

展開シザーズ構造の振動現象とその減衰制御理論

Theoretical Analysis of Vibration Behavior and Its Damping Control of a Deployable Scissor Structure in Space

高塚真央

名古屋大学大学院工学研究科

Masao TAKATSUKA

Graduate School of Engineering, Nagoya University

本研究は、展開型宇宙構造物の振動現象の把握とその減衰制御のための理論構築を目的としている。本論文では、その初期段階として、シザーズ機構のユニットを例題とし、その展開動力と展開挙動の関係を表わす支配方程式から得られる自由振動・減衰振動・過減衰挙動の数値計算結果を示す。本結果からは、宇宙空間において振動しないように展開を止めるために必要な最小限の粘性減衰係数を推測できるため、今後は、実際の設計に活かせるよう、検証実験などを通して計算プログラムの汎用化に取り組んでいく予定である。

1. はじめに

宇宙構造物の輸送・建設技術として重要な構造形式の一種である展開型構造¹⁻⁴⁾は、宇宙空間においてその展開後の形状を保持するため、予想される振動現象の把握とその減衰制御の検討が不可欠である⁵⁻⁸⁾。そのため本研究では、その検討に必要な理論の構築を目的としている。本論文では、その初期段階として、図1に示すシザーズ機構のユニットを解析例題とし、その展開動力と展開挙動の関係を表わす支配方程式から得られる自由振動・減衰振動・過減衰挙動の数値計算結果を示す。これまでの研究では、シザーズ・ユニットの支配方程式の導出⁹⁾、並びに、振動しないように展開を止めるために必要なアクチュエータ制御のための逆動力学計算法の提案研究¹⁰⁾に取り組んできたが、本論文では新たに、展開動力に回転バネを用いた場合の振動制御法について検討する。本計算結果からは、宇宙で振動しないように

展開を止めるために必要な最小限の粘性減衰係数を予測できるため、今後は、実際の設計に活かせるよう、検証実験などを通して計算プログラムの汎用化に取り組んでいく予定である。

次章では、シザーズ機構のユニットの振動解析モデル並びにその支配方程式を示し、第3章にその数値計算結果を示す。

2. 計算方法

図1に、剛体を仮定したシザーズ機構の動力学モデルを示す。図中に示すように、展開動力としての自己釣合モーメントを \bar{M} (N・m)、回転軸部の回転摩擦係数を μ (N・m・s/rad)、X軸とBar 1の成す角度を θ (rad)、部材の半分の長さを L (m)とし、部材の線密度を ρ (kg/m)とすると、動力 \bar{M} と変数 θ の関係は、これまでの研究⁹⁾から、以下の微分方程式(1)で表わされる($\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ は時間 t による1階および2階微分)。

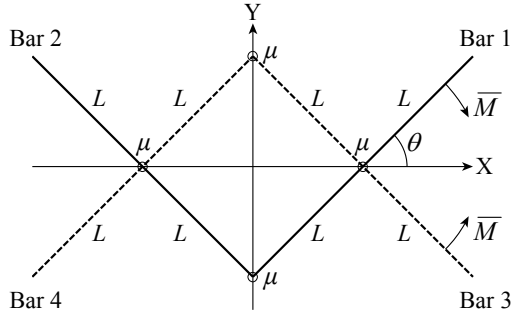


図1 シザーズ機構の動力学モデル（剛体を仮定）：自己釣合モーメント \bar{M} ，回転摩擦係数 μ ，形状パラメータ L ，形状変数 θ ，全体座標系

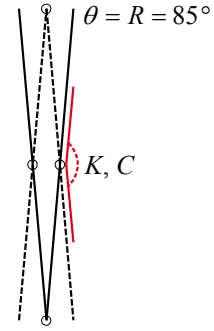


図3 展開前の初期形状（回転バネを伸ばしてロックし，ロックを解除して展開する）

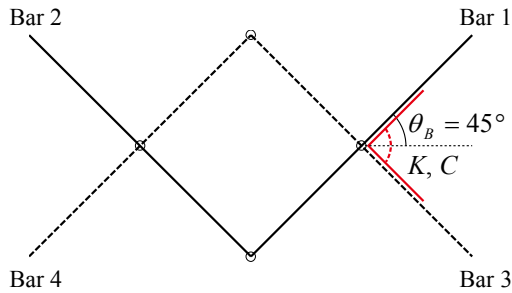


図2 振動解析モデル：回転バネ係数 K ，粘性減衰係数 C ，釣合角度 θ_B

$$\alpha_{(\theta)} \ddot{\theta} + \beta_{(\theta)} \dot{\theta}^2 + \gamma_{(\theta)} \dot{\theta} = \bar{M} \quad (1)$$

ここで，

$$\alpha_{(\theta)} = -2\rho \cdot L^3 \cdot \left(\frac{2}{3} + \sin^2 \theta \right) \quad (2)$$

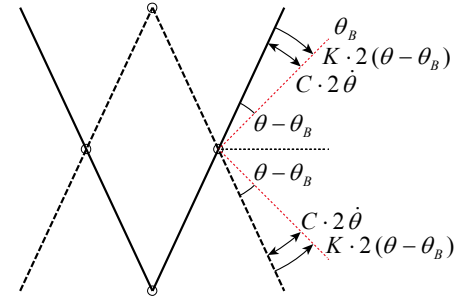
$$\beta_{(\theta)} = -2\rho \cdot L^3 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (3)$$

$$\gamma_{(\theta)} = -\mu \cdot (5 + 3\sin^2 \theta) \quad (4)$$

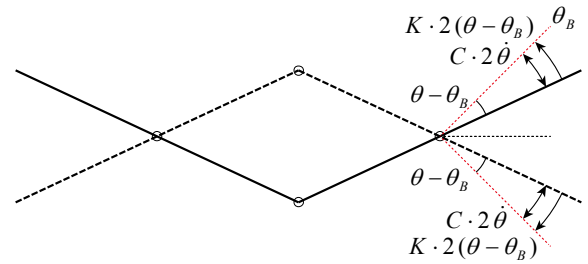
本論文では，Bar 1 と Bar 3 の連結部に作用する動力 \bar{M} を，回転バネ係数 K (N·m/rad) と粘性減衰係数 C (N·m·s/rad) を用いて以下のように表わす。

$$\bar{M} = K \cdot 2(\theta - \theta_B) + C \cdot 2\dot{\theta} \quad (5)$$

ここで，上式の θ_B は，回転バネが伸びも縮みもしていない釣合状態の角度を表わし，本研究では図2に示すように $\theta_B = 45^\circ$ とする。そして，図3に示すように，回転バネを $\theta = R = 85^\circ$ まで伸ばしてロックし，ロックを解除して回転バネの復元力で展開することを仮定すると，その展開挙動は，回転摩擦係数 μ と粘性減衰係数 C の大きさに応じて，自由振動・減衰振動・過減衰となることが予想される。



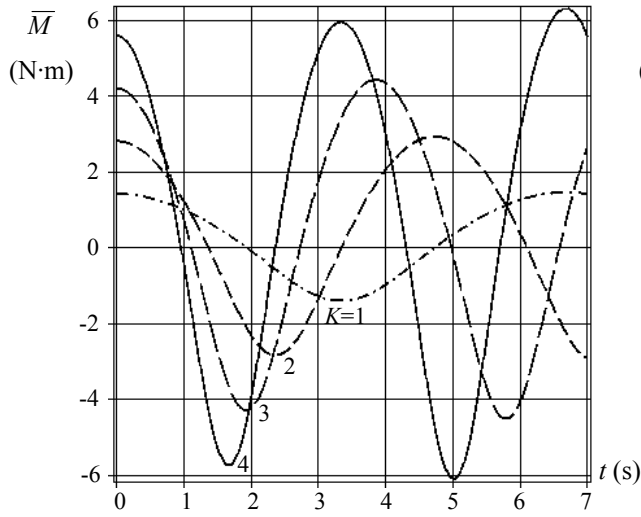
(1) $\theta > \theta_B$ の場合



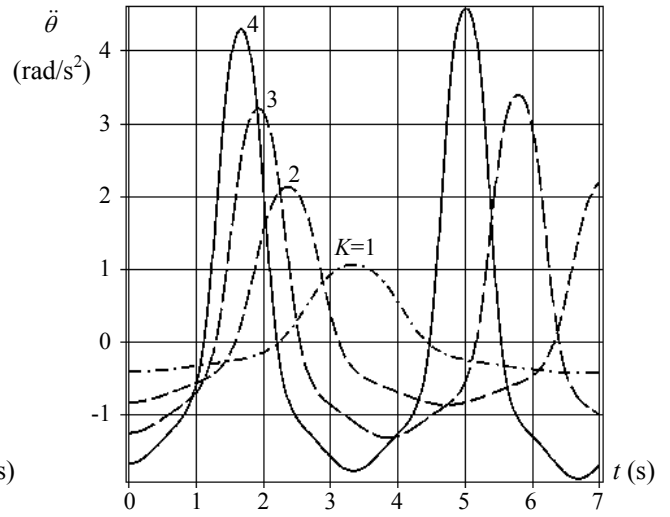
(2) $\theta < \theta_B$ の場合

図4 振動中に作用する自己釣合モーメント \bar{M} ：回転バネの復元力 $K \cdot 2(\theta - \theta_B)$ と粘性抵抗 $C \cdot 2\dot{\theta}$ ($\theta = \theta_B$ の場合，回転バネの復元力はゼロ)

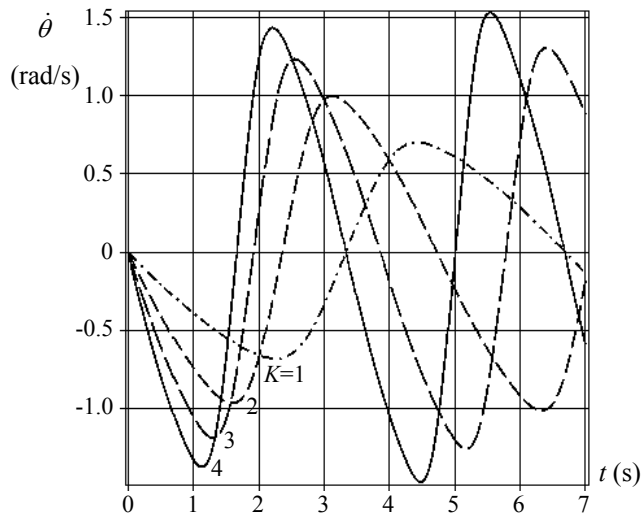
自由振動の場合，図4に示すように釣合角度 θ_B を境目として回転バネの復元力の向きが変わることにより θ_B 前後を反復運動し，そこに摩擦や粘性抵抗が加わることでその反復運動は減衰振動となる。過減衰の場合は振動せずに θ_B で展開が止まる。これらの挙動における \bar{M} ， $\ddot{\theta}$ ， $\dot{\theta}$ ， θ の時間変化を理論予測するに当たり，本研究では，式(1)～(4)の支配方程式を基に，以下の式(6)～(13)により数値計算を行なう。



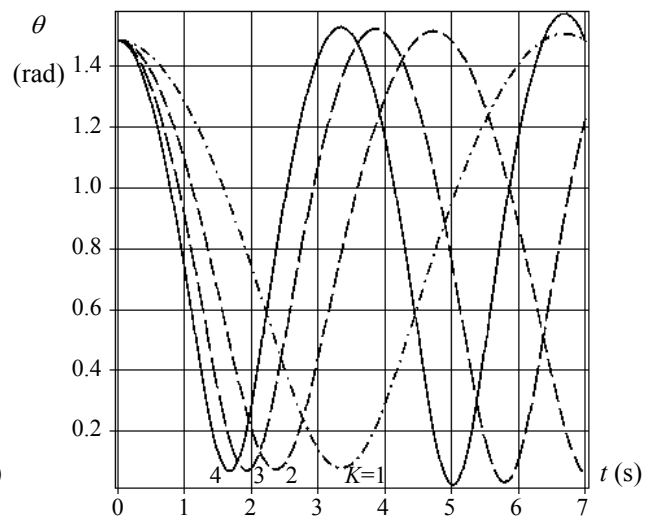
(1) 動力 \bar{M}



(2) 角加速度 $\ddot{\theta}$



(3) 角速度 $\dot{\theta}$



(4) 角度 θ

図5 自由振動 ($C=0, \mu=0, K=1 \sim 4$) における \bar{M} , $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$, θ の時間変化

$$\ddot{\theta}(t_n) = \alpha^{-1} \cdot \left\{ \bar{M} - \beta (\dot{\theta}(t_n))^2 - \gamma \dot{\theta}(t_n) \right\} \quad (6)$$

$$\dot{\theta}(t_{n+1}) = \ddot{\theta}(t_n) \Delta t + \dot{\theta}(t_n) \quad (7)$$

$$\theta(t_{n+1}) = \dot{\theta}(t_n) \Delta t + \theta(t_n) \quad (8)$$

ここで,

$$\alpha = -2\rho \cdot L^3 \cdot \left(\frac{2}{3} + \sin^2 \theta(t_n) \right) \quad (9)$$

$$\beta = -2\rho \cdot L^3 \cdot \sin \theta(t_n) \cdot \cos \theta(t_n) \quad (10)$$

$$\gamma = -\mu \cdot (5 + 3 \sin^2 \theta(t_n)) \quad (11)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, \Delta t = t_{n+1} - t_n, t_0 = 0 \quad (12)$$

$$\dot{\theta}(t_0) = 0, \theta(t_0) = R \quad (13)$$

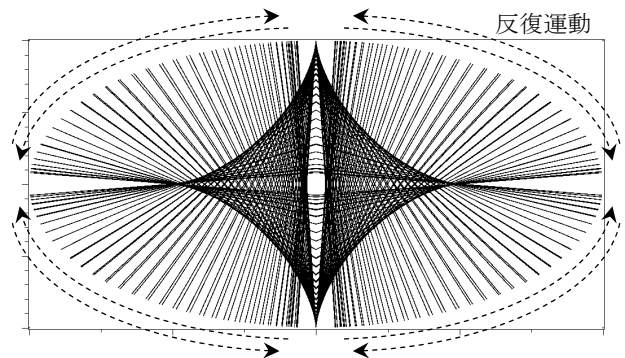
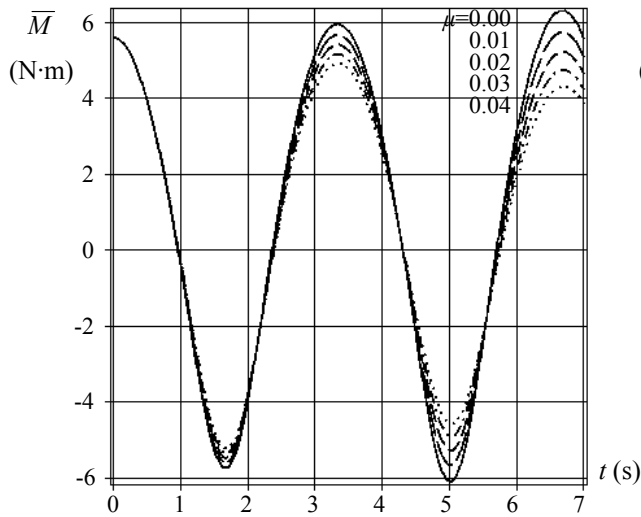
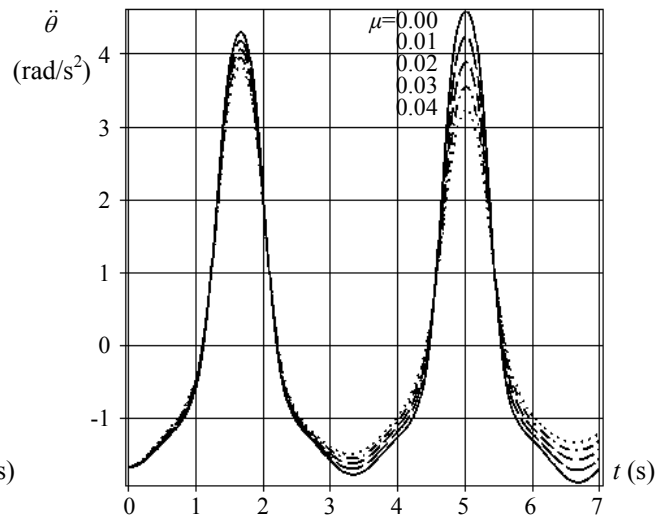


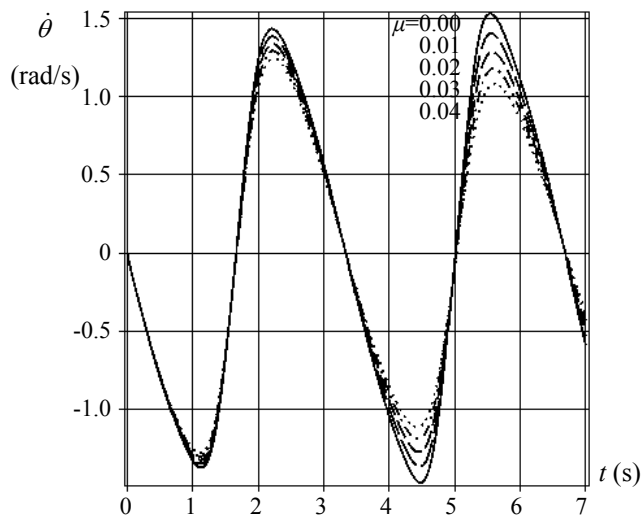
図6 自由振動の軌跡図 (回転バネの復元力により釣合角度 $\theta_B = 45^\circ$ 前後を反復運動する)



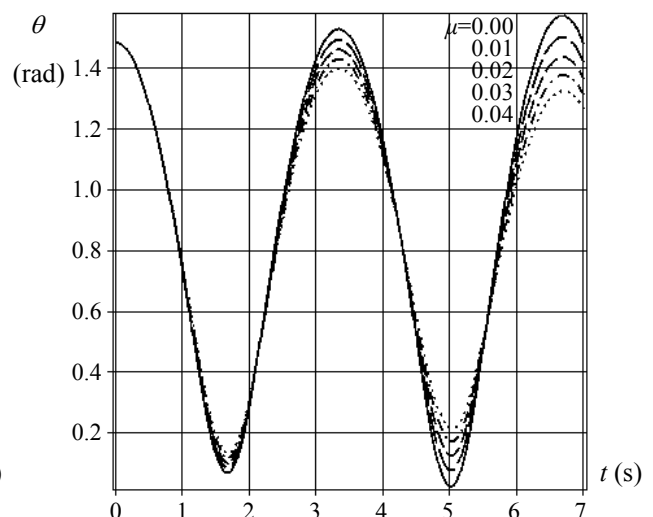
(1) 動力 \bar{M}



(2) 角加速度 $\ddot{\theta}$



(3) 角速度 $\dot{\theta}$



(4) 角度 θ

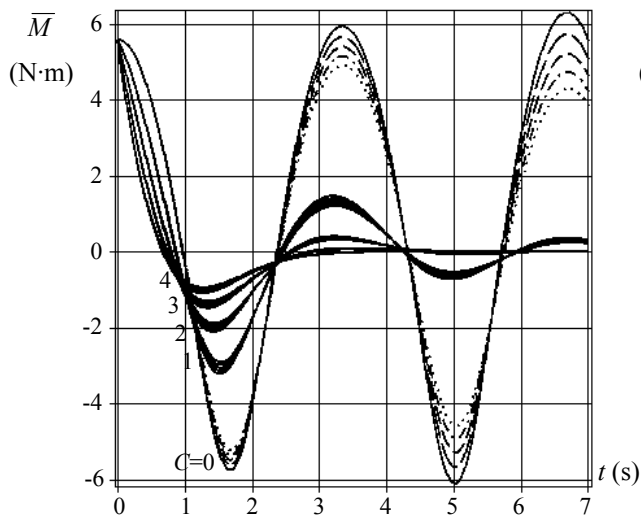
図7 減衰振動 ($C=0, \mu=0\sim0.04, K=4$) における \bar{M} , $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$, θ の時間変化

3. 計算結果

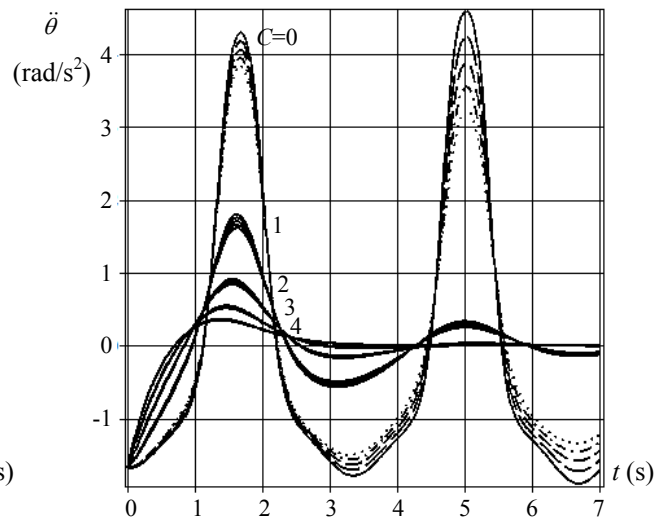
本章では、式(6)～(13)による数値計算結果を(1)自由振動、(2)減衰振動、(3)過減衰の3つの項目に分けて示す。以下に本計算例で用いたパラメータの数値例を記す：棒材の半分の長さ $L = 1$ (m)，棒材の線密度 $\rho = 1$ (kg/m)，釣合角度 $\theta_B = 45^\circ = \pi/4$ (rad)，初期角度 $R = 85^\circ = 17\pi/36$ (rad)，時間ステップ $\Delta t = 0.01$ (s)。なお、回転摩擦係数 μ (N·m·s/rad)，粘性減衰係数 C (N·m·s/rad)，回転バネ係数 K (N·m/rad) に関しては、以下の各項目の中に記す。

(1) 自由振動

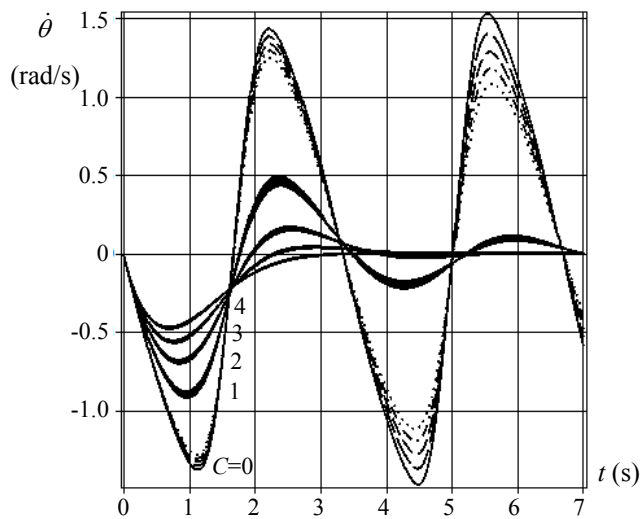
回転摩擦係数 $\mu = 0$ ，粘性減衰係数 $C = 0$ とした場合の自由振動における動力 \bar{M} ，角加速度 $\ddot{\theta}$ ，角速度 $\dot{\theta}$ ，角度 θ の時間変化を図5に示す。本計算例では、回転バネ係数 K を1から4まで1ずつ変化させている。いずれの場合も \bar{M} ， $\ddot{\theta}$ ， $\dot{\theta}$ ， θ は減衰することなく周期的に時間変化している様子が確認できる。図6は、図1～4の解析モデルの自由振動の軌跡を表わしており、回転バネの復元力により釣合角度 $\theta_B = 45^\circ$ 前後を反復運動する様子を示している。



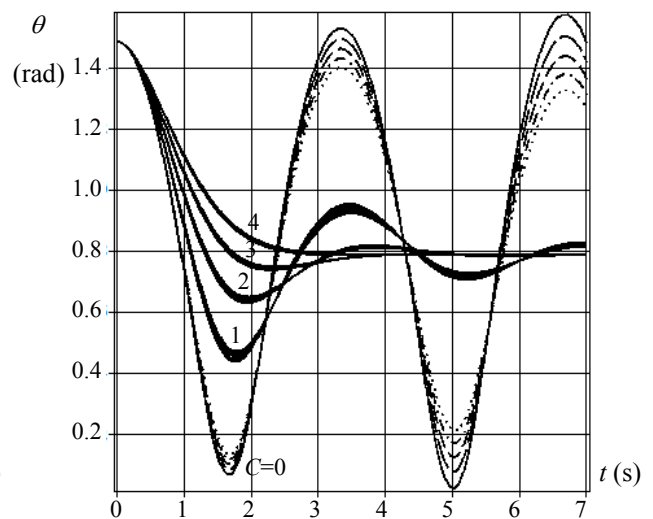
(1) 動力 \bar{M}



(2) 角加速度 $\ddot{\theta}$



(3) 角速度 $\dot{\theta}$



(4) 角度 θ

図 8 減衰振動 ($C=0 \sim 4, \mu=0 \sim 0.04, K=4$) における \bar{M} , $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$, θ の時間変化

(2) 減衰振動

回転バネ係数を $K=4$, 粘性減衰係数を $C=0$ とし, 回転摩擦係数 μ を 0 から 0.04 まで 0.01 ずつ変化させた場合の減衰振動中の \bar{M} , $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$, θ の時間変化を図 7 に示す。 \bar{M} , $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$, θ のいずれも時間が経つにつれて振幅が小さくなり, μ が大きくなるにつれてその減衰効果も大きくなる様子が確認できる。なお, その振動周期は自由振動の場合と同じである。

次に, 回転バネ係数を $K=4$, 回転摩擦係数を $\mu=0 \sim 0.04$ としたまま, 粘性減衰係数 C を 0 から 4 まで

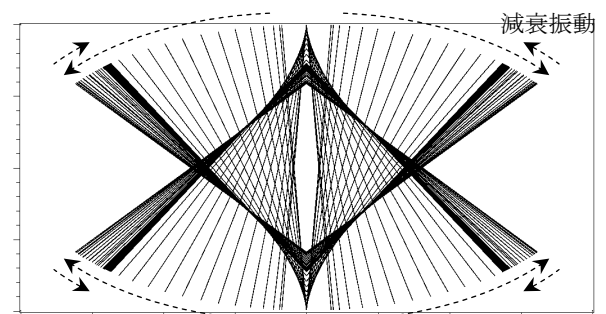
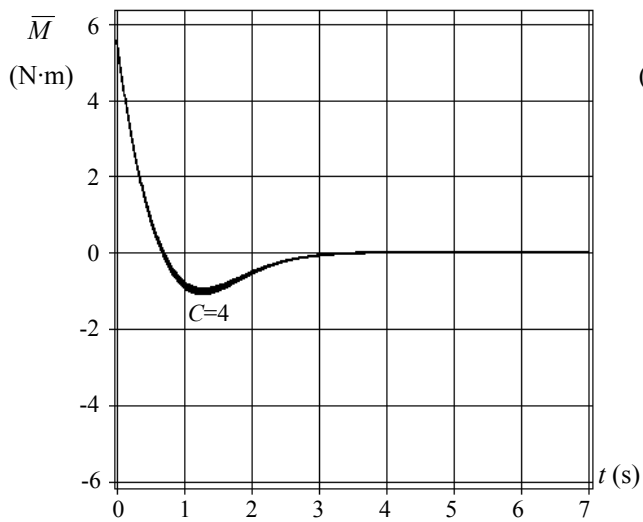
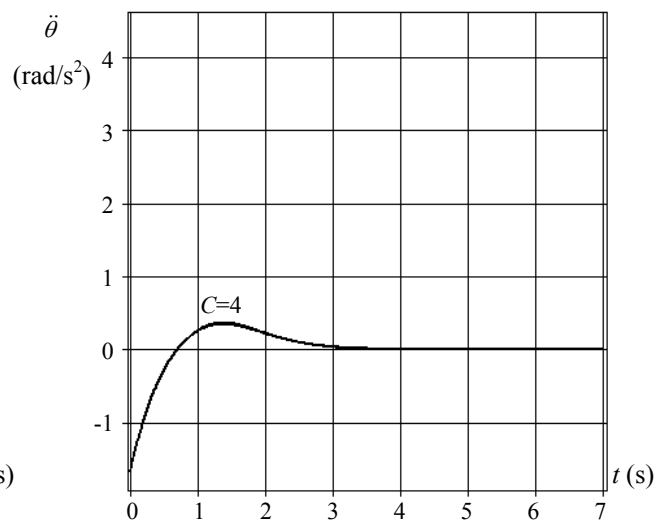


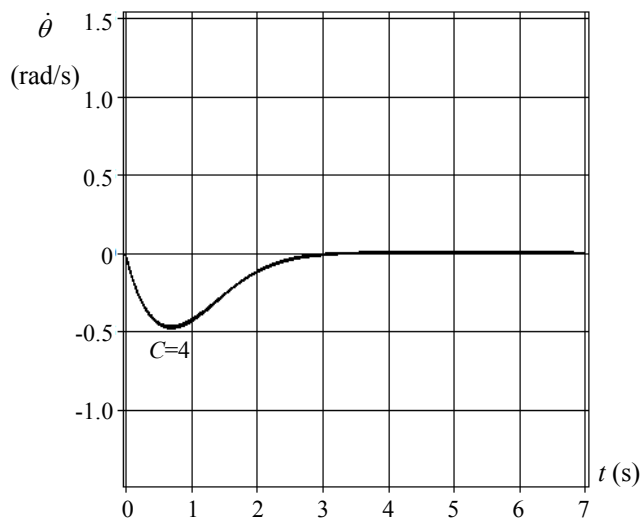
図 9 減衰振動の軌跡図 ($C=2$ の場合) (釣合角度 $\theta_B = 45^\circ$ 前後で反復運動が減衰する)



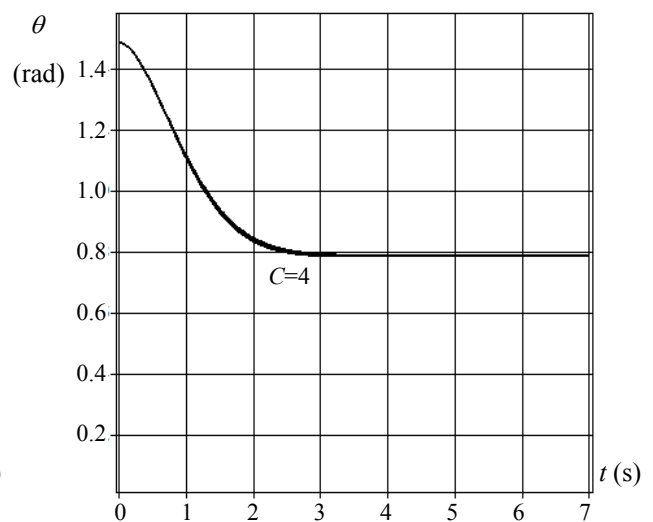
(1) 動力 \bar{M}



(2) 角加速度 $\ddot{\theta}$



(3) 角速度 $\dot{\theta}$



(4) 角度 θ

図 10 過減衰 ($C=4, \mu=0 \sim 0.04, K=4$) における \bar{M} , $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$, θ の時間変化

1 ずつ変化させた場合の減衰振動中の \bar{M} , $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$, θ の時間変化を図 8 に示す。 \bar{M} , $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$, θ のいずれも時間が経つにつれて振幅が小さくなり、粘性減衰係数 C が大きくなるにつれてその減衰効果も大きくなる様子が確認できる。なお、 C が大きくなるにつれて、回転摩擦係数 $\mu = 0 \sim 0.04$ の減衰効果は相対的に小さくなっている。図 9 は、 $C=2$ の場合の減衰振動中の軌跡を表わしており、回転バネの復元力と粘性抵抗により、釣合角度 $\theta_B = 45^\circ$ 前後において反復運動が減衰していく様子を示している。

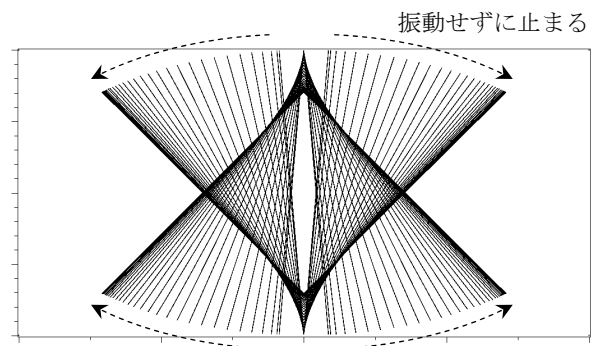


図 11 過減衰の軌跡図 ($C=4$ の場合) (釣合角度 $\theta_B = 45^\circ$ で展開が止まる)

(3) 過減衰

最後に、図 8 で示した $C = 4$ の場合のグラフを図 10 に示す。 \bar{M} , $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$, θ のいずれも約 3 秒後から変化がなくなり、反復運動することなく展開が終了している。図 8 の $C=3$ の場合はまだわずかに振動しているが、 $C = 4$ の場合には全く振動していないため、このような過減衰の展開挙動は粘性減衰係数 C が 3 から 4 の間で得られることが推測できる。図 11 は、 $C=4$ の場合の過減衰挙動の軌跡を表わしており、粘性抵抗により減速しながら釣合角度 $\theta_B = 45^\circ$ で展開が止まる様子を示している。

4. まとめ

本論文では、シザーズ機構のユニットを例題とし、回転バネと粘性抵抗を用いて宇宙で展開した時に生じると予想される振動現象の数値計算結果を示した。本研究は展開型宇宙構造物の振動挙動の把握とその減衰制御のための理論構築を目的としており、本論文ではその初期段階としてシザーズ・ユニットを例題としている。これまでの研究では、シザーズ・ユニットの支配方程式を導出⁹⁾、並びに、振動しないように展開を止めるために必要なアクチュエータ制御のための逆動力学計算法の提案研究¹⁰⁾を行ってきたが、本論文では新たに、展開動力に回転バネを用いた場合の振動制御について検討を行なった。その結果から、仮に回転バネ係数を $K = 4$ (N・m/rad) とした場合、振動しないように展開を止めるためには、粘性減衰係数は最低限 $C = 3 \sim 4$ (N・m・s/rad) 程度必要であることが推測できる。

本論文で用いた展開挙動の支配方程式は、シザーズ機構の内力や慣性力を基に導出しているため、展開中の部材の応力・変形解析にも応用可能である。それゆえ、今後はシザーズ機構を構成する棒材の微小な曲げ振動についても調べてみたいと考えている。また、今後は、実際の回転バネ・粘性抵抗・回転摩擦係数などの詳細なパラメータの数値計算への反映、宇宙での検証実験、解析モデルの拡張^{11, 12)}などを通して計算プログラムを汎用化し、実際の宇宙構造物

の設計に活かせるようにしていきたい。

参考文献

- 1) Higuchi, K., and Ishimura, K.: A Survey of Space Structures Research in Japan, *Proceedings of 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 2009
- 2) Wie, B.: *Space Vehicle Dynamics and Control (Second Edition)*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2008
- 3) You, Z., and Pellegrino, S.: Cable-Stiffened Pantographic Deployable Structures Part 1: Triangular Mast, *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 4, pp. 813-820, 1996
- 4) You, Z., and Pellegrino, S.: Cable-Stiffened Pantographic Deployable Structures Part 2: Mesh Reflector, *AIAA Journal*, Vol. 35, No. 8, pp. 1348-1355, 1997
- 5) Tan, G.E.B., and Pellegrino, S.: Nonlinear Vibration of Cable-Stiffened Pantographic Deployable Structures, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 314, No. 3-5, pp. 783-802, 2008
- 6) Onoda, J., Oh, H-U., and Minesugi, K.: Improved Electrorheological-Fluid Variable Damper Designed for Semiactive Vibration Suppression, *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 9, pp. 1736-1741, 2000
- 7) Onoda, J., and Minesugi, K.: Semiactive Vibration Suppression by Variable-Damping Members, *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 2, pp. 355-361, 1996
- 8) Anderson, M. S.: Vibration of Prestressed Periodic Lattice Structures, *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 4, pp. 551-555, 1982
- 9) 高塚真央: 展開シザーズ構造の動力的構造解析, 第 29 回宇宙構造・材料シンポジウム講演集録, JAXA リポジトリ
<https://repository.exst.jaxa.jp/dspace/handle/a-is/8332>, 2013 年 12 月

- 10) 高塚真央:宇宙での振動制御に向けた展開構造の逆動力学, 第30回宇宙構造・材料シンポジウム講演集録, JAXA リポジトリ
<https://repository.exst.jaxa.jp/dspace/handle/a-is/555314>, 2014 年 12 月
- 11) TAKATSUKA, M.: General Dynamic Modeling of a Scissor Structure for Its Deployment Control in Space, *International Journal of Space Structures*, Vol. 30, No. 3+4, pp. 245-259, 2015
- 12) TAKATSUKA, M.: 2D-Extension of Deployable Linked Panel Unit, *International Journal of Space Structures*, Vol. 29, No. 4, pp. 171-179, 2014