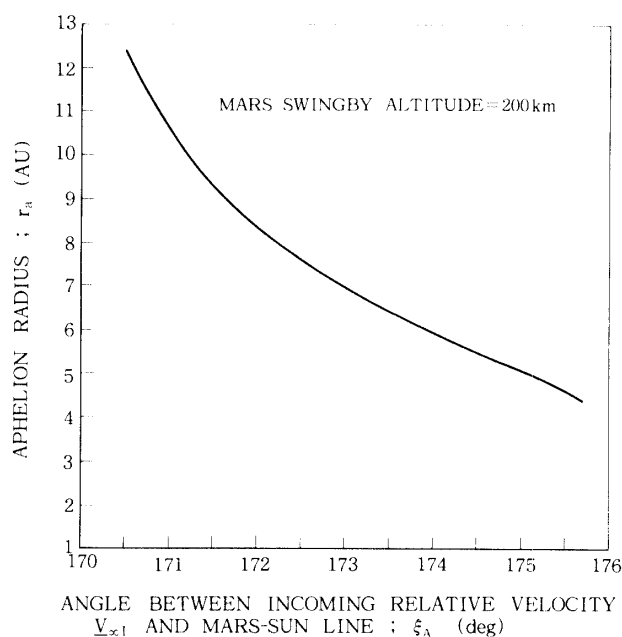


図 3-19 ξ_A と遠日点距離の関係

表3-7 火星での ξ_A がほぼ180°となる地球火星間軌道(type 1)

Cycle	Earth departure		Mars arrival		
	date	C_3 (km ² /s ²)	date	V_{∞} (km/s)	ξ_A (deg)
1	12/ 2/79	48.8	4/ 2/80	13.3	179
	1/20/82	54.3	5/ 2/82	14.9	177
	3/10/84	60.3	6/ 3/84	15.5	177
	4/29/86	48.1	7/20/86	13.6	179
	6/17/88	57.0	9/23/88	11.0	177
	8/ 6/90	71.7	12/ 4/90	10.8	175
	9/24/92	63.4	2/ 2/93	11.6	177
2	11/13/94	50.6	3/20/95	12.8	180
	1/ 1/97	50.6	4/21/97	14.3	178
	2/19/99	59.4	5/21/99	15.5	177
	4/ 9/01	53.3	6/29/01	14.7	178
	5/29/03	49.6	8/27/03	11.8	179
	7/17/05	69.0	11/ 6/05	10.7	176
	9/ 5/07	69.0	1/12/08	11.2	176
3	10/24/09	54.9	3/ 4/10	12.3	179
	12/13/11	48.8	4/ 9/12	13.7	178
	1/31/14	55.9	5/ 9/14	15.1	177
	3/21/16	58.1	6/12/16	15.3	178
	5/10/18	46.8	8/ 2/18	12.9	180
	6/27/20	62.3	10/ 9/20	10.8	177
	8/16/22	72.4	12/18/22	10.9	176
4	10/ 4/24	60.8	2/13/25	11.8	178
	11/23/26	49.4	3/28/27	13.1	179
	1/11/29	51.9	4/27/29	14.6	177
	3/ 2/31	59.3	5/29/31	15.5	177
	4/20/33	49.7	7/10/33	14.1	179
	6/ 9/35	53.8	9/11/35	11.4	178
	7/28/37	72.1	11/21/37	10.7	176

表 3-8 木星での $V_{\infty J}$ が最小となる火星木星間軌道

Cycle	Mars departure			Jupiter arrival	
	date	$V_{\infty o}$ (km/s)	ξ_D (deg)	date	$V_{\infty J}$ (km/s)
1	4/ 2/80	21.1	188	7/ 6/83	7.4
	5/ 2/82	18.8	178	2/ 9/85	6.2
	6/ 3/84	14.7	169	1/25/87	5.5
	7/20/86	10.8	157	3/20/89	5.1
	9/23/88	8.2	147	8/13/91	4.7
	12/ 4/90	7.3	136	1/12/94	4.4
	2/ 2/93	7.0	119	3/29/96	4.2
2	3/20/95	6.4	87	7/13/98	4.3
	4/21/97	7.3	49	4/18/00	4.5
	5/21/99	10.6	18	4/24/02	5.0
	6/29/01	14.3	3	6/ 3/04	5.6
	8/27/03	16.4	3	8/20/06	5.7
	11/ 6/05	16.2	8	10/25/08	5.5
	1/12/08	16.4	6	11/ 1/10	5.8
3	3/ 4/10	18.6	-4	2/21/12	6.6
	4/ 9/12	22.7	-16	9/ 3/14	8.0
	5/ 9/14	14.2	157	5/ 3/23	10.8
	6/12/16	14.7	158	6/ 9/24	10.7
	8/ 2/18	13.1	153	4/12/26	10.3
	10/ 9/20	9.6	145	12/10/28	9.4
	12/18/22	10.7	150	9/27/30	9.0
4	2/13/25	13.1	162	10/ 9/31	8.6
	3/28/27	20.9	187	11/22/30	7.8
	4/27/29	20.0	183	2/28/32	6.6
	5/29/31	16.2	172	1/21/34	5.7
	7/10/33	12.1	161	2/27/36	5.2
	9/11/35	9.1	152	7/ 5/38	4.8
	11/21/37	7.8	142	12/12/40	4.5

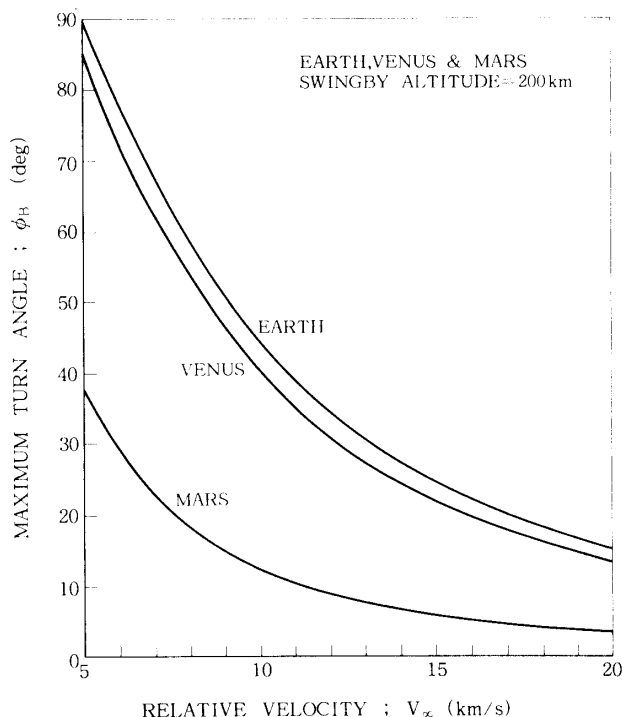


図 3-20 相対速度と最大回転角の関係

ばならない場合とがあることをうかがわせる。

mode II (345, 00) ; type (1, 1) 軌道の生成とその最適化に必要な独立変数は、地球出発日、火星遭遇日、木星到着日に加えて、地球火星間軌道と火星木星間軌道での中間インパルスの日時、火星スウィングバイ時での B 平面角と最接近高度、さらに火星および木星接近時での相対速度の 3 成分であって、全部で 13 個である。

このうち地球出発日、火星遭遇日、木星到着日、そして火星および木星への接近相対速度の 3 成分には、表 3-7 と表 3-8 に得た地球火星間軌道と火星木星間軌道での値を用いる。そして、残る独立変数の初期値は、次のように定める。

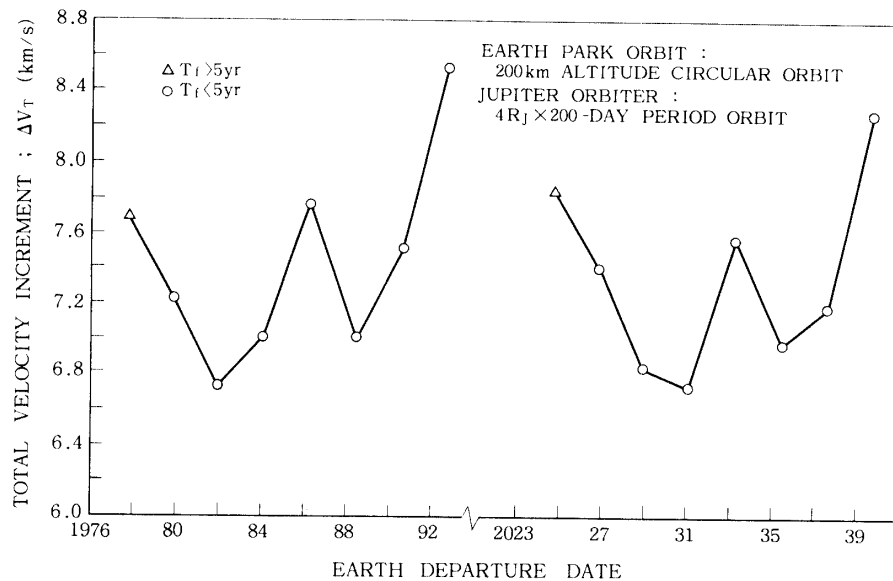
まず地球火星間軌道と火星木星間軌道での中間インパルスの日時であるが、それは任意に選んでよいので、それぞれ火星遭遇日および木星到着日の 50 日前に設定する。

また、火星スウィングバイ時の独立変数のうち火星への最接近高度は、その下限値である 200 km に設定し、B 平面角は mode II (335, 10) 軌道の場合と同じ理由で 0° とする。

こうして 13 個の独立変数の初期値が準備できたので、mode II (345, 00) ; type (1, 1) 軌道の最適化を実施する。以下では、その結果、得られた最適軌道の一般的特性について述べる。

3-5-3 最適軌道の特性

図 3-21 は地球出発日に対する全速度増分 ΔV_T の変化を示すが、ここではとくにそれが 9.0 km/s 以下になる場合のみを示した。

図 3-21 地球出発日に対する ΔV_T の変化

ここで全速度増分 ΔV_T とは、地球周回軌道からの離脱に要する速度増分、地球火星間軌道と火星木星間軌道の間インパルス点での速度増分、火星スウィングバイ時の速度増分、および木星周回軌道への投入に要する速度増分の総和である。

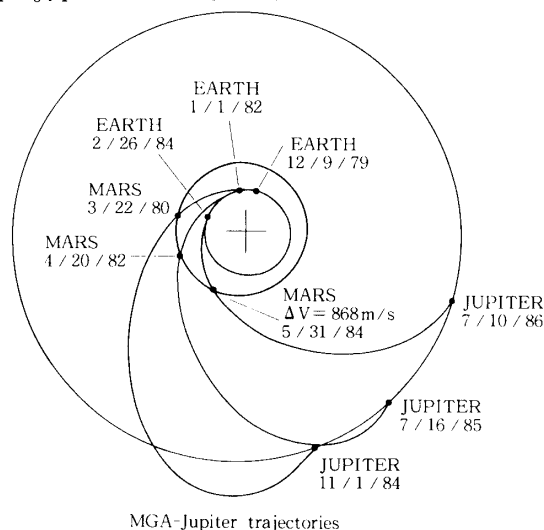
さらに全速度増分 ΔV_T が 8.0 km/s 以下で、かつ飛行時間が約 5 年以下になる軌道の黄道面投影図と軌道性能を示せば、図 3-22、図 3-23 と表 3-9 のようになる。これらの図と表には、比較のため過去 7 年前にさかのぼって 1979 年、1982 年、1984 年の 3 回の打ち上げ時機での軌道とその性能も示した。

図 3-22 と図 3-23 を見てわかるように、mode II (345, 00) ; type (1, 1) 軌道の地球火星間軌道と火星木星間軌道はいずれも中間インパルス点での速度増分が 0 m/s になる楕円弾道軌道に縮退している。これは、各惑星間を楕円弾道軌道で結び、火星スウィングバイ時の軌道に必要な応じて非推力、もしくは推力スウィングバイ軌道を利用するのが最適であるとの帰結による。

また、図 3-21 から図 3-23 と表 3-9 とから明らかなように、mode II (345, 00) ; type (1, 1) 軌道の特性は 17157.5 日 (47.0 年) で類似したものになっている。これは、黄道座標系に対する地球、火星、木星の絶対的な配置関係が 47.0 年で繰り返すことを意味し、したがって 47.0 年はこの軌道の循環周期と考えられる。これは次のような事からも支持される。すなわち、この循環周期は、また、地球と火星の会合周期 779.9 日と火星と木星の会合周期 816.5 日との共鳴周期と考えられるが、その場合、地球と火星の 22 会合周期 (17157.8 日) と火星と木星の 21 会合周期 (17146.5 日) とがほぼ一致して 47.0 年が得られることによる。

図 3-21 と表 3-9 から、mode II (345, 00) ; type (1, 1) 軌道による打ち上げの機会はいわゆる少なく、表 3-7 の cycle 1 の約 10 年間に 6 回の機会が存在した後は、2 サイクル後

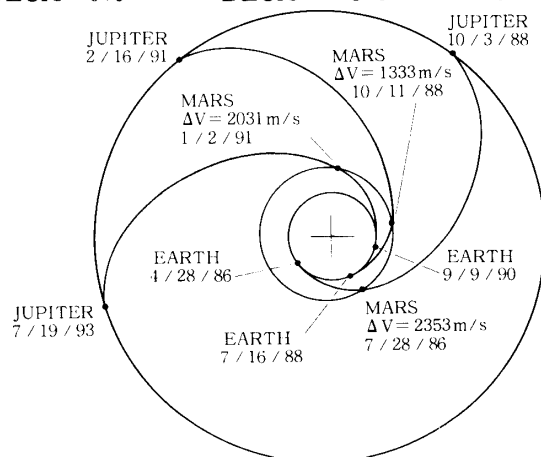
1979 Mission	1982 Mission	1984 Mission
$C_3=71.5 \text{ km}^2/\text{s}^2$	$C_3=66.2 \text{ km}^2/\text{s}^2$	$C_3=51.8 \text{ km}^2/\text{s}^2$
DECD=13.8°	DECD=-5.0°	DECD=-22.0°
$h_M=200 \text{ km}$	$h_M=200 \text{ km}$	$h_M=200 \text{ km}$
$\theta_M=12.8^\circ$	$\theta_M=-3.7^\circ$	$\theta_M=-14.1^\circ$
$V_{\infty J}=7.42 \text{ km/s}$	$V_{\infty J}=6.04 \text{ km/s}$	$V_{\infty J}=5.92 \text{ km/s}$
DECA=0.4°	DECA=3.2°	DECA=3.8°



MGA-Jupiter trajectories

図 3-22 (a) mode II (345,00) ; type(1,1)軌道

1986 Mission	1988 Mission	1990 Mission
$C_3=34.4 \text{ km}^2/\text{s}^2$	$C_3=43.4 \text{ km}^2/\text{s}^2$	$C_3=39.0 \text{ km}^2/\text{s}^2$
DECD=-31.0°	DECD=1.2°	DECD=28.2°
$h_M=200 \text{ km}$	$h_M=200 \text{ km}$	$h_M=200 \text{ km}$
$\theta_M=-12.0^\circ$	$\theta_M=3.1^\circ$	$\theta_M=12.9^\circ$
$V_{\infty J}=5.52 \text{ km/s}$	$V_{\infty J}=5.19 \text{ km/s}$	$V_{\infty J}=4.86 \text{ km/s}$
DECA=0.9°	DECA=-3.5°	DECA=-3.1°



MGA-Jupiter trajectories

図 3-22 (b) mode II (345,00) ; type(1,1)軌道

2026 Mission	2029 Mission	2031 Mission
$C_3=74.7 \text{ km}^2/\text{s}^2$	$C_3=65.7 \text{ km}^2/\text{s}^2$	$C_3=64.4 \text{ km}^2/\text{s}^2$
$\text{DECD}=14.6^\circ$	$\text{DECD}=-1.1^\circ$	$\text{DECD}=-19.7^\circ$
$h_M=265 \text{ km}$	$h_M=203 \text{ km}$	$h_M=200 \text{ km}$
$\theta_M=20.7^\circ$	$\theta_M=-2.9^\circ$	$\theta_M=-16.6^\circ$
$V_{\infty J}=7.68 \text{ km/s}$	$V_{\infty J}=6.57 \text{ km/s}$	$V_{\infty J}=6.31 \text{ km/s}$
$\text{DECA}=-0.2^\circ$	$\text{DECA}=2.7^\circ$	$\text{DECA}=3.9^\circ$

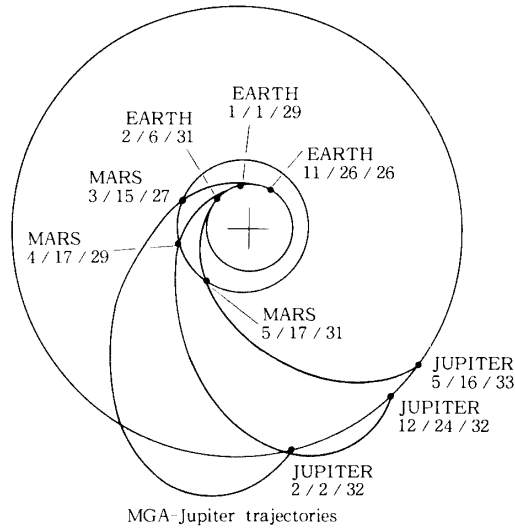


図 3-23 (a) mode II (345,00) ; type(1,1)軌道

2033 Mission	2035 Mission	2037 Mission
$C_3=39.8 \text{ km}^2/\text{s}^2$	$C_3=47.0 \text{ km}^2/\text{s}^2$	$C_3=45.1 \text{ km}^2/\text{s}^2$
$\text{DECD}=-31.3^\circ$	$\text{DECD}=-5.5^\circ$	$\text{DECD}=24.9^\circ$
$h_M=200 \text{ km}$	$h_M=200 \text{ km}$	$h_M=200 \text{ km}$
$\theta_M=-13.4^\circ$	$\theta_M=0.0^\circ$	$\theta_M=12.9^\circ$
$V_{\infty J}=5.68 \text{ km/s}$	$V_{\infty J}=5.34 \text{ km/s}$	$V_{\infty J}=5.01 \text{ km/s}$
$\text{DECA}=1.7^\circ$	$\text{DECA}=-2.8^\circ$	$\text{DECA}=-3.6^\circ$

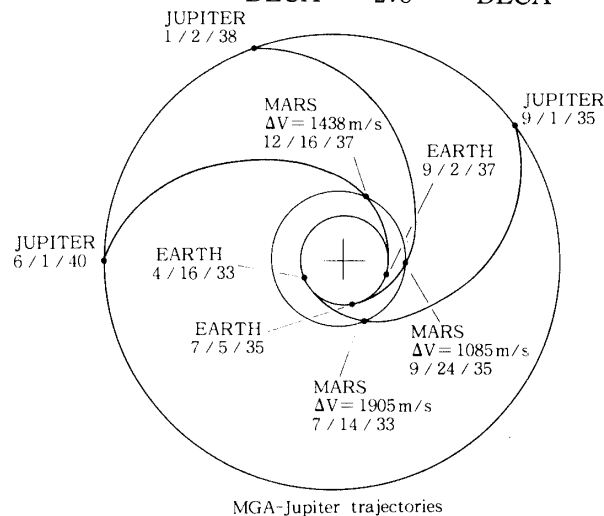


図 3-23 (b) mode II (345,00) ; type(1,1)軌道

の cycle 4 の約 10 年間に再び 6 回の機会が出現するまで存在しない。cycle 2 と cycle 3 の期間に、この軌道による打ち上げの機会が存在しないのは、存在してもこの期間では地球、火星、木星の相対的な配置関係が悪化するため、火星スウィングバイ時に過大な速度増分が必要になり、その結果、実現可能な全速度増分 (8 km/s 未満) を大きく超過することになって、打ち上げには適さないからである。

以上を総合すれば、エネルギー的に実現可能な範囲で、mode II (345, 00) ; type(1, 1) 軌道による打ち上げの機会、木星の 1 公転(11.9年)の間に 6 回存在した後、3 公転(35.6年)の間は存在せず、その後の 1 公転の間に再び 6 回の機会が出現するといえる。

mode II (345, 00) ; type(1, 1) 軌道による打ち上げの機会が存在しない約 36 年間でも、他の軌道タイプでの打ち上げの機会が存在する可能性はある。例えば、mode II (345, 00)

表 3-9(a) mode II (345,00);type(1,1)軌道の軌道性能

Launch year	1979	1982	1984	1986	1988	1990
Parameter						
Earth departure date	12/ 9/79	1/ 1/82	2/26/84	4/28/86	7/16/88	9/ 9/90
C_3 (km ² /s ²)	71.5	66.2	51.8	34.4	43.4	39.0
DECD(deg)	13.8	-5.0	-22.0	-31.0	1.2	28.2
Mars encounter date	3/22/80	4/20/82	5/31/84	7/28/86	10/11/88	1/ 2/91
ξ_A (deg)	176.7	177.1	177.2	183.8	184.5	185.0
θ (deg)	170.1	201.2	241.1	294.4	12.1	81.0
Φ (deg)	2.8	2.9	2.4	-0.9	-5.5	-3.4
V_{∞} (km/s)	15.77	16.26	15.48	11.79	10.02	8.93
h_M (km)	200	200	200	200	200	200
θ_M (deg)	12.8	-3.7	-14.1	-12.0	3.1	12.9
ϕ_M (deg)	5.3	5.0	5.5	9.1	12.3	15.1
ϕ_T (deg)	5.3	5.0	5.5	19.5	18.9	25.7
ΔV_s (m/s)	0	0	868	2353	1333	2031
V_{∞} (km/s)	15.77	16.26	15.76	12.62	10.62	9.96
Jupiter arrival date	11/ 1/84	7/16/85	7/10/86	10/ 3/88	2/16/91	7/19/93
ξ_A (deg)	-45.8	-66.2	-110.5	-106.0	-104.5	-106.9
θ (deg)	153.8	196.2	272.4	342.1	53.9	124.4
Φ (deg)	0.5	1.8	1.8	1.1	-1.3	-1.9
V_{∞} (km/s)	7.42	6.04	5.92	5.52	5.19	4.86
DECA(deg)	0.4	3.2	3.8	0.9	-3.5	-3.1
ΔV_{PI} (m/s)	0	0	868	2353	1333	2031
ΔV_I (m/s) ¹	1127	821	798	724	666	610
ΔV_T (km/s) ^{1,2}	7.223	6.725	7.032	7.766	7.044	7.512
T_f (days)	1789	1292	865	888	945	1044

1) $4 R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

軌道でも、地球火星間軌道と火星木星間軌道の軌道タイプの組み合わせから type (1, 1) 以外に type (1, 2), type (2, 1), type (2, 2) とする場合があり、これら全てを考慮すると打ち上げの機会は大幅に増加すると考えられる。図 3-24 と表 3-10 に、その一例である mode II (345, 00) ; type (2, 2) 軌道の黄道面投影図と軌道性能を示したが、いずれの場合も type (1, 1) とする軌道に比べ飛行時間が 1~2 年程度長くなることは否定できない。

表 3-9 に示した最適軌道の軌道性能から、次のような事がわかる。

地球からの打ち上げは、 $C_3=30\sim75\text{ km}^2/\text{s}^2$ のエネルギーで行なわれ、探査機は火星に向かう軌道に投入される。90~120 日の飛行の後、火星の影響圏に進入するが、そのときの相対速度 V_{∞} は 8.9~16.7 km/s で、またその方向は、火星から太陽を望む方向に対してなす角 ξ_A で 175~185° である。探査機はほとんどが火星表面へ 200 km まで最接近するスウィ

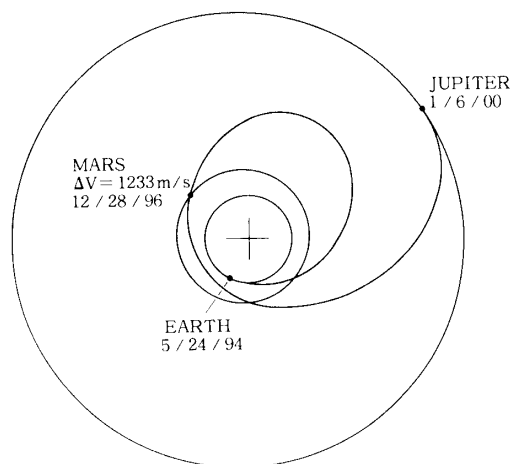
表 3 - 9 (b) mode II (345,00) ; type (1,1) 軌道の軌道性能

Launch year	2026	2029	2031	2033	2035	2037
Parameter						
Earth departure date	11/26/26	1/ 1/29	2/ 6/31	4/16/33	7/ 5/35	9/ 2/37
$C_3(\text{km}^2/\text{s}^2)$	74.4	65.7	64.4	39.8	47.0	45.1
DECD(deg)	14.6	-1.1	-19.7	-31.3	-5.5	24.9
Mars encounter date	3/15/27	4/17/29	5/17/31	7/14/33	9/24/35	12/16/37
ξ_A (deg)	176.5	176.8	176.6	182.5	176.3	184.3
θ (deg)	163.3	196.6	231.4	283.2	357.5	70.5
ϕ (deg)	2.4	3.1	2.6	-0.1	-5.2	-3.6
V_{∞} (km/s)	15.67	16.27	16.69	13.01	10.84	9.69
h_M (km)	265	203	200	200	200	200
θ_M (deg)	20.7	-2.9	-16.6	-13.4	0.0	12.9
ϕ_M (deg)	5.3	5.0	4.7	7.6	10.7	13.0
ϕ_T (deg)	5.3	5.0	4.7	15.3	15.7	20.2
ΔV_S (m/s)	0	0	0	1905	1085	1438
$V_{\infty O}$ (km/s)	15.67	16.27	16.69	13.65	11.31	10.38
Jupiter arrival date	2/ 2/32	12/24/32	5/16/33	9/ 1/35	1/ 2/38	6/ 1/40
ξ_A (deg)	-43.6	-56.6	-117.1	-107.5	-105.0	-107.6
θ (deg)	145.6	186.3	259.4	326.0	37.6	109.0
ϕ (deg)	0.2	1.6	1.7	1.3	-0.9	-2.0
$V_{\infty J}$ (km/s)	7.68	6.57	6.31	5.68	5.34	5.01
DECA(deg)	-0.2	2.7	3.9	1.7	-2.8	-3.6
ΔV_{PI} (m/s)	0	0	0	1905	1085	1438
ΔV_I (m/s) ¹	1189	933	877	754	692	635
ΔV_T (km/s) ^{1,2}	7.389	6.821	6.717	7.562	6.963	7.185
T_T (days)	1894	1452	830	868	912	1002

1) $4 R_J \times 200\text{-day}$ period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

$C_3=49.0 \text{ km}^2/\text{s}^2$
 $\text{DECD}=-19.8^\circ$
 $h_M=200 \text{ km}$
 $\theta_M=176.7^\circ$
 $V_{\infty J}=5.32 \text{ km/s}$
 $\text{DECA}=2.4^\circ$



1994 MGA-Jupiter trajectory

図 3-24 mode II (345,00) ; type (2,2) 軌道

表 3-10 mode II (345,00) ; type (2,2) 軌道の
軌道性能

Parameter	1994 Mission
Earth departure date	5/24/94
$C_3 (\text{km}^2/\text{s}^2)$	49.0
DECD(deg)	-19.8
Mars encounter date	12/28/94
$\xi_A (\text{deg})$	0.9
$V_{\infty J} (\text{km/s})$	12.6
$h_M (\text{km})$	200
$\theta_M (\text{deg})$	176.7
$\phi_B (\text{deg})$	8.1
$\phi_T (\text{deg})$	12.4
$\Delta V_s (\text{m/s})$	1233
$V_{\infty O} (\text{km/s})$	12.9
Jupiter arrival date	1/ 6/00
$\xi_A (\text{deg})$	-85.6
$V_{\infty J} (\text{km/s})$	5.32
DECA(deg)	2.4
$\Delta V_{PL} (\text{m/s})$	1233
$\Delta V_I (\text{m/s})^1$	688
$\Delta V_T (\text{km/s})^{1,2}$	7.181
$T_f (\text{days})$	2052

1) $4 R_J \times 200\text{-day}$ period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

ングバイ軌道を経て、その影響圏を脱出する。このとき推力スウィングバイとなる場合には、 $\Delta V_s = 800 \sim 2400 \text{ m/s}$ の速度増加が必要である。これは火星スウィングバイ時の接近相対速度と離脱相対速度の差、および相対速度方向の要求回転 ϕ_r の不足分とを同時に補うために行なうものである。

ところで、 C_3 と $V_{\infty I}$ 、および ΔV_s と ϕ_r はそれぞれ順相関関係にあるが、 C_3 と $V_{\infty I}$ に対して ΔV_s と ϕ_r は逆相関関係にある。これは探査機を火星木星間軌道へ送り込むのに必要なエネルギーを地球からの打ち上げ時に一挙に与えるか、あるいは地球からの打ち上げ時と火星スウィングバイ時とに分けて与えるかの違いを意味し、いずれが有利であるかは地球、火星、木星の相対的な配置と関係がある。

こうして火星の影響圏を脱出した後、770～1700 日の飛行の末に木星へ到着するが、そのときの相対速度 $V_{\infty J}$ は $4.8 \sim 7.7 \text{ km/s}$ である。

またこの軌道での飛行時間は、2.2～5.2 年と広範囲にわたるが、とくに飛行時間が長くなるのは火星と木星の相対的な配置関係から火星木星間軌道が type 1-class 2 軌道となるためである。

そして、この軌道の全速度増分の最小値は、約 6.7 km/s であって、それは火星スウィングバイ時の速度増分が 0 m/s になるときに限り実現される。

3-6 mode III (3235) 軌道

この軌道は、金星と地球のスウィングバイを経て、木星に至るもので、VEGA (Venus-Earth Gravity Assist)-木星軌道とよばれるが、ここではとくに mode III (3235, 000), mode III (3235, 010), mode III (3235, 100), mode III (3235, 110) の 4 種類の軌道について解析する。

この軌道の特徴は、金星と地球のスウィングバイを利用することで、そのために図 3-25 に示すような地球金星地球間軌道 (以後 EVE 軌道と略記する) が地球木星間軌道の前に準

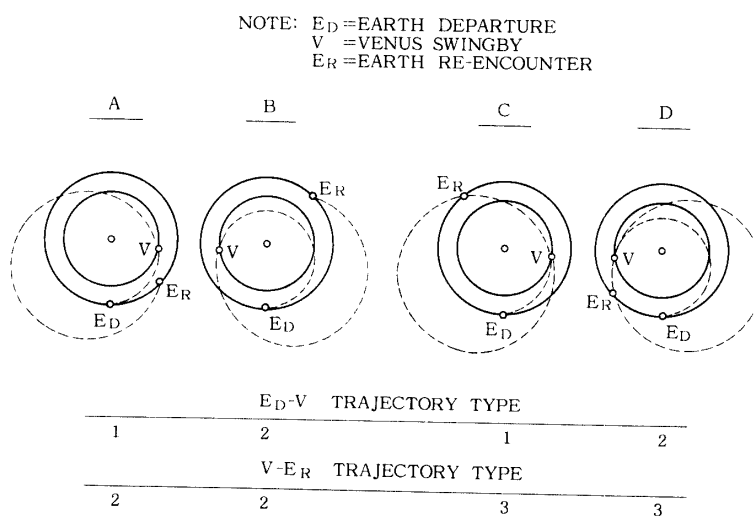


図 3-25 EVE 軌道 [11]

備される。この EVE 軌道を導入した目的は、3-4 節で述べた mode II (335) 軌道での地球回帰軌道の導入と同じ理由であり、繰り返すことになるが、地球から木星へ至る直接軌道での打ち上げエネルギーに対して、その大幅な削減にある。EVE 軌道を利用する考えは、3-4 節の場合と同様、Hollenbeck [11] が示したものである。

mode III (3235) 軌道では、打ち上げの時機に地球と金星との会合を考慮せねばならないが、その煩わしさを避けるために考え出されたのが 3-4 節で述べた mode II (335) 軌道である。

mode III (3235) 軌道の解析に先立って、EVE 軌道の特性と種類について、文献 [11] の結果を引用しながら述べておく。

3-6-1 EVE 軌道の特性

図 3-26 は、EVE 軌道の能力、すなわち外惑星に到達可能な地球からの惑星間軌道の実現性を示したもので、具体的にはその惑星間軌道での遠日点距離 r_a を指標として表示してある。この図から、打ち上げエネルギー C_3 が $17 \text{ km}^2/\text{s}^2$ のとき最大遠日点距離が実現され、それは約 5 AU であって、木星を目標とする場合だけが可能であることがわかる。また、土星より以遠の外惑星に達するには、地球スウィングバイ後に $2\sim 3 \text{ km/s}$ 程度の速度増加が必要になることもよみとれる。

さらに図 3-26 で、遠日点距離 r_a は、打ち上げエネルギー C_3 の増加とともに増加し、最大値に至って減少する様相を示すが、これは地球帰還時の相対速度とその方向に関係があって、ここでも mode II (335) 軌道での地球回帰軌道の場合と同様な理由が成立する。ただし、地球回帰軌道の遠日点での減速と同じ役割を EVE 軌道では金星スウィングバイが果

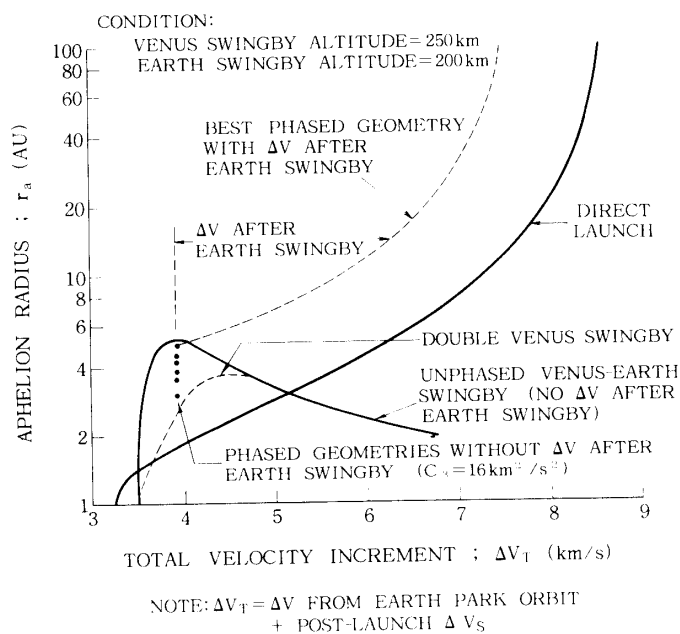


図 3-26 EVE 軌道の能力 [11]

している。

図 3-11 と図 3-26 を比較すれば、木星を目標とする場合には、EVE 軌道を利用するのが、また土星以遠の外惑星を目標とする場合には地球回帰軌道を利用する方が有利であることがわかる。

EVE 軌道には幾つもの種類が考えられるが、そのなかで惑星間軌道の太陽周回数を 0 とするのが最も基本的である。その場合、地球金星間軌道には type 1 と type 2 が、また金星地球間軌道には、金星と地球の相対的な配置関係から type 2 と type 3 が考えられて、それらの組み合わせから図 3-25 に示すような A～D の 4 種類の場合がある。

表 3-11 は、A～D の軌道特性と、さらに A～C の地球金星間軌道に太陽周回数を 1 とする type 3 と type 4 軌道を利用した場合の軌道特性を示す。軌道形状番号が 1 から 7 へ増加するに従って、達成可能な最大遠日点距離は次第に増加し、金星地球間軌道に type 3 を利用する方が、また地球金星間軌道に太陽周回数を 1 とする type 3 もしくは type 4 を利用する方が軌道性能の向上につながる事がわかる。これは、惑星間軌道に太陽周回を許したことにより、地球金星間軌道と金星地球間軌道が金星スウィングバイを通して無理なく接続されると同時に、金星の重力場が最大限に活用される結果である。しかし、最大遠日点距離の増加率も次第に減少し、飽和状態に達する様相を示すが、これは金星と地球の重力場の強さ、両惑星での最接近高度、さらに両惑星での接近および離脱相対速度とその方向に限界があるためである。

図 3-25 の 4 種類の軌道は、軌道生成の上から mode III (3235, 000) 軌道と mode III (3235, 010) 軌道に分けられ、それぞれには A と B, C と D が属する。したがって、ここで解析する軌道には、同一軌道モードの場合、達成する最大遠日点距離が大きい方の B と D を選び、それに加えて、それらの地球金星間軌道に 1 回の太陽周回を含む mode III (3235, 100) 軌道と mode III (3235, 110) 軌道の場合も考慮する。

なお、これらの軌道の EVE 軌道の呼称には、地球金星間軌道と金星地球間軌道の軌道タイプを用いて、B は type (2, 2) もしくは type (4, 2) 軌道、D は type (2, 3) もしくは type

表 3-11 EVE 軌道の特性 [11]

Parameter	Geometry case						
	1	2	3	4	5	6	7
Basic geometry	A	B	C	A	D	B	C
Extra revs on Earth-Venus trajectory leg	0	0	0	1	0	1	1
Altitude of Venus swingby (km)	13970	7630	5600	3650	2710	1180	1060
Final aphelion radius (AU)	2.99	3.49	3.77	4.14	4.38	4.89	4.94
Effective phasing time (yrs) (Departure to 1 AU outbound)	1.26	1.50	1.65	2.27	1.90	2.58	2.59

Condition : 1) $C_3 = 16 \text{ km}^2/\text{s}^2$

2) Altitude of Earth swingby = 200 km

(4, 3)軌道とよぶことにする。

3-6-2 軌道解析の手法

さて、mode III(3235)軌道の解析に入るが、まず EVE 軌道の解析から始める。

4 種類の EVE 軌道、すなわち type (2, 2), type (2, 3), type (4, 2), type (4, 3)の各軌道での飛行時間は、type (4, 3)軌道を除いて表 3-11 に示してあり、それによると、それは順に 548 日, 694 日, 942 日である。そして type (4, 3)軌道での飛行時間は、これらの値から簡単に推定できて、1088 日である。

また、地球金星間軌道での飛行時間は、type 2 軌道による場合、160 日で、type 4 軌道では 450 日である。

したがって、地球帰還日を与えると、これらの値をもとに、地球出発日と金星遭遇日が推定できる。

ところで、EVE 軌道は、実質的に mode II (323)軌道である。この軌道は、地球スウィングバイを経て、地球木星間軌道に接続される性格をもつから、地球帰還時に 10 km/s 以上の相対速度が達成されるものでなければならない。文献 [15] によれば、それを実現するとき、相対速度の方向が、地球から太陽を望む方向に対してなす角 ξ_A は、type (2, 2)および type (4, 2)軌道の場合で $6 \sim 19^\circ$ 、type (2, 3)軌道の場合で $172 \sim 179^\circ$ になる。したがって、EVE 軌道は、mode II (323)軌道の評価関数に地球帰還時の相対速度の方向を表わす角 ξ_A を用いて、type (2, 2)軌道と type (4, 2)軌道では $\xi_A \approx 0^\circ$ 、また type (2, 3)軌道と type (4, 3)軌道では $\xi_A \approx 180^\circ$ となるものとして求めることができる。ここで mode II (323)軌道の独立変数は、地球金星間軌道と金星地球間軌道に楕円弾道軌道を用いているので、地球出発日、金星遭遇日、地球帰還日に加えて、金星スウィングバイ時の B 平面角と最接近高度である。そして、これら 5 変数の初期値には、文献 [15] にある値を使用した。

こうして EVE 軌道が一つ求まれば、新たな EVE 軌道は、地球と金星の会合周期 (583.9 日) ごとに出現すると考えられるので、すでに得られている地球出発日、金星遭遇日、地球帰還日に 583.9 日を加えて、同様の手続きを繰り返すことにより求められる。その結果は、表 3-12～表 3-15 のようになる。いずれの表でも、軌道特性が 5 会合周期 (2919.5 日)、すなわち 8.0 年で類似したものになっているが、これは黄道座標系に対する地球と金星の絶対的な配置関係が、8.0 年の周期で繰り返されることの現われである。したがって、表 3-12～表 3-15 に掲げる以外の EVE 軌道を必要とする場合には、表にある地球出発日、金星遭遇日、地球帰還日に 2919.5 日 (8.0 年) を加えることにより求められる。

以上で、EVE 軌道が準備できたので、次に EVE 軌道と地球木星間軌道の接続の可能性を検討する。

地球木星間軌道には、すでに 3-3 節の表 3-1 に掲げた絶対最小エネルギー軌道が利用できる。表 3-1 で、類似した軌道特性を示す軌道には、同一のラベルが付けてあるので、このラベルを用いて EVE 軌道と地球木星間軌道の接続の可能性を示せば、表 3-16 のようになる。表 3-16 では、EVE 軌道での地球帰還日と地球木星間軌道での地球出発日との差が、絶対値で 80 日未満のものをその候補と考えた。これは、それ以上の日数差があると各惑星

表 3-12 type (2,2) EVE 軌道

Earth departure		Venus encounter				Earth return		
date	C_3 (km^2/s^2)	date	$V_{\infty I}$ (km/s)	h (km)	θ (deg)	date	$V_{\infty I}$ (km/s)	ξ_A (deg)
11/20/89	11.8	5/ 9/90	5.6	281	16.8	4/13/91	10.2	-7
6/26/91	13.2	12/ 4/91	5.4	264	-16.0	11/5/92	9.6	-10
1/23/93	13.4	7/14/93	5.4	321	1.9	6/17/94	9.9	-10
8/17/94	12.2	2/ 6/95	5.5	200	5.2	1/ 8/96	9.9	-10
4/12/96	13.6	9/12/96	6.0	240	-8.1	8/16/97	9.5	-7
11/13/97	11.7	5/ 5/98	5.7	310	17.0	4/ 8/99	10.2	-7

表 3-13 type (2,3) EVE 軌道

Earth departure		Venus encounter				Earth return		
date	C_3 (km^2/s^2)	date	$V_{\infty I}$ (km/s)	h (km)	θ (deg)	date	$V_{\infty I}$ (km/s)	ξ_A (deg)
12/10/89	15.0	5/26/90	6.6	353	12.6	11/ 6/91	12.1	172
6/28/91	13.1	12/15/91	6.2	1293	-11.2	5/21/93	11.3	189
2/13/93	14.3	7/27/93	6.4	1376	4.6	1/ 1/95	11.6	171
9/17/94	11.2	2/26/95	6.6	2776	1.3	8/ 2/96	11.7	184
4/20/96	10.5	10/ 8/96	6.6	236	-13.6	3/19/98	11.1	178
11/21/97	15.0	5/19/98	6.6	222	11.9	10/29/99	12.0	173

表 3-14 type (4,2) EVE 軌道

Earth departure		Venus encounter				Earth return		
date	C_3 (km^2/s^2)	date	$V_{\infty I}$ (km/s)	h (km)	θ (deg)	date	$V_{\infty I}$ (km/s)	ξ_A (deg)
11/13/89	20.5	12/25/90	9.3	200	11.9	3/30/92	13.9	6
6/ 6/91	21.9	7/31/92	9.9	200	11.6	11/ 6/93	13.4	9
1/ 9/93	21.0	3/ 9/94	9.2	436	6.7	6/13/95	13.7	7
8/25/94	20.4	10/18/95	10.2	514	0.1	1/18/97	14.1	2
3/19/96	19.3	5/21/97	9.7	424	-7.6	8/25/98	13.4	2
10/29/97	20.1	12/21/98	9.3	200	11.8	3/25/00	13.9	6

表 3-15 type (4,3)EVE 軌道

Earth departure		Venus encounter				Earth return		
date	C_3 (km^2/s^2)	date	V_{∞} (km/s)	h (km)	θ (deg)	date	V_{∞} (km/s)	ξ_1 (deg)
8/12/89	14.5	10/23/90	7.6	200	-5.4	6/27/92	13.5	173
3/31/91	19.9	5/30/92	7.8	200	-2.5	1/31/94	13.1	176
9/21/92	21.2	12/31/93	8.0	200	9.1	9/ 3/95	13.8	176
5/29/94	15.2	8/10/95	7.4	200	0.0	4/14/97	13.1	173
12/24/95	22.8	3/28/97	7.8	200	6.1	12/ 4/98	13.8	172
8/14/97	15.1	10/22/98	7.7	200	-6.3	6/26/00	13.6	173

の相対的な配置関係が悪くなり、その結果、地球スウィングバイ時の速度増分が過大なもの (2 km/s 以上) となって、実現可能な軌道としての意味を失なうからである。

表 3-16 に掲げた軌道が、mode III (3235) 軌道の生成とその最適化の対象になる。

mode III (3235) 軌道の独立変数は、地球出発日、金星遭遇日、地球遭遇日、木星到着日に加えて、地球金星間軌道、金星地球間軌道、そして地球木星間軌道での中間インパルスの日時、金星および地球スウィングバイ時での B 平面角と最接近高度、さらに金星、地球、木星接近時での相対速度の 3 成分であって、全部で 20 個である。これらの独立変数の初期値は、次のようにして与える。

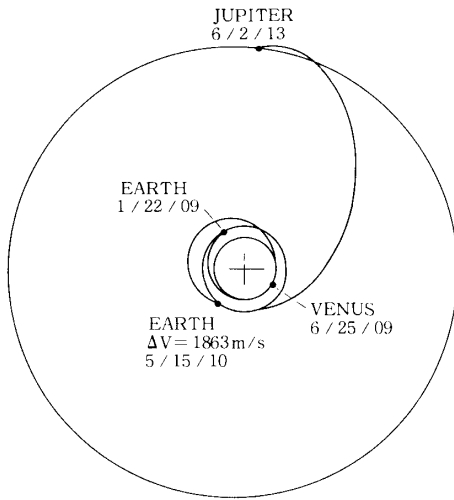
地球出発日、金星遭遇日、地球遭遇日、金星接近時と地球接近時の相対速度の 3 成分、それと金星への最接近高度と B 平面角の 11 個の変数には、EVE 軌道での値を用いる。さらに、木星到着日と木星接近時の相対速度の 3 成分には、表 3-1 の絶対最小エネルギー軌道での値を用い、地球スウィングバイ時の最接近高度には、その下限値である 200 km を、そして B 平面角には、EVE 軌道が type (2, 2) および type (4, 2) 軌道のとき 180° 、また、type (2, 3) および type (4, 3) 軌道のとき 0° を設定する。最後に、地球金星間軌道、金星地球間軌道、地球木星間軌道での中間インパルスの日時は、任意に選んでよいので、金星遭遇日、地球遭遇日、木星到着日から 100 日を減じた値とする。

こうして 20 個の独立変数の初期値が準備できたので、mode III (3235, 000) 軌道、mode III (3235, 010) 軌道、mode III (3235, 100) 軌道、および mode III (3235, 110) 軌道の最適化を実施する。以下では、その結果、得られた最適軌道の一般的特性について述べる。

表 3 -16 EVE 軌道と地球木星間軌道の接続

EVE trajectory type	Earth return date	Cycle 1		Cycle 2		Cycle 3		Cycle 4	
		Year	EJ leg label	Year	EJ leg label	Year	EJ leg label	Year	EJ leg label
(2,2)	4/13	1991		1999	K	2007	G	2015	
	11/ 5	1992	E	2000		2008		2016	E
	6/17	1994		2002		2010	J	2018	
	1/ 8	1996	H	2004		2012		2020	H
	8/16	1997		2005		2013	B	2021	
(2,3)	11/ 6	1991	D	1999		2007		2015	D
	5/21	1993		2001		2009	I	2017	
	1/ 1	1995	G	2003	C	2011		2019	G
	8/ 2	1996		2004		2012	A	2020	
	3/19	1998	J	2006	F	2014		2022	J
(4,2)	3/30	1992		2000		2008	H	2016	
	11/ 6	1993	F	2001	B	2009		2017	F
	6/13	1995		2003		2011	K	2019	
	1/18	1997	I	2005	E	2013		2021	I
	8/25	1998		2006		2014	C	2022	
(4,3)	6/27	1992		2000	A	2008	H	2016	
	1/31	1994	F	2002		2010		2018	F
	9/ 3	1995		2003	D	2011	K	2019	
	4/14	1998	I	2005		2013		2021	I
	12/ 4	1998		2006		2014	C	2022	

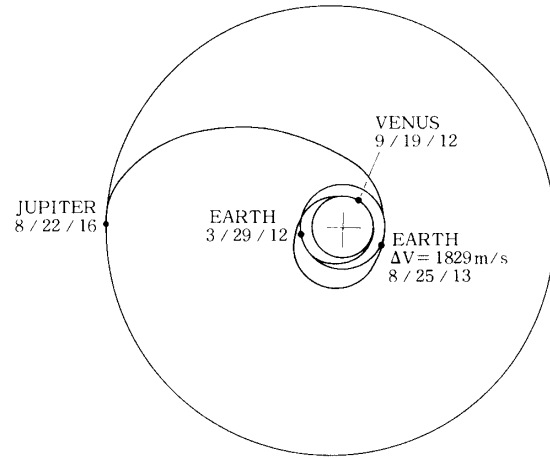
$C_3 = 21.9 \text{ km}^2/\text{s}^2$ $h_E = 200 \text{ km}$
 $\text{DECD} = 48.0^\circ$ $\theta_E = 170.0^\circ$
 $h_V = 640 \text{ km}$ $V_{\infty J} = 6.22 \text{ km/s}$
 $\theta_V = 25.2^\circ$ $\text{DECA} = -3.1^\circ$



2009 VEGA-Jupiter trajectory

図 3-27 (a) mode III (3235,000) ;
type (2,2,2) 軌道

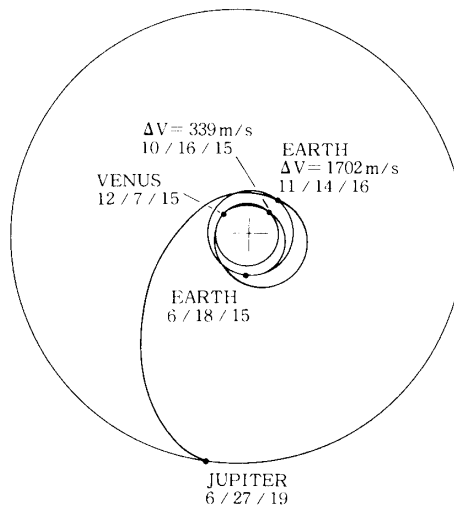
$C_3 = 8.9 \text{ km}^2/\text{s}^2$ $h_E = 200 \text{ km}$
 $\text{DECD} = 32.0^\circ$ $\theta_E = 189.7^\circ$
 $h_V = 640 \text{ km}$ $V_{\infty J} = 5.50 \text{ km/s}$
 $\theta_V = -14.5^\circ$ $\text{DECA} = 0.3^\circ$



2012 VEGA-Jupiter trajectory

図 3-27 (b) mode III (3235,000) ;
type (2,2,2) 軌道

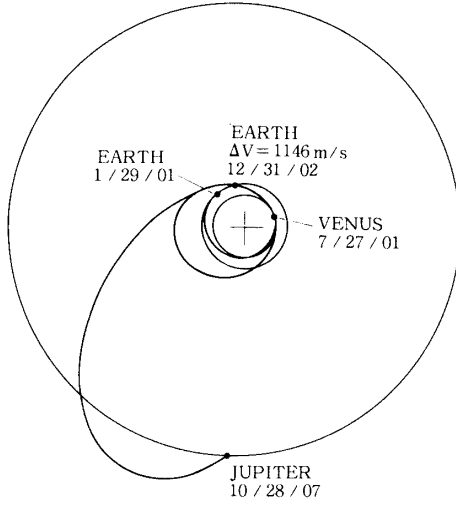
$C_3 = 12.0 \text{ km}^2/\text{s}^2$ $h_E = 200 \text{ km}$
 $\text{DECD} = -22.9^\circ$ $\theta_E = 192.7^\circ$
 $h_V = 200 \text{ km}$ $V_{\infty J} = 5.96 \text{ km/s}$
 $\theta_V = -11.5^\circ$ $\text{DECA} = 4.7^\circ$



2015 VEGA-Jupiter trajectory

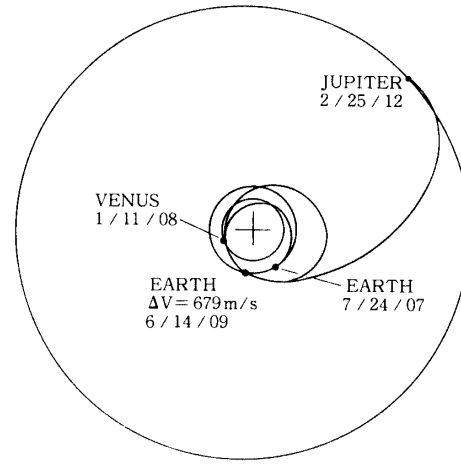
図 3-27 (c) mode III (3235,000) ; type (2,2,2) 軌道

$C_3 = 13.7 \text{ km}^2/\text{s}^2$ $h_E = 200 \text{ km}$
 $\text{DECD} = 39.8^\circ$ $\theta_E = -2.7^\circ$
 $h_V = 2004 \text{ km}$ $V_{\infty J} = 7.92 \text{ km/s}$
 $\theta_V = 2.5^\circ$ $\text{DECA} = -0.3^\circ$



2001 VEGA-Jupiter trajectory

$C_3 = 16.5 \text{ km}^2/\text{s}^2$ $h_E = 200 \text{ km}$
 $\text{DECD} = -29.6^\circ$ $\theta_E = 2.2^\circ$
 $h_V = 3314 \text{ km}$ $V_{\infty J} = 6.39 \text{ km/s}$
 $\theta_V = -11.7^\circ$ $\text{DECA} = 1.5^\circ$

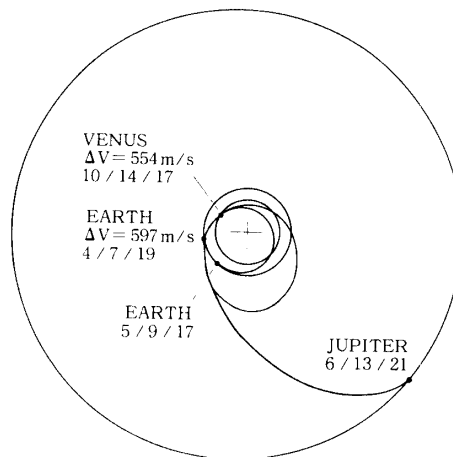


2007 VEGA-Jupiter trajectory

図 3-28 (a) mode III (3235,010) ;
type (2,3,1) 軌道

図 3-28 (b) mode III (3235,010) ;
type (2,3,1) 軌道

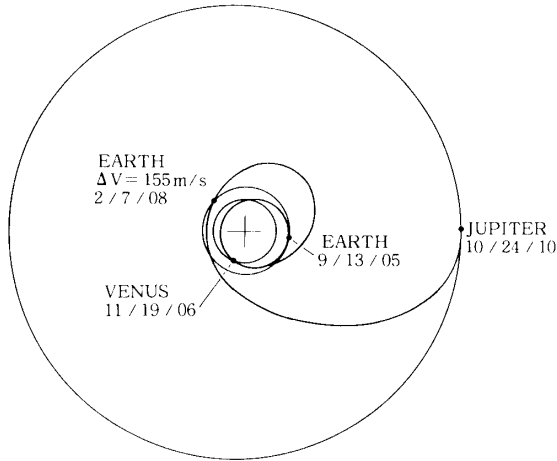
$C_3 = 33.1 \text{ km}^2/\text{s}^2$ $h_E = 200 \text{ km}$
 $\text{DECD} = 4.3^\circ$ $\theta_E = 11.6^\circ$
 $h_V = 200 \text{ km}$ $V_{\infty J} = 6.65 \text{ km/s}$
 $\theta_V = -15.9^\circ$ $\text{DECA} = 4.6^\circ$



2017 VEGA-Jupiter trajectory

図 3-28 (c) mode III (3235,010) ; type (2,3,1) 軌道

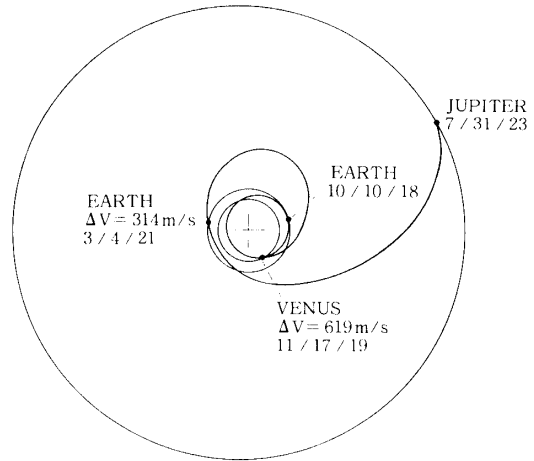
$C_3 = 15.4 \text{ km}^2/\text{s}^2$ $h_E = 200 \text{ km}$
 $\text{DECD} = -25.9^\circ$ $\theta_E = 171.4^\circ$
 $h_V = 1389 \text{ km}$ $V_{\infty J} = 6.35 \text{ km/s}$
 $\theta_V = 4.1^\circ$ $\text{DECA} = 1.1^\circ$



2005 VEGA-Jupiter trajectory

図 3-29 (a) mode III (3235, 100) ;
type (4, 2, 2) 軌道

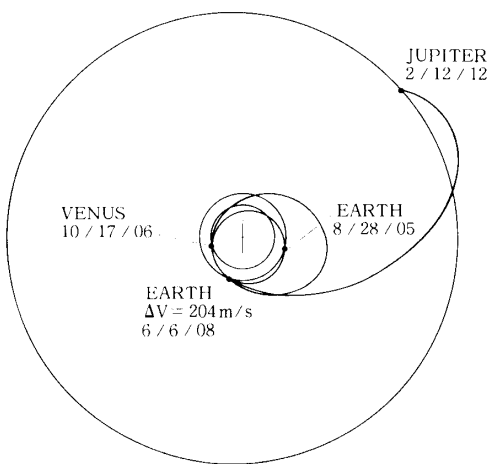
$C_3 = 27.0 \text{ km}^2/\text{s}^2$ $h_E = 200 \text{ km}$
 $\text{DECD} = -12.9^\circ$ $\theta_E = 159.0^\circ$
 $h_V = 200 \text{ km}$ $V_{\infty J} = 6.52 \text{ km/s}$
 $\theta_V = 11.5^\circ$ $\text{DECA} = -1.3^\circ$



2018 VEGA-Jupiter trajectory

図 3-29 (b) mode III (3235, 100) ;
type (4, 2, 2) 軌道

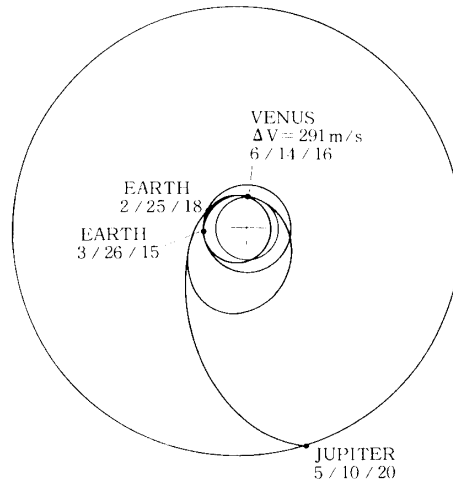
$C_3 = 40.6 \text{ km}^2/\text{s}^2$ $h_E = 200 \text{ km}$
 $\text{DECD} = -21.2^\circ$ $\theta_E = 2.4^\circ$
 $h_V = 628 \text{ km}$ $V_{\infty J} = 7.96 \text{ km/s}$
 $\theta_V = -26.5^\circ$ $\text{DECA} = 3.0^\circ$



2005 VEGA-Jupiter trajectory

図 3-30 (a) mode III (3235, 110) ;
type (4, 3, 1) 軌道

$C_3 = 14.9 \text{ km}^2/\text{s}^2$ $h_E = 726 \text{ km}$
 $\text{DECD} = 17.4^\circ$ $\theta_E = 2.4^\circ$
 $h_V = 200 \text{ km}$ $V_{\infty J} = 6.59 \text{ km/s}$
 $\theta_V = -9.0^\circ$ $\text{DECA} = 4.6^\circ$



2015 VEGA-Jupiter trajectory

図 3-30 (b) mode III (3235, 110) ;
type (4, 3, 1) 軌道

表 3-17 mode III (3235,000); type (2,2,2) 軌道の軌道性能

Launch year Parameter	1991	1994	1998	2009	2012	2015	2018
Earth departure date	6/15/91	9/12/94	1/22/98	1/22/09	3/29/12	6/18/15	10/16/18
C_3 (km ² /s ²)	11.6	9.3	21.7	21.9	8.9	12.0	16.8
DECD (deg)	26.3	30.1	22.7	48.0	32.0	22.9	13.7
Maneuver date	—	12/24/94	—	—	—	10/16/15	—
ΔV_w (m/s)	—	648	—	—	—	339	—
Venus encounter date	12/ 4/91	3/ 5/95	7/ 6/98	6/25/09	9/19/12	12/ 7/15	3/29/19
ξ_A (deg)	156.7	155.1	171.1	127.3	146.3	161.0	167.8
θ (deg)	158.5	252.6	29.5	4.2	86.4	162.1	283.8
ϕ (deg)	7.4	21.2	11.3	45.8	25.2	8.3	10.1
V_{∞} (km/s)	5.42	5.80	9.54	5.24	5.81	5.40	8.62
h_i (km)	200	200	3381	640	640	200	5836
θ_i (deg)	13.8	15.4	28.8	25.2	14.5	11.5	18.7
ϕ_B (deg)	79.8	75.2	32.2	79.8	72.7	80.0	31.5
ϕ_T (deg)	79.8	75.2	32.2	79.8	72.7	80.0	31.5
ΔV_s (m/s)	0	0	0	0	0	0	0
V_{∞} (km/s)	5.42	5.80	9.54	5.24	5.81	5.40	8.62
Earth encounter date	11/ 7/92	2/15/96	5/24/99	5/15/10	8/25/13	11/14/16	2/13/20
ξ_A (deg)	10.1	4.4	12.1	10.7	4.7	10.4	7.2
θ (deg)	229.2	328.3	68.3	58.3	155.2	235.6	328.5
ϕ (deg)	9.0	3.1	10.6	9.6	2.4	9.5	5.0
V_{∞} (km/s)	9.62	10.33	12.07	9.74	9.51	9.81	11.32
h_e (km)	200	200	200	200	200	200	200
θ_e (deg)	192.7	171.2	167.4	170.0	189.7	192.7	164.1
ϕ_B (deg)	46.6	42.4	34.2	45.9	47.3	45.5	37.5
ϕ_T (deg)	50.3	46.7	39.7	52.3	52.7	48.4	41.8
ΔV_s (m/s)	1795	1257	1781	1863	1829	1702	1569
V_{∞} (km/s)	11.28	11.30	13.36	11.19	11.06	11.42	12.60
Jupiter arrival date	7/ 4/95	10/14/98	1/27/02	6/ 2/13	8/22/16	6/27/19	8/ 3/22
ξ_A (deg)	103.8	88.6	87.0	70.3	85.4	104.9	97.2
θ (deg)	176.2	263.6	9.1	336.4	85.4	184.8	274.9
ϕ (deg)	4.0	1.9	2.8	3.2	2.4	3.7	1.8
V_{∞} (km/s)	5.88	6.15	5.95	6.22	5.50	5.96	6.31
DECA (deg)	4.7	0.2	4.0	3.1	0.3	4.7	0.2
r_p (AU)	0.677	0.672	0.575	0.709	0.684	0.672	0.599
ΔV_{pl} (m/s)	1795	1905	1781	1863	1829	2041	1569
ΔV_i (m/s) ¹⁾	792	844	805	857	719	807	876
ΔV_T (km/s) ¹⁻²⁾	6.326	6.389	6.757	6.900	6.170	6.605	6.405
T_f (days)	1479	1493	1466	1592	1607	1470	1388

1) $4R_J \times 200$ day period orbit about Jupiter

2) 200 km altitude circular orbit about the Earth

表 3-18 modelIII (3235,010); type (2,3,1) 軌道の軌道性能

Launch year Parameter	1990	1993	2001	2004	2007	2010	2014	2017
Earth departure date	1/30/90	4/27/93	1/29/01	4/17/04	7/24/07	10/27/10	2/ 7/14	5/ 9/17
C_3 (km ² /s ²)	22.7	27.2	13.7	17.8	16.5	21.1	26.1	33.1
DECD (deg)	23.3	6.9	39.8	55.6	29.6	4.4	21.8	4.3
Venus encounter date	7/15/90	10/ 7/93	7/27/01	9/10/04	1/11/08	4/14/11	7/21/14	10/14/17
ξ_A (deg)	189.7	187.9	157.8	125.5	168.6	171.4	190.5	188.4
θ (deg)	40.9	128.9	34.8	79.8	204.9	304.1	52.8	142.3
Φ (deg)	11.5	3.9	18.8	48.2	12.8	6.0	10.9	1.3
V_{∞} (km/s)	10.03	11.28	6.48	6.58	8.54	9.44	11.00	12.32
h_i (km)	1125	200	2004	432	3314	1172	360	200
θ_i (deg)	6.1	15.0	2.5	1.8	11.7	13.6	2.1	15.9
ϕ_B (deg)	36.5	34.0	59.0	65.2	37.9	39.5	34.6	29.8
ϕ_T (deg)	36.5	34.1	59.0	65.2	37.9	39.5	34.6	32.3
ΔV_s (m/s)	0	10	0	0	0	0	0	554
V_{∞} (km/s)	10.03	11.28	6.48	6.58	8.54	9.44	11.00	12.48
Earth encounter date	12/28/91	3/26/95	12/31/02	2/14/06	6/14/09	9/25/12	1/ 8/16	4/ 7/19
ξ_A (deg)	185.4	188.2	172.4	184.6	187.5	186.5	183.6	189.5
θ (deg)	94.3	182.0	99.0	144.3	261.4	1.4	105.1	193.3
Φ (deg)	5.3	7.8	7.6	4.6	7.4	6.5	3.1	8.9
V_{∞} (km/s)	13.44	13.68	11.60	11.05	12.51	13.39	13.87	14.46
h_e (km)	200	200	200	200	200	200	200	200
θ_e (deg)	1.5	8.7	2.7	7.1	2.2	5.5	0.2	11.6
ϕ_B (deg)	29.1	28.3	36.2	38.7	32.4	29.3	27.7	26.0
ϕ_T (deg)	30.8	30.1	39.2	41.3	34.3	32.1	29.2	28.0
ΔV_s (m/s)	597	518	1146	767	679	826	551	597
V_{∞} (km/s)	13.89	13.98	12.55	11.63	13.05	13.86	14.28	14.76
Jupiter arrival date	12/11/94	7/ 5/97	10/28/07	8/10/08	2/25/12	12/26/14	12/31/18	6/13/21
ξ_A (deg)	82.9	104.0	46.6	100.8	76.1	106.1	81.3	106.7
θ (deg)	139.2	237.4	132.3	210.3	301.4	59.5	147.1	247.0
Φ (deg)	0.7	2.7	0.7	3.1	0.2	2.8	1.3	2.4
V_{∞} (km/s)	5.88	6.46	7.92	6.05	6.39	6.06	5.99	6.65
DECA (deg)	0.0	4.9	0.3	4.9	1.5	5.0	0.9	4.6
r_p (AU)	0.561	0.525	0.663	0.701	0.603	0.573	0.533	0.493
ΔV_{pl} (m/s)	597	528	1146	767	679	826	551	1151
ΔV_I (m/s) ¹⁾	790	909	1250	824	894	825	811	950
ΔV_T (km/s) ^{1)·2)}	5.599	5.834	6.228	5.595	5.522	5.796	5.716	6.738
T_r (days)	1776	1530	2463	1576	1677	1521	1788	1495

1) $4R_J \times 200$ day period orbit about Jupiter

2) 200 km altitude circular orbit about the Earth

表 3-19 modeIII (3235,100); type (4,2,2) 軌道の軌道性能

Launch year Parameter	1991	1994	1999	2002	2005	2008	2012	2015	2018
Earth departure date	6/24/91	10/ 2/94	3/10/99	6/ 5/02	9/13/05	12/25/08	3/30/12	7/ 3/15	10/10/18
C_3 (km ² /s ²)	23.7	24.6	13.6	15.7	15.4	20.3	20.6	25.2	27.0
DECD (deg)	15.4	15.8	35.0	13.5	25.9	18.3	15.7	16.7	12.9
Venus encounter date	8/15/92	11/13/95	5/20/00	8/20/03	11/19/06	2/22/10	5/25/13	8/19/16	11/17/19
ξ_A (deg)	183.6	190.6	154.3	172.1	165.0	174.8	169.0	185.5	190.2
θ (deg)	182.8	279.1	59.7	156.0	254.3	359.3	99.6	192.2	288.7
ϕ (deg)	6.3	8.7	23.0	2.9	14.5	7.5	9.7	7.4	7.1
V_{∞} (km/s)	10.52	10.82	6.99	7.90	8.64	8.63	10.04	10.97	11.15
h_i (km)	200	200	207	1515	1389	474	200	200	200
θ_i (deg)	13.7	9.5	4.7	13.8	4.1	9.9	9.4	13.1	11.5
ϕ_B (deg)	37.6	36.1	62.4	48.5	43.7	47.6	40.1	35.4	34.6
ϕ_r (deg)	37.8	37.7	62.4	48.5	43.7	47.6	40.2	36.1	37.1
ΔV_s (m/s)	55	381	0	0	0	0	20	219	619
V_{∞} (km/s)	10.55	11.05	6.99	7.90	8.64	8.63	10.05	11.09	11.50
Earth encounter date	11/20/93	2/24/97	8/ 4/01	11/ 3/04	2/ 7/08	5/25/11	9/ 1/14	11/27/17	3/ 4/21
ξ_A (deg)	8.7	3.8	4.6	8.2	1.3	8.0	3.5	8.2	5.3
θ (deg)	238.0	335.2	130.1	219.7	316.3	62.1	157.8	245.5	343.7
ϕ (deg)	8.6	3.8	4.3	8.2	1.0	8.0	3.5	8.1	5.3
V_{∞} (km/s)	14.13	14.71	12.06	12.52	13.26	13.60	13.54	14.47	15.03
h_E (km)	200	200	200	200	200	200	200	200	200
θ_E (deg)	195.5	161.7	185.0	195.4	171.4	166.9	195.9	193.9	159.0
ϕ_B (deg)	26.9	25.3	34.2	32.4	29.7	28.6	28.8	25.9	24.4
ϕ_r (deg)	27.7	25.8	35.6	33.9	30.2	29.7	30.0	26.6	25.2
ΔV_s (m/s)	294	231	626	529	155	420	516	220	314
V_{∞} (km/s)	14.34	14.90	12.61	12.93	13.37	13.91	13.96	14.62	15.27
Jupiter arrival date	8/30/96	7/22/99	3/22/04	9/19/07	10/24/10	1/13/14	6/ 9/17	9/ 1/20	7/31/23
ξ_A (deg)	92.4	97.3	100.5	91.8	85.1	89.2	97.3	91.7	96.4
θ (deg)	199.4	298.1	85.0	174.4	265.7	14.3	119.3	207.3	307.2
ϕ (deg)	2.6	2.1	1.2	3.2	1.0	2.7	2.3	2.3	2.4
V_{∞} (km/s)	6.18	6.52	5.71	5.90	6.35	5.98	5.78	6.25	6.52
DECA (deg)	4.1	0.7	0.9	3.9	1.1	4.0	1.0	4.0	1.3
r_p (AU)	0.544	0.535	0.657	0.619	0.601	0.597	0.565	0.531	0.524
ΔV_{PI} (m/s)	349	612	626	529	155	420	536	439	933
ΔV_i (m/s) ¹⁾	849	920	757	795	886	809	771	864	921
ΔV_r (km/s) ^{1)·2)}	5.451	5.824	5.209	5.241	4.943	5.338	5.431	5.618	6.245
T_r (days)	1895	1754	1838	1932	1867	1845	1898	1888	1754

1) $4R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

2) 200 km altitude circular orbit about the Earth

表3-20 modeIII (3235,110); type (4,3,1) 軌道の軌道性能

Launch year Parameter	1991	1994	1997	2001	2005	2008	2011	2015	2018
Earth departure date	3/18/91	7/24/94	10/25/97	2/1/01	8/28/05	10/25/08	12/21/11	3/26/15	7/30/18
$C_3(\text{km}^2/\text{s}^2)$	13.1	19.3	22.7	22.0	40.6	20.2	21.2	14.9	19.6
DECD(deg)	23.9	22.7	2.4	23.9	21.2	24.3	29.4	17.4	25.5
Venus encounter date	6/8/92	9/21/95	12/26/98	3/24/02	10/17/06	12/19/09	3/22/13	6/14/16	9/27/19
$\xi_A(\text{deg})$	161.3	170.2	171.3	190.0	159.6	159.1	170.5	164.3	170.4
$\theta(\text{deg})$	84.8	200.6	306.9	42.7	203.7	266.1	6.9	95.9	213.7
$\phi(\text{deg})$	15.9	12.3	6.1	11.9	22.0	16.9	6.5	13.1	11.9
$V_{\infty}(\text{km/s})$	7.69	9.23	9.58	9.89	9.58	7.53	7.56	8.27	9.72
$h_i(\text{km})$	200	200	200	200	628	200	200	200	200
$\theta_i(\text{deg})$	7.7	10.8	12.1	4.6	26.5	7.6	7.0	9.0	6.7
$\phi_B(\text{deg})$	56.2	44.8	42.7	40.9	40.8	57.5	57.3	51.5	41.9
$\phi_T(\text{deg})$	57.1	45.2	44.4	43.4	40.8	58.2	58.2	52.2	43.0
$\Delta V_{\infty}(\text{m/s})$	378	208	727	653	0	322	380	291	312
$V_{\infty}(\text{km/s})$	8.04	9.43	10.24	10.37	9.58	7.84	7.92	8.54	9.97
Earth encounter date	2/15/94	6/9/97	9/26/00	12/29/03	6/6/08	8/22/11	11/29/14	2/25/18	6/22/21
$\xi_A(\text{deg})$	177.6	172.7	173.2	174.7	172.7	176.8	171.3	176.4	174.1
$\theta(\text{deg})$	149.4	259.6	5.2	99.1	256.1	331.3	69.8	158.7	272.0
$\phi(\text{deg})$	0.2	7.0	6.4	4.8	7.2	0.3	8.1	1.9	5.6
$V_{\infty}(\text{km/s})$	13.11	14.29	15.06	14.83	14.04	13.59	13.76	13.33	14.62
$h_E(\text{km})$	664	825	352	810	200	200	321	726	895
$\theta_E(\text{deg})$	0.2	5.6	10.1	2.6	2.4	0.8	4.8	2.4	4.1
$\phi_B(\text{deg})$	28.7	24.6	23.9	23.2	27.2	28.6	27.7	27.8	23.5
$\phi_T(\text{deg})$	28.7	24.6	23.9	23.2	27.7	28.6	27.7	27.8	23.5
$\Delta V_{\infty}(\text{m/s})$	0	0	0	0	204	0	0	0	0
$V_{\infty}(\text{km/s})$	13.11	14.29	15.06	14.83	14.20	13.59	13.76	13.33	14.62
Jupiter arrival date	5/25/96	9/25/99	11/29/02	5/13/06	2/12/12	11/18/13	6/6/17	5/10/20	10/27/23
$\xi_A(\text{deg})$	111.1	93.6	107.6	108.4	51.8	101.3	101.6	113.2	90.1
$\theta(\text{deg})$	210.0	300.3	54.8	152.2	275.9	21.7	123.5	219.2	308.9
$\phi(\text{deg})$	2.6	0.3	2.7	1.0	1.1	2.8	0.6	2.7	0.3
$V_{\infty}(\text{km/s})$	6.43	6.40	6.25	6.19	7.96	6.08	5.83	6.59	6.38
DECA(deg)	4.4	1.6	4.8	0.8	3.0	4.4	1.7	1.6	0.7
$r_p(\text{AU})$	0.634	0.584	0.571	0.566	0.604	0.640	0.631	0.617	0.569
$\Delta V_{PL}(\text{m/s})$	378	208	727	653	204	322	380	291	312
$\Delta V_I(\text{m/s})^1$	902	895	864	852	1262	830	782	936	892
$\Delta V_I(\text{km/s})^{1+2}$	5.083	5.174	5.803	5.687	6.402	5.267	5.311	5.107	5.284
$T_J(\text{days})$	1895	1887	1861	1927	2359	1850	1995	1872	1914

1) $4R_J \times 200$ day period orbit about Jupiter

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

3-6-3 最適軌道の特性

図 3-27～図 3-30 は、最適軌道を黄道面に投影したもので、各軌道モードごとに全速度増分が比較的小さい場合と大きい場合とを示す。

また、最適軌道の軌道モードごとの軌道性能は、表 3-17～表 3-20 に示すようになるが、ここには 1990 年から 30 年間に存在する打ち上げ時機での軌道の全速度増分が 7 km/s 未満になるものを掲げた。

ここで全速度増分 ΔV_T とは、地球周回軌道からの離脱に要する速度増分、地球金星間軌道と金星地球間軌道および地球木星間軌道の中間インパルス点での速度増分、金星スウィングバイ時と地球スウィングバイ時の速度増分、それに木星周回軌道への投入に要する速度増分の総和を意味する。

mode III(3235)軌道の軌道性能は、8772.4 日 (24.0 年) で類似したものになり、黄道座標系に対する (出発時の) 地球、金星、(帰還時の) 地球、木星の絶対的な配置関係がこの周期で繰り返されることを示している。この周期は、この軌道の循環周期と見なせるが、それは EVE 軌道と地球木星間軌道の循環周期がそれぞれ 8.0 年と 12.0 年であって、それらの最小公倍数が 24.0 年になることから支持できる。

また、この軌道による打ち上げ時機は、EVE 軌道での地球帰還日と地球木星間軌道での地球出発日との関係から、金星との 2 会合周期(1167.8 日)ごとに訪ずれる。しかし、EVE 軌道での地球帰還日と地球木星間軌道での地球出発日との差が、絶対値で 80 日以上になると、全速度増分 ΔV_T を 7 km/s 未満とする軌道の実現は不可能になり、この軌道による打ち上げの機会が存在しない期間があらわれる。この期間は、金星地球間軌道、または地球金星間軌道、あるいは両軌道ともが太陽周回を含むほど減少する傾向にある。

さらに、mode III(3235)軌道での地球遭遇日は、表 3-1 に示す直接軌道での地球出発日に対して、EVE 軌道が type (2, 2)あるいは type (4, 2)軌道のとき、その前 25～60 日の範囲に、また type (2, 3)あるいは type (4, 3)軌道のとき、その後 20～75 日の範囲にある。

地球からの打ち上げは、大部分が $C_3=10\sim 27 \text{ km}^2/\text{s}^2$ のエネルギーで行なわれ、探査機は金星に向かう軌道に投入される。地球金星間軌道での飛行時間は、それが type 2 軌道のとき 150～180 日で、type 4 軌道のときは 400～460 日になる。mode III(3235)軌道の近日点は、この地球金星間軌道の途中にあり、近日点距離は 0.49～0.71 AU である。そして、金星の影響圏進入時の相対速度は、ほとんどが 5.2～11.3 km/s で、その方向は、金星から太陽を望む方向に対してなす角 ξ_A で 130～190° である。探査機は、金星表面から 200 km ないしはそれ以上の高度まで最接近するスウィングバイ軌道を経て、その影響圏を脱出する。このとき mode III(3235, 000)軌道の全てと mode III(3235, 010)軌道のほとんど、および mode III(3235, 100)軌道の約半数が非推力スウィングバイであるのに対し、mode III(3235, 110)軌道のほとんどが 200～730 m/s の速度増加を必要とする推力スウィングバイである。

探査機は、影響圏脱出後、地球へもどる金星地球間軌道に乗るが、その飛行時間はそれが type 2 軌道のとき 320～480 日、type 3 軌道のとき 520～650 日である。

地球の影響圏進入時の相対速度は、ほとんどが 9.5～14.5 km/s であり、その方向は地球

から太陽を望む方向に対してほぼ一定の角度をなして, mode III(3235, 000)軌道と mode III(3235, 100)軌道では -10° ~ 10° , mode III(3235, 010)軌道と mode III(3235, 110)軌道では 170° ~ 185° である. 探査機は, 地球表面から 200 km ないしはそれ以上の高度まで最接近するスウィングバイ軌道を経て, その影響圏から脱出する. このとき mode III(3235, 110)軌道の一つの場合と他の軌道モードでは, 150~1830 m/s の速度増加を必要とする推力スウィングバイになる.

地球の影響圏脱出後, 探査機は木星へ至る地球木星間軌道に乗るが, この軌道は金星地球間軌道が type 2 軌道のとき type 2 軌道に, また type 3 軌道のとき type 1 軌道になり, それぞれの場合で飛行時間は 870~1120 日および 790~1800 日である. そして, 木星到着時の接近相対速度 $V_{\infty J}$ は 5.5~6.5 km/s である.

mode III(3235)軌道では, mode II(335)軌道と同様に長い飛行時間を必要とし, それは 4.0~5.3 年である.

次に, 4 種類の軌道モードを比較しながら, それらの特性をさらに検討する.

まず惑星間軌道であるが, mode III(3235, 000)軌道での 1994 年と 2015 年の打ち上げの

表 3-21 地球金星間軌道が中間インパルスを含まない場合と含む場合の比較

Parameter	1994		2015	
	Ballistic	ΔV -Maneuver	Ballistic	ΔV -Maneuver
Earth departure date	9/26/94	9/12/94	6/22/15	6/18/15
$C_3(\text{km}^2/\text{s}^2)$	11.8	9.3	13.0	12.0
DECD(deg)	29.7	30.1	25.1	22.9
$\Psi_{MB}(\text{deg})$	240.9 ¹⁾	116.5	237.2 ¹⁾	139.8
$i_{MB}(\text{deg})$	0.8 ¹⁾	0.9	3.8 ¹⁾	3.7
e_{MB}	0.219 ¹⁾	0.200	0.213 ¹⁾	0.204
Maneuver date		12/24/94		10/16/15
$\Delta V_M(\text{m/s})$		648		339
$\Psi_{MA}(\text{deg})$		132.7		97.4
$i_{MA}(\text{deg})$		1.1		3.7
e_{MA}		0.180		0.187
Venus encounter date	3/9/95	3/5/95	12/9/15	12/7/15
$\phi_B(\text{deg})^2$	61.0	75.2	70.3	80.0
$\phi_T(\text{deg})$	62.0	75.2	75.6	80.0
$\Delta V_S(\text{m/s})$	1330	0	1015	0
Earth encounter date	2/11/96	2/15/96	11/14/16	11/14/16
$\Delta V_S(\text{m/s})$	1320	1257	1711	1702
Jupiter Arrival date	8/15/98	10/14/98	6/19/19	6/27/19
$V_{\infty J}(\text{km/s})$	6.19	6.15	5.99	5.96
$\Delta V_{PI}(\text{m/s})$	2650	1905	2726	2041
$\Delta V_T(\text{km/s})^3$	7.252	6.389	7.337	6.605
$T_J(\text{days})$	1418	1493	1458	1470

1) Earth to Venus trajectory leg

2) 200km altitude

3) 200km altitude circular orbit about the Earth

4 $R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

場合を除いて、全て楕円弾道軌道に縮退している。

1994 年と 2015 年の軌道の特徴は、地球金星間軌道が中間インパルスを含む軌道になっていることで、これを楕円弾道軌道とした場合の軌道性能は、表 3-21 に示すとおりである。この表には比較のため中間インパルスを含む軌道になる場合もあわせて掲げたが、ここから次のような事がわかる。

地球金星間軌道を楕円弾道軌道とする場合、金星スウィングバイ時にいずれも 1 km/s 以上の速度増加が必要である。

これに対して、中間インパルスを含む軌道になる場合には、中間インパルス点でそれぞれ 650 m/s, 340 m/s の速度増加が必要になるが、このとき金星スウィングバイ時の速度増分は 0 m/s の非推力スウィングバイになる。

このことから全速度増分 ΔV_T は、地球金星間軌道が中間インパルスを含む軌道になる場合には、そうでない場合に対して 700~900 m/s 減少する結果になる。また、地球金星間軌道を楕円弾道軌道にすると、1994 年、2015 年のいずれの場合も全速度増分 ΔV_T は 7 km/s を超える値になって、打ち上げにはこの軌道モードは適さなくなる。

以上のことは、(出発時の) 地球、金星、(帰還時の) 地球、木星の相対的な配置関係によっては、惑星間軌道の途中に積極的に中間インパルスを導入すると、全速度増分の削減や打ち上げの機会の増加につながることを示している。

表 3-22 は、軌道モードごとの代表的な軌道として、全速度増分 ΔV_T が最小になる場合と比較的大きくなる場合の 2 種類について、軌道区分ごとの軌道要素を示したものである。ただし、軌道要素としては、長半径 a と離心率 e だけを掲げた。

地球金星間軌道の長半径は、どの軌道モードでも 0.8 AU 前後の値でほぼ一定しているが、離心率は地球と金星の相対的な配置関係によってわずかに変化している。

また、金星地球間軌道では、表の下にある軌道モードほど、すなわち、金星地球間軌道と地球金星間軌道が順次太陽周回を含むにつれて、その長半径および離心率ともに増加している。この様子は図 3-27~図 3-30 に端的にあらわれている。

表 3-22 軌道モードごとの軌道要素

Trajectory mode	Launch year	Earth-Venus leg		Venus-Earth leg		Earth-Jupiter leg	
		a (AU)	e	a (AU)	e	a (AU)	e
mode III (3235,000)	2009	0.848	0.164	1.049	0.307	3.066	0.685
	2012	0.842	0.188	1.070	0.328	3.206	0.700
mode III (3235,010)	2007	0.809	0.255	1.190	0.419	2.963	0.693
	2017	0.751	0.344	1.241	0.485	2.963	0.716
mode III (3235,100)	2005	0.804	0.252	1.255	0.439	2.926	0.697
	2018	0.762	0.313	1.310	0.487	2.911	0.710
mode III (3235,110)	2005	0.839	0.281	1.324	0.480	3.162	0.721
	2015	0.809	0.237	1.354	0.475	3.071	0.714

表 3-23 軌道モードごとの ΔV_T の最小値

Trajectory mode	Minimum value of ΔV_T (km/s)
mode III (3235,000)	6.170
mode III (3235,010)	5.552
mode III (3235,100)	4.943
mode III (3235,110)	5.083

さらに、地球木星間軌道では、長半径と離心率はどの軌道モードでもそれぞれ 3.0 AU 前後と 0.7 前後の値であってほぼ一定している。

次に、表 3-23 には軌道モードごとの全速度増分の最小値を示すが、一見してわかるように、表の下にある軌道モードほど全速度増分が小さくなっている。これは金星地球間軌道と地球金星間軌道に順次太陽周回を入れた効果のあらわれであって、これによって（出発時の）地球、金星、（帰還時の）地球、木星を無理なく結ぶ軌道の生成が可能になり、その結果、金星スウィングバイ時と地球スウィングバイ時での速度増分の和が約 500 m/s と比較的小さく抑えられることを反映した結果である。

一方、全速度増分が 6.2～6.9 km/s と比較的大きな値となる最大の要因は、金星スウィングバイ時または地球スウィングバイ時での速度増分、あるいはその双方での速度増分の和が 1.0～2.0 km/s となることにある。この根本的な原因は、（出発時の）地球、金星、（帰還時の）地球、木星の相対的な配置関係が適切でないことによるが、具体的には、惑星スウィングバイ時での接近相対速度と離脱相対速度の大きさが等しくないことと、惑星への最接近高度に制限があるため、相対速度方向に対する要求回転角 ϕ_T が達成できないことの二点である。

mode III (3235, 000) 軌道での地球スウィングバイ時の接近相対速度と離脱相対速度の大きさの差はきわめて大きく、最大で 1.66 km/s であり、また、相対速度方向の要求回転角 ϕ_T に対する不足分は 1～6° である。しかし、これら接近相対速度と離脱相対速度の大きさの差と相対速度方向の回転角の不足分は、EVE 軌道に太陽周回を含むようにすれば、次第に減少する傾向がある。

また、打ち上げの機会は、表 3-17～表 3-20 に見るように、EVE 軌道が太陽周回を含むにしたがって、7 回、8 回、9 回と増加している。

以上のことから、一般に EVE 軌道の金星地球間軌道、または地球金星間軌道、あるいはその両方に太陽周回を許すと、全速度増分の減少と打ち上げ時機の増加が期待できるといえる。

第 4 章 各軌道モードの比較と軌道計画

本章では、第 3 章に示した各軌道モードの軌道特性のうち、軌道計画に際して特に重要となる全速度増分、飛行時間、打ち上げ時機について比較検討する。その結果、いくつかの軌道計画を提案する。[37]

4-1 各軌道モードの比較

地球から木星への惑星間飛行に当って、多くの軌道モードが考えられるが、ここでは

- 1) 地球から直接木星へ至る直接軌道——mode I (35) 軌道
- 2) 地球出発後、一度地球にもどし、そのスウィングバイを経て、木星に至る軌道——mode II (335) 軌道
- 3) 地球出発後、火星スウィングバイを経て、木星に至る軌道——mode II (345) 軌道
- 4) 地球出発後、金星および地球のスウィングバイを経て、木星に至る軌道——mode III (3235) 軌道

の 4 種類の軌道モードを想定した。

これらの軌道モードの優劣を左右するパラメータには全速度増分 ΔV_T と飛行時間 T_f が考えられ、これらの関係を示したのが図 4-1 である。

最初に目につくことは、mode I (35) 軌道と mode II (345) 軌道、また mode II (335) 軌道と mode III (3235) 軌道とはそれぞれ類似した特性を示すことである。そこでこれらの軌道

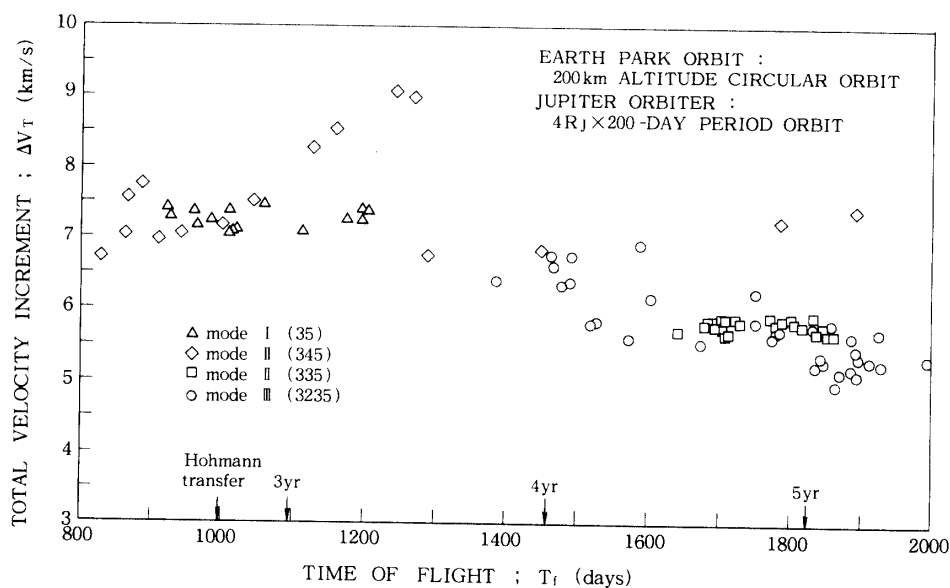


図 4-1 各軌道モードの分布

表4-1 軌道モードごとの ΔV_T と T_f の比較

Group	Trajectory mode	Trajectory type	ΔV_T (km/s)	T_f (yrs) (opt)
A	mode I (35,0)	type 1 & type 2	7.0~7.5	2.5~3.3(2.8)
	mode II (345,00)	type(1,1)	6.7~	2.4~ (2.3)
	mode II (335,00)	type(2,2)	5.7~5.9	4.5~5.2(4.7)
	mode II (335,10)	type(3,1)	5.7~5.9	4.7~5.2(4.8)
B	mode III (3235,000)	type(2,2,2)	6.2~	3.8~ (4.4)
	mode III (3235,010)	type(2,3,1)	5.5~	4.1~ (4.6)
	mode III (3235,100)	type(4,2,2)	5.0~	4.8~ (5.1)
	mode III (3235,110)	type(4,3,1)	5.1~	5.1~ (5.2)

モードを二つのグループに分け、mode I (35)軌道と mode II (345)軌道をグループ A とし、mode II (335)軌道と mode III (3235)軌道をグループ B とする。そして、グループごとにこれらの軌道モードの正確な全速度増分 ΔV_T と飛行時間 T_f を示せば、表4-1 のようになる。

グループ A の軌道モードでの全速度増分の最小値は、いずれも約 7.0 km/s であるが、飛行時間は mode I (35)軌道で 2.5~3.3 年であるのに対し、mode II (345)軌道では広範囲にわたり、長いもので 5 年を超えるものもある。しかし、これらの軌道モードの大部分は、全速度増分で 7.2 km/s 前後、飛行時間では 2.2~3.3 年(800~1200 日)に集中している。

一方、グループ B の軌道モードでの全速度増分の最小値は、mode II (335)軌道のいずれの増分も 5.7 km/s であるが、mode III (3235)軌道の場合、軌道モードが異なると多少変化がある。すなわち、EVE 軌道に太陽周回を含むほど全速度増分の最小値は減少する傾向にある。しかし、それにも限度があり、mode III (3235, 100)軌道と mode III (3235, 110)軌道ではほぼ同じ値の 5.0km/s になっている。また、飛行時間は、mode II (335)軌道で 4.4~5.5 年であるのに対し、mode III (3235)軌道では 3.8~6.5 年と広範囲にわたっている。しかし、これらの軌道モードの大部分は、全速度増分で 5.0~5.8 km/s の範囲に、また飛行時間では 4.4~5.3 年(1600~1950 日)に集中している。

グループ A とグループ B の軌道モードでは、全速度増分の面でグループ B の方が 2 km/s 程度低い値となるが、飛行時間の面ではグループ A の方が 1~2 年程度短くなっている。

グループ B の軌道モードの全速度増分が低くなるのは、mode II (335)軌道では地球スウィングバイを、また mode III (3235)軌道では金星および地球スウィングバイを利用することによるものである。したがって、そのための“回り道”軌道が必要になることから、これらの軌道モードでの飛行時間は、必然的に長くなる。

軌道計画に当って、どのグループのどの軌道モードを選択すべきかは打ち上げロケットの能力、すなわち全速度増分 ΔV_T と飛行時間 T_f とが大きな要素になると考えられる。

表 4-2 軌道モードごとの打ち上げから次の打ち上げまでの期間と循環周期

Trajectory mode	Launch to next launch (days)	Cycle period (yrs)
mode I (35)	399	12.0
mode II (335)	399	12.0
mode II (345)	780	47.0
mode III (3235)	1168	24.0

表 4-3 mode I (35,0)軌道と mode II (345,00)軌道の比較

Parameter	1988		1990	
	mode I (35,0)	mode II (345,00)	mode I (35,0)	mode II (345,00)
Earth departure date	8/ 8/88	7/16/88	10/16/90	9/ 9/90
C_3 (km ² /s ²)	80.0	43.4	80.3	39.0
DECD(deg)	16.1	1.2	14.3	28.2
Maneuver date	5/ 1/89	—	9/16/91	—
ΔV_M (m/s)	244	—	263	—
Mars encounter date	—	10/11/88	—	1/ 2/91
$V_{\infty I}$ (km/s)	—	10.02	—	8.93
ϕ_B (deg) ¹⁾	—	12.3	—	15.1
ϕ_T (deg)	—	18.9	—	25.7
ΔV_S (m/s)	—	1333	—	2031
$V_{\infty O}$ (km/s)	—	10.62	—	9.96
Jupiter arrival date	5/21/91	2/16/91	1/26/94	7/19/93
$V_{\infty J}$ (km/s)	5.42	5.19	5.50	4.86
ΔV_T (km/s) ²⁾	7.347	7.044	7.394	7.512
T_J (days)	1007	945	1199	1044

1) 200km altitude

2) 200km altitude circular orbit about the Earth

4 $R_J \times 200$ -day period orbit about Jupiter

次に各軌道モードでの打ち上げ時機について検討する。

表 4-2 は、各軌道モードでの打ち上げから次の打ち上げまでの日数と循環周期を示したものである。

mode I (35)軌道と mode II (335)軌道は、ともに地球と木星の会合周期 (398.9 日) ごとに打ち上げ時機が訪ずれ、またいずれの軌道モードも 12.0 年周期で類似した軌道性能を繰り返す。

これに対して、mode II (345)軌道と mode III (3235)軌道では、ある一定期間ごとに打ち上げが可能な期間と、まったく打ち上げができない期間とが存在する。打ち上げが可能な

期間のとき、mode II (345)軌道では地球と火星の会合周期 (779.9 日) ごとに、また mode III (3235)軌道では地球と金星の2会合周期 (1167.8 日) ごとに打ち上げ時機が訪ずれ、さらに類似した軌道性能はそれぞれ 47.0 年、24.0 年ごとにあらわれる。

表 4-3 は、グループ A の2種類の軌道モードによる打ち上げのうち 1988 年と 1990 年の場合を比較したものであるが、地球出発日はきわめて近接しており、また、mode I (35)軌道での打ち上げ時機は 399 日ごとに訪ずれるが、mode II (345)軌道でのそれは 780 日ごとで、399 日の約 2 倍である。したがって mode I (35)軌道での打ち上げ時機とほぼ同じ時機に、その 2 回に 1 回の割り合いで mode II (345)軌道による打ち上げが可能である。

全速度増分 ΔV_T と飛行時間 T_f で評価する限り、mode II (345)軌道の mode I (35)軌道に対する有利な点は見出し得ない。しかし、打ち上げ時機によっては地球からの離脱相対速度方向の赤緯が 0° に近い値となる場合があり、唯一その点にのみその利点を認めることができる。

一方、グループ B の2種類の軌道モードであるが、これらの優劣はつけがたい。しかし、mode III (3235)軌道での打ち上げ時機は、(出発時の)地球、金星、(帰還時の)地球、木星

表 4-4 ベスト 21 mode III (3235) 軌道, 1990~2018 年

Earth departure date	Jupiter arrival date	Trajectory type	C_3 (km ² /s ²)	V_{∞} (km/s)	ΔV_{PI} (m/s)	ΔV_T (km/s)	T_f (days)
1/30/90	12/11/94	(2,3,1)	22.7	5.88	597	5.599	1776
3/18/91	5/25/96	(4,3,1)	13.1	6.43	378	5.083	1895
4/27/93	7/ 5/97	(2,3,1)	27.2	6.46	528	5.834	1530
7/24/94	9/25/99	(4,3,1)	19.3	6.40	208	5.174	1887
10/25/97	11/29/02	(4,3,1)	22.7	6.25	727	5.803	1861
1/22/98	1/27/02	(2,2,2)	21.7	5.95	1781	6.757	1466
3/10/99	3/22/04	(4,2,2)	13.6	5.71	626	5.209	1838
2/ 1/01	5/13/06	(4,3,1)	20.0	6.19	653	5.687	1927
6/ 5/02	9/19/07	(4,2,2)	15.7	5.90	529	5.241	1932
4/17/04	8/10/08	(2,3,1)	17.8	6.05	767	5.595	1576
9/13/05	10/24/10	(4,2,2)	15.4	6.35	155	4.943	1867
7/24/07	2/25/12	(2,3,1)	16.5	6.39	679	5.522	1677
10/25/08	11/18/13	(4,3,1)	20.2	6.08	322	5.267	1850
1/22/09	6/ 2/13	(2,2,2)	21.9	6.22	1863	6.900	1592
10/27/10	12/26/14	(2,3,1)	21.1	6.06	826	5.796	1521
12/21/11	6/ 6/17	(4,3,1)	21.2	5.83	380	5.311	1995
3/30/12	6/ 9/17	(4,2,2)	20.6	5.78	536	5.431	1898
2/ 7/14	12/31/18	(2,3,1)	26.1	5.99	551	5.716	1788
3/26/15	5/10/20	(4,3,1)	14.9	6.59	291	5.107	1872
5/ 9/17	6/13/21	(2,3,1)	33.1	6.65	1151	6.738	1495
7/30/18	10/27/23	(4,3,1)	19.6	6.38	312	5.284	1914

の相対的な配置関係から制限を受けるのに対し、mode II (335) 軌道での打ち上げ時機は、地球と木星との会合時であればつねに打ち上げ可能である。この点で mode II (335) 軌道の方がわずかに有利であるといえる。

4-2 木星への軌道計画

ここでは、前節での結論にもとづいて、木星への軌道計画をいくつか提案する。

地球から木星へ至る場合、その飛行時間の理論的な最小値は、Hohmann 移行軌道によるときの 996.8 日 (2.7 年) で、これに匹敵するのがグループ A の軌道モードの大部分である。したがって、地球から木星へ最短時間で飛行するには mode I (35) 軌道と mode II (345) 軌道の一部が適切で、表 3-2 と表 3-9 の軌道が利用できる。

一方、5 年程度の飛行時間が確保できる場合には、グループ B の軌道モードが適切である。その場合、mode II (335) 軌道によるか、mode III (3235) 軌道によるかは打ち上げ時の制約やミッションからの要請に応じて判断すべきである。その結果、mode II (335) 軌道による場合は、表 3-5 と表 3-6 の軌道が利用できる。

また mode III (3235) 軌道による場合、ここでは 4 種類の軌道モードを検討したので、打ち上げの年ごとにそれらの中から全速度増分が最小になるものを選ぶと、表 4-4 のようになる。この表から、この軌道モードではほとんど毎年打ち上げが可能であるが、しかし年によっては打ち上げが不可能な場合もあることがわかる。

第5章 結 論

本研究では、木星へ至る4種類の軌道モードを取り上げ、それらの一般的特性とそれぞれの得失について検討したが、それについての詳細は第3章および第4章で述べたとおりである。その結果、総合的な見地から判断すれば、一般には地球スウィングバイを利用するmode II (335)軌道が最も有利であると言えよう。

また、本研究では、複数の惑星スウィングバイを含む惑星間軌道を求める問題を独自の軌道生成要素を定義することにより非線形最適化問題に定式化し、局地的な最適解として最適軌道を得る新たな方法を提案したが、この方法は、軌道計画や軌道の初期設計といった場合に有効であることが確認できた。

とくに、この種の最適化問題の解法には、従来、Newton法が利用されるが、この手法では評価関数の独立変数に対する1次もしくは2次の微係数を必要とする。本研究では、その手間を省くために、評価関数の微係数を必要としない手法のなかで最も有効なものの一つである修正Powell法を使用した。本問題の場合、独立変数の個数は、mode I軌道で6個、mode II軌道で13個、mode III軌道で20個になるが、修正Powell法はいずれの場合にも有効にはたらき、数値解法の簡素化とこの種の問題の解法に利用できることが確認できた。

その結果、本手法は、木星を目標とする場合のみならずそれ以外の外惑星や内惑星、さらに小惑星を目標とするといった場合にも広く応用できるという点で一般的な手法と言えよう。

しかし、この方法は詳細な点で一二の問題点を残しており、それは今後の改善すべき課題である。

まず第一の問題点は、最適解を得るための評価関数であるが、本研究ではそれに各軌道生成要素で生ずる速度増分の総和に加えて地球周回軌道からの離脱および木星周回軌道への進入に要する速度増分を設定したが、厳密には、地球周回軌道からの離脱、惑星間軌道での軌道または軌道面変更、さらに木星周回軌道への進入といった各段階で使用する推進機関の性能の違いを考慮した評価関数を用いる必要がある。それには、各段階での速度増分に重みをつけるか、あるいは全く新たな評価関数として、木星周回軌道へ投入されるペイロード重量を設定することが考えられるが、これについてはさらに検討する必要がある。

第二の問題点は、軌道生成要素の一つに設定した1インパルス推力スウィングバイ軌道であるが、本研究では影響圏脱出時に速度増分を加えるというモデルを採用して最適軌道を得たが、その後、文献[32]にある最接近点で任意の方向に速度増加を図るモデルによって再計算を行なった結果、影響圏脱出点で速度増加を図るとしたモデルでの速度増分値の方が僅ながら下回るという結果を得、ここで採用したモデルが適切であったことが裏づけられた。しかしながら、あらゆるスウィングバイ条件に対しても常に最適なインパルス点を

与えるような一般的なモデルとして、影響圏進入点から脱出点に至る任意の点で速度増加を図るモデルを採用することが望ましいと考える。

次に、本研究では、最適解を得るに当たって木星オービターミッションを想定し木星周回軌道を仮定したことから、ここで得た最適軌道は一般性に欠けるとの懸念をもつが、後にこの仮定を取り去って再計算を実施した結果、最適軌道はそれを仮定した場合とほとんど変わらず、したがって、この仮定によって得られた最適軌道がその一般性を失うものではないことが確認された。そして、それはむしろ新たな木星オービターミッションに対する最適軌道を求めるに当たっての適切な初期値としての性格をもつという点で、大きな意味をもつと言えよう。

また、本研究では、特定の期間にわたって、各軌道モードごとに存在が予測できる全ての軌道についてその最適軌道を求めているが、これ以外には存在しないと断言はできない。この意味で、第3章で示した軌道解析法には限界があると言わざるをえない。

この点に着目して、最近、エキスパートシステムを導入することにより軌道設計を行なう方法が田辺ら [38] によって検討されているが、これは新たな軌道計画の手法として今後大いに期待されることを付記しておきたい。

付録 A 惑星間軌道の計算式

ここでは、中間インパルスを含む惑星間軌道の生成に使用する計算式をまとめておく。
[39] ～ [46]

A-1 Lambert の定理を利用する場合

黄道座標系に対して、出発点と到着点の位置 \underline{r}_D と \underline{r}_A 、およびその間の飛行時間 T_f が与えられたとき、その二点間を結ぶ軌道の軌道要素と軌道上の任意の点での速度などを求める計算式を以下に列挙する。

移行軌道の移行角 Ψ は、

$$\cos \Psi = \frac{\underline{r}_D \cdot \underline{r}_A}{r_D r_A} \quad (0 \leq \Psi \leq 2\pi) \quad (\text{A-1 a})$$

$$\sin \Psi = \text{sgn}[(\underline{r}_D \times \underline{r}_A) \cdot \hat{k}] \sqrt{1 - \cos^2 \Psi} \quad (\text{A-1 b})$$

から求める。ここで \hat{k} は、黄道面に垂直で、その北極方向の単位ベクトルである。

軌道面に垂直な単位ベクトルは、

$$\hat{W} = \frac{\underline{r}_D \times \underline{r}_A}{|\underline{r}_D \times \underline{r}_A|} = (W_x, W_y, W_z) \quad (\text{A-2})$$

であるから、軌道面の傾斜角 i は、

$$\cos i = W_z \quad (0 \leq i \leq \pi) \quad (\text{A-3})$$

から求め、また昇交点経度 Ω は、

$$\cos \Omega = \frac{-W_y}{\sqrt{W_x^2 + W_y^2}} \quad (0 \leq \Omega \leq 2\pi) \quad (\text{A-4 a})$$

$$\sin \Omega = \frac{W_x}{\sqrt{W_x^2 + W_y^2}} \quad (\text{A-4 b})$$

より得る。

次に Lambert の定理を利用して移行軌道の長半径 a 、半直弦 p 、および離心率 e を求める。ただし、移行軌道が楕円軌道となるときには太陽周回を含まない場合のみを扱い、それを含む場合は付録 B に述べる。

二点間を結ぶ弦の長さを c 、最小エネルギー楕円軌道の長半径を a_m 、半直弦を p_m 、離心率を e_m 、飛行時間を T_m とすれば、

$$c = |\underline{r}_A - \underline{r}_D| \quad (\text{A-5})$$

$$a_m = \frac{r_D + r_A + c}{4} \quad (\text{A-6})$$

$$p_m = \frac{2(s - r_D)(s - r_A)}{c} \quad (\text{A-7})$$

$$e_m = \sqrt{1 - \frac{p_m}{a_m}} \quad (\text{A-8})$$

1) $0 < \Psi < \pi$ のとき

$$T_m = \sqrt{\frac{a_m^3}{\mu}} [\pi - (\beta_m - \sin \beta_m)] \quad (\text{A-9})$$

2) $\pi < \Psi < 2\pi$ のとき

$$T_m = \sqrt{\frac{a_m^3}{\mu}} [\pi + (\beta_m - \sin \beta_m)] \quad (\text{A-10})$$

となる．ここで μ は太陽の重力定数で，また

$$s = 2a_m \quad (\text{A-11})$$

として

$$\beta_m = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{s-c}{s}} \quad (0 \leq \beta_m \leq \pi) \quad (\text{A-12})$$

である．

また，二点間を結ぶ放物線軌道の飛行時間 T_p と半直弦 p_p は次のようになる．

1) $0 < \Psi < \pi$ のとき

$$T_p = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\mu}} [s^{\frac{3}{2}} - (s-c)^{\frac{3}{2}}] \quad (\text{A-13})$$

$$p_p = \frac{2(s-r_D)(s-r_A)}{c^2} (\sqrt{s} + \sqrt{s-c})^2 \quad (\text{A-14})$$

2) $\pi < \Psi < 2\pi$ のとき

$$T_p = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\mu}} [s^{\frac{3}{2}} + (s-c)^{\frac{3}{2}}] \quad (\text{A-15})$$

$$p_p = \frac{2(s-r_D)(s-r_A)}{c^2} (\sqrt{s} - \sqrt{s-c})^2 \quad (\text{A-16})$$

したがって，移行軌道が楕円，双曲線，放物線のいずれになるかは T_f と T_p との大小関

係から決まる.

- 1) $T_f = T_p$ なら放物線軌道になり, その近日点距離 q , 半直弦 p , 離心率 e は

$$q = \frac{p_p}{2} \quad (\text{A-17})$$

$$p = p_p \quad (\text{A-18})$$

$$e = 1 \quad (\text{A-19})$$

である.

- 2) $T_f > T_p$ なら楕円軌道となるので,

$$\alpha = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{s}{2a}} \quad (0 \leq \alpha \leq \pi) \quad (\text{A-20})$$

$$\beta = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{s-c}{2a}} \quad (0 \leq \beta \leq \pi) \quad (\text{A-21})$$

を定義し, これと次式とから繰り返し計算により長半径 a を求める.

$0 < \Psi < \pi$	$T_f < T_m$	$T_f = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [(\alpha - \sin \alpha) - (\beta - \sin \beta)]$	(A-22)
	$T_f > T_m$	$T_f = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [2\pi - (\alpha - \sin \alpha) - (\beta - \sin \beta)]$	(A-23)
$\pi < \Psi < 2\pi$	$T_f < T_m$	$T_f = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [(\alpha - \sin \alpha) + (\beta - \sin \beta)]$	(A-24)
	$T_f > T_m$	$T_f = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [2\pi - (\alpha - \sin \alpha) + (\beta - \sin \beta)]$	(A-25)

その結果, 半直弦 p は,

- a) $0 < \Psi < \pi$ かつ $T_f < T_m$, $\pi < \Psi < 2\pi$ かつ $T_f > T_m$ の場合

$$p = \frac{4a(s-r_D)(s-r_A)}{c^2} \sin^2 \frac{\alpha + \beta}{2} \quad (\text{A-26})$$

- b) $0 < \Psi < \pi$ かつ $T_f > T_m$, $\pi < \Psi < 2\pi$ かつ $T_f < T_m$ の場合

$$p = \frac{4a(s-r_D)(s-r_A)}{c^2} \sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (\text{A-27})$$

となるから、離心率 e は次式より求まる.

$$e = \sqrt{1 - \frac{p}{a}} \quad (\text{A-28})$$

3) $T_f < T_p$ なら双曲線軌道となるので,

$$\alpha = 2 \sinh^{-1} \sqrt{\frac{s}{2a}} \quad (\text{A-29})$$

$$\beta = 2 \sinh^{-1} \sqrt{\frac{s-c}{2a}} \quad (\text{A-30})$$

を定義し、これと次式とから繰り返し計算により長半径 a を求める.

a) $0 < \Psi < \pi$ のとき

$$T_f = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [(\sinh \alpha - \alpha) - (\sinh \beta - \beta)] \quad (\text{A-31})$$

b) $\pi < \Psi < 2\pi$ のとき

$$T_f = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [(\sinh \alpha - \alpha) + (\sinh \beta - \beta)] \quad (\text{A-32})$$

その結果、半直弦 p は

a) $0 < \Psi < \pi$ のとき

$$p = \frac{4a(s-r_D)(s-r_A)}{c^2} \sinh^2 \frac{\alpha + \beta}{2} \quad (\text{A-33})$$

b) $\pi < \Psi < 2\pi$ のとき

$$p = \frac{4a(s-r_D)(s-r_A)}{c^2} \sinh^2 \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (\text{A-34})$$

から求まるので、離心率 e は,

$$e = \sqrt{1 + \frac{p}{a}} \quad (\text{A-35})$$

から得られる.

出発点の真近点離角 ν_D は, $0 < \Psi < \pi$ または $\pi < \Psi < 2\pi$ のとき

$$\cos \nu_D = \frac{p - r_D}{er_D} \quad (\text{A-36 a})$$

$$\sin \nu_D = \frac{1}{\sin \Psi} \left[\cos \nu_D \cos \Psi - \left(\frac{p - r_A}{er_A} \right) \right] \quad (0 \leq \nu_D \leq 2\pi) \quad (\text{A-36 b})$$

から求まるので、到着点の真近点離角 ν_A は,

$$\nu_A = \nu_D + \Psi \quad (\text{A-37})$$

となる。

昇交点方向の単位ベクトル \hat{n} と軌道面内でそれに垂直な方向の単位ベクトル \hat{m} は、それぞれ

$$\hat{n} = \frac{\hat{k} \times \hat{W}}{|\hat{k} \times \hat{W}|} \quad (\text{A-38})$$

$$\hat{m} = \frac{\hat{W} \times \hat{n}}{|\hat{W} \times \hat{n}|} \quad (\text{A-39})$$

となるので、位置 \underline{r} での黄緯引数 u は

$$\cos u = \frac{\underline{r} \cdot \hat{n}}{r} \quad (\text{A-40a})$$

$$(0 \leq u \leq 2\pi)$$

$$\sin u = \frac{\underline{r} \cdot \hat{m}}{r} \quad (\text{A-40b})$$

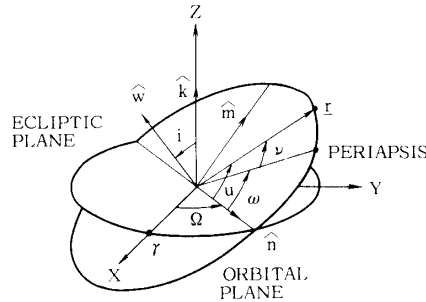


図 A-1 座標系と単位ベクトル

から求まる。したがって、近日点引数 ω は、位置 \underline{r} での真近点離角 ν を用いて

- 1) $u > \nu$ のとき

$$\omega = u - \nu \quad (\text{A-41a})$$

- 2) $u < \nu$ のとき

$$\omega = 2\pi + u - \nu \quad (\text{A-41b})$$

となる。

また、離心近点離角 E は、

- 1) 楕円軌道するとき

$$\cos E = \frac{e + \cos \nu}{1 + e \cos \nu} \quad (\text{A-42a})$$

$$(0 \leq E \leq 2\pi)$$

$$\sin E = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin \nu}{1+e \cos \nu} \quad (\text{A-42 b})$$

2) 双曲線軌道するとき

$$E = \sinh^{-1} \left[\frac{\sqrt{e^2-1} \sin \nu}{1+e \cos \nu} \right] \quad (\text{A-43})$$

から求まるので、平均近点離角 M は Kepler 方程式より得られ、

1) 楕円軌道するとき

$$M = E - e \sin E \quad (\text{A-44})$$

2) 双曲線軌道するとき

$$M = e \sinh E - E \quad (\text{A-45})$$

である。

移行軌道上の任意の点の位置を \underline{r} ，その点での速度を V ，その経路角を Γ とすれば、

1) 楕円軌道の場合

$$V = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad (\text{A-46})$$

$$\cos \Gamma = a \sqrt{\frac{1-e^2}{r(2a-r)}} \quad (\text{A-47 a})$$

$$\sin \Gamma = e \sin \nu \sqrt{\frac{r}{(1-e^2)(2a-r)}} \quad (\text{A-47 b})$$

2) 双曲線軌道の場合

$$V = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a} \right)} \quad (\text{A-48})$$

$$\cos \Gamma = a \sqrt{\frac{e^2-1}{r(2a+r)}} \quad (\text{A-49 a})$$

$$\sin \Gamma = e \sin \nu \sqrt{\frac{r}{(e^2-1)(2a+r)}} \quad (\text{A-49 b})$$

であるから、速度 \underline{V} は

$$\underline{V} = \frac{V}{r} [(\hat{W} \times \underline{r}) \cos \Gamma + \underline{r} \sin \Gamma] \quad (\text{A-50})$$

となる。

A-2 Battin の公式を利用する場合

黄道座標系に対して、出発点の位置 \underline{r}_D とその点での速度 \underline{V}_D が与えられたとき、飛行時間 T_f の後に到達する点の位置 \underline{r} 、およびその点での速度 \underline{V} 、さらにそれらの二点間を結ぶ軌道の軌道要素を求める計算式を以下に列挙する。

太陽の重力定数を μ とすれば、楕円の長半径の逆数 ε_0 は

$$\varepsilon_0 = \frac{2}{r_D} - \frac{V_D^2}{\mu} \quad (\text{A-51})$$

である。ここで移行軌道は $\varepsilon_0 > 0$ なら楕円に、 $\varepsilon_0 < 0$ なら双曲線になる。

まず、以下に示した Kepler 方程式に相当する式より角 F を求める。

1) 楕円軌道のとき $\varepsilon = \varepsilon_0$ を定義して

$$T_f \varepsilon_0 \sqrt{\mu \varepsilon} = F + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} r_D \cdot V_D (1 - \cos F) + (\varepsilon_0 r_D - 1) \sin F \quad (\text{A-52})$$

2) 双曲線軌道のとき $\varepsilon = -\varepsilon_0$ を定義して

$$T_f \varepsilon_0 \sqrt{\mu \varepsilon} = F + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} r_D \cdot V_D (1 - \cosh F) + (\varepsilon_0 r_D - 1) \sinh F \quad (\text{A-53})$$

である。したがって、到達点の位置 \underline{r} とその点での速度 \underline{V} は、

1) 楕円軌道のとき

$$\underline{r} = \left(1 + \frac{\cos F - 1}{\varepsilon r_D}\right) \underline{r}_D + \left(T_f + \frac{\sin F - F}{\varepsilon \sqrt{\varepsilon \mu}}\right) \underline{V}_D \quad (\text{A-54})$$

$$\underline{V} = -\frac{\sin F}{r r_D} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \underline{r}_D + \left(1 + \frac{\cos F - 1}{\varepsilon r}\right) \underline{V}_D \quad (\text{A-55})$$

2) 双曲線軌道のとき

$$\underline{r} = \left(1 + \frac{1 - \cosh F}{\varepsilon r_D}\right) \underline{r}_D + \left(T_f + \frac{F - \sinh F}{\varepsilon \sqrt{\varepsilon \mu}}\right) \underline{V}_D \quad (\text{A-56})$$

$$\underline{V} = -\frac{\sinh F}{r r_D} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \underline{r}_D + \left(1 + \frac{1 - \cosh F}{\varepsilon r}\right) \underline{V}_D \quad (\text{A-57})$$

から求まる。

次に、軌道上の一点での位置 \underline{r} と速度 \underline{V} とから軌道要素を求める。

軌道の角運動量 \underline{h} は

$$\underline{h} = \underline{r} \times \underline{V} \quad (\text{A-58})$$

であるから、それと同じ方向の単位ベクトル \hat{W} は、

$$\hat{W} = \frac{h}{h} = (W_x, W_y, W_z) \quad (\text{A-59})$$

となる。したがって、軌道面の傾斜角 i 、昇交点経度 Ω は、それぞれ (A-3)、(A-4) から得られる。

移行軌道の長半径 a と離心率 e は、

1) 楕円軌道のとき

$$a = \left(\frac{2}{r} - \frac{V^2}{\mu} \right)^{-1} \quad (\text{A-60})$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{h^2}{\mu a}} \quad (\text{A-61})$$

2) 双曲線軌道のとき

$$a = \left(\frac{V^2}{\mu} - \frac{2}{r} \right)^{-1} \quad (\text{A-62})$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{h^2}{\mu a}} \quad (\text{A-63})$$

から求まる。

真近点離角 ν は、

$$\cos \nu = \frac{1}{e} \left(\frac{h^2}{\mu r} - 1 \right) \quad (\text{A-64 a})$$

$$(0 \leq \nu \leq 2\pi)$$

$$\sin \nu = \frac{h}{e\mu r} \underline{r} \cdot \underline{V} \quad (\text{A-64 b})$$

から得られるので、近日点引数 ω は (A-38) から (A-41) により求まる。

また、離心近点離角 E 、および平均近点離角 M も (A-42) から (A-45) を利用して求められる。

付録 B 多周回楕円移行軌道における Lambert 問題の考察

出発惑星から到着惑星までの移行軌道を求める Lambert 問題で、それを太陽周回楕円軌道とするとときに生ずる問題について検討する。

図 B-1 は、地球金星間軌道に 1 回の太陽周回を含むとした場合、その長半径 a に対する飛行時間 T_f の変化を示したものである。ここで、実線と破線は、計算に使用した式の違いを示している。

長半径、飛行時間ともそれぞれ最小値が存在し、それらは太陽周回を含まない場合と同様で、 a_m は最小エネルギー楕円軌道の長半径であり、飛行時間はその下限値 T_l である。

飛行時間を与えて長半径を求めるとき、太陽周回を含まない場合には単一解になるが、太陽周回を含む場合にはそれとは異なり二つの解 $a_1, a_2 (a_1 < a_2)$ が存在する。

図 B-2 は、図 B-1 と同じ軌道での長半径 a に対する離心率 e の変化を示したものであるが、これによると、移行角 Ψ の範囲によって様相が異なることがわかる。

すなわち、 $360^\circ < \Psi < 540^\circ$ では、実線にそって a が増加すると e は次第に減少し、その最小値に達した後は増加に転ずる。また、破線にそっては a, e ともに増加する。

一方、 $540^\circ < \Psi < 720^\circ$ では、実線にそっては a, e ともに増加するが、破線にそっては a の増加に対して e は減少し、その最小値に達した後は増加に転ずる。

いずれにせよ、与えられた飛行時間に対して、離心率の相異なる二つの解が存在する。

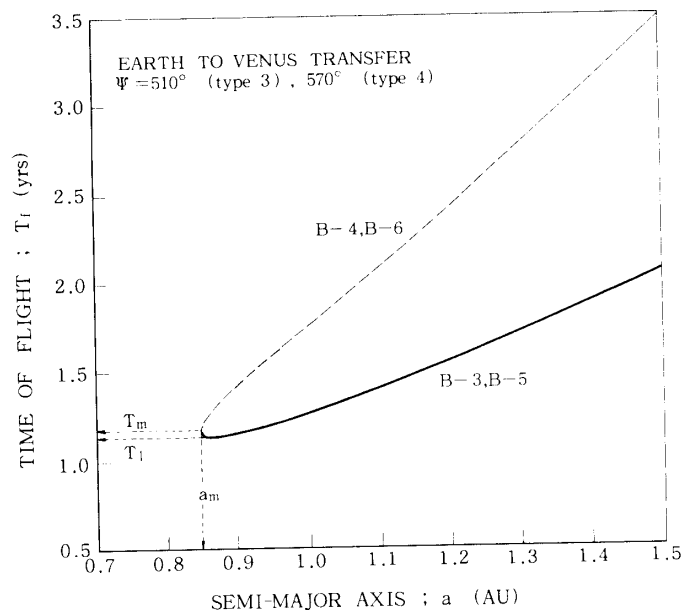


図 B-1 長半径と飛行時間の関係

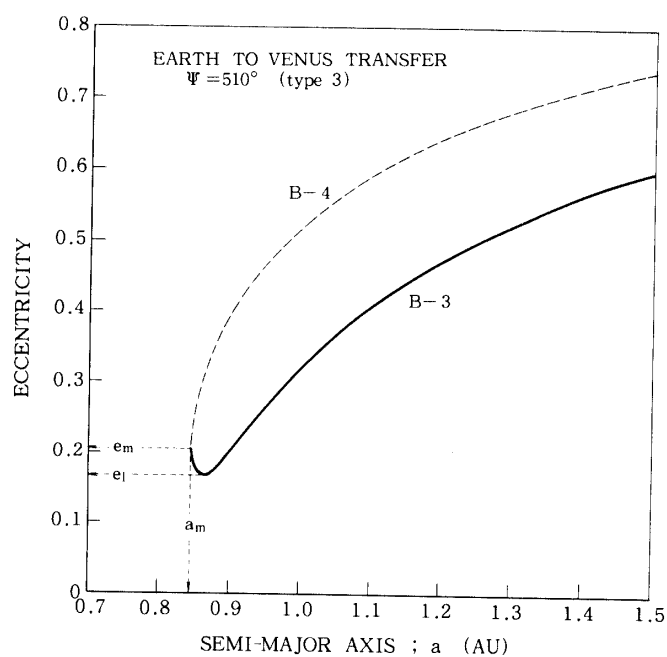


図 B-2(a) 長半径と離心率の関係

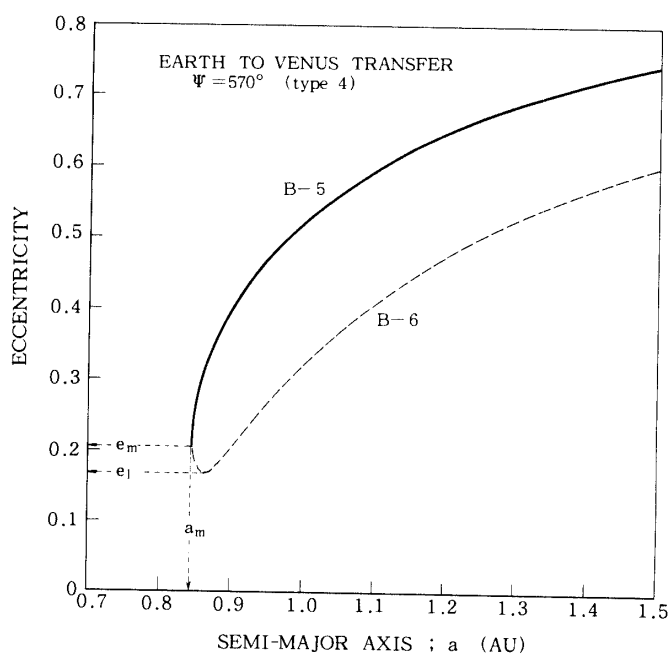


図 B-2(b) 長半径と離心率の関係

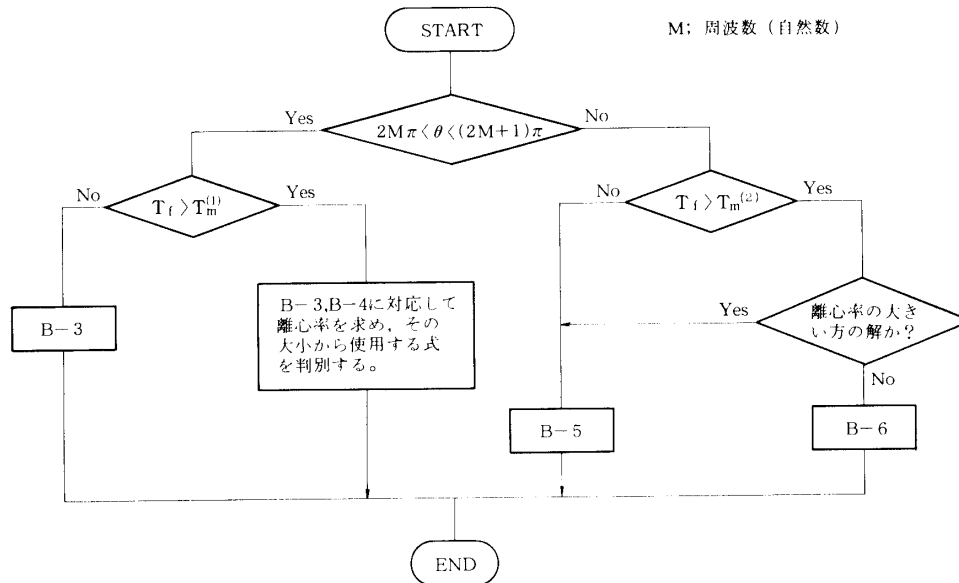


図 B-3 太陽周回を含むときの Lambert の式の引用手順

したがって、一つの飛行時間に対する二つの異なる長半径 a_1, a_2 のいずれを解として選択するかは、求めようとする軌道の離心率の大小によって判別することができよう。

一方、使用する計算式は、最小エネルギー楕円軌道の飛行時間 T_m に対して、与えられた飛行時間 T_f の長短により分かれる。

よって、以上の二点を考慮し、太陽周回を含む移行軌道を求めるのに用いる Lambert の式の引用手順は、図 B-3 のようになる。

以下に、図 B-3 で引用する式を列挙する。太陽周回数を M 、移行角を Ψ とすると、最小エネルギー楕円軌道の飛行時間 T_m は、次式より求まる。

1) $2M\pi < \Psi < (2M+1)\pi$ のとき

$$T_m^{(1)} = \sqrt{\frac{a_m^3}{\mu}} [(2M+1)\pi - (\beta_m - \sin \beta_m)] \quad (\text{B-1})$$

2) $(2M+1)\pi < \Psi < 2(M+1)\pi$ のとき

$$T_m^{(2)} = \sqrt{\frac{a_m^3}{\mu}} [(2M+1)\pi + (\beta_m - \sin \beta_m)] \quad (\text{B-2})$$

ここで、 μ は太陽の重力定数、 a_m, β_m はそれぞれ (A-6) と (A-12) から与えられる。

また、多周回楕円移行軌道の長半径 a は、飛行時間 T_f を与えて、次式から繰り返し計算により求まる。

1) $2M\pi < \Psi < (2M+1)\pi$ のとき

$$T_f = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [2M\pi + (\alpha - \sin \alpha) - (\beta - \sin \beta)] \quad (\text{B-3})$$

$$T_f = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [2(M+1)\pi - (\alpha - \sin \alpha) - (\beta - \sin \beta)] \quad (\text{B-4})$$

2) $(2M+1)\pi < \Psi < 2(M+1)\pi$ のとき

$$T_f = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [2M\pi + (\alpha - \sin \alpha) + (\beta - \sin \beta)] \quad (\text{B-5})$$

$$T_f = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [2(M+1)\pi - (\alpha - \sin \alpha) + (\beta - \sin \beta)] \quad (\text{B-6})$$

ここで, α, β はそれぞれ (A-20) と (A-21) から与えられる.
 なお, 各式に対応して, その半直弦 p を求める式には,

(B-3) と (B-6) では (A-26)

(B-4) と (B-5) では (A-27)

を用いればよい.

付録 C 惑星スウィングバイ軌道の計算式

ここでは、惑星接近相対速度 V_{∞} 、B 平面角 θ_I 、最接近高度 h からスウィングバイ軌道の軌道要素などを求めるのに必要な計算式を掲げておく。

なお、基準座標系には、黄道座標を設定する。

惑星接近相対速度の大きさ V_{∞} は、

$$V_{\infty} = |V_{\infty}| \quad (\text{C-1})$$

であるから、スウィングバイ軌道（双曲線軌道）の長半径 a は、

$$a = -\frac{\mu}{V_{\infty}^2} \quad (\text{C-2})$$

になる。ここで μ は、惑星の重力定数である。

惑星への最接近距離 r は、 R を惑星の平均半径として

$$r = R + h \quad (\text{C-3})$$

となるから、軌道の離心率 e と衝突径数 b はそれぞれ

$$e = 1 + \frac{rV_{\infty}^2}{\mu} \quad (\text{C-4})$$

$$b = \sqrt{r^2 + \frac{2r\mu}{V_{\infty}^2}} \quad (\text{C-5})$$

より求まる。

進入漸近線方向の単位ベクトル \hat{S}_I は、

$$\hat{S}_I = \frac{V_{\infty}}{V_{\infty}} = (S_{Ix}, S_{Iy}, S_{Iz}) \quad (\text{C-6})$$

となるから、その黄緯 ϕ_I は、

$$\sin \phi_I = S_{Iz} \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \phi_I \leq \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{C-7})$$

から、また黄経 θ_I は、

$$\cos \theta_I = \frac{S_{Ix}}{\sqrt{S_{Ix}^2 + S_{Iy}^2}} \quad (\text{C-8 a})$$

$$(0 \leq \theta_I \leq 2\pi)$$

$$\sin \theta_l = \frac{S_{ly}}{\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2}} \quad (\text{C-8 b})$$

より求まる.

B 平面内で黄道面に平行な単位ベクトル \hat{T}_l は,

$$\hat{T}_l = \left(\frac{S_{ly}}{\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2}}, -\frac{S_{lx}}{\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2}}, 0 \right) \quad (\text{C-9})$$

となり, B 平面内で \hat{T}_l に垂直な単位ベクトル \hat{R}_l は,

$$\hat{R}_l = \left(\frac{S_{lx}S_{lz}}{\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2}}, \frac{S_{ly}S_{lz}}{\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2}}, -\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2} \right) \quad (\text{C-10})$$

となる. また, 衝突パラメータ \underline{B}_l は, 次のようになる.

$$\underline{B}_l = (B_{lx}, B_{ly}, B_{lz}) \quad (\text{C-11})$$

ただし,

$$\begin{aligned} B_{lx} &= \frac{S_{ly}}{\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2}} b \cos \theta_l + \frac{S_{lx}S_{lz}}{\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2}} b \sin \theta_l \\ B_{ly} &= -\frac{S_{lx}}{\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2}} b \cos \theta_l + \frac{S_{ly}S_{lz}}{\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2}} b \sin \theta_l \\ B_{lz} &= -\sqrt{S_{lx}^2 + S_{ly}^2} b \sin \theta_l \end{aligned}$$

である.

進入漸近線と脱出漸近線のなす角, すなわち回転角 ϕ_B は,

$$\cos \phi_B = \frac{r^2 V_\infty^4 + 2\mu r V_\infty^2 - \mu^2}{(r V_\infty^2 + \mu)^2} \quad (\text{C-12 a})$$

$$(0 \leq \phi_B \leq \pi)$$

$$\sin \phi_B = \frac{2\mu V_\infty \sqrt{r(r V_\infty^2 + 2\mu)}}{(r V_\infty^2 + \mu)^2} \quad (\text{C-12 b})$$

から求まるので, 惑星からの離脱相対速度 $\underline{V}_{\infty o}$ は,

$$\underline{V}_{\infty o} = V_\infty (\cos \phi_B \cdot \hat{S}_l - \sin \phi_B \cdot \frac{\underline{B}_l}{b}) \quad (\text{C-13})$$

となる. したがって, その方向の単位ベクトル \hat{S}_o は,

$$\hat{S}_o = \frac{\underline{V}_{\infty o}}{V_\infty} = (S_{ox}, S_{oy}, S_{oz}) \quad (\text{C-14})$$

となるから、その黄緯 Φ_o は、

$$\sin \Phi_o = S_{oz} \left(-\frac{\pi}{2} \leq \Phi_o \leq \frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{C-15})$$

より得られる。またその黄経 Θ_o は、

$$\cos \Theta_o = \frac{S_{ox}}{\sqrt{S_{ox}^2 + S_{oy}^2}} \quad (\text{C-16 a})$$

$$(0 \leq \Theta_o \leq 2\pi)$$

$$\sin \Theta_o = \frac{S_{oy}}{\sqrt{S_{ox}^2 + S_{oy}^2}} \quad (\text{C-16 b})$$

から求まる。

軌道面に垂直な単位ベクトル \hat{W} は、

$$\hat{W} = \frac{\hat{S} \times \hat{S}_o}{|\hat{S} \times \hat{S}_o|} = (W_x, W_y, W_z) \quad (\text{C-17})$$

であるから、軌道面傾斜角 i は、

$$\cos i = W_z \quad (0 \leq i \leq \pi) \quad (\text{C-18})$$

より、また昇交点経度 Ω は、

$$\cos \Omega = \frac{-W_y}{\sqrt{W_x^2 + W_y^2}} \quad (\text{C-19 a})$$

$$(0 \leq \Omega \leq 2\pi)$$

$$\sin \Omega = \frac{W_x}{\sqrt{W_x^2 + W_y^2}} \quad (\text{C-19 b})$$

から求まる。

黄道面に垂直で、その北極方向の単位ベクトルを \hat{k} とすれば、昇交点方向の単位ベクトル \hat{n} は、

$$\hat{n} = \frac{\hat{k} \times \hat{W}}{|\hat{k} \times \hat{W}|} \quad (\text{C-20})$$

となるから、近点引数 ω は次式より得られる。

$$\omega = \cos^{-1} \left(-\frac{1}{e} \right) + \tan^{-1} \left[\frac{\{\hat{n} \times (-\hat{S}_o)\} \cdot \hat{W}}{\hat{n} \cdot (-\hat{S}_o)} \right] \quad (0 \leq \omega \leq 2\pi) \quad (\text{C-21})$$

脱出側での B 平面角 θ_o は,

$$\cos \theta_o = \frac{W_z}{\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2}} \quad (\text{C-22 a})$$

$$(0 \leq \theta_o \leq 2\pi)$$

$$\sin \theta_o = \frac{W_x S_{\theta y} - W_y S_{\theta x}}{\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2}} \quad (\text{C-22 b})$$

から求まるので, 衝突パラメータ \underline{B}_o は, 次のようになる.

$$\underline{B}_o = (B_{ox}, B_{oy}, B_{oz}) \quad (\text{C-23})$$

ただし,

$$B_{ox} = -\frac{S_{\theta y}}{\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2}} b \cos \theta_o + \frac{S_{\theta x} S_{\theta z}}{\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2}} b \sin \theta_o$$

$$B_{oy} = -\frac{S_{\theta x}}{\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2}} b \cos \theta_o + \frac{S_{\theta y} S_{\theta z}}{\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2}} b \sin \theta_o$$

$$B_{oz} = -\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2} b \sin \theta_o$$

である.

また, B 平面内にあつて黄道面に平行な単位ベクトル \hat{T}_o は,

$$\hat{T}_o = \left(\frac{S_{\theta y}}{\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2}}, -\frac{S_{\theta x}}{\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2}}, 0 \right) \quad (\text{C-24})$$

となり, さらに B 平面内にあつて \hat{T}_o に垂直な単位ベクトル \hat{R}_o は,

$$\hat{R}_o = \left(\frac{S_{\theta x} S_{\theta z}}{\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2}}, \frac{S_{\theta y} S_{\theta z}}{\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2}}, -\sqrt{S_{\theta x}^2 + S_{\theta y}^2} \right) \quad (\text{C-25})$$

となる.

付録D 修正 Powell 法

ここでは、評価関数 $f(\underline{x})$ を最小にする変数ベクトル \underline{x} を求める制約条件のない最適化問題の解法について述べる．[47] ～[50]

この種の問題の解法では繰り返し計算が特徴的であるが、この繰り返しごとの情報を使わない方法が直接探索法であり、逆にその情報を活用する方法が降下法である．したがって、降下法は直接探索法に比べ、一般に計算効率が良い．

この降下法の一般的な計算手順は、次のようである．

- 1) 初期点 $\underline{x}^{(1)}$ を選び、 $k=1$ とする．
- 2) 現在の点 $\underline{x}^{(k)}$ における降下方向 $\underline{S}^{(k)}$ を求める．
- 3) 直線探索問題

$$f(\underline{x}^{(k)} + \alpha^{(k)} \underline{S}^{(k)}) = \min_{\alpha} \{f(\underline{x}^{(k)} + \alpha \underline{S}^{(k)}) | \alpha \in [0, \infty)\}$$

を適当な直線探索法で解き、 $\underline{x}^{(k+1)} = \underline{x}^{(k)} + \alpha^{(k)} \underline{S}^{(k)}$ とおく．

- 4) $k:=k+1$ として、2)へもどる．

この手順で、降下方向の選び方によって様々な種類の降下法が考えられているが、その中で最も有力なのが共役方向法である．

さらに共役方向法にも共役方向の生成のしかたによって様々な方法がある．これらを大別すると、共役方向の生成に評価関数の微係数を用いる方法と、それを用いない方法とに分けられ、前者をとくに共役勾配法とよぶ．後者は、評価関数の微分計算を避けたいという場合、特に役立つ方法で、その最も有効なものとして修正 Powell 法がある．

本研究では、この修正 Powell 法を利用するが、そのアルゴリズムは、流れ図で示すと図 D-1 のようになる．

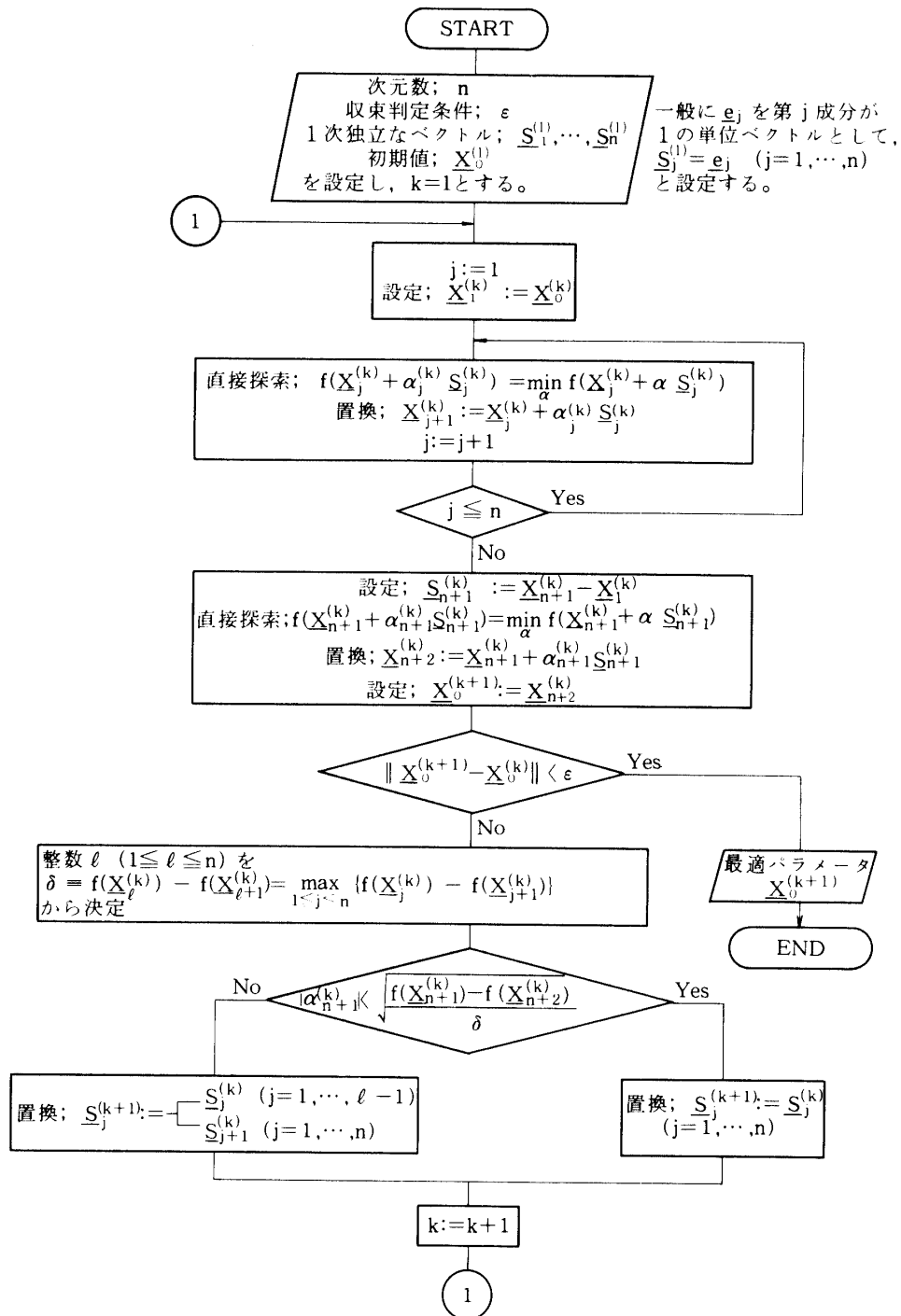


図 D-1 修正 Powell 法

付録 E 黄金分割法と多峰関数に対する処置

E-1 黄金分割法 [47], [49], [50]

修正 Powell 法で多次元問題を解くに際して、共役方向の直線探索が必要になるが、その手法に黄金分割法を利用する。

これは区間縮小法の一種で、区間の幅の縮小が最も効率よく行なわれる手法である。以下にこの手法の骨子を述べておく。

評価関数 $f(x)$ は区間 $L=[a, b]$ で単峰であり、またその区間内に最小点 $x^* \in L$ をもつとする。このとき任意の $x_1, x_2 \in L, x_1 < x_2$ に対して、

$$f(x_1) > f(x_2) \text{ ならば } x^* \in [x_1, b]$$

$$f(x_1) = f(x_2) \text{ ならば } x^* \in [x_1, x_2]$$

$$f(x_1) < f(x_2) \text{ ならば } x^* \in [a, x_2]$$

が成立する。したがって、 $f(x_1), f(x_2)$ の値により最小点 x^* が存在する区間の幅を縮小できる。このとき新しい区間内には必ず x_1, x_2 のどちらかが存在するので、次に区間を縮小するには新たにもう一点だけ関数値を計算すれば十分である。

黄金分割法は区間縮小に黄金数を利用するもので、それは 2 次方程式

$$\tau^2 - \tau - 1 = 0 \quad (\text{E-1})$$

の正根

$$\tau = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad (\text{E-2})$$

である。

これを用いれば、内点 x_1, x_2 は

$$x_1 = a + \lambda_1(b - a) \quad (\text{E-3})$$

$$x_2 = a + \lambda_2(b - a) \quad (\text{E-4})$$

となる。ただし、

$$\lambda_1 \equiv \frac{\tau - 1}{\tau}, \lambda_2 \equiv \frac{1}{\tau} \quad (\text{E-5})$$

である。

新しい区間をたとえば $[a, x_2]$ とすると、

$$x_1 = a + \frac{\tau-1}{\tau}(b-a) = a + (\tau-1)(x_2-a) = a + \frac{1}{\tau}(x_2-a)$$

となって x_1 は新しい区間に対して (E-4) に相当する式を満足している。したがって、元の x_1 は新しい x_2 として使うことができる。

以下にこの手法のアルゴリズムを示しておく。

- 1) 最初の区間 $[a^{(0)}, b^{(0)}]$ を求め、 $\varepsilon > 0, k=0$ とする。
- 2) $x_1^{(0)} = a^{(0)} + \lambda_1(b^{(0)} - a^{(0)})$, $x_2^{(0)} = a^{(0)} + \lambda_2(b^{(0)} - a^{(0)})$ とする。
- 3) $|a^{(k)} - b^{(k)}| \leq \varepsilon$ ならば終了。
- 4) $f(x_1^{(k)}) < f(x_2^{(k)})$ ならば、

$$a^{(k+1)} := a^{(k)}, b^{(k+1)} := x_2^{(k)}$$

$$x_2^{(k+1)} := x_1^{(k)}, x_1^{(k+1)} = a^{(k+1)} + \lambda_1(b^{(k+1)} - a^{(k+1)})$$

とにおいて $f(x_1^{(k+1)})$ を計算し、 $k := k+1$ とおいて 3) へ行く。

$f(x_1^{(k)}) \geq f(x_2^{(k)})$ ならば、

$$a^{(k+1)} := x_1^{(k)}, b^{(k+1)} := b^{(k)}$$

$$x_1^{(k+1)} := x_2^{(k)}, x_2^{(k+1)} = a^{(k+1)} + \lambda_2(b^{(k+1)} - a^{(k+1)})$$

とにおいて $f(x_2^{(k+1)})$ を計算し、 $k := k+1$ とおいて 3) へ行く。

E-2 多峰関数に対する処置

黄金分割法を適用するにあたって、評価関数は単峰関数であることが条件である。したがって多峰関数となる場合には、何らかの方策によってその最小点を含む単調な区間を見つけ出すことが必要になるが、そのための方法を以下に述べる。

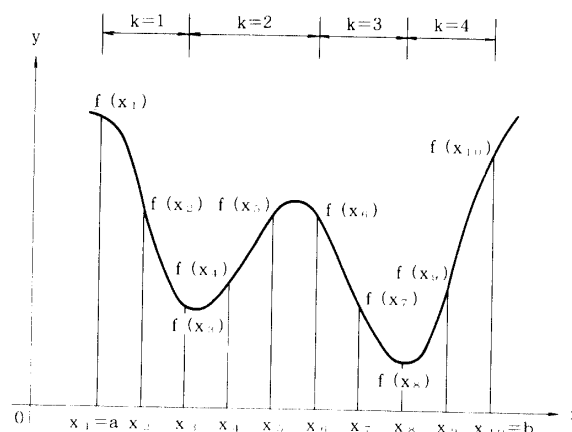


図 E-1 1次元多峰関数

最小点の存在する区間は、問題の定性的考察からある程度予測できるが、それを $[a, b]$ とする。また、その区間で評価関数 $f(x)$ は図 E-1 のような形状であるとする。

閉区間 $[a, b]$ を n 個に等分割すると、等分割した一つの区間の幅は

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} \quad (\text{E-6})$$

であるから、閉区間内の分割点 x_j は、

$$x_j = a + (j-1)\Delta x \quad (j=1, \dots, n+1) \quad (\text{E-7})$$

となる。そこで、各点での関数値 $f(x_j)$ ($j=1, \dots, n+1$) を計算しておいて、となり合う関数値 $f(x_j)$ と $f(x_{j+1})$ とを次々に比較しながら $f(x)$ が単調増加する区間と単調減少する区間に再分割し、各区間ごとの最大値 $f_{ma}^{(k)}$ と最小値 $f_{mi}^{(k)}$ 、およびそれらの値を与える独立変数 $x_{ma}^{(k)}, x_{mi}^{(k)}$ を記憶する。この様子を $n=9$ とした場合について表 E-1 に示す。このようにすると、真の最小点を含む区間は、各区間での最小値 $f_{mi}^{(k)}$ を比較し、その中での最小値を含む二つの閉区間を合わせた区間として求められる。したがって、二つの閉区間で、それぞれ最大値を与える二つの独立変数が黄金分割法を適用するときの初期値になる。表 E-1 では、 x_6 と x_{10} がそれである。

こうして $f(x)$ の最小点を含み、部分的に単峰性となる閉区間を見い出すことができる。ただし、はじめの等分割区間 Δx が大きすぎると、真の最小点を含む急な谷を見落とす危険があるので、その値の設定には注意を払わねばならない。

表 E-1 単調に変化する区間への再分割

j	$\text{sgn}[f(x_{j+1}) - f(x_j)]$	k	$x_{ma}^{(k)}$	$x_{mi}^{(k)}$	$f_{ma}^{(k)}$	$f_{mi}^{(k)}$
1	—	1	x_1	x_3	$f(x_1)$	$f(x_3)$
2	—					
3	+	2	x_6	x_3	$f(x_6)$	$f(x_3)$
4	+					
5	+					
6	—	3	x_6	x_8	$f(x_6)$	$f(x_8)$
7	—					
8	+	4	x_{10}	x_8	$f(x_{10})$	$f(x_8)$
9	+					

付録 F 惑星の平均軌道要素と諸定数

F-1 惑星の平均軌道要素 [51]

1950.0 平均春分点および黄道を基準とする惑星の平均軌道要素は以下のようになる。ただし、各記号は次のような意味を持つ。

T : 1950.0 年 (ベッセル初年) を起点として, 100 太陽年を単位とする経過時間

$$T = \frac{\text{ユリウス暦表日} - 2433282.423357}{36524.219878}$$

L : 瞬時の平均春分点からはかった平均黄経

$\tilde{\omega}$: 瞬時の平均春分点を起点として, 黄道上を昇交点まで, さらにそこからは軌道にそってはかった近日点の黄経

Ω : 瞬時の平均春分点からはかった惑星軌道の昇交点の黄経

i : 瞬時の黄道に対する軌道傾斜角

e : 軌道の離心率

a : 軌道の長半径

n : 惑星の平均運動 (ただし, 100 太陽年 (36524.219878 日) で動く角度)

水 星

$$L = 34^\circ 53' 58''.19 + (415^{\text{rev}} + 250133''.74) T - 0''.033 T^2$$

$$\tilde{\omega} = 76^\circ 40' 42''.56 + 575''.17 T - 0''.050 T^2$$

$$\Omega = 47^\circ 44' 19''.32 - 452''.13 T - 0''.325 T^2$$

$$i = 7^\circ 00' 13''.60 - 21''.68 T + 0''.003 T^2$$

$$e = 0.20562441 + 0.00002042 T - 0.00000003 T^2$$

$$n = 538090133''.74 - 0''.066 T$$

金 星

$$L = 82^\circ 14' 59''.34 + (162^{\text{rev}} + 707636''.81) T + 0''.005 T^2$$

$$\tilde{\omega} = 130^\circ 51' 55''.69 + 29''.45 T - 4''.655 T^2$$

$$\Omega = 76^\circ 13' 45''.85 - 1001''.59 T - 0''.369 T^2$$

$$i = 3^\circ 23' 38''.57 - 3''.71 T - 0''.117 T^2$$

$$e = 0.00679676 - 0.00004773 T + 0.00000009 T^2$$

$$n = 210659636''.81 + 0''.010 T$$

地 球

$$L = 100^\circ 00' 19''.15 + (99^{\text{rev}} + 1290974''.35) T - 0''.021 T^2$$

$$\tilde{\omega} = 102^\circ 04' 35''.59 + 1149''.75 T + 0''.57 T^2$$

$$\Omega = 174^\circ 24' 58''.95 - 868''.84 T + 0''.043 T^2$$

$$i = 0^\circ + 46''.85 T - 0''.054 T^2$$

$$e = 0.01673012 - 0.00004192 T - 0.00000013 T^2$$

$$n = 129594974''.35 - 0''.042 T$$

火 星

$$L = 144^\circ 33' 07''.94 + (53^{\text{rev}} + 215635''.84) T$$

$$\tilde{\omega} = 335^\circ 08' 16''.56 + 1594''.75 T - 0''.636 T^2$$

$$\Omega = 49^\circ 10' 16''.59 - 1062''.10 T - 2''.284 T^2$$

$$i = 1^\circ 50' 59''.89 - 29''.99 T - 0''.082 T^2$$

$$e = 0.09335426 + 0.00009056 T - 0.00000007 T^2$$

$$n = 68903635''.84$$

木 星

$$L = 316^\circ 12' 18''.76 + (8^{\text{rev}} + 557497''.68) T + 26''.45 T^2$$

$$\tilde{\omega} = 13^\circ 17' 43''.83 - 28''.95 T + 5''.83 T^2$$

$$\Omega = 99^\circ 46' 51''.76 + 6''.61 T + 1''.940 T^2$$

$$i = 1^\circ 18' 29''.17 + 0''.161 T + 0''.0763 T^2$$

$$e = 0.04827062 + 0.000047756 T + 0.000022676 T^2$$

$$a = 5.202833481 \text{ AU}$$

土 星

$$L = 158^\circ 17' 46''.96 + (3^{\text{rev}} + 511352''.55) T - 69''.49 T^2$$

$$\tilde{\omega} = 91^\circ 31' 54''.33 + 94''.29 T + 43''.09 T^2$$

$$\Omega = 113^\circ 29' 17''.38 + 6''.20 T - 11''.67 T^2$$

$$i = 2^\circ 29' 16''.60 + 1''.794 T + 0''.736 T^2$$

$$e = 0.05604508 - 0.000025595 T - 0.000016172 T^2$$

$$a = 9.538762055 \text{ AU}$$

天王星

$$L = 99^\circ 05' 12''.28 + (1^{\text{rev}} + 246428''.77) T + 3''.54 T^2$$

$$\tilde{\omega} = 172^\circ 03' 33''.46 - 357''.23 T - 167''.13 T^2$$

$$\Omega = 73^\circ 42' 22''.91 + 132''.62 T + 0''.820 T^2$$

$$i = 0^\circ 46' 24''.92 - 3''.567 T - 0''.1803 T^2$$

$$e = 0.04613734 - 0.000048118 T + 0.000015396 T^2$$

$$a = 19.19139128 \text{ AU}$$

海王星

$$L = 194^\circ 25' 32''.09 + 786544''.04 T - 3''.06 T^2$$

$$\tilde{\omega} = 38^\circ 18' 31''.13 - 37373''.57 T - 9977''.14 T^2$$

$$\Omega = 131^\circ 14' 21''.79 + 9''.214 T - 3''.804 T^2$$

$$i = 1^\circ 46' 27''.00 - 0''.619 T + 0''.0747 T^2$$

$$e = 0.00971449 + 0.001095407 T + 0.000362034 T^2$$

$$a = 30.06106906 \text{ AU}$$

冥王星

$$L = 165^\circ 39' 23''.74 + 522925''.57 T + 33''.15 T^2$$

$$\tilde{\omega} = 222^\circ 54' 50''.03 - 3769''.07 T - 1382''.89 T^2$$

$$\Omega = 109^\circ 38' 09''.51 + 2''.12 T + 11''.72 T^2$$

$$i = 17^\circ 08' 53''.46 + 31''.35 T + 10''.87 T^2$$

$$e = 0.24824802 + 0.000497082 T + 0.000563208 T^2$$

$$a = 39.52940243 \text{ AU}$$

F-2 太陽と惑星の質量比 (m_s/m_p)

水 星	6023600	土 星	3498.5
金 星	408523.5	天王星	22869
地 球+月	328900.5	海王星	19314
火 星	3098710	冥王星	3000000
木 星	1047.355		

F-3 惑星の赤道半径 (km)

水 星	2439	土 星	60000
金 星	6052	天王星	25400
地 球	6378.140	海王星	24300
火 星	3397.2	冥王星	2500
木 星	71398		

F-4 惑星の重力定数 (km^3/s^2)

水 星	2.203208×10^4	土 星	3.793952×10^7
金 星	3.248587×10^5	天王星	5.780159×10^6
地 球	3.986004×10^5	海王星	6.871308×10^6
火 星	4.282829×10^4	冥王星	1.020865×10^3
木 星	1.267126×10^8		

F-5 惑星の影響圏半径 (km)

水 星	1.1178×10^5	土 星	5.4774×10^7
金 星	6.1696×10^5	天王星	5.1755×10^7
地 球	9.2482×10^5	海王星	8.6952×10^7
火 星	5.7763×10^5	冥王星	3.5812×10^7
木 星	4.8141×10^7		

F-6 その他の定数

1 天文単位	$1 \text{ AU} = 1.49597870 \times 10^8 \text{ km}$
Gauss の重力定数	$k = 0.01720209895 \text{ AU}^{3/2}/\text{day}$
太陽の質量	$m_s = 1.9891 \times 10^{30} \text{ kg}$
太陽の重力定数	$\mu_s = k^2 = 2.959122083 \times 10^{-4} \text{ AU}^3/\text{day}^2$ $= 1.32712440 \times 10^{11} \text{ km}^3/\text{s}^2$
太陽と地球の質量比	$m_s/m_e = 332946.0$

謝 辞

この研究を進めるにあたり，啓発的な助言と討論によって終始御指導いただいた宇宙科学研究所の松尾弘毅教授に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- [1] C. Uphoff, P. H. Roberts and L. D. Friedman ; Orbit Design Concepts for Jupiter Orbiter Missions, AIAA Paper 74-781, 1974
- [2] John C. Beckman and Ellis D. Miner ; Jovian System Science Issues and Implications for a Mariner Jupiter Orbiter Mission, AIAA Paper 75-1141, 1975
- [3] R. E. Diehl and K. T. Nock ; Galileo Jupiter Encounter and Satellite Tour Trajectory Design, AAS 79-141, 1979
- [4] K. T. Nock ; Interplanetary Trajectory Options for Project Galileo, AIAA Paper 80-1697, 1980
- [5] R. T. Mitchell ; Project Galileo Mission Design, XXXI th IAF Congress Preprint, 1980
- [6] Al Diaz and John R. Casani ; Galileo 1986 on Centaur, Astronautics & Aeronautics, Feb., 1983, pp. 24-33, 53
- [7] W. J. O'Neil and R. T. Mitchell ; Galileo Mission Overview, AIAA Paper 83-0096, 1983
- [8] Louis A. D'Amario and Dennis V. Byrnes ; Interplanetary Trajectory Design for the Galileo Mission, AIAA Paper 83-0099, 1983
- [9] R. E. Diehl, D. I. Kaplan and P. A. Penzo ; Satellite Tour Design for the Galileo Mission, AIAA Paper 83-0101, 1983
- [10] L. J. Miller, J. K. Miller and W. E. Kirhofer ; Navigation of the Galileo Mission, AIAA Paper 83-0102, 1983
- [11] G. R. Hollenbeck ; New Flight Techniques for Outer Planet Missions, AAS 75-087, 1975
- [12] G. R. Hollenbeck ; Possibilities for Reducing High-Energy Performance Requirements, AAS 75-279, 1975
- [13] G. R. Hollenbeck ; New Options for Outer Planet Exploration, AIAA Paper 75-1138, 1975
- [14] Phillip H. Roberts, Jr. ; Trajectory Design for Saturn Orbiter Missions in the Mid-1980s, AIAA Paper 75-1136, 1975
- [15] D. F. Bender and A. L. Friedlander ; Multi-Asteroid Flyby Trajectories using Venus-Earth Gravity Assists, AAS 75-086, 1975
- [16] David F. Bender ; Out-of-Ecliptic Mission using Venus or Earth Gravity Assists, AIAA Paper 76-189, 1976
- [17] Michael L. Stancati, Alan L. Friedlander and David F. Bender ; Launch Opportunity Classification of VEGA and ΔV -EGA Trajectories to the Outer Planets, AIAA Paper 76-797, 1976
- [18] Louis A. D'Amario, Dennis V. Byrnes and Richard H. Stanford ; Interplanetary

- Trajectory Optimization with Application to Galileo, *Journal of Guidance & Control*, Vol. 5, No. 5, 1982, pp. 465-471
- [19] Louis A. D'Amario, Dennis V. Byrnes, Lester L. Sackett and Richard H. Stanford ; Optimization of Multiple Flyby Trajectories, AAS 79-162, 1979
- [20] Louis A. D'Amario, Dennis V. Byrnes and Richard H. Stanford ; A New Method for Optimizing Multiple Flyby Trajectories, AIAA Paper 80-1670, 1980
- [21] Stephen Bayliss ; Precision Targeting for Multiple Swingby Interplanetary Trajectories, AIAA Paper 71-191, 1971
- [22] S. W. Wilson, Jr. ; A Pseudostate Theory for the Approximation of Three-Body Trajectories, AIAA Paper 70-1061, 1970
- [23] K. Stumpff and E. H. Weiss ; Applications of an N-Body Reference Orbit, *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. XV, No. 5, 1968, pp. 257-261
- [24] D. V. Byrnes and H. L. Hooper ; Multi-Conic : A Fast and Accurate Method of Computing Space Flight Trajectories, AIAA Paper 70-1062, 1970
- [25] Dennis V. Byrnes ; Application of the Pseudostate Theory to the Three-Body Lambert Problem, AAS 79-163, 1979
- [26] L. D'Amario and T. N. Edelbaum ; Minimum Impulse Three-Body Trajectories, AIAA Paper 73-145, 1973
- [27] 半揚稔雄, 松尾弘毅 ; スウィングバイを含む惑星間軌道の最適化法, 第 29 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 1985, pp. 12-13
- [28] W. R. Fimple ; Optimum Midcourse Plane Change for Ballistic Interplanetary Trajectories, AIAA Journal, Vol. 1, No. 2, 1963, pp. 430-434
- [29] Frank W. Gobetz ; Optimum Transfers between Hyperbolic Asymptotes, AIAA Journal, Vol. 1, No. 9, 1963, pp. 2034-2041
- [30] Richard R. Titus ; Powered Flybys of Mars, *Astronautica Acta*, Vol. 11, No. 5, 1965, pp. 294-305
- [31] Walter M. Hollister and John E. Prussing ; Optimum Transfer to Mars Via Venus, *Astronautica Acta*, Vol. 12, No. 2, 1966, pp. 169-179
- [32] Toru Tanabe ; Fly-by Process, Control and Guidance, Doctor Dissertation, University of Tokyo, Dec., 1966
- [33] James Michael Walton, Christian Marchal and Robert Dudley Culp ; Optimal Transfer between Hyperbolic Asymptotes with Turn Angle Less than the Maximum Natural Turn Angle, *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. XIX, No. 3, 1971, pp. 205-231
- [34] James Michael Walton, Christian Marchal and Robert Dudley Culp ; Synthesis of the Types of Optimal Transfers between Hyperbolic Anymptotes, AIAA Journal, Vol. 13, No. 8, 1975, pp. 980-988
- [35] V. C. Clarke, Jr., W. E. Bollman, R. Y. Roth and W. J. Scholey ; Design Parameters for Ballistic Interplanetary Trajectories, Part 1. One-way Transfers to Mars and Venus, JPL TR 32-77, 1963
- [36] 半揚稔雄 ; 惑星間遷移軌道の特性について, 第 20 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 1976, pp. 44-47
- [37] 半揚稔雄 ; 木星への軌道計画, 第 30 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 1986, pp. 372-373
- [38] 田辺徹, 中須賀真一, 岩田隆敬, 清水隆三 ; エキスパートシステムを導入したミッションデザイナーについて, 第 29 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 1985, pp. 14-15
- [39] Philip M. Fitzpatrick ; *Principles of Celestial Mechanics*, Academic Press, 1970

- [40] S. W. McCuskey ; Introduction to Celestial Mechanics, Addison-Wesley Publishing Co., INC., 1963
- [41] Richard H. Battin ; Astronautical Guidance, McGraw-Hill Book Co., 1964
- [42] Pedro Ramon Escobal ; Methods of Orbit Determination, John Wiley & Sons, INC., 1965
- [43] Pedro Ramon Escobal ; Methods of Astrodynamics, John Wiley & Sons, INC., 1968
- [44] Roger R. Bate, Donald D. Mueller and Jerry E. White ; Fundamentals of Astrodynamics, Dover Publications, INC., 1971
- [45] Gerd W. Spier ; Design and Implementation of Models for the Double Precision Trajectory Program(DPTRAJ), JPL TM 33-451, 1971
- [46] 堀源一郎 ; 天体力学 I , II , 東京大学理学部天文学教室講義ノート, 1977, 1978
- [47] 今野浩, 山下浩 ; 非線形計画法, 日科技連, 1978
- [48] 志水清孝, 相吉英太郎 ; 数理計画法, 昭晃堂, 1984
- [49] S. L. S. ジャコビ, J. S. コワリック, J. T. ピゾ(関根智明訳) ; 非線形最適化問題の反復解法, 培風館, 1976
- [50] J. コワリック, M. R. オスボーン(山本善之, 小山健夫共訳) ; 非線形最適化問題, 培風館, 1970
- [51] P. K. Seidelmann, L. D. Doggett and M. R. DeLuccia ; Mean Elements of the Principal Planets, Astronomical Journal, Vol. 79, No. 1, 1974, pp. 57-60