

# MPS法を用いた気液二相流シミュレータの開発

○古市 敦大, 坂本 勇樹, 多根 翔平, 箕手 一眞, 中島 曜,  
樺山 昂生, 辻村 光樹, 吉田 光希, 佐藤 哲也 (早稲田大学)

## Development of Simulator for Gas-liquid Two-phase Flow using MPS method

○Atsuhiko FURUICHI, Yuki SAKAMOTO, Shohei TANE, Kazuma MINOTE, Yo NAKAJIMA  
Koki KABAYAMA, Hiroki TSUJIMURA, Koki YOSHIDA, Tetsuya SATO (Waseda University)

### 1. 緒言

現在航空宇宙分野で開発が進められているロケット<sup>①</sup>や極超音速機<sup>②</sup>には、燃料及び冷媒として液体水素や液体酸素等の極低温流体が用いられている。この極低温流体は沸点が非常に低いため、エンジン予冷時やエンジン始動時に配管内で容易に気化し気液二相状態となることが明らかになっている<sup>②</sup>。気液二相状態では圧力損失特性や熱伝達係数等といった熱流動特性が流動様式によって大きく異なる。また過渡状態において、流動様式は配管内で時々刻々と変化してしまい、エンジンの流量制御が困難となる。そのためエンジンの高精度な制御には気液二相流の流動様式、並びに熱伝達特性などの諸特性の把握が求められている。そこで本研究では粒子法(MPS法)を用いた気液二相流用のシミュレータを開発し、二相流の流動現象の理解を目的としている。

気液二相流の解析では、気液界面において物性値が不連続的に変化するだけでなく、気液界面の形状が変化し、合体したり分裂したりするため、単相流の解析に比べて非常に複雑である。これまでの気液二相流解析では気液両相の速度が等しいと仮定した均質平衡流モデル、気液両相の速度差をスリップ比とし、摩擦損失の二相流倍増係数を経験式として考慮するスリップ比モデル等の簡易的なモデルが用いられてきた。しかし、近年では計算機性能の向上もあり、気液二相流のより詳細な解析を目指す研究も増えている。気液二相流の詳細な解析には、気液界面を正確に捉えること、さらにその界面近傍において質量・運動量・熱量の輸送を捉えることの2つが不可欠となる。

これまで格子法では、導出過程で気液流動場を時間・空間について平均化し、質量等の輸送を考慮した二流体モデルと界面追跡法が組み合わせて用いられてきた。二流体モデルは1980年代から原子炉システムなどの大規模な計算に利用され、1次元解析で豊富な実績があり、最近では3次元解析でも広く行われるようになってきている。一方で界面追跡法には流体の占有率に着目し、その輸送方程式をNavier-Stokes方程式と連成して解くSOLA-VOF法や、二流体を識別する特性関数の勾配を考慮して流体方程式と組み合わせたMARS法等がある。しかし、しぶきが飛ぶ場合のような界面の激しい変形にもロバスト性があるようにするには格子の再配置などの複雑な手順があり、物理的な検討は不十分なため、気液界面を正確に捉えたモデルとはいえない。

粒子法は、連続体の挙動を仮想粒子の運動で記述する数値解析手法<sup>③</sup>で、ラグランジュ的な計算により界面の激しい変形にも対応できる。そこで本研究では、粒子法の一つであるMPS(Moving Particle Semi-implicit)法を用いて解析を行った。この際、次の3つが課題となった。

- ① 密度比が大きい二流体の計算モデル
- ② 流入条件を想定したモデル
- ③ 壁を表現するモデル

本研究では、①については気泡上昇、②、③については単相流の配管内流れに適用してその妥当性を検証する。

## 2. 解析手法

### 2.1 MPS 法のアルゴリズム

MPS 法のアルゴリズムを以下に示す. Navier-Stokes 方程式に従い, 粒子の位置  $r$ , 速度  $u$  を時間進行とともに更新していく. ただし,  $\xi = 1, 2$  はそれぞれ液体, 気体を表し,  $i, j$  は粒子番号で,  $k-1, k, k+1$  は時間ステップを表す.

(a) 重力項, 粘性項, 表面張力項の計算

$$u_{\xi,i}^* = u_{\xi,i}^k + (v\nabla^2 u_{\xi,i}^k + F_{\xi,i} + F_{\xi=1,\sigma})\Delta t$$

$$= u_{\xi,i}^k + \left[ v \frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i}^N (u_j^k - u_i^k) w(|r_j^k - r_i^k|) + g + F_{1,\sigma} \right] \Delta t \quad (1)$$

$$r_{\xi,i}^* = r_{\xi,i}^k + u_{\xi,i}^* \Delta t \quad (2)$$

式(1)の右辺第 3 項, 4 項はそれぞれ重力と表面張力を表す. そして  $\sigma, v, g$  はそれぞれ表面張力係数, 動粘性係数, 重力加速度を表す.

(b) 圧力バランスに関する陰的計算

MPS 法では連続の式と Navier-Stokes 方程式を組み合わせ導出したポアソン方程式を用いて圧力を求める. MPS 法ではこのポアソン方程式の離散化の方法によっては圧力振動が起こることが知られており, 今回は静止液中の気泡上昇において式(3), 配管内流れでは式(4)の形を用いるが, 本質的には同じ式(5)を解いている.

$$-\frac{1}{\rho^0} (\nabla^2 p)_i^{k+1} = \frac{1-\beta}{\Delta t^2} \frac{n_i^{k+1} - 2n_i^k + n_i^{k-1}}{n^0} + \frac{\beta-\gamma}{\Delta t^2} \frac{n_i^* - n_i^k}{n^0} + \frac{\gamma}{\Delta t^2} \frac{n_i^* - n^0}{n^0} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{\rho^0} (\nabla^2 p)_i^{k+1} = \frac{1}{n^0} \frac{n_i^* - n^0}{\Delta t^2} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{\rho^0} (\nabla^2 p)_i^{k+1} = \frac{1}{\rho^0} \frac{D^2 \rho}{Dt^2} \quad (5)$$

ここで定数  $\beta = 0.6, \gamma = 0.003$  とした. また静止液中の気泡上昇を解く際, 式(3)を気体と液体に対して別々に適用する. 境界条件として, 気体の場合は液体を壁粒子と同じ扱いで計算する. 一方, 液体の場合は気体との界面にある粒子を自由粒子として扱い, これらには気体の計算で得られた圧力を与える.

(c) 圧力勾配項の計算, 速度と粒子位置の修正

$$u_{\xi,i}' = -\frac{\Delta t d}{n^0 \rho^0} \sum_{j \neq i}^{N_\xi} \left[ \frac{P_{\xi,j} - P_{\xi,i}}{|r_{\xi,j}^* - r_{\xi,i}^*|^2} (r_{\xi,j}^* - r_{\xi,i}^*) w(|r_{\xi,j}^* - r_{\xi,i}^*|) \right] \quad (6)$$

$$u_i^{k+1} = u_i^* + u_i', \quad r_i^{k+1} = r_i^* + u_i' \Delta t \quad (7)$$

以上, 粒子の初期配置をした後, (a)~(c) を目標の時間まで繰り返す.

### 2.2 密度比の大きい二流体の計算モデル

従来の解析手法では Navier-Stokes 方程式の圧力勾配項の計算の際, 気体側に過剰な運動量が加わっており, 実現象とかけ離れた解析結果が得られることがあった. そのため気液間相互作用モデルとして, 圧力勾配の計算時のみ白川らが提案した<sup>(4)</sup>重み関数を参考に, 次式の重み関数<sup>(5)</sup>を用いた.

$$w(r) = \left(1 - \frac{r}{r_e}\right)^m, \quad m = \min(\tilde{n}_i / \bar{n}, 1) \quad (8)$$

ここで,  $\bar{n}$  は界面上での粒子数密度,  $\tilde{n}_i$  は同種粒子間のみを考慮した粒子数密度である. このモデルの意味するところは, 近傍粒子の重みづけを行う重み関数に対し, ある粒子から見てまわりに同種粒子が多いときはその粒子と近傍粒子の間の重み関数を従来と同じ形にし, まわりに異種粒子が多い時にはそ

表1 気泡上昇解析における計算条件

x direction length m	0.036
y direction length m	0.048
Liquid density (ellipsoidal, sphere) $\rho_l$ kg/m <sup>3</sup>	71.25
Liquid density (sphere-cap) $\rho_l$ kg/m <sup>3</sup>	101.25
Gas density $\rho_g$ kg/m <sup>3</sup>	1.25
Kinematic viscosity for liquid (ellipsoidal) $\nu_l$ m <sup>2</sup> /s	$5.75 \times 10^{-6}$
Kinematic viscosity for liquid (sphere) $\nu_l$ m <sup>2</sup> /s	$1.00 \times 10^{-4}$
Kinematic viscosity for liquid (sphere-cap) $\nu_l$ m <sup>2</sup> /s	$3.00 \times 10^{-4}$
Kinematic viscosity for gas $\nu_g$ m <sup>2</sup> /s	$1.44 \times 10^{-5}$
Surface tension coefficient (ellipsoidal) $\sigma$ mN/m	10.66
Surface tension coefficient (sphere) $\sigma$ mN/m	10.0
Surface tension coefficient (sphere-cap) $\sigma$ mN/m	3.0
Particle distance $r_{\min}$	$2.0 \times 10^{-4}$
Time step dt s	$1.0 \times 10^{-5}$

表2 配管内流れ解析における計算条件

x direction length m	2.0
y direction length m	0.2
Density $\rho$ kg/m <sup>3</sup>	1000.0
Kinematic viscosity $\nu$ m <sup>2</sup> /s	$1.0 \times 10^{-2}$
Particle distance $r_{\min}$	$2.0 \times 10^{-2}$
Time step dt s	$2.0 \times 10^{-4}$

の粒子と近傍粒子の間の重み関数の値を小さくするというものである. このモデルを用いて静止液中の気泡上昇の解析を行った.

### 2.3 流入条件を想定したモデル

配管内流れを解く際, MPS 法では粒子が動くのでなくなった場所への粒子の補充が必要になり, 入口で粒子生成を行う必要がある. このとき新しく生成する粒子が周りの粒子から近すぎても遠すぎても計算が不安定となる. この粒子生成には柴田らが提案した, 最急降下法を用いた粒子生成アルゴリズム<sup>(6)</sup>を用いた.

### 2.4 壁を表現するモデル

MPS 法では壁を表現する際も粒子を用いることが多い. 工業的な利用が増え, 複雑形状の解析が求められている現在では, 壁(構造物)を粒子ではなく壁重み関数として扱う手法<sup>(7)</sup>が開発されたが, 本稿ではモデルの簡便性を考え, 粒子を用いる手法を導入する.

壁を, 粒子を用いて表現する手法では, 圧力を計算する粒子と圧力を計算しない粒子を少なくともそれぞれ 2 層ずつ配置する必要があったが, 柴田らの提案手法<sup>(8)</sup>を用いて壁粒子を 1 層とした. 上で述べた流入条件とこのモデルを用いて配管内流れの妥当性を検証した.

## 3. 解析結果

### 3.1 静止液中の気泡上昇

解析対象は 2 次元で, 気泡を静止させた状態を初期条件とし, 終端状態における気泡形状と上昇速度について求めた. 計算条件は表 1 の通りである. 気泡形状としては楕円体(ellipsoidal), 球形(sphere), 球形カップ(sphere-cap)が考えられる. 検証として気泡形状は, MPS 法の解析結果と, Grace らによってエトベス数  $Eo$  とモートン数  $M$  で整理されているグラフ<sup>(9)</sup>(図 1)に基づいて 3 点を選んだ. その結果, 気泡形状は図 2 の通り一致していることが分かった. そして上昇速度は球形か非球形かによってそれぞれ富山ら, Tomiyama らの経験式<sup>(10)(11)</sup>と比較し, 誤差

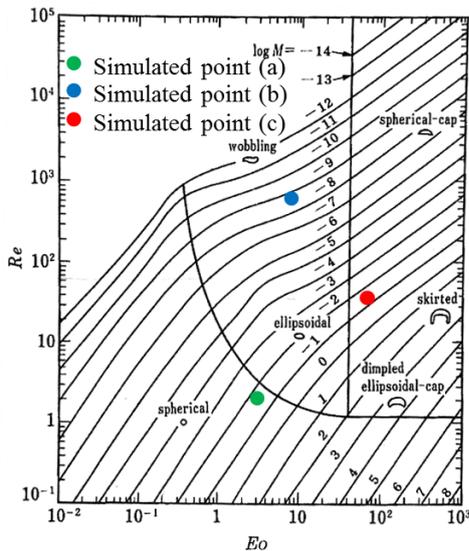


図1 気泡形状の分類と計算点

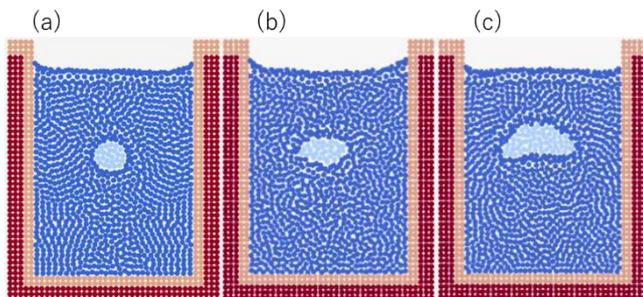


図2 気泡上昇 (a) 球形 (b) 楕円体 (c) 球形カップ

は 2.42~5.39%であった。ここから気液間相互作用モデルの妥当性が検証された。

### 3.2 単相流配管内流れ

解析対象は Hagen-Poiseuille 流れとし、物性値は表 2 の通りとする。そして解析条件は、初期速度 0 m/s、入口圧力 1000 Pa、出口圧力 0 Pa (ゲージ圧)とした。検証として、配管断面流速分布について、速度  $x$  方向 1次元のみの二平行平板間の定常流れを仮定した理論解と、OpenFOAM の標準ソルバである PIMPLE 法を用いた解析解と比較する。このとき、MPS 法と PIMPLE 法では  $t=14.8\sim 15.0$  s の間、 $x=1.0$  m の位置の配管断面の解析解とした。また、壁粒子を 1 層にした結果もあわせて図 3 に示す。そして計算時間の短縮を確認するために図 4 に計算時間の比較を示す。図 3 から、MPS 法は管中心で一致しているが、壁面近傍では MPS 法の解析結果が高くなっていることが分かる。次に図 3、図 4 から、壁粒子数を減らし、精度を落とさず計算時間を短縮したことが確認できた。この結果から流入条件を想定したモデルの導入により、安定した計算が行えた。また、壁を表現するモデルについては妥当性を確認できた。

### 4. 結言

本研究では MPS 法を用いて静止液中の気泡上昇と配管内流れの解析を行い、3 つのモデルの検討を行った。このうち、密度比の大きい二流体の計算モデルと壁を表現するモデルについては妥当性が確認できた。そして、流入条件を想定したモデルの導

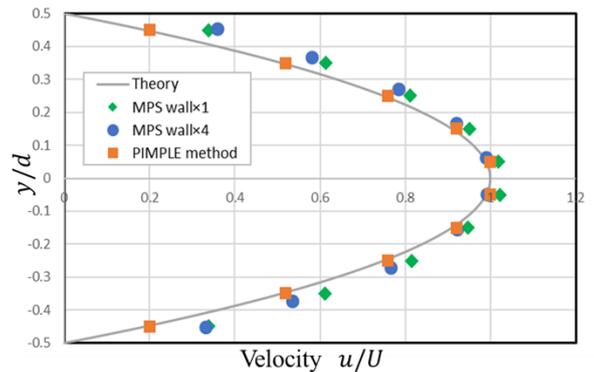


図3 配管断面速度分布

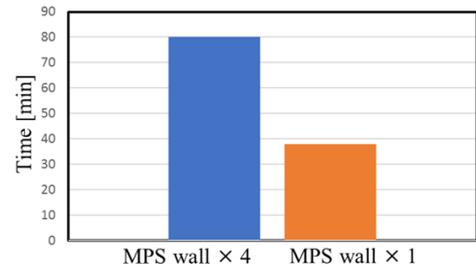


図4 壁粒子4層と1層の計算時間比較

入により安定した解析結果が得られることが確認できた。今後の展望としては相変化モデルの確立を行う計画である。

### 謝辞

本研究は JSPS 科研費 17H03479 の助成を受けたものです。

### 参考文献

- (1) 堀ら, H3 ロケット第 1 段エンジンの開発計画. 宇宙科学技術連合講演会講演集, Vol. 59, 2015.
- (2) Sato ら, Development study of a precooled turbojet engine. Acta Astronautica, Vol. 66, 2010.
- (3) 越塚ら, 粒子法入門, (丸善出版, 2015).
- (4) SHIRAKAWA ら, Analysis of the Void Distribution in a Circular Tube with the Two-Fluid Particle Interaction Method, Journal of NUCLEAR SCIENCE and TECHNOLOGY, Vol.38, No.6, 2001.
- (5) 古市ら, MPS 法による気液二相流の挙動解析, 日本機械学会関東支部総会講演会講演論文集, 23 巻, 2017.
- (6) 柴田ら, 粒子法のための圧力固定の流入流出境界条件の開発, 日本機械学会第 28 回計算力学講演会 CD-ROM 論文集 2015.
- (7) 室園ら, MPS 法における壁境界計算モデルの改良, 日本機械学会第 21 回計算力学講演会 CD-ROM 論文集 2008
- (8) 柴田ら, 粒子法の流体解析における圧力振動の抑制と壁粒子数の削減に関する研究, 日本建築学会, 第 63 回理論応用力学講演会 2014.
- (9) Grace ら, Bubbles, Drops, and Particles, ACADEMIC PRESS, 16-29, 1978.
- (10) 富山ら, 気泡の抗力係数に関する研究, 日本機械学会論文集(B 編), vol.61, No.587, 1995.
- (11) Tomiyama ら, Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime, International Journal of Multiphase Flow, vol.28, 2002.