

宇宙航空研究開発機構研究開発資料

固体ロケット・モータの振動モデルの信頼性向上の研究： L / Rが変化した場合の縦振動に与える 固体推進薬の連成効果について

2004年3月

宇宙航空研究開発機構

宇宙航空研究開発機構研究開発資料
JAXA Research and Development Memorandum

固体ロケット・モータの振動モデルの信頼性向上の研究:
L/Rが変化した場合の縦振動に与える
固体推進薬の連成効果について

Improvement of Solid-Rocket Motor Structural Vibration Model:
Coupling Effects of Solid Propellant on Axial Vibration
Properties with Various Length / Radius Ratios

幸節 雄二

Yuji KOHSETSU

総合技術研究本部 システム評価技術グループ
Space Systems Evaluation Engineering Group
Institute of Space Technology and Aeronautics

2004年3月

March 2004

宇宙航空研究開発機構
Japan Aerospace Exploration Agency

和 文 抄 録	<p>固体ロケット・モータの振動モデルの信頼性向上に関して、固体ロケット・モータ形状を H-II A ロケット用に固定 ($L/R=7.8$) して検討を進めている。</p> <p>しかし、形状が異なる固体ロケット・モータについても、固体推進薬の連成効果の影響を確認しておくことは、固体推進薬の連成振動特性をより広い範囲で把握できることから重要と考えられる。</p> <p>そのため、今回、固体ロケット・モータの形状が $L/R<16$ の範囲で縦振動特性を解析した。</p> <p>解析の結果、$4<L/R<16$ の範囲で、固体推進薬の連成効果が縦振動に与える影響は顕著であり無視できないことがわかった。</p> <p>なお、本資料において、「固体ロケット・モータの振動モデルの信頼性向上の研究」について、「システム評価技術」に関する研究としての位置付けを明確にした。</p>
和文キーワード	<p>固体ロケット・モータの振動モデル、信頼性向上、固体推進薬、連成効果 縦振動</p>

目 次

1. 概要	1
2. 関連文書	1
3. 研究の位置付け	2
4. 解析条件	2
5. SRM の連成振動モデル	3
6. 解析結果	7
7. 考察	12
8. 結論	13
Appendix 非圧縮性材の固有解析法	17

1. 概要

固体ロケット・モータの振動モデルの信頼性向上に関しては、従来、プロジェクト支援の一環として、固体ロケット・モータ形状を H-IIA ロケット用に固定($L/R=7.8$)して検討^{(1),(2),(3),(4)}を進めている。

今回、固体ロケット・モータの振動モデルの信頼性向上の研究を「システム評価技術に関する研究」の一環としてとして捉え、その位置付けを明確にした。

その位置付けの中で、H-IIA ロケットの固体ロケット・モータと形状が異なる場合についても、固体推進薬の連成効果の影響を確認しておくことは、固体推進薬の連成振動特性をより一般的に把握する観点から重要と考えられる。そのため、今回、固体ロケット・モータの形状が $4 < L/R < 16$ の範囲で縦振動特性を解析した。

解析の結果、 $4 < L/R < 16$ の範囲で、固体推進薬の連成効果が縦振動に与える影響は顕著であり無視できないことがわかった。

2. 関連文書

- (1) Kohsetsu, Y., Improvement of Modeling Method for Solid Rocket Booster Structural Vibration, ISTS 2002-c-36, 23rd International Symposium on Space Technology and Science, May 26 – June 2, 2002, Matsue, Japan.
- (2) 幸節雄二, 均一断面固体ロケット・モータの縦振動解析、NASDA 技研資料、(2002). (2002).
- (3) 幸節雄二, 固体ロケット・モータの曲げ振動モデルに対する推進薬の連成を考慮した改善について、第 18 回 ISAS 宇宙構造・材料シンポジウム: 2002: 129-132.
- (4) 幸節雄二, H14 年度 技研成果報告書 プロジェクト協力 固体ロケット・モータの振動モデルの信頼性向上の研究、NASDA 技研資料、GDS-03044, (2003.6.18).
- (5) 鷺津久一郎, コンピュータによる構造工学講座 I-3-B エネルギー原理入門, 培風館, (1970), 94-97.
- (6) Washizu, K., Variational Methods in Elasticity, 2nd edition: Pergamon Press; New york. (1975), 358-360.
- (7) Kohsetsu, Y., An algorithm using co-ordinate transformation for free vibration analysis of fully incompressible materials, Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 57, Issue 5 (2003), 669-684.
- (8) Craig, R.R. Jr., Bampton, M.C.C., Coupling of Substructures for Dynamic Analysis, AIAA J., 6-7 (1968), 1313-1319.
- (9) Bathe, K.J., Finite Element Procedures. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, (1996), 300-335.

3. 研究の位置付け

従来は、プロジェクト支援の一環として実施していたが、「システム評価技術」に係わる研究テーマとして位置付けを明確にする。

システム評価技術の立場から、固体ロケット・モータの振動モデルの信頼性向上の研究全体の中に占める本研究の位置付けを、図 3.1-1 に示す。

本研究は、ロケット全機の振動解析の信頼性を向上させることを目的として実施する。したがって、線形の範囲において、固体ロケット・モータの振動モデルの信頼性を向上させる研究を進める。

なお、固体ロケット・モータ単体のレベルで、非線形の範囲まで考慮した信頼性向上の研究も考えられるが、この場合は、固体ロケット・モータのハードウェアに直結した設計の課題になるため、システム評価技術としては当面は研究対象から除外する。

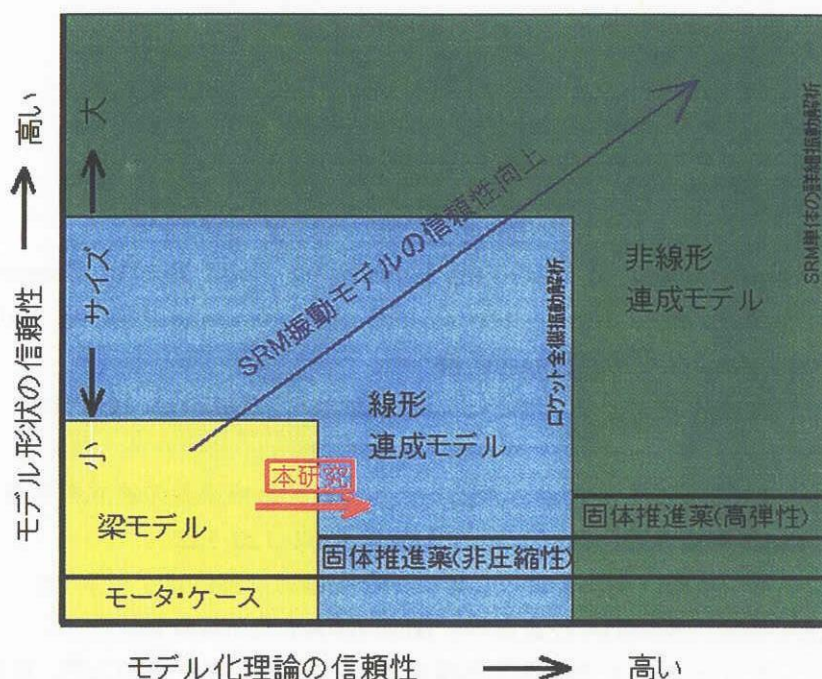


図 3.1-1 研究の位置付

4. 解析条件

4.1 モデル化の範囲

モデル化で反映する固体推進薬の特性を検討する。固体推進薬はよく知られているように非圧縮性と高弾性(ゴム弾性)の二つの特性を持っている。固体推進薬の連成効果を SRM 振動モデルに組み込むにあたり、二つの特性のどの範囲を考慮するかという問題がある。制約条件は、ロケットの全機振動モデルに組み込むための SRM コンポーネント・モデルを研究対象にしていることである。全機振動解析ではモード法を採用していることから、線形範囲に留めておく必要がある。高弾性まで含めると運動方程式が非線形となりモード法と適合しなくなる。したがって、モデル化手法としては、固体推進薬の非圧縮性を線形範囲で連成させることにし、高弾性範囲は今後の課題とした。

また、実機 SRM の形状を図 4.1-1 に示すように簡略化し一様断面をもつ仮想的な SRM モデルを設定した。このモデルは、モータ・ケースと固体推進薬のみから構成されるとしノズルは含まない。形状を簡略化することにより固体推進薬の連成効果を確認し易くすることをねらった。なお、本論文に示すモデル化手法は、軸対称の範囲で複雑な形状の実機 SRM にも適用可能である。

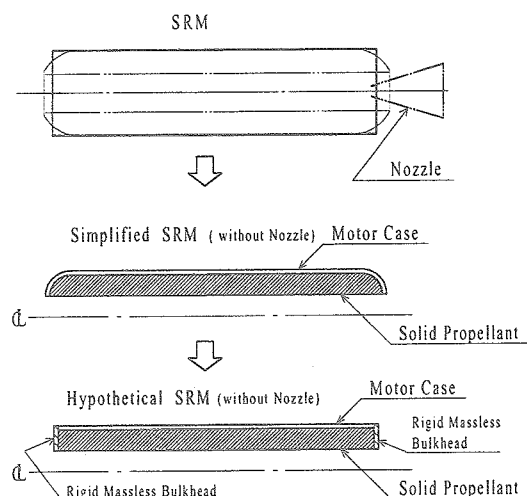


図 4.1-1 形状を単純化した固体ロケット・モータ

4.2 モデル化理論

固体推進薬は、非圧縮性(ポアソン比, $\nu=0.5$)を持つため、応力-ひずみ関係式に含まれる $(1/1-2\nu)$ で 0 による割り算が発生することから通常の変位法は適用できない。

代わりに変位と圧力を変数とした混合法^{(5),(6)}による有限要素法が適用できる。しかし、混合法を適用した場合には、運動方程式の剛性マトリックスの対角項に 0 が現れる(式(1)参照)ため、数値計算の過程で不安定問題が発生する。この不安定問題を避けるため、報告者は混合法を適用しても不安定が発生しない固有値計算法を開発⁽⁷⁾した。また、混合法により作成した固体推進薬の源モデルを、Craig-Bampton 法⁽⁸⁾を適用して一般座標に変換すると同時にサイズを縮小した部分構造モデルに変換して、モータ・ケースのモデルと結合させて SRM モデルを作成する。なお、Craig-Bampton モデルを作成するに過程で開発した固有値計算法を適用して、部分構造モデルの剛性マトリックスの対角項から 0 を除去している。

5. SRM の連成振動モデル

5.1 有限要素モデル

数値解析モデルを図 5.1-1 に示す。外部の円筒がモータ・ケースで、内部の中空円柱が固体推進薬である。

モデル化に適用する有限要素は、モータ・ケースおよび固体推進薬ともに軸対称要素である。

モータ・ケースには、一般の変位法による軸対称円筒シェル要素を適用し、各節点は 3 自由度(機軸方向変位 u , 半径方向変位 w , 母線の傾き β)を持つ。内挿関数はそれぞれ u が 1 次、 w が 3 次である。

固体推進薬には、軸対称リング要素を適用している。この要素は、混合法による有限要素であり 4 節点の四辺形断面の軸対称要素であり、各節点は 3 自由度(機軸方向変位 u 、半径方向変位 w および圧力 p)を持つ。 $\{u, w, p\}$ それぞれに同じ 1 次の内挿関数を適用していることから Inf-Sup 条件⁽⁹⁾を満足せず、 p のモードに擬似変動が現れるが、Craig-Bampton 法の採用によりモデルに p は陽には現れない。

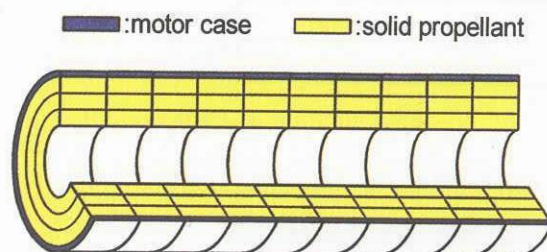


図 5.1-1 単純化した SRM の数値解析モデル

5.2 固体推進薬の部分構造モデル

固体推進薬は、SRM の部分構造であり Craig-Bampton 法⁽⁸⁾を適用してモータ・ケースとの結合用モデルを作成する。なお本モデル化手法の特長は次の点にある。Craig-Bampton 法による拘束固有モード(constrained normal modes)を求める過程で、開発した固有値計算法を適用することにより、結合用固体推進薬モデルの剛性マトリックスの対角項から 0 が除去できる点である。また同時に、高次の拘束固有モードを切捨てることによって結合用モデルのサイズ(自由度)を縮小できる。以下に固体推進薬の結合用モデルを作成する手順を説明する。

固体推進薬の振動の運動方程式は、混合法有限要素法を適用して式(1)で表される。特徴は剛性マトリックスの対角項に 0 が現れることである。

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{up} \\ K_{up}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ 0 \end{Bmatrix} = 0 \quad (1)$$

ここで、 u は節点変位ベクトル、 p は節点圧力ベクトルである。

変位および圧力ベクトル $\{u, p\}^T$ を、式(2)で示すようにモータ・ケースと結合される境界座標(添え字 b)と結合されない内部座標(添え字 i)に分離する。

$$\begin{aligned} \{u, p\}^T &= \{u_i, p_i; u_b, p_b\}^T \\ &= \{u_i, p_i, p_b; u_b\}^T \\ &= \{u_i, p_i; u_b\}^T \\ &= \{x_i; x_b\}^T \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\{p_b\}$ については、モータ・ケース側に対応する自由度はなく拘束無しとなることから内部座標 $\{p_i\}$ に組入れる。

式(2)に対応して、式(1)は式(3)のように並び替えられる。

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ib} \\ K_{ib}^T & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_i \\ x_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ib} \\ M_{ib}^T & M_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{x}_b \end{Bmatrix} = 0 \quad (3)$$

拘束固有モード $[\Phi_n]$ は、式(3)において境界座標 $\{x_b\}=0$ として得られる式(4)の固有値解析によって式(5)のように求められる。 $\{q_n\}$ は、拘束固有モード座標である。この固有値解析に開発した固有値計算法(Appendix 参照)を適用する。

$$\begin{aligned} [K_{ii}] \{x_i\} + [M_{ii}] \{\ddot{x}_i\} &= 0 \\ \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{up} \\ K_{up}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ p_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ 0 \end{Bmatrix} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ p_i \end{Bmatrix} = \sum_k \phi_k q_k = [\Phi_n] \{q_n\} \quad (5)$$

拘束モード $[\Phi_c]$ は、式(3)の第1項において内部荷重が発生しない条件から、内部座標 $\{x_i\}$ と境界座標 $\{x_b\}$ との変換係数として式(6)のように求められる。

$$\begin{aligned} [K_{ii}] \{x_i\} + [K_{ib}] \{x_b\} &= 0 \\ \{x_i\} &= -[K_{ii}]^{-1} [K_{ib}] \{x_b\} \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)を詳細に書き直すと式(7)のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u_i \\ p_i \end{Bmatrix} &= - \begin{bmatrix} K_{ii,uu} & K_{ii,up} \\ K_{ii,up}^T & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_{ib,uu} \\ K_{ib,pu} \end{bmatrix} \{x_b\} \\ &= [\Phi_c] \{x_b\} \end{aligned} \quad (7)$$

式(5)と式(7)を用いて、式(8)の座標変換を定義する。

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ x_b \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} u_i \\ p_i \\ x_b \end{Bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \Phi_k & \Phi_c \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_k \\ x_b \end{Bmatrix} \quad (8)$$

ここで、 $\{q_k\}$ は、 $\{q_n\}$ から高次の拘束固有モードを切捨てた拘束固有モード座標(自由度: $k \ll n$)である。

式(8)を用いて、式(3)を座標変換して式(9)で示されるサイズが縮小された結合用モデルが得られる。

$$\begin{bmatrix} \omega_k^2 & K_{nb} \\ K_{nb}^T & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_k \\ x_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} I & M_{nb} \\ M_{nb}^T & M_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_k \\ \ddot{x}_b \end{Bmatrix} = 0 \quad (9)$$

5.3 SRM モデル

モータ・ケース・モデルは、軸対称円筒シェル要素を用いて式(10)に示すように求められる。

$$[K_m]\{x_m\} + [M_m]\{\ddot{x}_m\} = 0 \quad (10)$$

ここで、 $\{x_m\}$ は、物理座標の節点変位ベクトルである。

式(9)の固体推進薬モデルと式(10)のモータ・ケース・モデルとを、式(11)に示すように結合(図 5.3-1 参照)して SRM 全体の振動の運動方程式が式(12)のように得られる。

$$\begin{aligned} \{x_m\}_i &\equiv \{u_m, w_m, \beta_m\}_i^T \\ \{x_b\}_i &\equiv \{u_b, w_b\}_i^T \\ u_{m,i} &= u_{b,i} \\ w_{m,i} &= w_{b,i} \\ \beta_{m,i} &= \text{free} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{xx} & \bar{K}_{xq} \\ \bar{K}_{xq}^T & \omega_k^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_m \\ q_k \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{M}_{xx} & \bar{M}_{xq} \\ \bar{M}_{xq}^T & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{q}_k \end{Bmatrix} = 0 \quad (12)$$

なお、固体推進薬の両端面の機軸方向変位 $\{u_b\}$ は、モータ・ケース両端の機軸方向変位 $\{u_m\}$ に拘束されるとした。

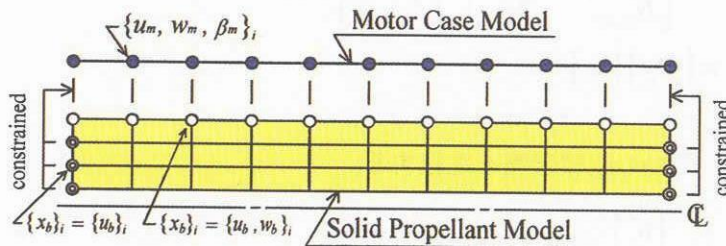


図 5.3-1 モータ・ケースと固体推進薬との結合

5.4 数値解析モデルの特性値

数値解析に用いた仮想的な SRM モデルの特性値を表 5.4-1 に示す。SRM 特性の特徴は、固体推進薬の剛性率が、モータ・ケースの剛性率に対して約 3 桁低いことである。なお、解析に使用したモータ・ケースの断面特性は長さ(L)に依存せず一定値とした。実際は半径が同じでも長さに依存してモータ・ケースの荷重が変化するため断面特性は変化するが、固体推進薬の連成効果の影響を相対的に評価するため断面特性を一定とした。

5.5 境界条件

境界条件は、モータ・ケースの両端の変位{*u, w*}を自由として固有値解析を実施した。

表 5.4-1 SRM モデルの特性

Radius (R) [mm]	Motor case			Solid propellant	
	middle surface: 1250			outer: 1250	
				inner: 410	
Length(L) [mm]	4875	6825	9750	14625	19500
L/R	3.9	5.46	7.8	11.7	15.6
Model division (radial)x(axial)	3x5	3x7	3x10	3x15	3x20
	3x10	3x14	3x20	3x30	3x40
	6x10	6x14	6x20	6x30	
	6x20				
Thickness	15 mm			N/A	
Elastic modulus	E=4.22x10 ⁴ N/mm ²			G=27 N/mm ²	
Poisson's ratio	0.3			0.5	
Mass density	4.24 g/cm ³			1.8 g/cm ³	

6. 解析結果

以下に示す解析結果は、表 5.4-1 中に太字で示した分割モデルによる結果である。分割数による固有値の収束性は確認している。なお、固体推進薬の結合用モデルに含む拘束固有モードの個数は、最低次から 10 個と 20 個の場合で固有値に有意な差が無ことから 10 個とした。

6.1 固有振動数

SRM 連成モデルを用いた固有値解析により得られた第 1 次から 5 次までの固有振動数を図 6.1-1 に示す。横軸は L/R、縦軸は固有振動数(Hz)である。参考として従来の梁モデルにより得られる第 1 次および第 2 次の固有振動数を破線で示した。なお、梁モデルとは、固体推進薬の剛性を無視して質量のみをモータ・ケース上に分布させた振動モデルで、全機振動解析に適用されている。図 5 から、4 章に示した連成モデルにより得られた固有振動数は、梁モデルから得られる固有振動数と大幅に異なっていることがわかる。この差の原因は、固体推進薬の連成効果と考えられる。

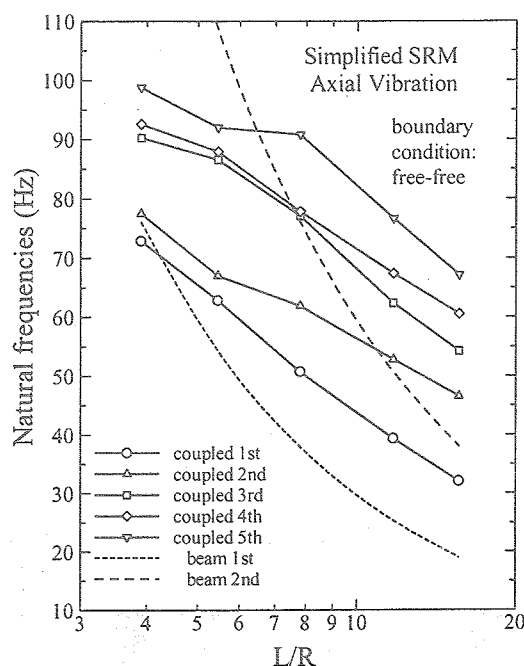


図 6.1-1 固有振動数と L/R の関係

6.2 固有振動モード

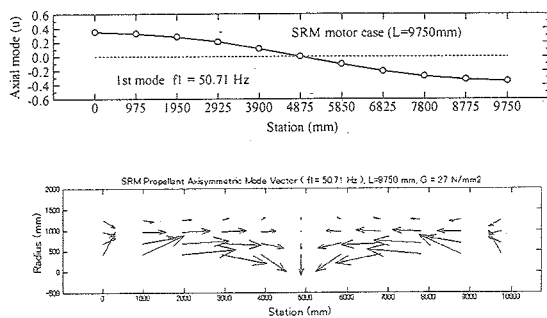
SRM 連成モデルを用いた固有値解析により得られた固有振動モードを図 6.2-1 から図 6.2-5 に示す。

図 6.2-1 は、 $L/R=7.8$ の場合であり、第 1 次から第 4 次までの固有振動モードを示す。各振動次数に対してモータ・ケースの縦変位モード(上図)と固体推進薬のモード・ベクトル(下図)を対にして示した。第 2 次以上のモータ・ケースの縦変位モードは、梁モデルから得られる $\cos kmx$ 形状とは大きく異なっていることがわかる。 $\cos kmx$ 形状からずれる原因が固体推進薬の連成効果にあることは、内部の固体推進薬が機軸方向および半径方向にモータ・ケースよりも大きく振動していることから確認される。なお、実機型 SRM の振動試験でも第 2 次モードに相当するモータ・ケースの縦変位モードが確認⁽⁷⁾されている。

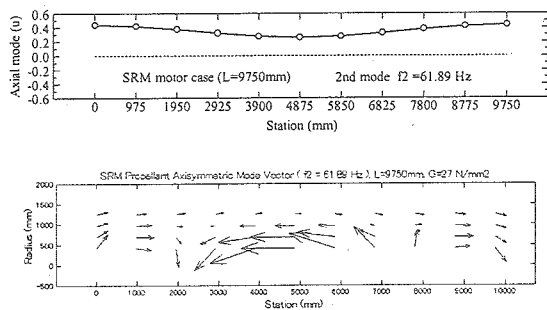
図 6.2-2 は $L/R=11.7$ の場合、図 6.2-3 は $L/R=15.6$ の場合の第 1 次から第 4 次の固有振動モードをそれぞれ示す。第 2 次のモータ・ケースの縦変位モードに着目すると、 L/R の値が 7.8 より大きくなるにしたがって、梁モデルから得られる $\cos kmx$ 形状に近づいてゆくことがわかる。

図 6.2-4 は $L/R=5.46$ の場合について、第 1 次から第 4 次の固有振動モードを示す。 L/R の値が 7.9 より小さくなると第 2 次のモータ・ケースの縦変位モードは、梁モデルから得られる $\cos kmx$ 形状からより離れてゆくことがわかる。

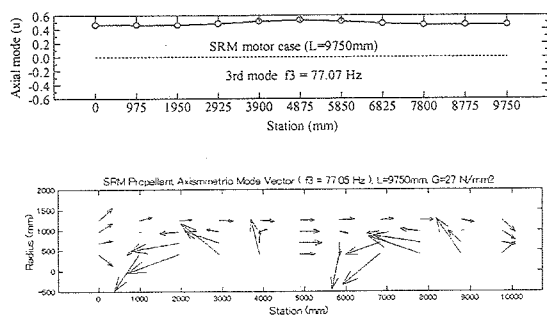
図 6.2-5 に L/R の値が 5.46 より小さくなった $L/R=3.9$ の場合を示す。 $L/R=3.9$ の場合には、 $L/R \geq 5.46$ の場合に発生する第 1 次モードと第 2 次モードとの逆転が生じている。



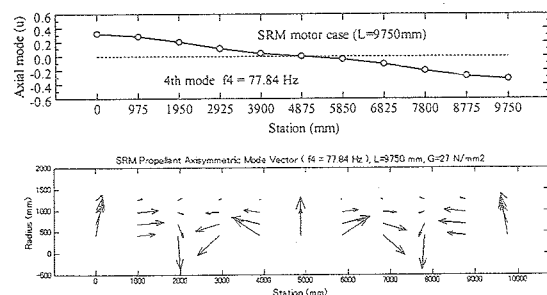
(a) First mode



(b) Second mode

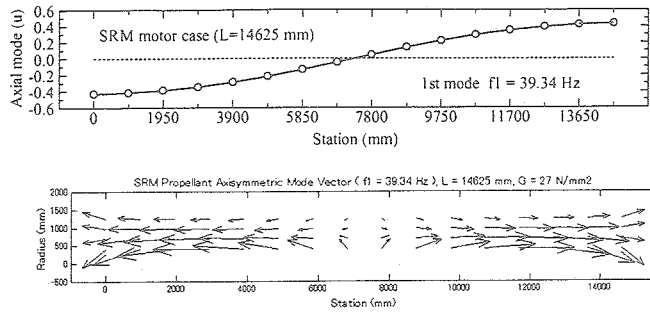


(c) Third mode

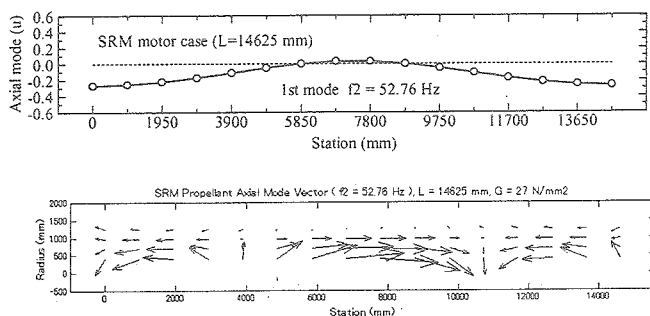


(d) Fourth mode

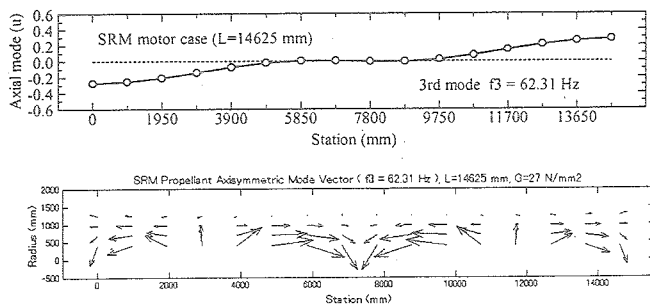
図 6.2-1 SRM のモード形(L/R=7.8)



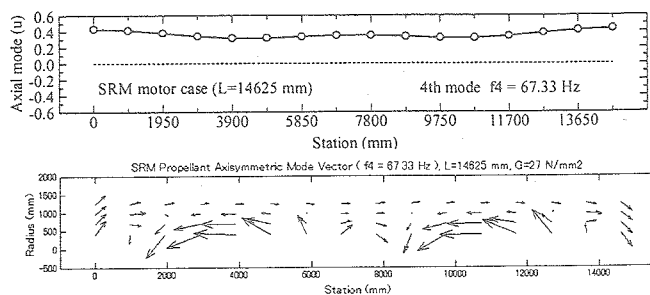
(a) First mode



(b) Second mode

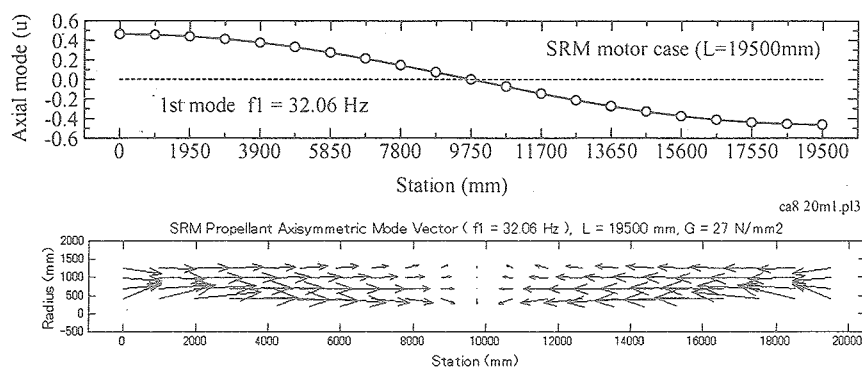


(c) Third mode

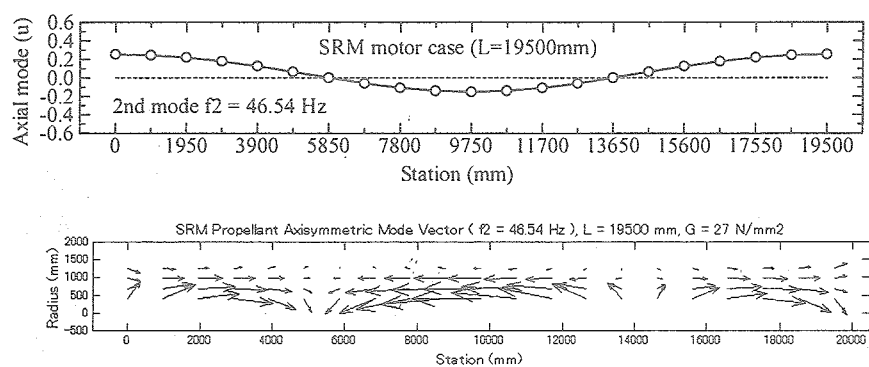


(d) Fourth mode

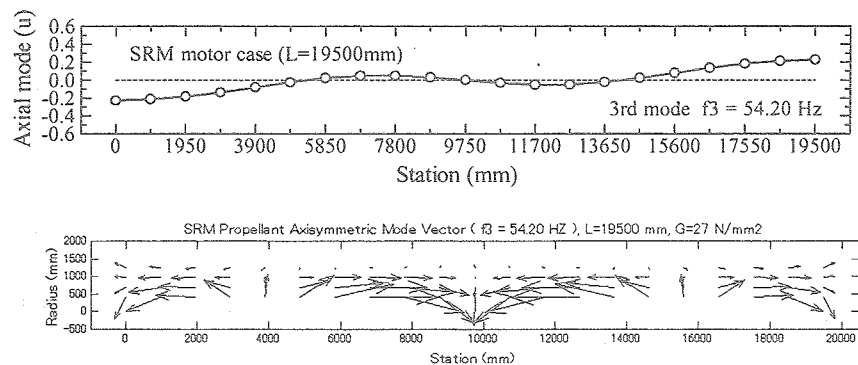
図 6.2-2 SRM のモード形(L/R=11.7)



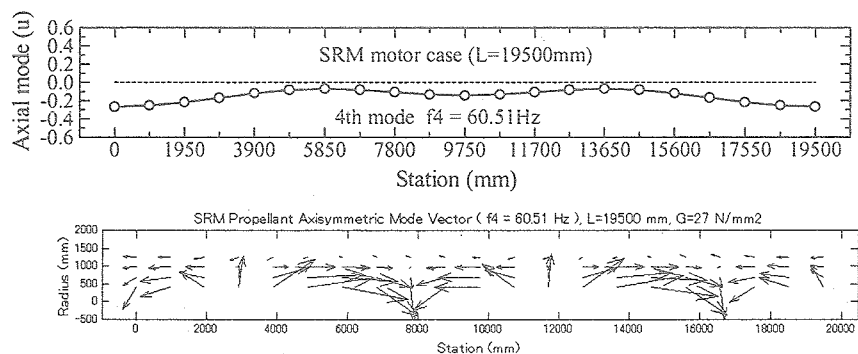
(a) First mode



(b) Second mode

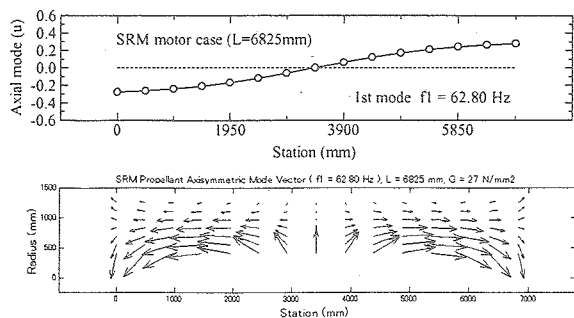


(c) Third mode

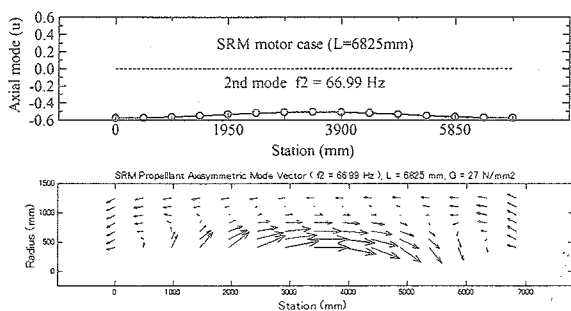


(d) Fourth mode

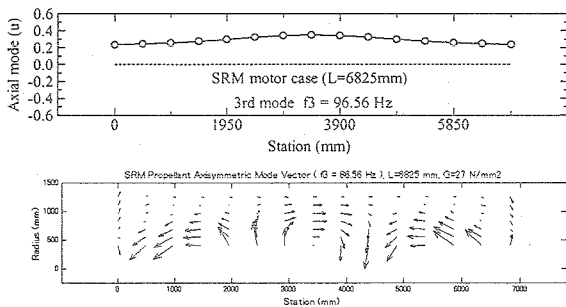
図 6.2-3 SRM のモード形(L/R=15.6)



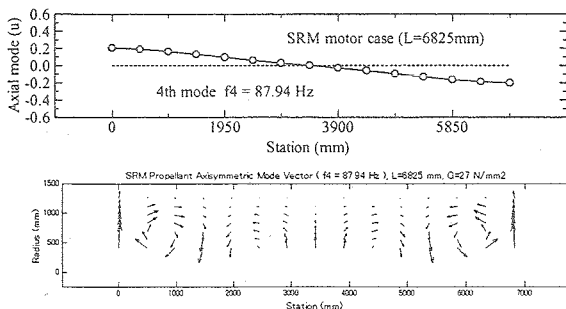
(a) First mode



(b) Second mode

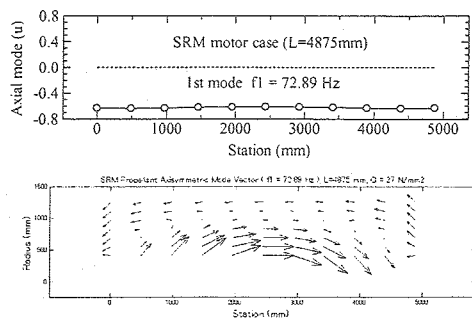


(c) Third mode

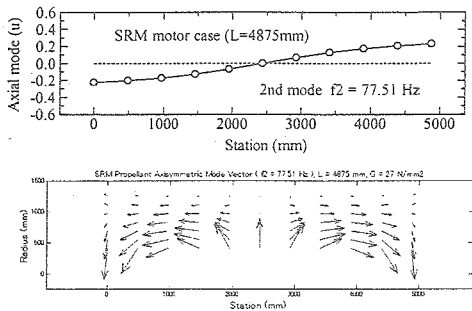


(d) Fourth mode

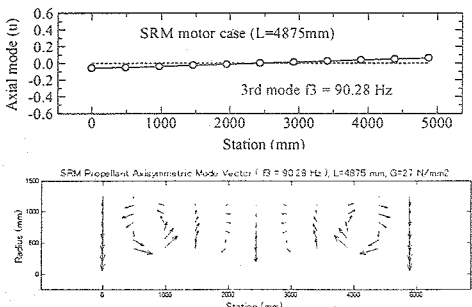
図 6.2-4 SRM のモード形(L/R=5.46)



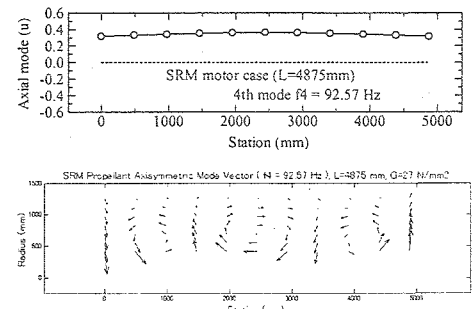
(a) First mode



(b) Second mode



(c) Third mode



(d) Fourth mode

図 6.2-5 SRM のモード形(L/R=3.9)

7. 考察

固有振動数(5.1 項)と固有振動モード(5.2 項)の解析結果から、形状を単純化した仮想的な SRM の縦振動特性に与える固体推進薬の連成効果の影響について次のようにまとめられる。

- (1)固有振動数に与える影響は、通常考えられる SRM の形状範囲($4 \leq L/R \leq 16$)において顕著である。
したがって従来の梁モデルでは信頼性がないと判断される。
- (2)固有振動モードに与える影響は、第 2 次以上に特に顕著に表れ、梁モデルにより得られる $\cos kmx$ 形状とは大きく異なる。 L/R 値が小さいほど相違は大きい。
- (3) L/R 値が小さい(3.9)の場合には、 $L/R \geq 5.46$ に現れる第 1 次モードと第 2 次モードが逆転して現れる。

以上に述べた固体推進薬の連成効果の影響が現れる原因として次のように説明される。

- (a)固体推進薬の外周面は、剛性が約 3 桁大きいモータ・ケースによって拘束されるため大きな変形は生じない。
- (b) 剛性が低い固体推進薬の内部は、内周面が自由境界であり大きく変形できるため、機軸方向変位 $\{u\}$ のみではなく半径方向変位 $\{w\}$ も現れる。
- (c) L/R の値が小さくなるにしたがって半径方向変位 $\{w\}$ が相対的に大きくなる。
- (d)モータ・ケース(円筒殻)も L/R 値が小さくなるにしたがってリング・モードが卓越するようになる。

以上の要因により、SRM の縦振動は、梁モデルでは予測不可能な特性を持つと考えられる。すなわち固体推進薬の連成効果は無視できないことが明らかになった。したがって、SRM の縦振動モデルとして、4 章に示した連成モデルを適用することによって振動解析の信頼性が向上すると考えられる。

8. 結論

ロケットの全機振動解析の信頼性を向上させることを目的として、全機振動モデルに組み込む SRM の縦振動モデルの信頼性を改善する研究を行った。研究の結果、

- (1)固体推進薬の非圧縮性を考慮した部分構造モデルを定式化した。
- (2)固体推進薬の連成効果が無視できないことを数値解析によって明らかにした。
- (3)本モデル化は、形状が $4 \leq L/R \leq 16$ の SRM に対して有効であることを明らかにした。

今後、本モデル化手法に関する実験的な検証を行う計画である。なお、本モデル化手法は曲げ振動に適用する研究を実施中⁽³⁾であり、最終的には捩じり振動も含めてロケット全機モデルに組み込む SRM 振動モデルを作成する計画である。長期的には固体推進薬の高弾性特性も含めたモデル化についても研究を進める計画である。

Appendix 非圧縮性材の固有値解析法

以下は、参考文献(7)の概要である。

混合法有限要素法を適用して非圧縮性材の振動の運動方程式を求めると、式(A1)に示すようになり、剛性マトリックスの対角項が 0 になる。このため数値計算上の不安定問題が付随して現れる。

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{up} \\ K_{up}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ 0 \end{Bmatrix} = 0 \quad (\text{A1})$$

ここで、 u は変位ベクトル、 p は圧力ベクトルである。

式(A1)の問題を回避するための手法として、0 対角項に人工圧縮値を付加して近似計算する手法がある。しかし、付加する人工圧縮性値が解析結果に与える影響を確認することが必要になる。解析の対象とする系に合った適切な人工圧縮値を選定するために余分な確認計算が必要になる。この問題を避けるため、報告者は新しい固有値計算法を開発⁽⁷⁾した。この計算法は、式(A1)にある座標変換を施した後に固有値解析を行う方法であり、その概要は以下のとおりである。

そのある座標変換は、式(A2)によって定義される。

$$\begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} = [\Phi] \{r\} \quad (\text{A2})$$

ここで、 $[\Phi]$ は、式(A1)の剛性マトリックスの固有値計算によって得られる正の固有値($\lambda > 0$)のみに対応した固有ベクトルから構成される。 $\{r\}$ は正の固有値に対応する直交基底座標である。

式(A2)を用いて、式(A1)を座標変換すると式(A3)が得られる。

$$[\lambda] \{r\} + [\bar{M}] \{\ddot{r}\} = 0 \quad (\text{A3})$$

ここで、 $[\bar{M}] = [\Phi]^T \begin{bmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [\Phi]$ である。

座標変換した式(A3)について、通常の振動問題の固有値解析を行う。以上が、開発した非圧縮性材に対する固有値解析法の概要である。この固有値解析法は、解析解がある非圧縮性円柱の軸対称振動に適用して計算精度を検証済みである。

宇宙航空研究開発機構研究開発資料 JAXA-RM-03-007

発行日 2004年3月25日
編集・発行 独立行政法人 宇宙航空研究開発機構
〒182-8522
東京都調布市深大寺東町七丁目4番地1
TEL 0422-40-3000 (代表)
印刷所 株式会社 ビー・シー・シー・
東京都港区浜松町2-4-1

©2004 JAXA

※本書(誌)の一部または全部を著作権法の定める範囲を超え、無断で複写、複製、転載、テープ化およびファイル化することを禁じます。

※本書(誌)からの複写、転載等を希望される場合は、下記にご連絡ください。

※本書(誌)中、本文については再生紙を使用しております。

<本資料に関するお問い合わせ先>

独立行政法人 宇宙航空研究開発機構 情報化推進部 宇宙航空文献資料センター



宇宙航空研究開発機構
Japan Aerospace Exploration Agency

