

# STEP-2013-076 「3次元静磁場・静電場ソルバーの開発」

○八田真児 (MUSCATスペース・エンジニアリング株式会社)

## Abstract

マルチコアCPUの発達が著しい。古典的でシンプルな解析手法であっても、並列計算を意識した設計とすることで、電気推進機を含む大規模で複雑な対象を解析可能である。最大8段の八分木格子を導入可能な、3次元静磁場・静電場ソルバーを開発したので、これを報告する。

## 1. 背景および目的

電気推進機の数値解析では、今世紀初頭までは2次元、あるいは2次元軸対称が主流であった[1]。これらの手法は計算機性能による制約により、致しかた無い面がある反面、解析解との比較検討など学問的に十分有用な方法であった。しかしながら、2000年代より並列計算機は性能、コストの両面から発達が著しく、かつての大型計算機の性能がワークステーション上で実現されている。また、並列計算を導入する際の人的コストも、その導入機能を標準装備する商用コンパイラの登場により、劇的に改善されている。

MUSCATスペース・エンジニアリング(株)では、電気推進機に関連するプラズマ解析ソルバーを開発中である。その際、数学的近似あるいは仮定の少ない3次元モデルを前提とし、かつ、計算コードの管理コストの少ない素朴な手法を中心に採用することを方針とした。本報告では、その第一報として、3次元静磁場・静電場ソルバーについて述べる。計算例として、イオンエンジンが生成する磁界が、イオンビームに与える角運動量を計算したので、これを報告する。

## 2. 開発手法と開発目標

開発言語はFortran90準拠のIntel Fortran®である。このコンパイラに標準搭載されている並列計算手法であるOpenMPを採用する。これは現在多くのコンピュータが採用している、Symmetric Multi Processor、つまり全てのコアが全く対等な関係にあるCPUシステムに対応する並列化手法である。目下のところ、1ノードに多数のコアとメモリを搭載した商用ワークステーションを、最も低コストで並列化計算に利用する手段と考えられる。

計算格子系は等間隔直交格子系とした。ただし電気推進機の解析で要求される、巨大な計算空間を効率よく処理するために多重8分木格子を採用した。

8分木格子では、1段深い格子レベルに移行すると、格子幅 $\Delta x$ が $1/2$ となり、空間解像度が2倍に改善する。開発目標としては、15段の八分木格子の導入を目指す。この場合、最大の格子幅 $\Delta x_{\max}$ と最小の格子幅 $\Delta x_{\min}$ の長さ比は $2^{15-1}=16384$ 倍となり、最小格子幅を $100\mu\text{m}$ としても、最大の格子は約 $1.64\text{m}$ を取ることが出来る。すなわち、電気推進機をはじめとする能動的な電荷放出機構を搭載した宇宙機の大域解析が可能となる。現状では8段の8分木格子をコード化し、5段目までの妥当性検証が完了している。

## 3. 解析対象

静磁場、静電場、のいずれも3次元Poisson方程式を解くが、簡略のため静磁場の方程式のみ紹介する。

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= -\text{grad } \phi_m, \quad \text{div}(\mu \mathbf{H}) = -\text{div} \mathbf{J}_0 \\ \text{div}(\mu \cdot \text{grad } \phi_m) &= \text{div} \mathbf{J}_0 \equiv \rho_m \\ \Delta \phi_m &= \rho_m \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $\mathbf{H}$ は磁界の強さ、 $\phi_m$ は磁位、 $\mu$ は透磁率、 $\mathbf{J}_0$ は永久磁石の永久磁化である。解析コード化する上で、ソルバーの種類を問わず、容易に換装可能なように注意を払った。その上で、現状ではSuccessive Over Relaxation (SOR)を採用している。これはPoisson方程式を解くには非常に安定した頑健な解法である。

## 4. 解析結果

先に妥当性検証の状況を紹介する。以下のようなテスト計算を実施した。

- (1) 円筒状永久磁石の計算。 $\text{div}(\mu \mathbf{H})$ の検証並びに残差の収束の検証。
  - (2) 円筒状永久磁石と円筒状強磁性体を組み合わせた計算。 $\text{div}(\mu \mathbf{H})$ の検証並びに残差の収束の検証。
- ここでは(2)の収束状況を図1に示す。

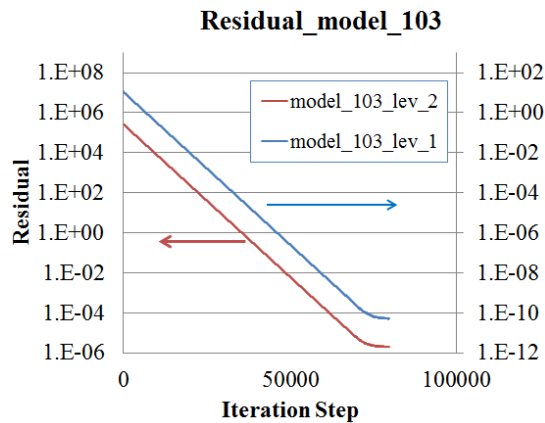


図1 残差の収束の様様

本計算では格子数は1段目、2段目共に  $1 \times 10^5$  程度であり、約 80000 ステップでマシン・ミニマムに到達していると考えられる。SOR 法の場合には収束に必要な反復回数は格子数に比例することが知られているため、設定する反復回数の参考に出来る。

次に、より実用的な計算例として、イオンエンジンシステム(IES)が周囲に生成する磁界と、その磁界がイオンに与える角運動量流量を計算した。計算対象のモデルを図2に示す。

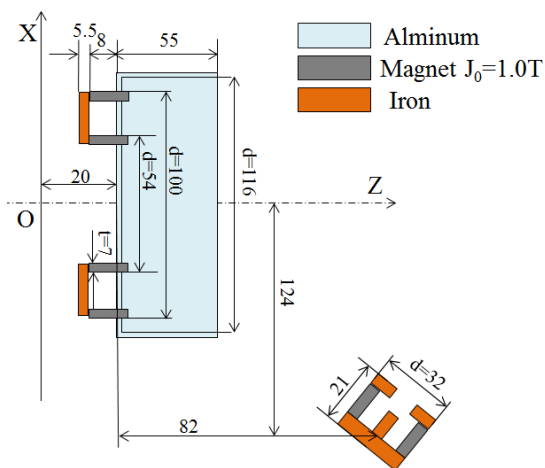


図2 モデル化した IES

計算格子は4段の8分木格子とした。全体の計算領域は 500mm x 500mm x 350mm、1段目の空間解像度は 2.5mm、4段目の解像度は 312.5 $\mu$ m である。

図3-1と図3-2にスラスタヘッド並びに中和機の磁石近傍の磁場( $\mu H$ )の分布を示す。スラスタヘッドでは磁石表面付近、また中和機では磁石と前面ヨークの間に 0.3T 前後の ECR 強度の領域が形成されていることが観察される。このような磁場分布の下で粒子法を用いてイオンを運動させ、計算領域外部

に流出した時点での運動量流量並びに、角運動量流量を計算した (表1)。

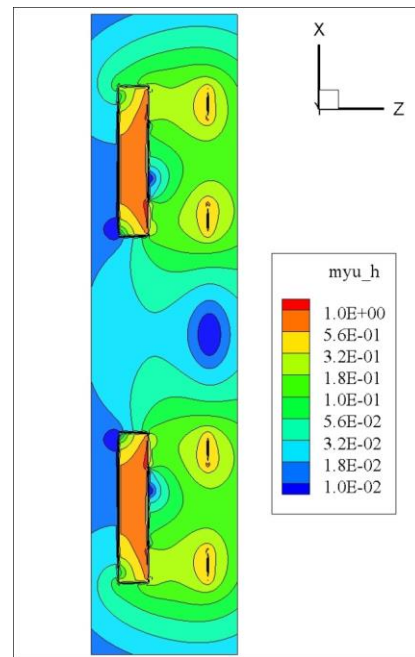


図3-1 スラスタヘッドの磁石近傍の磁場

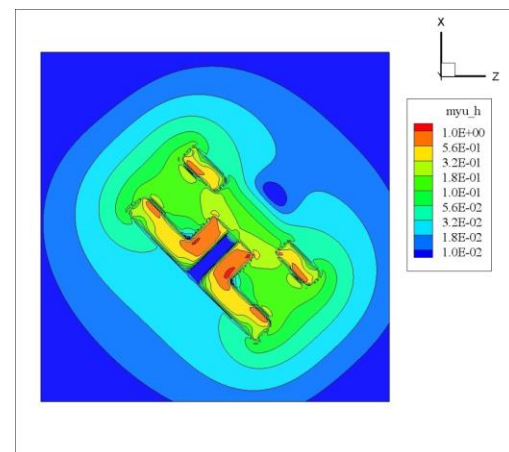


図3-2 中和機近傍の磁場

表1 運動量流量並びに角運動量流量

	磁場有り	磁場無し
	推力 [N]	
Z 軸	7.3E-3	7.3E-3
	軸回りトルク [Nm]	
X 軸	3.2E-7	0
Z 軸	9.4E-7	0

#### 参考文献

[1]栗木恭一、荒川義博、他、「電気推進ロケット入門」、東京大学出版会、ISBN-4-13-062805-4