

# 高速引張りにおける有限長試片の 挙動の理論的解析

河田 幸三・福井 伸二・清野 次郎\*

## An Analysis of The Behaviours of Finite Bar in High Velocity Tension

By

Kozo KAWATA, Shinji FUKUI and Jiro SEINO

**Abstract:** The mechanical behaviours of a bar of finite length in high velocity tension are analyzed using characteristics based upon strain rate independent theory, assuming rigid- and elastic-linearly work hardening material properties. In these cases, the solutions on the relation of breaking strain  $\epsilon_b$  versus tensile velocity  $V_1$  can be obtained for the all range of  $V_1$ , though it can not be obtained in the case of a bar of semi-infinite length. Critical impact velocity exists for finite bar also, and coincides with the value for infinite bar. The relations of  $\epsilon_b$  versus  $V_1$  are of saw-teeth. These theoretical results seem valuable for the appreciation of experimental results.

### 概 要

有限長試片の高速引張りでの挙動が、ひずみ速度に依存しない塑性波理論により特性曲線を用い、剛-直線的加工硬化および弾-直線的加工硬化型の応力-ひずみ関係について解析された。破断伸び  $\epsilon_b$  と引張り速度  $V_1$  との関係は、半無限長試片の場合には決定されないけれども、この有限長の場合には求めることができ、決定された。限界衝撃速度は有限長の場合にも存在し、半無限長の場合と一致する。得られた  $\epsilon_b \sim V_1$  関係は鋸歯状である。これらの理論的結果は実験結果の評価にきわめて有用であると考えられる。

### 1. 問題の所在

近年爆発成形の場合、薄板の伸びが静的の場合よりかなり増大する金属のあるらしいことが知られ、これが一つの機縁となって、単軸高速引張りでの高速伸びの研究がまづ実験的に進められた。材料の高速変形挙動を知るのに最も良く使われる標準的な方法の一つが高速（単軸）引張りである。実験装置としては、回転円盤によるもの、火薬で発射される高速弾丸によるもの、その他があるが、詳細は第1表を見られたい。著者らの経験によれば、試験片に高速引張りを一定速度で与えるのには、荷重導入部の剛性にキー・ポイントがあり、現状では 200 m/s までの引張り速度が実現されている [1]。このような実測の結果、たとえば、高

---

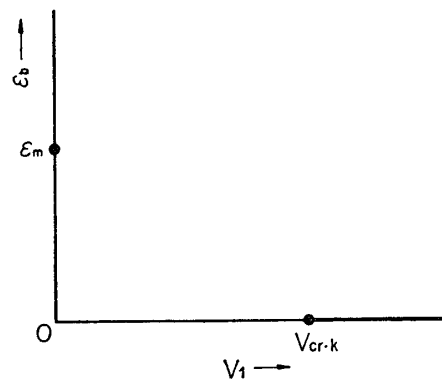
\* 信州大学工学部（1965年3月まで東大宇宙研に在職）

第 1 表 各種方式による高速衝撃（引張り）試験装置の一覧表 [1]

研 究 者	方 式	速 度 (m/s)	年代
Manjoine, Nadai [2]	回転円盤	30	1940
Duwez, Clark [3]	ゴムバンド加速落錘	75	1947
" [3]	回転円盤	60	"
Hoppmann [4]	圧搾空気加速落錘	60	"
豊 島 [5]	回転円盤	—	1956
Siebel, Menges [6]	"	110	1957
Hyge machine, Dynapak	圧搾窒素ガス	20~65	—
Watts, Rardin [7]	火薬爆圧（ピストン直接）	—	1959
Austin, Steidel [8]	"	—	1960
津村, 作井, 中村ほか [9]	回転円盤	140	"
塚田, 井上, 桜井 [10]	火薬爆圧（ピストン直接）	—	"
福井, 河田, 清野 [11]	火薬爆圧（定速形）	200	1961

速（破断）伸び  $\varepsilon_b$ —引張り速度  $V_1$  関係を理論値と比較しようとするとき、よるべき理論的結果のないことに気づくのである。

高速引張りで伸びが増すか減るかが当面の関心事であるが、この問題は一見単純であるけれども最近まで十分な理論的解決が与えられていなかった。まず半無限長棒についての計算は何を示すか検討 [11] してみる。この計算は周知のように、Kármán ら [15] によって行なわれたが、いわゆる限界衝撃速度  $V_{cr}$  を導き、 $V_{cr}$  以上では  $\varepsilon_b=0$ 、 $V_1=0$  では  $\varepsilon_b=\varepsilon_m$



$V_{cr.k}$  は Kármán の  $V_{cr}$  を示す

第 1 図 Kármán の半無限長棒の高速引張りの理論による  $\varepsilon_b$ — $V_1$  関係  
( $\varepsilon_b$ : 各速度での伸び,  $V_1$ : 引張り速度,  $\varepsilon_m$ : 静的破断伸び)

（静的破断伸び）であることが知られているが、 $0 < V_1 < V_{cr}$  の範囲については元来解を与えない（第 1 図）。これは半無限長試片については当然である。このため、有限長試片の高速引張りでの挙動、特に高速での破断伸び  $\varepsilon_b$ —引張り速度  $V_1$  関係の理論的研究が進められた。Kármán らの研究も行なわれたが、明確な  $\varepsilon_b$ — $V_1$  関係に到達していないように思われる [16]。著者らの研究は 1963 年以来逐次発表されて来た [11~14] が、以下それらを総

括して報告する。

破断まで行なう高速引張りでは、試片の長さは有限長として取扱わなくてはならない。換言すれば、弾性波、塑性波の反射、重畳を考慮しなくてはならないので、上述の半無限長棒の結果は適用できない。以上を考慮した有限長試片の高速引張りでの  $\varepsilon_b - V_1$  関係は、単純化した材料特性、剛一直線的加工硬化型および弾一直線的加工硬化型の応力-ひずみ関係の場合について、特性曲線の理論を用い、はじめて解析的な形に導かれた [11][12]。

## 2. 塑性波伝ばの特性曲線による解

一様断面の棒の引張りにおいて、はじめ長さ  $dx$  の要素の運動方程式は、

$$A\rho dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = A \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2)$$

を入れて、(1) 式は、

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

ここで、

$$c^2 = \frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (4)$$

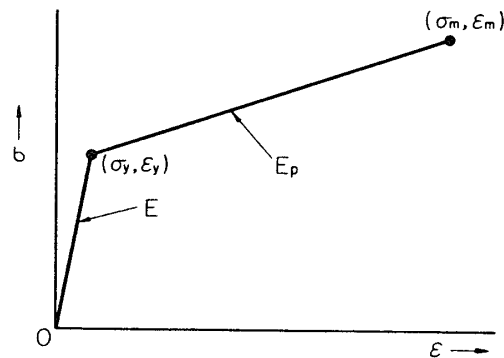
ただし、

$x$ : 負荷されていない棒にそっての Lagrange 座標、原点左端、

$u$ : 各断面の変位、 $\sigma$ : 初断面積に対する応力、 $\varepsilon = \partial u / \partial x$ : ひずみ、

$A$ : 棒の初断面積、 $t$ : 時間、 $\rho$ : 密度、

応力-ひずみ関係として、静的のそれを取り、第2図および(5)のようにおく。



第2図 弾一直線の加工硬化特性  
( $E, E_p$  は傾斜を示す.)

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \sigma \leq \sigma_y & \quad \varepsilon = \sigma / E \\ \sigma_y \leq \sigma \leq \sigma_m & \quad \varepsilon = \varepsilon_y + \frac{\sigma - \sigma_y}{E_p} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

これから波動の伝ば速度  $c$  は

$$\left. \begin{array}{ll} \text{弾性域で} & c^2 = c_0^2 = E/\rho \\ \text{塑性域で} & c^2 = E_p/\rho \end{array} \right\} \quad (6)$$

(3) の  $x-t$  面での特性曲線は,

$$\frac{dx}{dt} = \pm c_0 \text{ (弾性域)}, \quad \pm c \text{ (塑性域)} \quad (7)$$

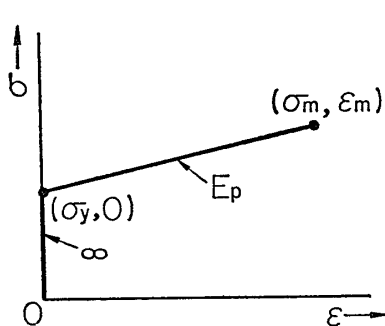
波の前後の関係を示す衝撃条件 (shock condition):

$$\left. \begin{array}{ll} \text{正方向伝ばの波} & (\rho cv + \sigma)_1 = (\rho cv + \sigma)_2 \\ \text{負} & (\rho cv - \sigma)_1 = (\rho cv - \sigma)_2 \end{array} \right\} \quad (8)$$

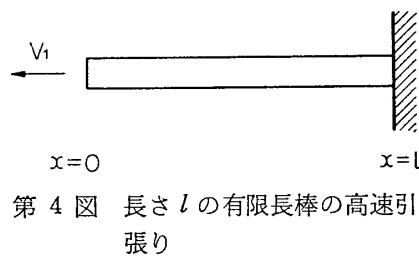
ここで,  $\sigma$  と  $v$ : 物質速度 (particle velocity) は符号を含めて考え,  $c$  は波動の伝ば速度の絶対値をとる. 添字 1, 2 は波の直前と直後の状態を示す. 以上の条件から,  $x-t$  面の特性曲線で分割された各領域での  $\sigma, v$  分布を定める.

### 3. 剛一直線の加工硬化型の有限長試片の高速引張りの解析

まず剛一直線の加工硬化型の応力-ひずみ関係をもつ材料の有限長試片について考える. この応力-ひずみ関係を (5), 第 2 図で  $\varepsilon_y = 0$  とおいたものとする. すなわち, 第 3 図である. 弾性域では  $c_0 = \infty$  となる. さて, いま境界条件として, 長さ  $l$  の有限長試片の高速

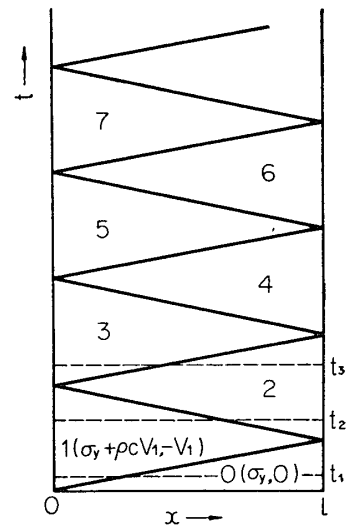


第 3 図



第 4 図 長さ  $l$  の有限長棒の高速引張り

第 5 図 →  
剛一直線的硬化型材の有限長棒の高速引張りでの  
Lagrange  $(x, t)$  線図



引張り ( $t \geq 0$  において  $x=0$  で  $u = -V_1 t$ ,  $x=l$  で  $u=0$ ) (第 4 図) を考えると,  $t > 0$  において弾性波は試片中を  $c_0 = \infty$  および応力振幅  $\sigma_y$  (降伏応力) で伝わり, 塑性波頭は速度  $c = (E_p/\rho)^{1/2}$  および応力振幅  $\sigma_1 (> \sigma_y)$  でその後を追う. 弾性波が固定端に到達すると, そこで反射され, 固定端の応力は,

$$\sigma_y \left( 1 + \frac{c}{c_0} \right) = \sigma_y$$

となる. 弾性波により誘起された物質速度は  $\int_0^{\sigma_y} d\sigma / \rho c_0 = 0$  である. ゆえに第 5 図の領域 0 での  $\sigma, v$  は, それぞれ  $\sigma_y, 0$  となる. 第 5 図の  $x-t$  線図で,  $dx/dt = \pm c$  の各特性曲線によって領域 0, 1, 2, ...,  $n, \dots$  に区分されるが, 領域 0 の  $\sigma = \sigma_y, v = 0$  から出発して式 (8)

により逐次各領域の  $(\sigma, v)$  を求めると、領域  $n$  に対して、

$$(\sigma_y + n\rho c V_1, -V_1\{1 + (-1)^{n+1}\}/2) \quad (9)$$

となる、今、はじめて

$$\sigma_y + n\rho c V_1 \geq \sigma_m \quad (10)$$

となるとき直ちに破断がおこるものとして、その瞬間のひずみ分布は応力  $\sigma_y + (n-1)\rho c V_1$  に対応するひずみの一様分布であるから、破断時の平均ひずみとして、

$$\varepsilon_b = (n-1)\rho c V_1 / E_p \quad (11)$$

を導くことができる。  $\varepsilon_b$  と  $V_1$  の関係は、次のようにして求められる：

$$(i) \quad \sigma_y + \rho c V_1 \geq \sigma_m > \sigma_y \quad (12)$$

の成立つ時、破断は  $t=0, x=0$  でおこる。そして

$$\varepsilon_b = 0 \quad (13)$$

条件 (12) は、次の形にかける：

$$V_1 \geq \frac{1}{\rho c} (\sigma_m - \sigma_y) > 0 \quad (14)$$

(14) の成立つとき、  $\varepsilon_b = 0$  となるから、

$$V_{cr} = \frac{1}{\rho c} (\sigma_m - \sigma_y) \quad (15)$$

とおいてよく、このことは有限長試片でも限界衝撃速度の存在することを示す。なおこの値は半無限長試片での値と一致する。

$$(ii) \quad \sigma_y + 2\rho c V_1 \geq \sigma_m > \sigma_y + \rho c V_1 \quad (16)$$

の成立つとき、破断は  $t=l/c, x=l$  でおこる。そして

$$\varepsilon_b = \rho c V_1 / E_p = (V_1 / V_{cr}) \cdot \varepsilon_m \quad (17)$$

条件 (16) は、次の形にかける：

$$V_{cr} > V_1 \geq \frac{1}{2} V_{cr} \quad (18)$$

(n) 一般に、

$$\sigma_y + n\rho c V_1 \geq \sigma_m > \sigma_y + (n-1)\rho c V_1 \quad (19)$$

の成立つとき、破断は  $t=(n-1)l/c$  において、  $n=偶$  なら  $x=l$  (固定端) で、  $n=奇$  なら  $x=0$  (着力端) でおこる。そして

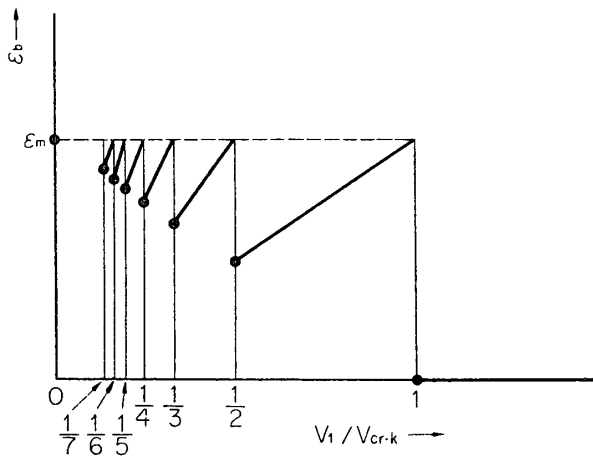
$$\varepsilon_b = (n-1)\rho c V_1 / E_p = (n-1)(V_1 / V_{cr}) \cdot \varepsilon_m \quad (11)$$

式 (19) を  $V_1$  の条件として書き直すと、

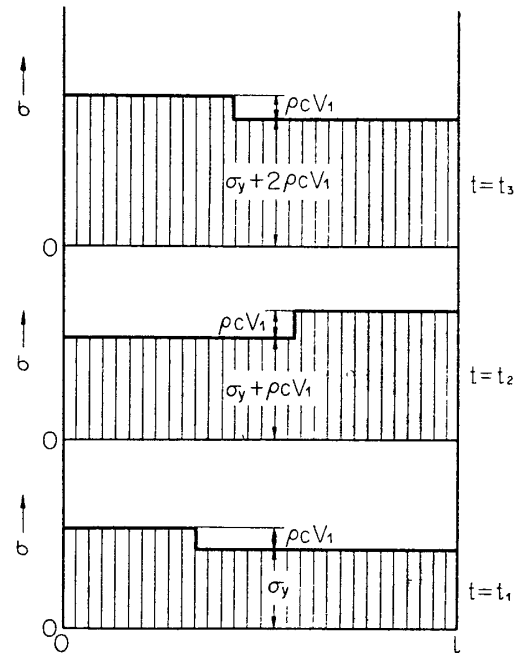
$$V_{cr} / (n-1) > V_1 \geq V_{cr} / n \quad (20)$$

換言すれば、(20) の範囲の  $V_1$  で引張るときの破断伸び  $\varepsilon_b$  は (11) で与えられる。このように求められた  $\varepsilon_b-V_1$  関係をプロットすると第6図のようになる。半無限長試片の場合に得られなかった  $0 > V_1 > V_{cr}$  の領域では  $V_1$  軸に平行な直線ではなく、上限  $\varepsilon_m$  の折線となることがわかる。また  $V_{cr}$  以上の  $V_1$  では  $\varepsilon_b = 0$  となる。すなわち、有限長試片でも  $V_{cr}$  が存在し、その値は半無限長試片のそれと一致することが証明されたことになる。

衝撃開始後の各時刻での試片内の応力分布や各点の応力-時間関係、ひずみ-時間関係も

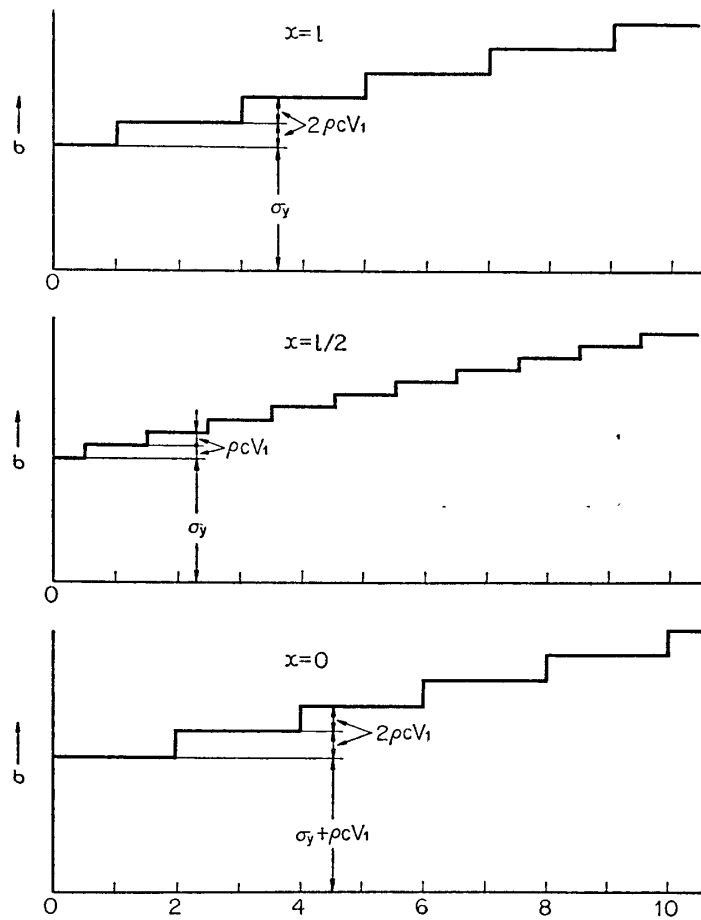


第 6 図 有限長棒の高速引張りでの破断ひずみ  $\varepsilon_b$ —引張り速度  $V_1$  関係 (剛一直線硬化材)



$t_1$  などは第 5 図のとおり

第 7 図 衝撃開始後  $t_1, t_2, t_3$  での応力分布の例

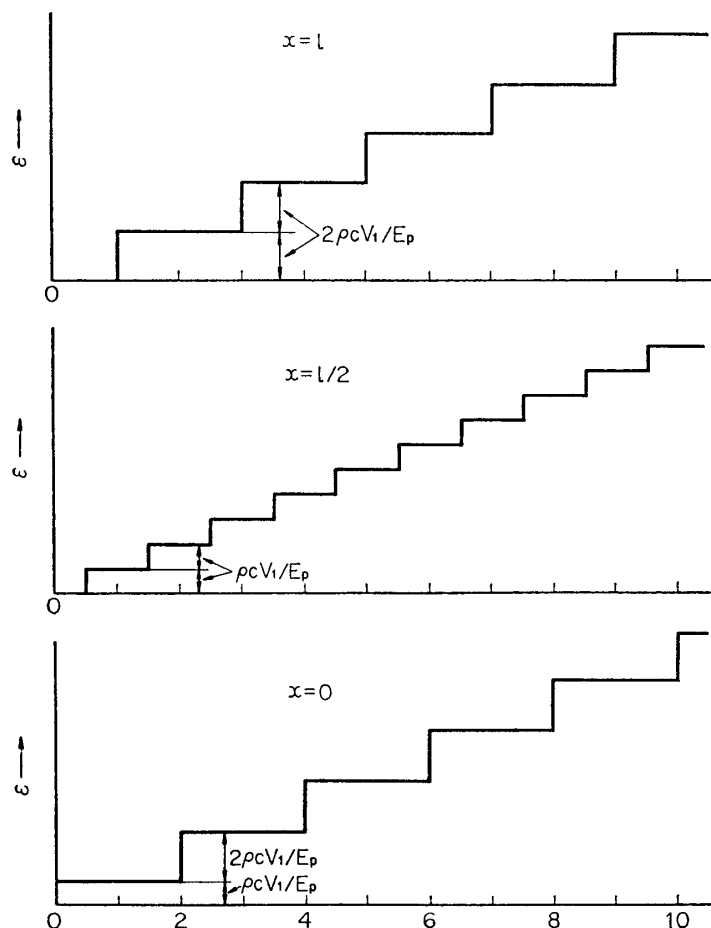


第 8 図 棒の諸種の点での応力—時間関係

それぞれ第7～9図のように求められる。

第6図の  $\varepsilon_b-V_1$  関係で知られることは、 $\varepsilon_b-V_1$  関係の実測値で一見ばらつきのように思われる値は少なくとも一部はこの折線状関係によるものではないかということである。また  $\varepsilon_m$  がここで仮定したように、動的変形の場合も静的の場合と同じ値をとるときには、 $V_1$  の増大に対し  $\varepsilon_b$  がやや低下気味の傾向となる。後述のように多くの金属材料では  $V_1$  の増大に対し、 $\varepsilon_b$  が上昇するから、これらの材料では動的変形の場合静的に比し  $\varepsilon_m$  が増大することが推測される。このように、上述の簡単な応力—ひずみ関係の仮定で計算した結果と実測結果との差からひずみ速度効果を推測するのも一法と思われる。

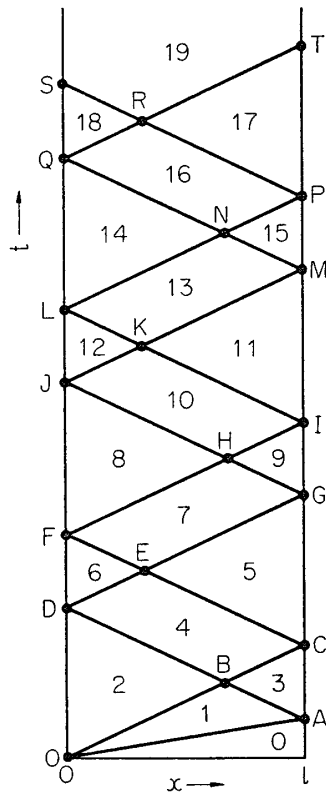
有限長試片のある一箇所にひずみ計をはりつけたときのデータは第9図、剛性が無限に大きい荷重計を試片の固定端にとりつけたときのデータ第8図で知られる。 $\sigma-t$  曲線は少なくとも降伏点を見出す役に立つことはわかる。しかし、これを準静的変形の場合のように直ちに応力—ひずみ関係を表わすものと見るのは早計であろう。これが高速変形の一特徴と考えられる。



第9図 棒の諸種の点でのひずみ—時間関係

## 4. 弾一直線の加工硬化型の有限長試片の高速引張りの解析

3. では弾性域で  $E \rightarrow \infty$ ,  $\varepsilon_y \rightarrow 0$  とした場合を扱った. 4. では  $E$  が有限値をとる場合を扱う. 3. でと同じように, 第 4 図のように試片の長さを  $l$ , 右端を固定とし, 左端を  $t \geq 0$  において,  $V_1$  なる速度で引張るものとし,  $V_1$  は  $t=0$  において,  $\sigma_y$  以上の応力  $\sigma_2$  を生ずるに足るほど高いものとする. この時の  $x-t$  線図は第 10 図のようになる.  $OA$  は弾性波頭に,  $OC$  は塑性波頭に対応する. 領域 0 では  $\sigma, v$  共に 0 であるから, これから出発し衝撃条件を用いて逐次各領域の  $(\sigma, v)$  を求めると, 結果は次の通り:

第 10 図  $x-t$  線図

$$\text{領域 0 : } (0, 0) \quad (21)$$

$$\text{〃 1 : } (\sigma_y, -\sigma_y/\rho c_0) \quad (22)$$

$$\text{〃 2 : } \sigma_2 = \sigma, \quad v_2 = -V_1 = -\left(\frac{\sigma_y}{\rho c_0} + \frac{\sigma - \sigma_y}{\rho c}\right)$$

$$\rho c V_1 = \left(\frac{c}{c_0} - 1\right) \sigma_y + \sigma$$

$$\sigma = \left(1 - \frac{c}{c_0}\right) \sigma_y + \rho c V_1 \quad (23)$$

$$\text{〃 3 : } \left\{ \left(1 + \frac{c}{c_0}\right) \sigma_y, 0 \right\} \quad (24)$$

$$\text{〃 4 : } \left\{ \sigma_y + \rho c V_1, -\frac{\sigma - \sigma_y}{\rho c} \right\} \quad (25)$$

$$\text{〃 5 : } \left\{ \left(1 - \frac{c}{c_0}\right) \sigma_y + 2\rho c V_1, 0 \right\} \quad (26)$$

$$\text{〃 6 : } \left\{ \sigma + 2\frac{c}{c_0} \sigma_y, -V_1 \right\} \quad (27)$$

$$\text{〃 7 : } \left\{ \sigma_y + 2\rho c V_1, -\sigma_y/\rho c_0 \right\} \quad (28)$$

一般に,

$$\sigma_{a+3} - \sigma_a = \sigma + \frac{c}{c_0} \sigma_y - \sigma_y = \rho c V_1$$

$$= \text{Const. } (a: \text{整数}) \quad (29)$$

したがって, 領域: (1, 4, 7, 10, ……), (2, 5, 8, 11, ……), (3, 6, 9, 12, ……) の三系列においてそれぞれ, 第 2 表のように  $\rho c V_1$  ずつ増して行くことが知られる.  $c_0 \rightarrow \infty$  のとき,  $x-t$  線図が第 5 図のようになることは, (21)~(29) から知られる.

$\sigma_2 > \sigma_1$ ,  $\sigma_3 > \sigma_1$  は明らかであるが,  $\sigma_2$  と  $\sigma_3$  との大小は  $V_1$  の大きさにより異なることは注意を要する.  $V_1$  を次の三領域にわけて考える必要がある.

$$V_1 \geq 2\sigma_y/\rho c_0 \quad (30)$$

$$2\sigma_y/\rho c_0 > V_1 > \sigma_y/\rho c_0 \quad (31)$$

$$\sigma_y/\rho c_0 \geq V_1 \quad (32)$$

今, はじめて領域  $n$  において

$$\sigma_n \geq \sigma_m \quad (33)$$



第2表 各領域の $\sigma$ の表

$[n]$  は領域の番号を示す. 第10図の  $x-t$  線図上での  
各領域の位置とは入れかわっている点のことに注意

	$[2]$	$[5]$	$[8]$	$[11]$
	$\left(1-\frac{c}{c_0}\right)\sigma_y+\rho cV_1$	$\left(1-\frac{c}{c_0}\right)\sigma_y+2\rho cV_1$	$\left(1-\frac{c}{c_0}\right)\sigma_y+3\rho cV_1$	$\left(1-\frac{c}{c_0}\right)\sigma_y+4\rho cV_1$
$[1]$	$[4]$	$[7]$	$[10]$	
$\sigma_y$	$\sigma_y+\rho cV_1$	$\sigma_y+2\rho cV_1$	$\sigma_y+3\rho cV_1$	
	$[3]$	$[6]$	$[9]$	$[12]$
	$\left(1+\frac{c}{c_0}\right)\sigma_y$	$\left(1+\frac{c}{c_0}\right)\sigma_y+\rho cV_1$	$\left(1+\frac{c}{c_0}\right)\sigma_y+2\rho cV_1$	$\left(1+\frac{c}{c_0}\right)\sigma_y+3\rho cV_1$

となるとき直ちに破断がおこるものとして, 破断の時期と破断時のひずみ分布を見るには, 破断点がそれぞれ A, B, C, D, E, F の時を考えておけば十分である. これらの点の座標:  $(x, t)$  は次の通り.

第3表 破断点の座標

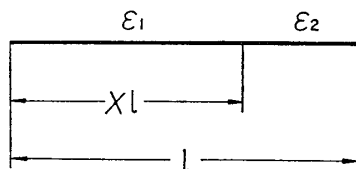
破断点	$x$	$t$
A	$l$	$l/c_0$
B	$\frac{l}{2}\left(1+\frac{c}{c_0}\right)$	$\frac{l}{2} \cdot \frac{c+c_0}{cc_0}$
C	$l$	$l/c$
D	$0$	$\frac{l}{c_0}+\frac{l}{c}$
E	$\frac{l}{2}\left(1-\frac{c}{c_0}\right)$	$\frac{l}{2}\left(\frac{3}{c}+\frac{1}{c_0}\right)$
F	$0$	$2l/c$

第4表  $X$ の値

点	$X$
A	$2c/(c+c_0)$
B	$\frac{1}{2}\left(1+\frac{c}{c_0}\right)$
C	$0$
D	$(c_0-c)/(c+c_0)$
E	$\frac{1}{2}\left(1-\frac{c}{c_0}\right)$
F	$1$

弾一直線的加工硬化材料特性では, 第10図を直線  $t=\text{Const.}$  で切ってみればわかるように, 剛一直線的加工硬化特性の場合と異なり, ひずみ分布が一様でなく, 第11図のような分布をとるから, このような場合の平均のひずみを次のようにとる.

$$\text{平均のひずみ} \quad \varepsilon = X\varepsilon_1 + (1-X)\varepsilon_2 \quad (34)$$



第11図 ひずみ分布

破断後の残留伸びを求めるには, 破断時のひずみそのままではなく, (i) 破断後の除荷波到達までの塑性ひずみの変化と (ii) 弾性変形の回復とを考慮する必要がある.

A~F の各点での破断の場合について除荷波の影響を考慮して  $X$  を求める. 結果を第4表に示す.

以上を考慮して、 $\sigma_2 \geq \sigma_3$ 、すなわち  $V_1 \geq 2\sigma_y/\rho c_0$  のときの破断後の残留伸びと  $V_1$  との関係を求める。

$$\text{領域 2 : } \sigma_2 = \left(1 - \frac{c}{c_0}\right)\sigma_y + \rho c V_1 \geq \sigma_m \quad (35)$$

のとき、O 点で破断。書き直すと、

$$V_1 \geq \frac{\sigma_y}{\rho c_0} + \frac{\sigma_m - \sigma_y}{\rho c} \quad (36)$$

のとき、

$$\varepsilon_b = 0 \quad (37)$$

ゆえに、

$$V_{cr} = \frac{\sigma_y}{\rho c_0} + \frac{\sigma_m - \sigma_y}{\rho c} \quad (38)$$

すなわち、有限長でも半無限長と同じ  $V_{cr}$  となる。

領域 3 : 不用。

$$\text{領域 4 : } \sigma_4 = \sigma_y + \rho c V_1 \geq \sigma_m > \sigma_2 = \left(1 - \frac{c}{c_0}\right)\sigma_y + \rho c V_1 \quad (39)$$

のとき、B で破断。書き直すと、

$$V_{cr} > V_1 \geq V_{cr} - \frac{\sigma_y}{\rho c_0} \quad (40)$$

$$\varepsilon = X\varepsilon_2 + (1-X)\varepsilon_3, \quad X = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{c}{c_0}\right) \quad (41)$$

$$\sigma_2 = \left(1 - \frac{c}{c_0}\right)\sigma_y + \rho c V_1, \quad \sigma_3 = \left(1 + \frac{c}{c_0}\right)\sigma_y \quad (42)$$

ゆえに、残留ひずみは全ひずみから弾性ひずみを差し引いて、

$$\varepsilon_b = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{E_p} - \frac{1}{E}\right)\left\{-2\left(\frac{c}{c_0}\right)^2\sigma_y + \left(1 + \frac{c}{c_0}\right)\rho c V_1\right\} \quad (43)$$

以下同様にして、

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_5 = \left(1 - \frac{c}{c_0}\right)\sigma_y + 2\rho c V_1 \geq \sigma_m > \sigma_4 = \sigma_y + \rho c V_1 \end{array} \right. \quad (44)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{cr} - \sigma_y/\rho c_0 > V_1 \geq \frac{1}{2}V_{cr} \end{array} \right. \quad (45)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_b = \left(\frac{1}{E_p} - \frac{1}{E}\right)\rho c V_1 \end{array} \right. \quad (46)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_7 = \sigma_y + 2\rho c V_1 \geq \sigma_m > \sigma_5 = \left(1 - \frac{c}{c_0}\right)\sigma_y + 2\rho c V_1 \end{array} \right. \quad (47)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}V_{cr} > V_1 \geq \frac{1}{2}(V_{cr} - \sigma_y/\rho c_0) \end{array} \right. \quad (48)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_b = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{E_p} - \frac{1}{E}\right)\left\{-2\left(\frac{c}{c_0}\right)^2\sigma_y + \left(3 + \frac{c}{c_0}\right)\rho c V_1\right\} \end{array} \right. \quad (49)$$

$$\frac{1}{2}(V_{cr} - \sigma_y/\rho c_0) > V_1 \geq \frac{1}{3}V_{cr} \quad (50) \quad \varepsilon_b = \left(\frac{1}{E_p} - \frac{1}{E}\right)2\rho c V_1 \quad (51)$$

$$\frac{1}{3} V_{cr} > V_1 \geq \frac{1}{3} (V_{cr} - \sigma_y / \rho c_0) \quad (52) \quad \varepsilon_b = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_p} - \frac{1}{E} \right) \left\{ -2 \left( \frac{c}{c_0} \right)^2 \sigma_y + \left( 5 + \frac{c}{c_0} \right) \rho c V_1 \right\} \quad (53)$$

$$\frac{1}{3} (V_{cr} - \sigma_y / \rho c_0) > V_1 \geq \frac{1}{4} V_{cr} \quad (54) \quad \varepsilon_b = \left( \frac{1}{E_p} - \frac{1}{E} \right) 3 \rho c V_1 \quad (55)$$

$$\frac{1}{4} V_{cr} > V_1 \geq \frac{1}{4} (V_{cr} - \sigma_y / \rho c_0) \quad (56) \quad \varepsilon_b = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_p} - \frac{1}{E} \right) \left\{ -2 \left( \frac{c}{c_0} \right)^2 \sigma_y + \left( 7 + \frac{c}{c_0} \right) \rho c V_1 \right\} \quad (57)$$

$$\frac{1}{4} (V_{cr} - \sigma_y / \rho c_0) > V_1 \geq \frac{1}{5} V_{cr} \quad (58) \quad \varepsilon_b = \left( \frac{1}{E_p} - \frac{1}{E} \right) 4 \rho c V_1 \quad (59)$$

以下同様にして順次求め得る。この  $\varepsilon_b \sim V_1$  関係をプロットするとのこぎり歯状となる。特に、 $E \rightarrow \infty$ ,  $c_0 \rightarrow \infty$  のとき、剛一直線的加工硬化の特性に帰る。

数値計算例として、次の数値の材料特性の場合を計算する。

$$E = 2 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$$

$$E_p = 2 \times 10^2 \text{ "}$$

$$\sigma_y = 40 \text{ "}$$

$$\sigma_m = 80 \text{ "}$$

$$\varepsilon_y = 0.002$$

$$\varepsilon_m = 0.202$$

$$\rho = 8 \times 10^{-3} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-4} \cdot \text{sec}^2$$

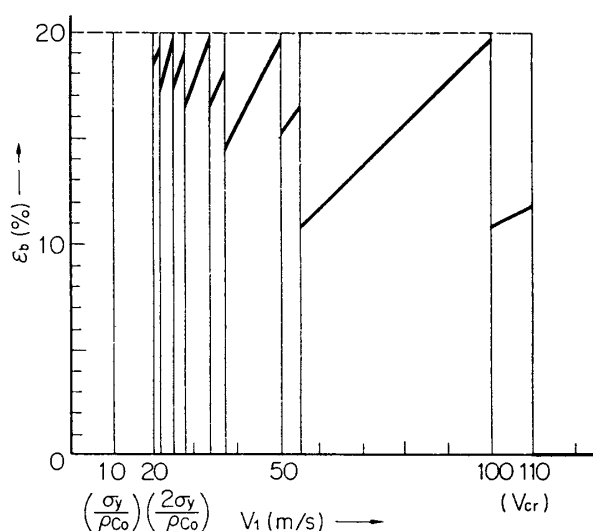
$$c_0 = 5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$c = 5 \times 10^2 \text{ "}$$

$$\rho c V_1 = 0.40 V_1 \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-2}$$

(ただし、 $V_1 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ )

この場合、 $V_{cr} = 110 \text{ m/s}$ ,  $2\sigma_y / \rho c = 20 \text{ m/s}$  となる。試片の破断箇所は、剛一直線的硬化特性とちがい、4箇所あり得る。 $\varepsilon_b \sim V_1$  関係は第12図の通り。静的と同じ応力-ひずみ関係を



第12図 弾一直線硬化材の有限長棒での  $\varepsilon_b \sim V_1$  関係の一例

仮定する限り、やはり  $V_1$  に対しほぼ鋸歯状で、 $\epsilon_b$  の上限は  $\epsilon_m$  をこさず、鋸歯の略中心をつらねれば、 $V_1$  に対し下り気味の傾向となる。高速での  $\epsilon_b$  が  $\epsilon_m$  をこす時には、応力—ひずみ関係でのひずみ速度効果の存在、殊に高速での  $\epsilon_m$  の増大を示唆するものと考えられる。

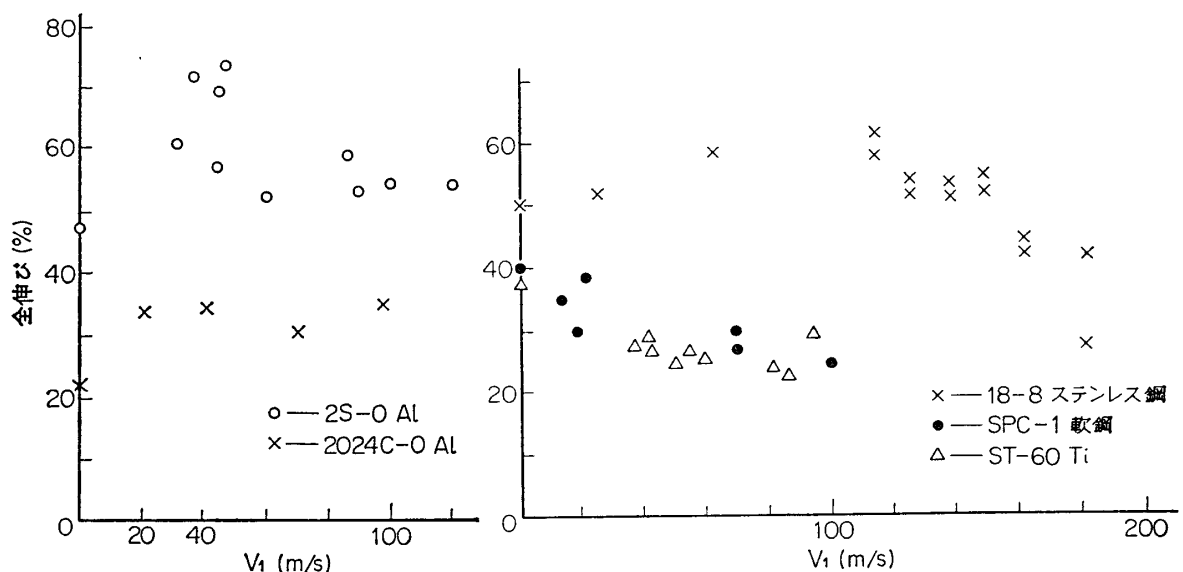
### 5. 高速伸び特性の実測結果の検討

$\epsilon_b$ — $V_1$  関係についての著者らの実測例 [1] [13] [14] をあげると、第 13~16 図のとおり。 $V_1$  に対し flat でなく、かなりバラツク。第 13, 14 図で見られるように、 $V_1 \leq 200$  m/s の引張速度範囲で、アルミニウム系では  $V_1$  とともに  $\epsilon_b$  が増大、18—8 不銹鋼では横ばいないしやや増大、軟鋼でやや減少、チタンで減少の傾向が見られるが、 $\epsilon_b$  に対する  $V_1$  ないしひずみ速度の効果の存在は明かである。

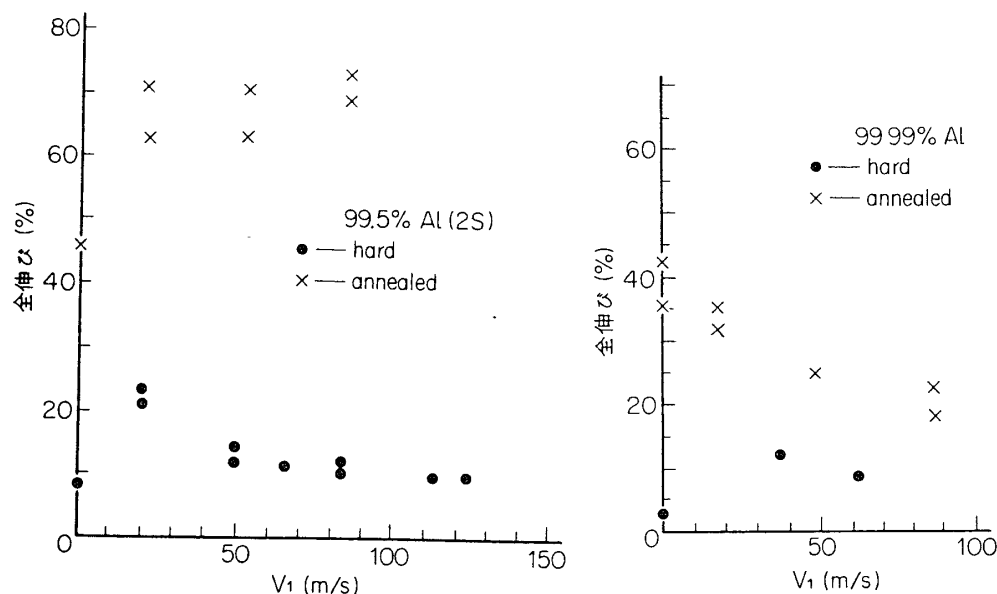
前述の第 6 図、第 12 図と比較して、アルミニウム系と 18—8 不銹鋼とでは、高速での  $\epsilon_b$  は静的  $\epsilon_m$  をかなりの速度範囲で超過し、ひずみ速度の増大は伸びを増す方向に影響しているように思われる。チタンと軟鋼については、高速での  $\epsilon_b$  は  $\epsilon_m$  より下っているが、第 6 図ないし第 12 図の理論値の下り気味の傾向を考慮すれば、真の特性は横ばいないし下り気味と見られる。

破断伸びの問題はかなり複雑なようで、対象をアルミニウムの 2S (99.5%)、と 99.99% にしぼり、hard (as roll) と焼鈍状態 ( $340 \pm 10^\circ\text{C}$ ,  $2 \sim 3 \times 10^{-5}$  mmHg, 18 h) とで実測した [14] 結果、後者で逆の傾向を示すことが第 15, 16 図で見られる。引張速度範囲は 150 m/s まで、ひずみ速度で  $3.3 \times 10^3/\text{sec}$  までである。99.99% の焼鈍アルミニウムについてのみで  $\epsilon_b$  が  $V_1$  とともに下るのは、結晶粒が大きく焼鈍で成長しており、引張りに際し試片の板面に垂直方向にも各粒がいちじるしく変形するための応力集中が影響しているように思われる。

以上の場合を除けば、今まで調べた範囲では、結晶形との関連としては、面心立方格子に



第 13, 14 図  $V_1 = 200$  m/s までの引張り速度範囲での金属材料の伸び



第 15, 16 図 純アルミニウム的高速引張りでの伸び

については増大，稠密立方格子については減少，体心立方格子については両者の中間に位置するようと思われるが，この事実がさらに広い普遍性を有するか否かは，今後の実測結果のより広汎な集積をまって論じられるべきであろう。

静的応力-ひずみ関係に基づいて  $V_{cr}$  を計算した結果を第5表に示す。これを第13, 14

第 5 表  $V_{cr}$  の計算例 [1]

材 料	2S-0 アルミニウム	2024C-0	SPC-1 軟 鋼	18-8不銹鋼	ST-60 チタニウム
$V_{cr}(m/s)$	49.7	63.1	30.0	152.3	61.8

図の実測結果と比較してみると，それぞれの  $V_{cr}$  での  $\epsilon_b$  の零への急激な減少はほとんど見られず， $V_{cr}$  をかなり超過した  $V_1$  でもかなりの大きさの  $\epsilon_b$ ，場合によっては静的の  $\epsilon_m$  よりも高い水準の  $\epsilon_b$  を維持することが知られる。両者のこのような食違いの原因としては，ひずみ速度効果の無視，局部的収縮域の無視，実験での固定条件の実現が困難なことなどが考えられ，殊に第一の原因が重要でひずみ速度効果のある材料では  $V_{cr}$  の値は合致しない方がむしろ当然であろう。

だが，静的と同一の特性を仮定した有限長試片の計算結果は実測で得られるひずみ速度効果の分析に有用であると考えられる。

## 6. 結 論

従来 explicit な形にとかれていなかった有限長試片の高速引張りでの破断伸び  $\epsilon_b \sim$  引張速度  $V_1$  関係が，剛一直線の加工硬化特性および弾一直線の加工硬化特性の場合について解かれた。この計算においては静的と同じ動的応力-ひずみ関係を仮定しているが， $\epsilon_b \sim V_1$  関係の特徴が明かにされたといえる。実測結果の分析に当りこれとの差異を検討することによりそのひずみ速度効果を推測する手がかりが与えられるものと考えられる。

1965 年 9 月 28 日 材料部

## 参 考 文 献

- [1] 福井伸二, 河田幸三, 清野次郎: 東大航研集報, 3 卷 (1963) 361.
- [2] M. Manjoine, A. Nadai: Proc. ASTM, Vol. 40 (1940) 822.
- [3] P.E. Duwez, D.S. Clark: Trans. ASTM. Vol. 47 (1947) 502.
- [4] W.H. Hoppmann: Proc. ASTM, Vol. 47 (1947) 533.
- [5] 豊島清三, 坂本九洲男, 井手正喜: 鉄と鋼, 41 卷 (1955) 344.
- [6] E. Siebel, G. Menges: Arch. Eisenhütten W., 28 卷 (1957) 31.
- [7] A.F. Watts, G.N. Rardin: Metal Progress, Vol. 77 No. 3 (1960) 170.
- [8] A.L. Austin, R.F. Steidel: ibid., Vol. 77, No. 3 (1960) 170.
- [9] T. Tsumura, S. Sakui, K. Okamoto, T. Nakamura, et al: Proc. Third Japan Congr. on Testing Materials, (1960) 95.
- [10] 塚田晴一, 中村清, 井上稔: 新三菱重工技報, 2 卷 3 号 (1960) 74.  
塚田晴一, 井上稔, 桜井武尚: 塑性と加工, 2 卷 7 号 (1961) 123.
- [11] 河田, 清野, 福井: 第14回塑性加工連合講演会前刷集, (1963) 131.  
K. Kawata, S. Fukui, J. Seino: Aeronautical Research Institute, University of Tokyo, Report No. 389 (1964, No. 11) 29.
- [12] 河田, 清野, 福井: 第15回塑性加工連合講演会前刷集 (1964—11) 79.
- [13] 河田, 清野, 福井: 応用物理, 32 卷 (1963) 742.
- [14] 河田, 清野, 高田, 福井: 第12回応用物理連合講演会予稿集 (1965—4).  
K. Kawata, S. Fukui, J. Seino; Preprint of International Conference on Fracture, No. 4 (Sept., 1965, Sendai), E-1.
- [15] Th. von Kármán, P.E. Duwez: J. Appl. Phys., 21 (1950), 987.
- [16] Th. von Kármán, H.F. Bohnenblust, D.H. Hyers: NDRC Report A-103 (OSRD 946)(1642)