

大規模非定常データに対する特徴構造抽出法の開発と 大気突入カプセル後流解析への適用

大道 勇哉^{*1}, 小林 憲司^{*2}, 金崎 雅博^{*2}

^{*1} 宇宙航空研究開発機構, ^{*2} 首都大学東京

Feature extraction technique for large time-series data and its application to wake flow analysis of a re-entry capsule

by

Yuya OHMICHII, Kenji KOBAYASHI, and Masahiro KANAZAKI

ABSTRACT

The feature extraction technique based on dynamic mode decomposition (DMD) and mode selection methods for large CFD datasets was proposed. The incremental proper orthogonal decomposition (POD) was introduced as a preconditioning step. By performing the preconditioning step, the DMD and mode selection can be applied to large datasets with low memory consumption. The proposed algorithms were applied to a subsonic flowfield around a re-entry capsule. We found that the flowfield has four dominant fluid phenomena and they have the frequency of $St \approx 0.2$ and $St = 0.0159$. Furthermore, the contribution of these fluid phenomena on the aerodynamic coefficient fluctuations of the capsule was clarified. The result showed that the lift and drag coefficient fluctuations are dominated by vortex shedding phenomena (of $St \approx 0.2$) and pressure oscillation phenomena in the recirculation region (of $St = 0.0159$), respectively. This pressure oscillation phenomenon of $St = 0.0159$ has not been reported so far and seems to be related to dynamic instability phenomena of the capsule because its time scale is close to that of the capsule's motion reported previously.

1. はじめに

計算機性能が向上したことにより、航空宇宙・流体力学分野における数値流体解析 (CFD) では RANS 等の定常解析だけでなく LES・DNS 等の非定常解析も多く行われるようになってきた。しかしながら、円柱などの簡単な形状周りの流れ場であっても非定常流の流体構造は複雑となるため、CFD で得たデータから流れ場の物理的に重要な情報を抽出することは難しい。このような背景から、近年、固有直交分解 (POD)¹ や動的モード分解 (DMD)² 等のモード分解解析法が盛んに研究されている^{3,4}。モード分解解析では、何らかの仮定に基づいて流れ場をいくつかの特徴構造に分解することで、流れ場の理解を助けることが可能である。

しかしながら、これまで研究されてきた既存のモード分解解析法は、3次元非定常 CFD データのような大規模な入力データセットへの適用には限界がある。これは、既存手法では入力データセットを一度にメモリ上に保存する必要があるためである。そこで我々はこの問題を解決するために、オンライン型のアプローチと入力データの低次元化による前処理を組み込んだモード分解解析アルゴリズムを提案している⁵。本研究では、提案手法を大気突入カプセルまわりの非定常 CFD データに適用することで、その有効性を示す。

大気突入カプセルは、亜音速から超音速の速度域で飛行中に動不安定を生じやすいことが広く知られている。例えば、宇宙航空研究開発機構 (JAXA) の開発するカプセル形状再突入機 H-II Transfer Vehicle-Return Vehicle (HRV) でも、風洞実験⁶ により $M = 0.4$ や $M = 1.1$ の速度域でピッチ方向・ヨー方向の振動が観察されている。このような動不安定現象に関する詳しい研究としては、Hiraki⁷ や Teramoto and Fujii⁸ による研究が

ある。これらの研究により、機体背面の圧力変動が姿勢運動に対して位相遅れを生じること等がわかっているが、動不安定現象とカプセル周りの流体現象の包括的な理解は未だなされておらず、現在も研究が進められている^{9,10}。

本研究では、カプセルの動的不安定と流体現象の関係を調べるため、亜音速飛行時のカプセル後流に生じる流体現象を解析する。具体的には、IDDES¹¹ による非定常流体解析により得たカプセル周りの非定常流れ場データに DMD を適用することにより、流れ場がどういった時空間構造を持つ流体現象の組み合わせにより構成されているのかを調べる。さらに、圧縮センシングに基づくモード選択手法により、得られた特徴構造の中から特に支配的な流体現象を表す構造を特定し、それらの流体現象がカプセルの運動にどのような影響を与えるのかを明らかにする。以上の解析を通して、開発した特徴構造解析法の有効性を示す。

2. 特徴構造抽出法

2.1 入力データセット

入力データセットは、各時刻の流れ場の 3次元空間分布である。流体分野では、各時刻の流れ場に対応する入力ベクトルを Snapshot と呼ぶことが多い。各 Snapshot は、CFD に用いた各セル上の密度 (ρ)、速度 (u, v, w)、および圧力 (p) の 5変数を並べたベクトル $\mathbf{x}_k = [\rho_1 u_1 v_1 w_1 p_1 \cdots \rho_n u_n v_n w_n p_n]^T$ である。すなわち、各 Snapshot は $d = 5n$ 次元の列ベクトルとなる。ここで、左辺の添字 k は、各 Snapshot の時刻 ($t_k = k\Delta t$) に対応し、右辺の添字はセル番号を表している。4章の大気突入カプセル後流の解析では、 $N = 3500$ 個の Snapshot を用いた。各 Snapshot 間の時間間隔は $\Delta t = 0.28$ である。ここで Δt は主流速度 U_∞ 及

びカプセル直径 D により無次元化している。

また、本研究では、データ間の内積を以下で定義した¹²。

$$\langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle = \int_V (\rho_i \rho_j + u_i u_j + v_i v_j + w_i w_j + p_i p_j) dV. \quad (1)$$

ここで V と dV はデータの定義されている空間領域および体積要素である。内積を体積積分の形で定義することで、内積計算の計算格子に対する依存性を減らすことができる。

2. 2 オンライン型固有直交分解 (Incremental POD)

3次元非定常CFD解析結果の入力データセットは容量が大きく、消費メモリ量の制約から通常のモード解析手法の適用は困難である。そこで我々は、オンライン型のPODを用いた入力データの低次元化を提案している。オンライン型のPODでは、全ての入力データを一度にメモリ上に読み込むのではなく、データを一つずつ逐次的に処理するため、入力データが大規模であっても多量のメモリを必要としない。オンライン型のPOD手法はこれまで多くの手法が提案されているが、本研究では以下で説明するArora et al.¹³によるIncremental PODを用いた。

まず、POD基底は次式を最小化する直交基底 $\mathbf{P}_r \in \mathbb{R}^{d \times r}$ として求める。

$$J_{\text{POD}}(\mathbf{P}_r) = \|\mathbf{X} - \mathbf{P}_r \mathbf{P}_r^T \mathbf{X}\|_2. \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_N]$ は入力データセットである。Incremental PODでは、式(2)を最小化する \mathbf{P}_r を逐次的に求める。 \mathbf{P}_r は \mathbf{X} の共分散行列の固有ベクトルとして求めることができる。そこで、まず $k-1$ 番目までのデータで定義される共分散行列の階数 q での近似表現を $\mathbf{C}_{k-1} = \mathbf{U}_{k-1} \mathbf{D}_{k-1} \mathbf{U}_{k-1}^T$ とする。 \mathbf{D}_{k-1} は \mathbf{C}_{k-1} に対する q 個の固有値から成る対角行列であり、 \mathbf{U}_{k-1} は対応する固有ベクトルから成る行列である。(すなわち、 \mathbf{U}_{k-1} は $k-1$ 番目までのデータに対するPOD基底である。) 逐次的にPOD基底を更新するには、 k 番目のデータを受けた取った際の \mathbf{C}_k の更新則を考えればよい。 \mathbf{x}_k を基底 \mathbf{U}_{k-1} に射影したときの係数を $\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{U}_{k-1}^T \mathbf{x}_k$ 、基底に対する垂直成分を $\mathbf{x}_k^\perp = \mathbf{x}_k - \mathbf{U}_{k-1} \mathbf{U}_{k-1}^T \mathbf{x}_k$ とする。このとき、 \mathbf{C}_k は次のように更新できる。

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k-1} & \frac{\mathbf{x}_k^\perp}{\|\mathbf{x}_k^\perp\|} \end{bmatrix} \mathbf{Q}_k \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k-1} & \frac{\mathbf{x}_k^\perp}{\|\mathbf{x}_k^\perp\|} \end{bmatrix}^T, \quad (3)$$

ここで、

$$\mathbf{Q}_k = \frac{k-1}{k^2} \begin{bmatrix} k\mathbf{D}_{k-1} + \hat{\mathbf{x}}_k \hat{\mathbf{x}}_k^T & \|\mathbf{x}_k^\perp\| \hat{\mathbf{x}}_k^T \\ \|\mathbf{x}_k^\perp\| \hat{\mathbf{x}}_k & \|\mathbf{x}_k^\perp\|^2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

\mathbf{Q}_k の固有値分解を $\mathbf{Q}_k = \mathbf{U}' \mathbf{S}' \mathbf{U}'^T$ とすると、 $\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k-1} & \frac{\mathbf{x}_k^\perp}{\|\mathbf{x}_k^\perp\|} \end{bmatrix} \mathbf{U}' \mathbf{S}' \mathbf{U}'^T \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k-1} & \frac{\mathbf{x}_k^\perp}{\|\mathbf{x}_k^\perp\|} \end{bmatrix}^T$ なので、更新されたPOD基底 \mathbf{U}_k と対応する固有値行列 \mathbf{D}_k は、それぞれ、

$$\mathbf{U}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k-1} & \frac{\mathbf{x}_k^\perp}{\|\mathbf{x}_k^\perp\|} \end{bmatrix} \mathbf{U}', \quad (5)$$

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{S}', \quad (6)$$

と計算される。上記の更新則を適用すると \mathbf{U}_k の列数 q は1つずつ大きくなっていく。 q が必要なPOD基底数 r より大きくなった場合には、最小の固有値に対応する \mathbf{U}_k と \mathbf{D}_k の行と列要素を削除することで行列の大きさを保つ。以上の更新則を用いて全データを処理し(すなわち $k = N$)、最終的に $\mathbf{P}_r = \mathbf{U}_N$ としてPOD基底を得る。

ここではアルゴリズムの考え方のわかりやすさのために共分散行列を用いて説明した。しかし、上記の説明からわかるように、実際のプログラム上では共分散行列 \mathbf{C}_k を直接求める必要はなく、 \mathbf{U}_k と \mathbf{D}_k のみを逐次的に更新していけばよい。また、Incremental PODを流体データへ適用した際の性能等については、既報^{14,15}を参照されたい。

2. 3 入力データセットの低次元化

2. 2節の計算で得られた r 個のPOD基底 \mathbf{P}_r を用いて入力データセットを以下の式で低次元化する。

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{P}_r^T \mathbf{X}. \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{P}_r \in \mathbb{R}^{d \times r}$ なので、低次元入力データセットは $\tilde{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{r \times N}$ の小さな行列($r \ll d$)となる。なお、本研究では $r = 81$ とした。

2. 4 動的モード分解 (DMD)

DMDはSchmid²により近年開発されたモード分解手法である。従来利用されてきたPODと異なり、データの動的な構造を捉えることが可能な利点があるため、様々な分野で利用され始めている。DMDでは、以下の式を満たす線形オペレータ \mathbf{A} を考える。

$$\mathbf{X}_1 \approx \mathbf{A} \mathbf{X}_0. \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{X}_0 = [\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_{N-1}]$ および $\mathbf{X}_1 = [\mathbf{x}_2 \cdots \mathbf{x}_N]$ である。そして、DMDモードは以下の固有値問題の固有値 λ および固有ベクトル ϕ として求める。

$$\mathbf{A} \phi = \lambda \phi. \quad (9)$$

すなわちDMDは入力変数の平均的な時間発展を線形系で近似し、その系の解の重ね合わせによりデータを表現する手法である。

DMDのアルゴリズムは多くの手法が提案されているが、本研究ではtotal least squares DMD (TDMD)を用いた。TDMDでは、式(8)を満たす行列 \mathbf{A} を求める際に全最小二乗法(total least squares)を用いる。TDMDは、通常の最小二乗法を用いる従来手法と比べて、入力データセットの再現性という点で良い性能を持つことがわかっている。アルゴリズムの説明は、Hemati et al.¹⁶とDawson et al.¹⁷が詳しい。

また、上述のように大規模データを扱うために、DMDの入力データセットとして \mathbf{X} の代わりに低次元データセット $\tilde{\mathbf{X}}$ を用いた。元のデータセット \mathbf{X} に対するDMDモード(λ, ϕ)は、 $\tilde{\mathbf{X}}$ に対するDMDモード($\tilde{\lambda}, \tilde{\phi}$)から次式で計算される。

$$\lambda = \tilde{\lambda} \text{ and } \phi = \mathbf{P}_r \tilde{\phi}. \quad (10)$$

また、固有値 λ から各DMDモードの増幅率 σ とストローハル数 St が以下のように求まる。

$$\sigma = \frac{\log(|\lambda|)}{\Delta t} \text{ and } St = \frac{\text{Arg}(\lambda)}{2\pi \Delta t}. \quad (11)$$

2. 5 圧縮センシングに基づくモード選択

DMDの欠点として、得られたDMDモードのうち、どのモードが物理的に重要なかが自明ではないことが挙げられる。この問題を解決するために、Jovanović et al.¹⁸は、圧縮センシングの考えを導入した。圧縮センシングでは、再構築誤差を小さく保ちつつ、できるだけ少数のモードを用いて入力データセットを表現する。Jovanović et al.¹⁸はleast absolute shrinkage and selection operator¹⁹ (LASSO)を用いてこれを実現した。またOhmichi⁵は、貪欲法に基づく圧縮センシング手法を用いている。本研究では以下に説明する貪欲法によるモード選択アルゴリズムを用いて物理的に重要なモードを特定した。

先行研究であるJovanović et al.¹⁸やOhmichi⁵のモード選択では、評価の基準となる再構築誤差を以下のように定義した。

$$J_{\text{ori}}(\alpha) = \|\tilde{X} - \tilde{\Phi} D_{\alpha} V_{\text{and}}\|_2. \quad (12)$$

この式は、データセット \tilde{X} がDMDモード($\tilde{\lambda}$, $\tilde{\Phi}$)を用いて以下のように近似的に表現できることに基づいている。

$$\tilde{X} \approx \tilde{\Phi} D_{\alpha} V_{\text{and}} = [\tilde{\Phi}_1 \cdots \tilde{\Phi}_r] \begin{bmatrix} \alpha_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \alpha_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_1^0 & \cdots & \tilde{\lambda}_1^{N-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\lambda}_r^0 & \cdots & \tilde{\lambda}_r^{N-1} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

ここで、 D_{α} は対角行列であり、その要素は各モードの初期振幅を表す係数ベクトル $\alpha = [\alpha_1 \cdots \alpha_r]$ からなる。 V_{and} は各モードが式(11)の増幅率と周波数で時間発展することを表す。

しかしながら、本研究のように解析対象のデータセット中に時間スケールの大きく異なる複数の現象が含まれている場合、式(13)によってデータセット \tilde{X} をうまく近似することは困難である。これは、データ中の典型的な現象の周期 T_t に比べて全体のデータが長い場合(すなわち、 $N\Delta t \gg T_t$)、DMDモードと実現象の間の周期や位相の小さなずれの影響が式(12)の再構築データに大きく現れてしまうためである。そこで本研究では、Alenius²⁰の研究を参考にして、式(12)の代わりに次式を用いた。

$$\tilde{X} \approx \tilde{\Phi} C = [\tilde{\Phi}_1 \cdots \tilde{\Phi}_r] \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{r1} & \cdots & c_{rN} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

すなわち、式(13)のように初期振幅のみを決定するのではなく、時間ステップ毎に最適な重み係数 $c_k = [c_{1k} \cdots c_{rk}]^T$ を決定する。最適な重み係数は、 $\tilde{\Phi}$ の擬似逆行列 $\tilde{\Phi}^+$ を用いて $C_{\text{opt}} = \tilde{\Phi}^+ \tilde{X}$ と求まる。これらの式を用いて、本研究では、以下の再構築誤差を最小化するモードの組み合わせとして重要なモードを求める。

$$J(S) = \|\tilde{X} - \tilde{\Phi}_S \tilde{\Phi}_S^+ \tilde{X}\|_2. \quad (15)$$

ここで $\tilde{\Phi}_S$ はDMDモードを並べた行列 $\tilde{\Phi} = [\tilde{\Phi}_1 \cdots \tilde{\Phi}_r]$ に対して、添字集合 $S = \{j \mid j \in \{1, 2, \dots, r\}, \tilde{\Phi}_j \neq \mathbf{0}\}$ に含まれない添字に対応するDMDモードを $\mathbf{0}$ に置き換えた行列である。(すなわち、 S はモードの組み合わせを表す。)

式(15)を最小化するモードの組み合わせ S を求める手法として、本研究では貪欲法に基づくアルゴリズムを用いる。一

般的に、組み合わせ最適化問題は計算量が非常に大きいいため厳密解を計算することは困難である。貪欲法は、組み合わせ最適化問題に対する最も基本的な近似解法の一つであり、非常に計算量が小さいものの多くの実用問題で良い近似解を得られることが知られている²¹。

表 1. 貪欲法によるモード選択アルゴリズム

Input:	$\tilde{\Phi}$, \tilde{X} , and sparsity level K .
Initialize:	iteration counter $i = 0$, estimated support $S^0 = \emptyset$.
while $i < K$ do	
	$j_0 = \text{argmin}_j J(S^i \cup j), j \notin S^i,$
	$S^{i+1} = S^i \cup j_0,$
	$i = i + 1.$
end	

表 2. 特徴構造解析の枠組み

I. Preconditioning:

- Perform Incremental POD using Eqs. (3)–(6).
- Low-dimensionalize the datasets using Eq. (7).

II. Dynamic Mode Decomposition:

- Perform DMD to low-dimensionalized datasets.
- Calculate full-dimension DMD modes using Eq. (10).

III. Mode selection:

- Perform mode selection using the low-dimensionalized datasets (Table I)

IV. Reconstruction (If needed):

- Input datasets can be reconstructed using the selected modes by Eq. (16)

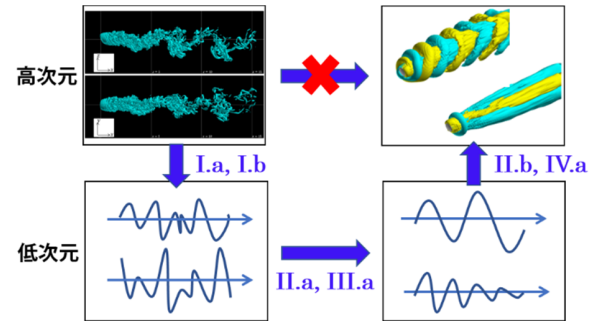


図 1 特徴構造解析の模式図

貪欲法に基づくDMDモードのモード選択手法である我々の手法は、 $J(S)$ を最小化するモードを1つずつ繰り返し選択する。最初の反復ステップでは、1つのモードのみを用いた場合に $J(S)$ を最小化するモードを求める。そのようなモードは、全DMDモードに対して、それぞれのモードの達成する最小の再構築誤差 $J(S)$ を計算することで求まる。次の反復ステップでは、最初のステップで得られたモードと組み合わせの際に最小の $J(S)$ を与えるモードを求め、2つ目の選択モードとする。以降の反復ステップでも同様に1つずつモードを追加していき、選択されたモード数がユーザの指定した個数(K 個)となった時点で反復を終了する。このように計算することにより、再構築誤差 $J(S)$ を計算する回数は、全組み合わせを計算する場合よりも飛躍的に小さくなり、現実的な計算コストで近似解を得ることができる。表1に本アルゴリズムをまとめた。

また、特定されたDMDモードを用いると、元の入力データセットは次式で表現できる。

$$\mathbf{X}_R = \mathbf{P}_r \Phi_S \Phi_S^+ \mathbf{X}. \quad (16)$$

以上の特徴構造解析の枠組みを表2および図1にまとめた。提案した特徴構造抽出法のアルゴリズムや考察については既報⁵も参照されたい。(ただし、既報⁵では誤差の定義に式(12)を用いていることに注意)。

3. 大気突入カプセル後流の解析手法

3. 1 解析条件

解析対象としては、カプセル形状再突入機HRVを用いた。気流条件としては、過去に実施された遷音速風洞試験⁶において著しい機体振動が観測された主流マッハ数 $M_\infty = 0.4$ の流れを対象とした。主流の総圧は120kPa、総温は320K、主流速度 U_∞ とカプセル最大直径 D で定義したレイノルズ数は $Re = 1.9 \times 10^6$ である。また、迎角はHRVの設計トリム角である $\alpha = 20^\circ$ に固定した。

3. 2 流体シミュレーション手法

数値解析にはJAXAで開発された圧縮性流体ソルバのFaSTAR²²を用いた。支配方程式は3次元圧縮性Navier-Stokes方程式である。流束評価には、近似リーマン解法のHLEW法²³を用い、MUSCL法²⁴によって空間2次精度とした。勾配計算はGLSQ法²⁵を用いた。乱流の非定常計算の手法としては、Spalart-Allmaras turbulence model²⁶に基づくIDDES¹¹を用いた。時間積分にはLU-SGS法²⁷を用いた。2次の後退差分をDual-time stepping法²⁸を用いて解くことにより、時間精度を最大2次精度としている。時間刻み幅は $\Delta t_{CFD} = 1.40 \times 10^{-3} D / U_\infty = 2.13 \mu s$ である。

図2に計算格子を示す。格子作成にはJAXAで開発されたHexaGrid²⁹を用いた。後流を正確に捉えるために、カプセル直径の15倍まで後流部を一様に細分化している。総格子点数は約 5.6×10^7 であり、物体壁面上の最小格子幅は $y^+ = 1$ である。

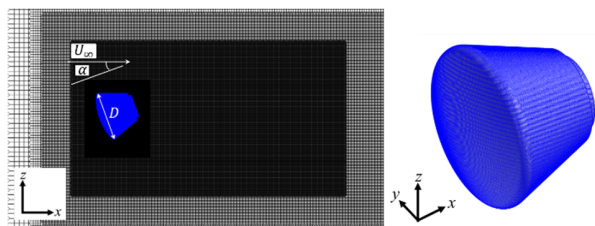


図2 解析対象の概要および計算格子

4. 結果と考察

4. 1 流体シミュレーション結果

図3にIDDES解析によって得られた瞬時場を示す。 Q 値の等値面によりカプセル後流の渦構造を可視化している。カプセル肩部で剥離した流れは急激に不安定化し、小さな渦構造が多数生成されている。また、後流には規則的なうねり構造が見られ、カルマン渦の放出に似た大規模な周期的渦放出現象の存在が示唆される。このうねり構造は、図3中の x - y 面、 x - z 面の両方の面で現れている。図4は揚力係数及び抗

力係数の時系列データから計算した周波数分布である。揚力係数では $St \approx 0.19$ 、抗力係数では $St \approx 0.016$ の2つの比較的低い周波数域にピークが生じている。 $St \approx 0.19$ は典型的な渦放出の周波数と一致しており、上述の周期的渦放出に起因するものと推測される。一方で、抗力係数の周波数分布において顕著な $St \approx 0.016$ の現象がどのような現象により生じているのかは、過去の研究でも明らかにされていない。また、興味深いことに、この周波数は実験で観測されたカプセルの動的不安定の振動周波数⁶ともよく一致する。以下ではDMD及びモード選択解析を用い、これらの流体現象に対応する構造を特定する。

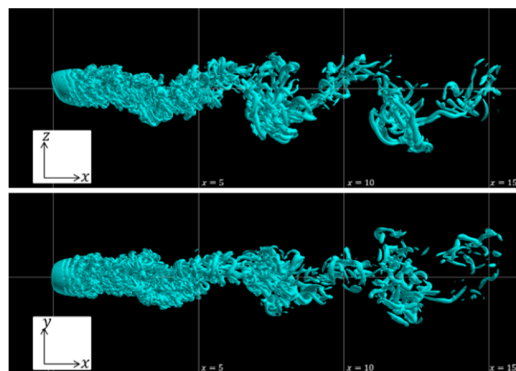


図3 IDDES解析結果の瞬時場。 Q 値の等値面によりカプセル後流の渦構造を示している。

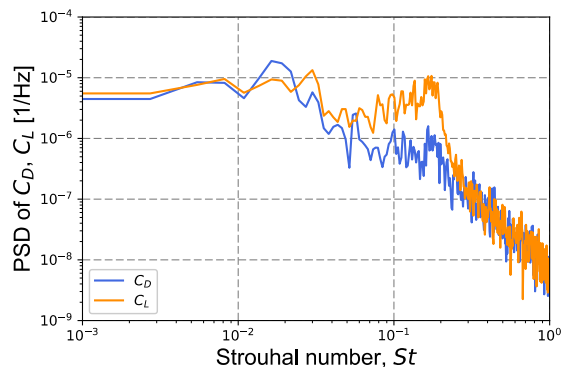


図4 揚力係数と抗力係数の周波数分布

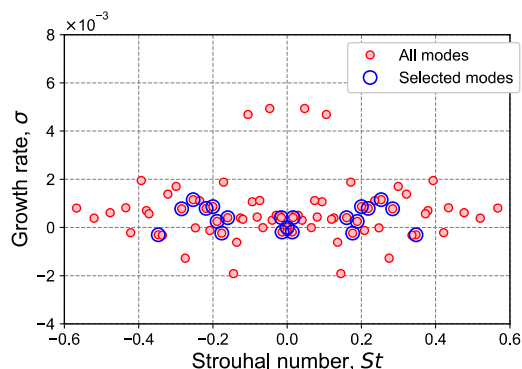


図5 DMDの固有値とモード選択アルゴリズムにより特定された重要なモード

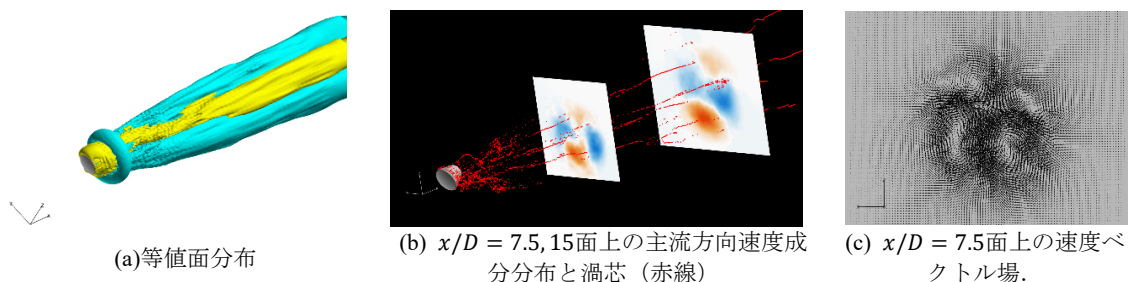
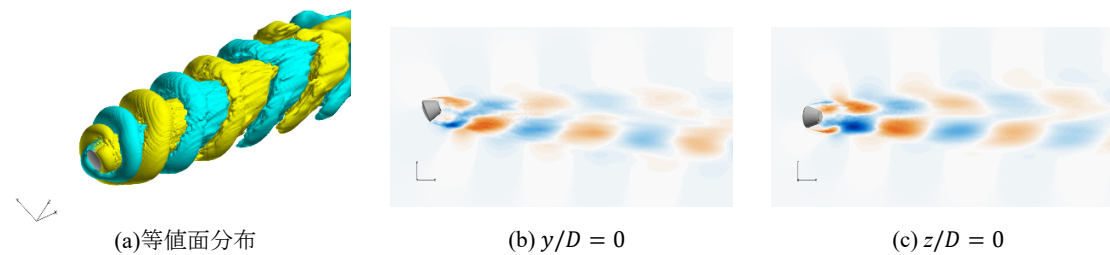
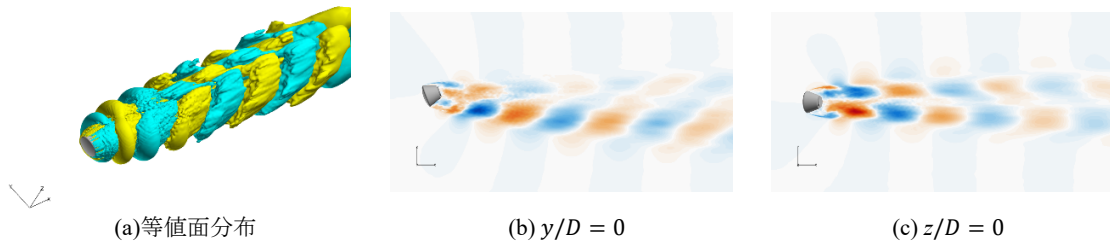
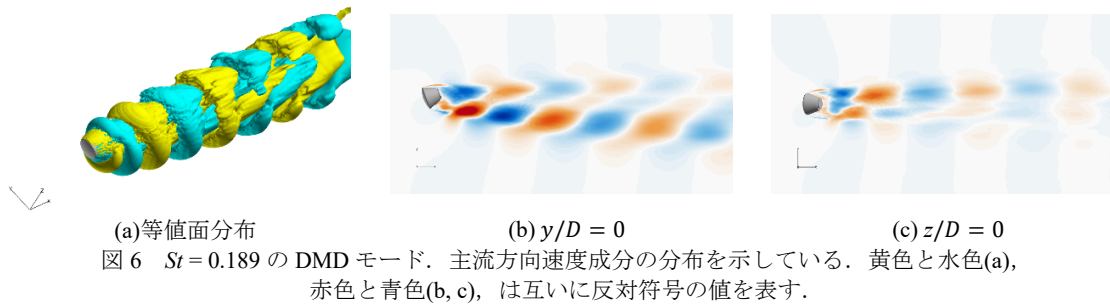
4. 2 固有値分布と支配モード

図5はDMDによって得た各モードの固有値分布である。2章で説明したモード選択手法により支配的なモードとして特定された11個のモードも同時に示している。(ここで、振動モードは必ず複素共役な2つのモードの対として現れるため、2つで1つのモードとしてカウントしている。) まず、増幅率と振動率が共に0のモードが選択されているが、これは平均場を表すモードである。その他のモードとしては、主に周波数が $St \approx 0.2$ 付近のモードが支配的なモードとして多く選ばれていることがわかる。さらに、これらのモードよりも1桁周波数が小さな $St = 0.0136$ と $St = 0.0159$ のモードも重要であることが確認できる。この周波数は抗力係数の周波数ピークと近い値であり、多くの既存研究で指摘されている動的不安定の振動周波数⁷ともよく一致するため、動的不安定との関連

が期待される。以下では、これらの支配的DMDモードの特徴を詳しく調べる。

4. 3 支配モードの空間構造

モード選択アルゴリズムによって特定された支配モードの空間構造を調べると、図6から図9に示す4つのパターン⁷の空間構造が存在することが分かった。まず、図6には $St=0.189$ のDMDモードを示している。主流方向速度成分の等値面(図6a)を観察すると、カプセルの上下部から渦輪のような構造が規則的に放出されている様子がわかる。次に、図7は $St = 0.200$ のモードを示している。このモードも $St=0.189$ のモードと似た空間構造をしているが、カプセルの上下部ではなく、左右部から渦の放出が生じるモードである。このことは $z/D = 0$ 面上の分布(図7c)からもよくわかる。このような互い



でもよく現れる分布であり、左右部から規則的な空間パターンが移流していく現象を表現している。また、 $St=0.176$ のモード(図8)は、カプセル肩部かららせん状の空間構造が放出されている。このようならせん構造は、カプセル肩部における剥離位置が周方向に回転することで生じていると推測される。また、同様の構造は球体の後流に関する数値シミュレーション³⁰でも観察されている。以上をまとめると、 $St \approx 0.2$ 程度の周波数を持つ流体現象は3つの支配的な現象、すなわち、カプセルの上下および左右の肩部から剥離する流れに伴う渦放出現象とらせん状の渦現象から構成されていることがわかる。

図9には $St=0.0159$ のモードを示す。前述のように、この周波数は過去の多くの研究で報告されている動的不安定の周波数と近い値を示している。このモードの空間構造は $St \approx 0.2$ 程度の周波数を持つモードの空間構造とは大きく異なる。図9b及び図9cを見ると、このモードではカプセル背後の再循環領域の下流において4本の縦渦が生じていることがわかる。また、興味深いことに、この縦渦構造は周方向に回転している(紙面の制約上、図には示していない)。球の後流に2本の縦渦の対が生じることは過去の研究³¹でも報告されているが、本DMDモードは4本の縦渦構造であり、関連性は不明である。

ここには示していない図5中の他の支配的DMDモードは、上記の4パターンの空間構造と同様の分布をしており、周波数に応じてそれぞれの空間構造のスケールが異なる。

4. 4 各DMDモードがカプセルに及ぼす空気力

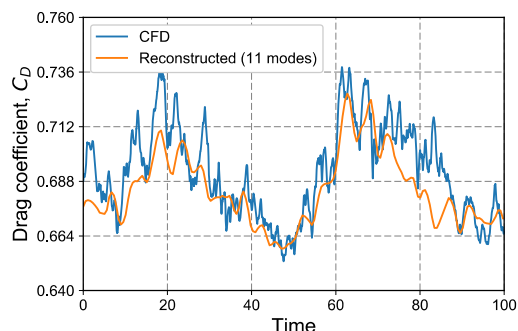
支配的なDMDモードとして捉えられた流体現象とカプセルの動不安定現象との関係性を調べるために、カプセルにかかる空気力に関して各モードの表す現象がどの程度寄与しているのかを解析する。図10は、図5中に示された11のモード(1個の平均場モードと10個の振動モード)を用いて流れ場を再構築した際の大気突入カプセルの空力係数の変化である。ここで流れ場の再構築には式(16)を用いた。

図10から、11個のDMDモードのみでもカプセルに働く空気力の大まかな変化は十分に再現されていることがわかる。カプセルに働く空気力の各モードの寄与を定量的に評価するため、空力係数の変動の二乗平均平方根(RMS)振幅を図11に示す。図4の周波数特性からも予想される通り、大まかには、 $St = O(0.01)$ の低周波数モードは抗力係数に大きな変動をもたらしており、 $St \approx 0.2$ のモードは揚力係数に大きな変動をもたらしている。また、比較的高周波数を持つモード($St = 0.253, 0.284, 0.347$)が表す流体現象はカプセルにかかる空気力にあまり寄与していない。

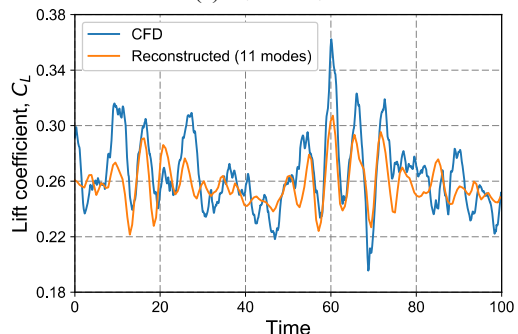
それぞれのモードの性質をより詳細に観察すると、揚力への寄与は、 $St = 0.189$ のモードが最も支配的であることがわかる。このモードは、図6に示したようにカプセル上下部からの渦放出現象を表すモードである。同様に、カプセル左右部からの渦放出を表す $St = 0.200$ のモードは、横力に大きな寄与を持っている。さらに、後流にらせん状の構造を表す $St = 0.176$ のモードは揚力と横力に同程度の寄与を持っており、各DMDモードの空間構造とそれらによって生じる空気力は予

想される通りに対応している。

さらに、抗力への寄与は $St = 0.0159$ のモードが支配的であることがわかる。このモードは揚力や横力への寄与も比較的大きく、カプセルの非定常空力特性に大きな影響を与えている。図9に示した通り、抗力に最も支配的な影響を及ぼすこのモードは、後流の縦渦構造が特徴的なモードである。



(a) 抗力係数



(b) 揚力係数

図10 CFD解析によって得た流れ場と11モードを用いて再構築された流れ場の空力係数変動。

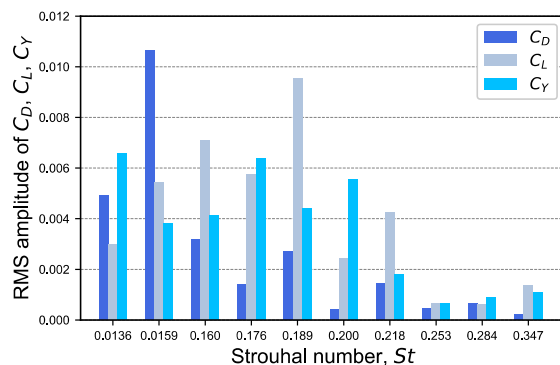


図11 空力係数変動に対する各DMDモードの寄与。変動の振幅の二乗平均平方根(RMS)。

4. 5 $St = 0.0159$ のモード

$St = 0.0159$ のモードは、カプセルの動的不安定と同程度の時間スケールを持っており、動不安定メカニズムとの関係が示唆される。カプセルに生じる空気力という観点では、カプセル周囲の圧力変動が重要である。そこで、 $St = 0.0159$ のモードの圧力変動の分布を図12に示す。図12から、このモードはカプセル背後で大きな圧力の変動を生じることがわかる。

また、図13と比較すると、圧力変動はカプセル背後の再循環領域で生じている。すなわち、再循環領域の圧力が周期的に振動することで、カプセルにかかる抗力に周期的な変動を及ぼしている。

カプセルの姿勢運動の時間スケールは、主流動圧や慣性モーメントで決まると考えられ、これまでの研究で知られていた渦放出 ($St \approx O(0.1)$) やせん断層の不安定 ($St \approx O(1)$) 等の流体现象の時間スケールよりも大きい。繰り返し述べたように、本モードはこれらの流体现象よりも時間スケールが長く ($St \approx O(0.01)$)、カプセルの姿勢運動の時間スケールと近い場合がある。したがって、本現象がカプセルの姿勢運動に作用することにより、姿勢運動の振幅を増幅し（負の減衰力として働き）、発散状態やリミットサイクル状態をもたらすメカニズムが示唆される。

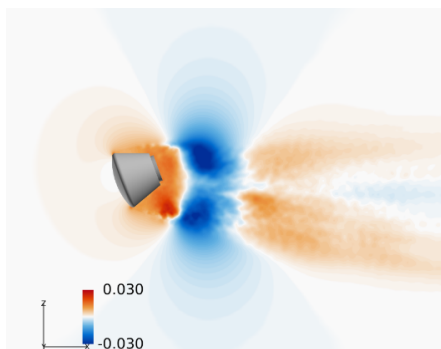


図12 $St = 0.0159$ モードの $y/D = 0$ における圧力変動の振幅分布。（抗力が最小の瞬間。）

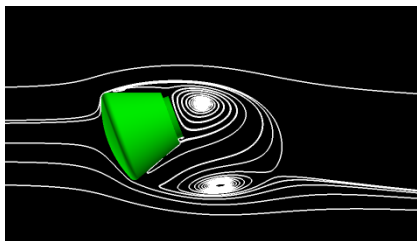


図13 時間平均場の $y/D = 0$ における流線分布。

5. まとめ

本研究では、大規模非定常CFDデータに対する特徴構造解析法を提案した。提案手法では、オンライン型のPODによる入力データセットの低次元化を行うことで、大規模なデータセットにもDMDや圧縮センシング（及びPOD）を適用することができる。

さらに、提案手法を用いて大気突入カプセル周りの流れ場を解析した。最初にIDDESによる流れ場のシミュレーションを実施した結果、 $St \approx 0.016$ と $St \approx 0.19$ の2つの比較的低い周波数域に空力係数のピークを生じる流れ場が再現された。そして、本流れ場に提案手法によるDMD及び圧縮センシング解析を適用し、これら2つの周波数ピークをもたらす流体现象を特定した。

支配的な流体现象の多くは、 $St \approx 0.2$ 程度の周波数を持つ

ているが、それぞれ異なる空間構造を表す。すなわち、カプセルの上下肩部からの流れの剥離により交互に渦を放出するモード、左右肩部からの流れの剥離により交互に渦を放出するモード、らせん状構造の渦を形成するモードである。さらに、動不安定現象の典型的な振動周波数に比較的近い $St = 0.0159$ の周波数を持つ流体现象を抽出することに成功した。この現象は、カプセル後流において4本縦渦が周方向に回転する特徴的な流体现象である。これらの構造によってカプセルに生じる空気力を調べた結果、大まかには揚力変動は $St \approx 0.2$ の流体现象、抗力変動には $St = 0.0159$ の流体现象が支配的な影響を及ぼしていることが明らかとなった。

特に、 $St = 0.0159$ の現象では、カプセル背後の再循環領域において圧力が振動することで、カプセルに大きな抗力の変動を生じていることがわかった。この現象の時間スケールは非常に長く、主流動圧や慣性モーメント等で決定されるカプセルの姿勢運動の時間スケールと近い。そのため、本現象が姿勢運動に作用することにより姿勢運動の振幅の増幅等を引き起こす可能性が示唆される。今後は本仮説の検証を進める予定である。

謝辞

本研究はJSPS科研費JP16H01563の助成を受けたものです。

また、流体解析はJAXA Supercomputer System 2 (JSS2)を利用して実施されました。

参考文献

- 1) Sirovich, L., "Turbulence and the dynamics of coherent structures part i: coherent structures," *Quarterly of Applied Mathematics*, vol. XLV, 1987, pp. 561–571.
- 2) Schmid, P. J., "Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 656, 2010, pp. 5–28.
- 3) Taira, K., Brunton, S. L., Dawson, S. T. M., Rowley, C. W., Colonius, T., McKeon, B. J., Schmidt, O. T., Gordeyev, S., Theofilis, V., and Ukeiley, L. S., "Modal Analysis of Fluid Flows: An Overview," *AIAA JOURNAL*, vol. 55, 2017, pp. 4013–4041.
- 4) Ohmichi, Y., and Igarashi, Y., "動的モード分解による多次元時系列解析," *日本神経回路学会誌*, vol. 25, 2018, pp. 2–9.
- 5) Ohmichi, Y., "Preconditioned dynamic mode decomposition and mode selection algorithms for large datasets using incremental proper orthogonal decomposition," *AIP Advances*, vol. 7, 2017, p. 75318.
- 6) 日高亜希子, 古賀星吾, 木村毅, 永井伸治, 吉永崇, "HTV-R回収カプセル遷音速動安定風洞試験結果と今後の課題," *第56回宇宙科学技術連合講演会講演集*, 別府: 2012, p. 3G14.
- 7) 平木謙儒, "カプセル型物体の動的不安定性についての実験的研究," *宇宙科学研究所報告*, vol. 103, 1993.
- 8) Teramoto, S., and Fujii, K., "Mechanism of Dynamic Instability

- of a Reentry Capsule at Transonic Speeds,” *AIAA Journal*, vol. 40, 2002, pp. 2467–2475.
- 9) Brock, J. M., Stern, E., and Wilder, M. C., “Dynamic CFD Simulations of the Supersonic Inflatable Aerodynamic Decelerator (SAID) Ballistic Range Tests,” *AIAA Paper*, vol. 2017–1437, 2017.
 - 10) Yang, X., and Radespiel, R., “Longitudinal Aerodynamic Performance of the Apollo Entry Capsule near Transonic Speeds,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2017, pp. 1–10.
 - 11) Shur, M. L., Spalart, P. R., Strelets, M. K., and Travin, A. K., “A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 29, 2008, pp. 1638–1649.
 - 12) Holmes, P., Lumley, J. L., Berkooz, G., and Rowley, C. W., *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*, Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
 - 13) Arora, R., Cotter, A., K, L., and Srebo, N., “Stochastic optimization for PCA and PLS,” *50th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, Illinois, United States: 2012.
 - 14) Ohmichi, Y., and Hashimoto, A., “オンライン主成分分析の大規模CFDデータへの適用,” 第48回流体力学講演会/第34回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 2016, p. 1D13.
 - 15) Ohmichi, Y., Ishida, T., and Hashimoto, A., “Numerical Investigation of Transonic Buffet on a Three-Dimensional Wing using Incremental Mode Decomposition,” *AIAA Paper*, vol. 2017–1436, 2017.
 - 16) Hemati, M. S., Rowley, C. W., Deem, E. A., and Cattafesta, L. N., “De-biasing the Dynamic Mode Decomposition for Applied Koopman Spectral Analysis of Noisy Datasets,” *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, vol. 31, 2017, pp. 349–368.
 - 17) Dawson, S. T. M., Hemati, M. S., Williams, M. O., and Rowley, C. W., “Characterizing and correcting for the effect of sensor noise in the dynamic mode decomposition,” *Experiments in Fluids*, vol. 57, 2016, p. 42.
 - 18) Jovanović, M. R., Schmid, P. J., and Nichols, J. W., “Sparsity-promoting dynamic mode decomposition,” *Physics of Fluids*, vol. 26, Feb. 2014, p. 24103.
 - 19) Tibshirani, R., “Regression Shrinkage and Selection Via the Lasso,” *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, vol. 58, 1994, pp. 267–288.
 - 20) Alenius, E., “Mode switching in a thick orifice jet, an LES and dynamic mode decomposition approach,” *Computers and Fluids*, vol. 90, 2014, pp. 101–112.
 - 21) Natarajan, B. K., “Sparse Approximate Solutions to Linear Systems,” *SIAM Journal on Computing*, vol. 24, 1995, pp. 227–234.
 - 22) Hashimoto, A., Murakami, K., and Aoyama, T., “Toward the Fastest Unstructured CFD Code’FaSTAR’,” *AIAA paper*, vol. 2012–1075, 2012.
 - 23) Obayashi, S., and Guruswamy, G. P., “Convergence acceleration of a Navier-Stokes solver for efficient static aeroelastic computations,” *AIAA Journal*, vol. 33, 1995, pp. 1134–1141.
 - 24) Burg, C., “Higher Order Variable Extrapolation for Unstructured Finite Volume RANS Flow Solvers,” *AIAA Paper*, vol. 2005–4999, 2005.
 - 25) Shima, E., Kitamura, K., and Fujimoto, K., “New Gradient Calculation Method for MUSCL Type CFD Schemes in Arbitrary Polyhedra,” *AIAA Paper*, vol. 2010–1081, 2010.
 - 26) Spalart, P. R., and Allmaras, S. R., “A one-equation turbulence model for aerodynamic flows,” *AIAA Paper*, vol. 92–0439, 1994.
 - 27) Sharov, D., and Nakahashi, K., “Reordering of Hybrid Unstructured Grids for Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel Computations,” *AIAA Journal*, vol. 36, 1998, pp. 484–486.
 - 28) Visbal, M., and Gordnier, R., “A high-order flow solver for deforming and moving meshes,” *AIAA Paper*, vol. 2000–2619, 2000.
 - 29) Hashimoto, A., Murakami, K., Aoyama, T., Yamamoto, K., Murayama, M., and Lahur, P. R., “Drag Prediction on NASA Common Research Model Using Automatic Hexahedra Grid-Generation Method,” *Journal of Aircraft*, vol. 51, 2014, pp. 1172–1182.
 - 30) Rodriguez, I., Borell, R., Lehmkuhl, O., Perez Segarra, C. D., and Oliva, A., “Direct numerical simulation of the flow over a sphere at $Re = 3700$,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 679, 2011, pp. 263–287.
 - 31) Taneda, S., “Visual observations of the flow past a sphere at Reynolds numbers between 10^4 and 10^6 ,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 85, 1978, p. 187.