

ドルフーチェビシェフ最適分布による 導波管スロットアレイ

飯 口 真 一・久 田 安 正・竹 本 英 徳

1. ま え が き

ビーム幅とサイドローブレベルの関係を良好にする方法の一つにドルフーチェビシェフ最適分布[1]があるが、本論では、導波管スロットアレイにこの分布を用いて、ブロードサイドアレイと20度ビーム偏向アレイを設計、試作してみた。以下にそれらの設計のポイントと結果について述べるものとする。

2. 設 計

① アンテナの形式

ブロードサイドアレイでは共振型（定在波型）とした。従来、ブロードサイドアレイでも進行波型とするケースがみられたが、効率、整合から考えると好ましい方法とは言えない。

ビーム偏向アレイは進行波型とした。この際、必要な偏向角を得るためには波源に適切な位相遅れを持たせる必要があるが、ここではスロット間隔 d を適当にすることによって、これを行なっている。

なお、本アンテナに応用したドルフーチェビシェフ分布は、不連続な点波源の場合の理論であるが、ここではスロットを点波源と仮定している。

② 素子間隔 d

(a) ブロードサイドアレイ（共振型）

導波管内の磁界は、中心線に対して逆相になっているため、 $d=\lambda_0/2$ とし、かつ、図1の様に千鳥配列とすれば、スロットは同相給電となる。

(b) ビーム偏向アレイ（進行波型）

図2において、A点とC点の位相差 Ψ は、 θ 方向では

$$\Psi_\theta = kd \sin \theta + \delta \quad (\delta \text{ は波源の位相遅れ})$$

今、ビームを θ_0 だけ偏向させるとし、かつスロットを千鳥配列とするならば

$$\Psi_{\theta_0} = kd \sin \theta_0 + \delta = kd \sin \theta_0 + \beta d + \pi = 2\nu\pi$$

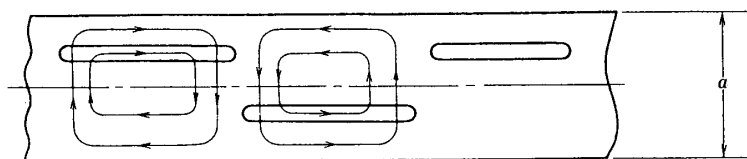


図 1

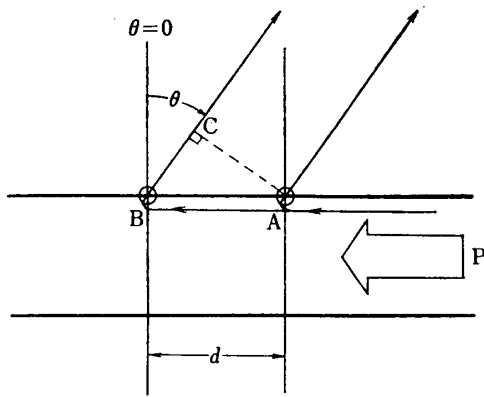


図 2

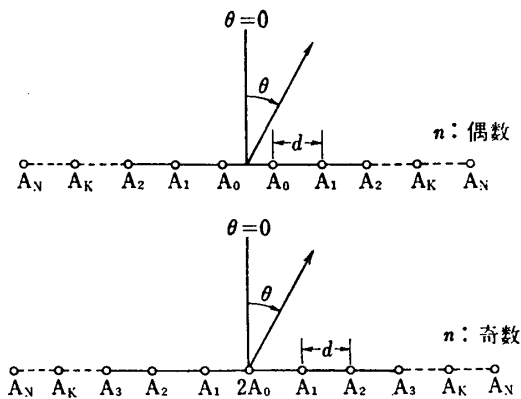


図 3

ここで Ψ_θ は

$$\Psi_\theta = kd \sin \theta + \delta = kd \sin \theta + \beta d + \pi \quad (4)$$

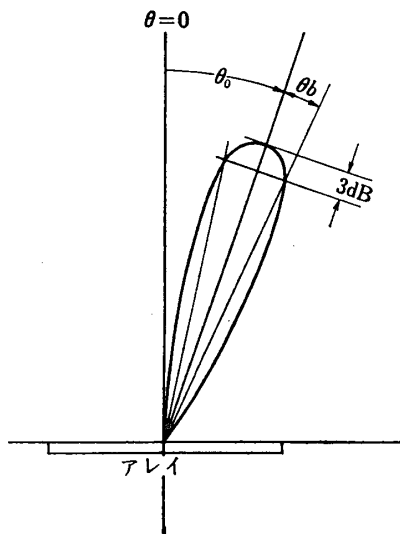


図 4

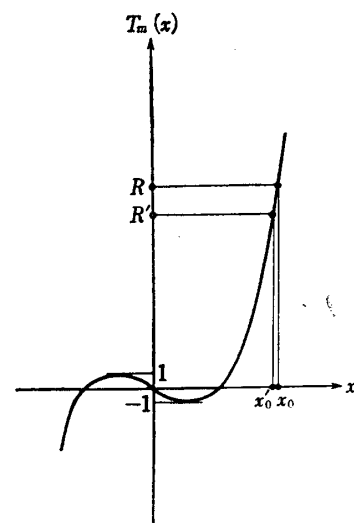


図 5

$\nu=1$ とすれば、素子間隔 d は

$$d = \frac{\pi}{k \sin \theta_0 + \beta} = \frac{\lambda \cdot \lambda_g}{2(\lambda_g \sin \theta_0 + \lambda)} \quad (1)$$

③ 素子数 n

サイドローブレベルとビーム幅およびビーム偏向角を定めると、素子数は一意的に定まるはずであるが、素子数を決定する式は、従来の文献では見当たらないようなので、ここではその式を導いた。

今、アレイの輻射界は、素子数を奇数と偶数とに分けて考えると、

n : 偶数

$$E_{n_e} = 2 \cdot \sum_{k=0}^N A_k \cdot \cos \frac{(2k+1)}{2} \Psi_\theta \quad (2)$$

$$N = \frac{n}{2} - 1$$

n : 奇数

$$E_{n_o} = 2 \cdot \sum_{k=0}^N A_k \cdot \cos \left(2k \cdot \frac{1}{2} \right) \Psi_\theta \quad (3)$$

$$N = \frac{n-1}{2}$$

(図 3 参照)

今、サイドローブレベルを 1 とし、メインローブの最大レベルを R とし、 R より 3dB 降下したレベルを R' ($R' = \frac{R}{\sqrt{2}}$)、ビーム幅を $2 \cdot \theta b$ 、ビーム偏向角を θ_0 とする。(図 4 参照)

m 次 ($m=n-1$, n : 素子数) のチェビシェフ多項式を $T_m(x)$ とし、ドルフの方法を用いると (この辺の関係式は文献 [2] 参照),

$$T_m(x_0) = \cos h(m \cdot \cos h^{-1} x_0) \equiv R$$

同様に

$$T_m(x_0') = \cos h(m \cdot \cos h^{-1} x_0') \equiv R' \quad (\text{図 5 参照})$$

これから

$$\frac{x_0'}{x_0} = \frac{\cos h\left(\frac{1}{m} \cos h^{-1} R'\right)}{\cos h\left(\frac{1}{m} \cos h^{-1} R\right)} \quad (5)$$

式 (4) より $\theta = \theta_0 + \theta b$ の方向 (R' に対応する方向) では,

$$\begin{aligned} \Psi_{\theta_0 + \theta b} &= kd \sin(\theta_0 + \theta b) + \beta d + \pi \\ &\doteq kd \sin \theta_0 + kd \cdot \theta b \cdot \cos \theta_0 + \beta d + \pi \end{aligned}$$

ここで

$$\Psi_{\theta_0} = kd \sin \theta_0 + \beta d + \pi = 2\nu\pi$$

であるから

$$\Psi_{\theta_0 + \theta b} = kd \cdot \theta b \cdot \cos \theta_0 + 2\nu\pi$$

となる。よって

$$\begin{aligned} \cos \frac{\Psi_{\theta_0 + \theta b}}{2} &= \cos \left(\frac{kd \cdot \theta b \cdot \cos \theta_0}{2} + \nu\pi \right) \\ &= \pm \cos \left(\frac{kd \cdot \theta b \cdot \cos \theta_0}{2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

ドルフの方法では

$$\left| \cos \frac{\Psi_{\theta}}{2} \right| = \frac{x}{x_0}$$

なる関係があるので

$$\left| \cos \frac{\Psi_{\theta_0 + \theta b}}{2} \right| = \frac{x_0'}{x_0} \quad (7)$$

式 (7) に式 (5), (6) を用いると

$$\cos \left(\frac{kd \cdot \theta b \cdot \cos \theta_0}{2} \right) = \frac{\cos h\left(\frac{1}{m} \cos h^{-1} R'\right)}{\cos h\left(\frac{1}{m} \cos h^{-1} R\right)} \quad (8)$$

$$\frac{1}{m} \cos h^{-1} R \ll 1, \quad \frac{1}{m} \cos h^{-1} R' \ll 1, \quad \text{および}$$

$$\frac{kd \cdot \theta b \cdot \cos \theta_0}{2} \ll 1 \quad \text{ならば, 両辺をテーラ展開することにより}$$

$$m = \frac{2 \cdot \sqrt{(\cos h^{-1} R)^2 - \left(\cos h^{-1} \frac{R}{\sqrt{2}} \right)^2}}{kd \cdot \theta b \cdot \cos \theta_0}$$

$m = n - 1$ であるから、素子数 n は

$$n = \frac{2 \cdot \sqrt{(\cos h^{-1} R)^2 - \left(\cos h^{-1} \frac{R}{\sqrt{2}} \right)^2}}{kd \cdot \theta b \cdot \cos \theta_0} + 1$$

④ スロットの正規化コンダクタンス

(a) ブロードサイドアレイ (共振型)

$$g_k = \frac{A_k^2}{2 \cdot \sum_{s=1}^N A_s^2} \quad \begin{matrix} N = \frac{n}{2} - 1, & n: \text{偶数} \\ N = \frac{n-1}{2}, & n: \text{奇数} \end{matrix} \quad (10)$$

A_k はドルフチェビシェフ振幅分布 (付録参照), g_k はアレイの中心から数えて k 番目の

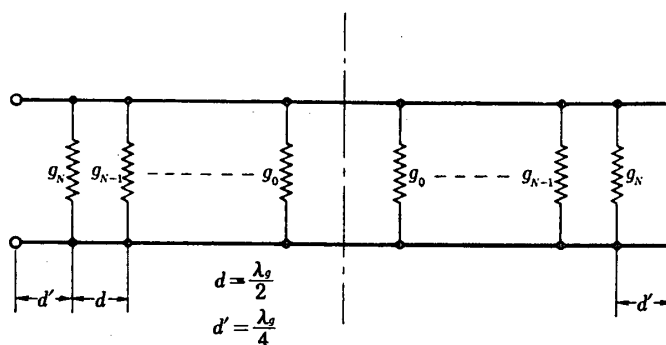


図 6

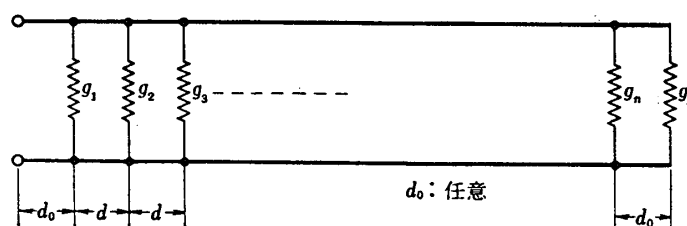


図 7

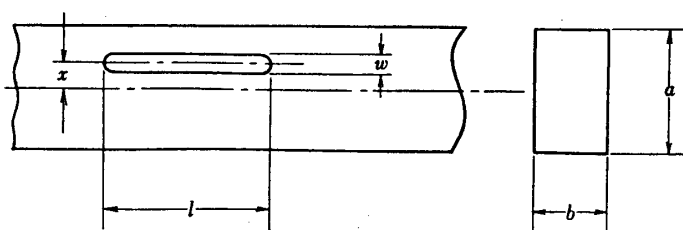


図 8

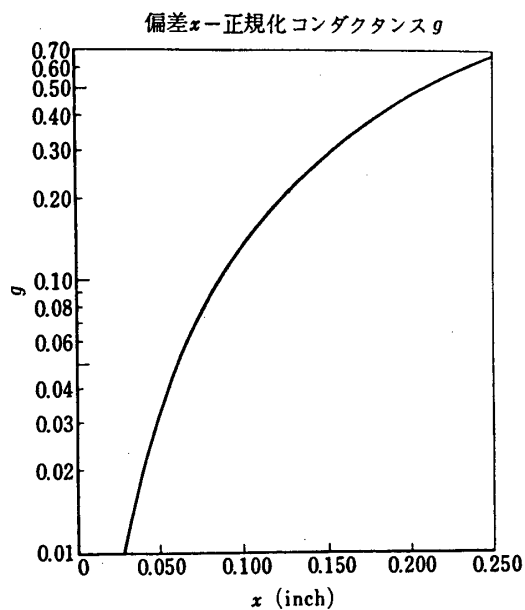


図 9

スロットの正規化コンダクタンス (図6参照)

(b) ビーム偏向アレイ (進行波型)

$$g_k = \frac{A_k^2}{\frac{1}{\eta} \sum_{s=1}^n A_s^2 - \sum_{m=1}^{k-1} A_m^2} \quad (11)$$

文献[3]参照

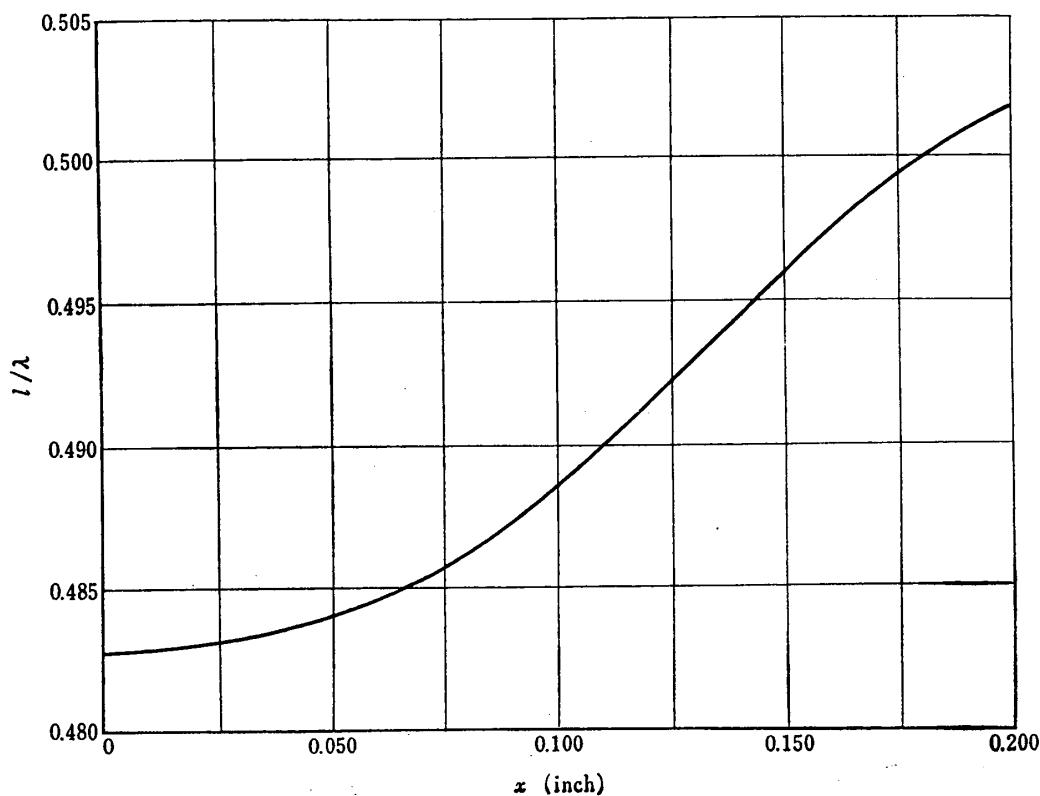
g_k は入力側から数えて k 番目のスロットの正規化コンダクタンス (図7参照), η は輻射効率である.

スロットに要求される正規化コンダクタンスを与えるには, 図8の様に導波管の中心より偏差 x_k を持たせることにより行なった.

(H 面シャントスロット)

偏差 x_k とコンダクタンス g_k の関係[4], [5] は,

偏差 x — 共振長 l



slot幅 $w=0.0625$ (inch) $=1.6$ mm

図 10

$$x_k = \frac{a}{\pi} \sin^{-1} \sqrt{\frac{g_k}{g_0}}, \quad g_0 = 2.09 \frac{\lambda_g}{\lambda} \cdot \frac{a}{b} \cos^2 \left(\frac{\pi \lambda}{2 \lambda_g} \right) \quad (12)$$

ただし $2 \cdot \log(l/w) \gg 1$, $l \doteq \frac{\lambda}{2}$ で

式 (12) の関係を図示したものが図 9 である.

⑤ スロットの共振長

スロットの共振長 l は $\lambda/2$ と仮定してコンダクタンスを求めたが, 実際には $\lambda/2$ では完全に共振しない. このため, 実際の共振長と偏差が図 10 [5] のような関係にあるので, これを用いて正しい共振長を得ている.

3. 試 作 結 果

前述の様に, 各スロットを点波源と仮定し, スロットは H 面の共振シャントスロットした. なお, スロット間の相互結合は考慮していない.

(a) ブロードサイドアレイ (共振型)

周波数 9380 MHz, サイドローレベル -30 dB, ビーム幅 6 度の設計条件のもとで, プロ

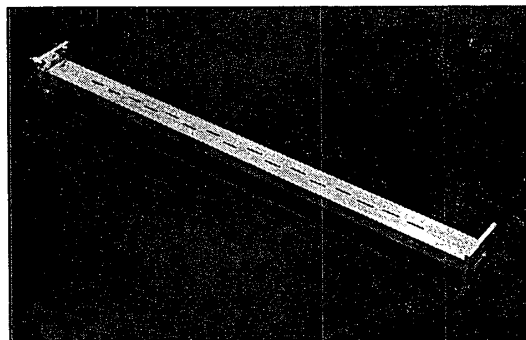


写真 a ブロードサイドアレイ

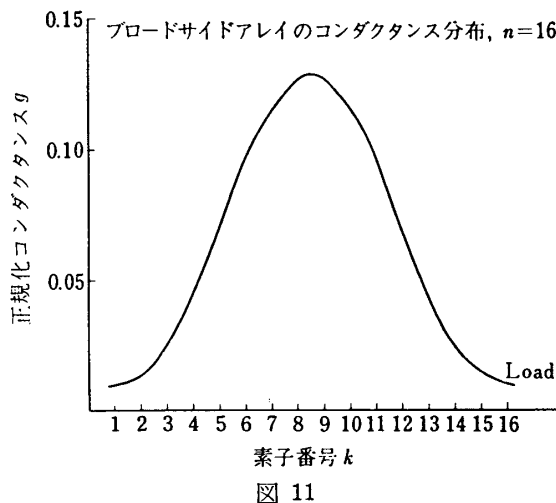


図 11

表 1 ブロードサイドアレイ

	偏波面	f (MHz)	サイドローレベル (dB)	ビーム幅 (deg.)	Back lobe (dB)	$2 \cdot \theta b'$ (deg.)*
設計値	H	9380	-30.0	6.0	—	—
実測値	H	9250	-28.8	5.7	-17.6	5.6
		9380	-28.6	5.5	-17.6	5.4
		9440	-29.6	5.4	-17.6	5.4
	E	9380	—	78.0	—	—

使用導波管 WRJ-10, $n=16$, $d = \frac{\lambda_g}{2} = 22.37$

* $2\theta b'$: Back lobe のビーム幅

ードサイドアレイを試作してみた。素子数は式 (9) より 16 となる。このときのコンダクタンス分布を図 11 に、実測した輻射パターンを図 12, a, b, c, d に、V. S. W. R 特性を図 13 に示し、設計値とそれらを総合して表 1 で示した。

また、スロットは無指向性の点波源であると仮定したが実際には図 14 a, b の様なパターンを持っている。そこで、スロットを点波源であると仮定した場合およびスロット自体のパターンを考慮した場合の二者について、アレイのパターンの理論値をそれぞれ図 12 e, 12 f に示した。

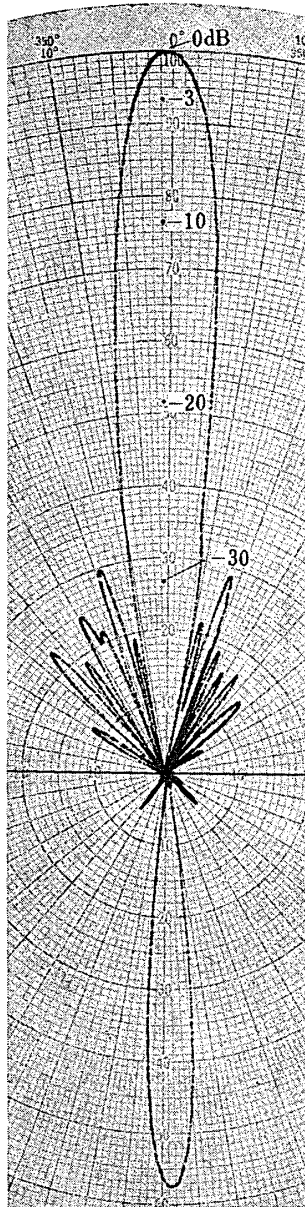


図 12 a $f = 9250 \text{ MHz}$,
H 面実測値

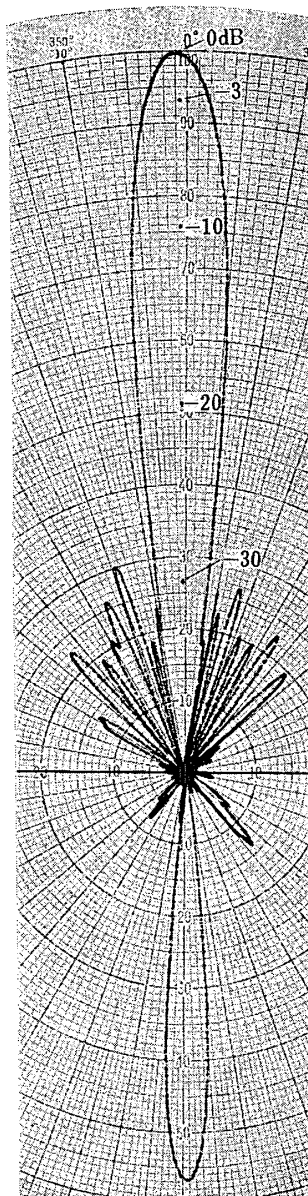


図 12 b $f = 9380 \text{ MHz}$,
H 面実測値

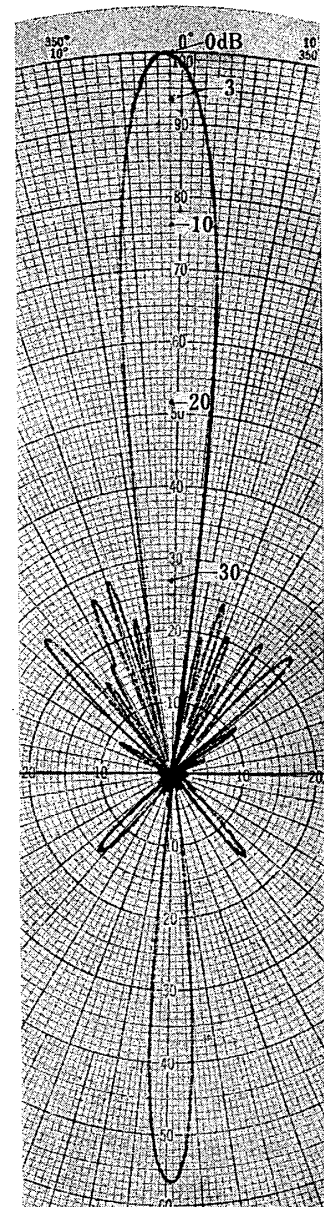


図 12 c $f = 9440 \text{ MHz}$,
H 面実測値

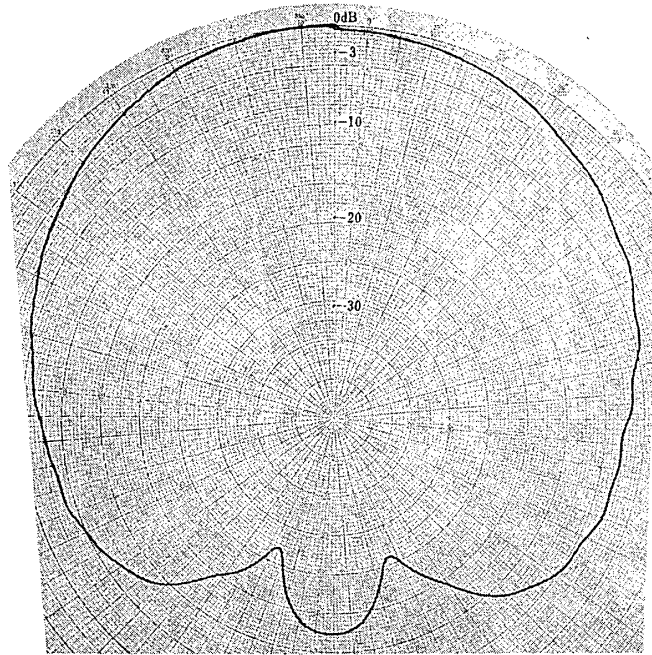


図 12 d $f=9380$ MHz, E 面実測値

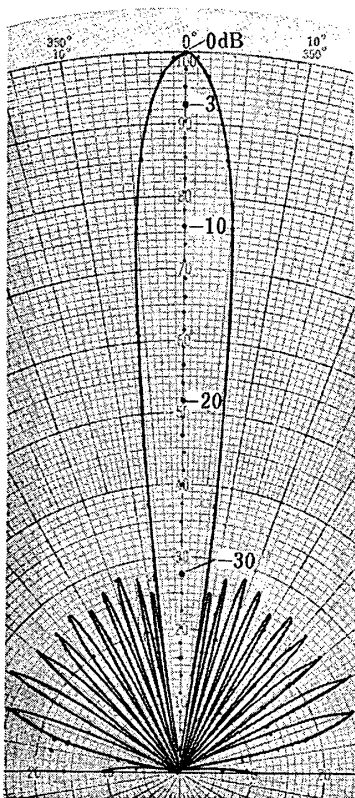


図 12 e $f=9380$ MHz, スロットを点波源と仮定したときの H 面理論値

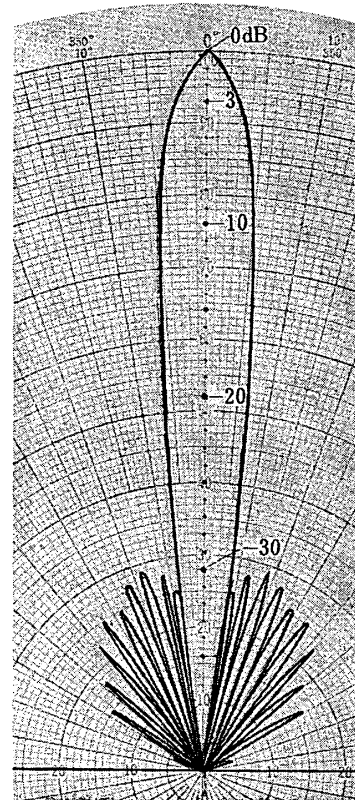


図 12 f $f=9380$ MHz, スロット自体のパターンを考慮したときの H 面理論値

図 12 a ~ f ブロードサイドアレイのパターン

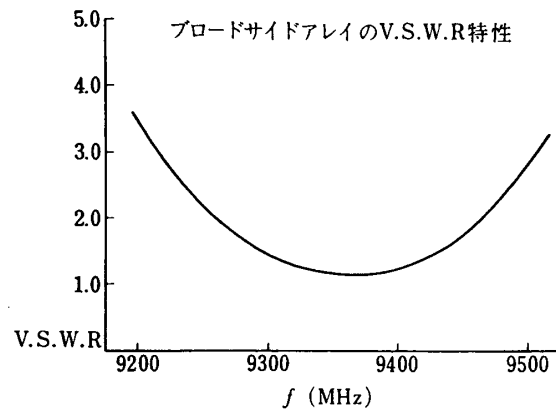
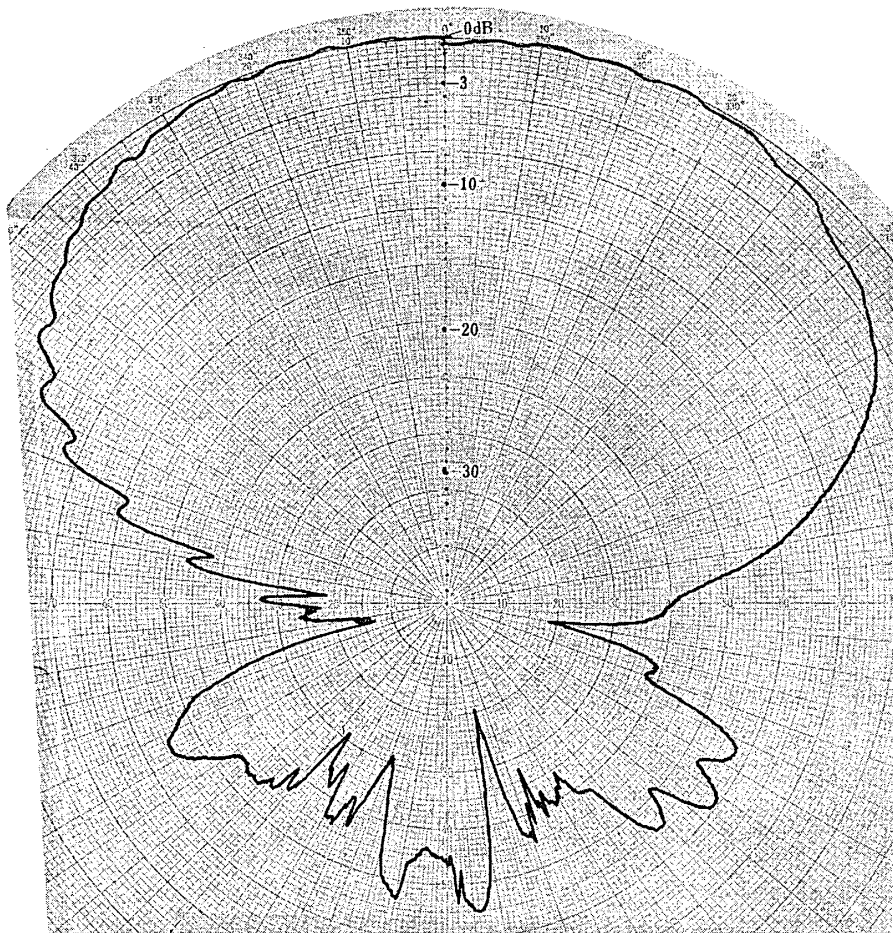


図 13

図 14 a $f=9380$ MHz, スロット自体のパターン. H 面実測値

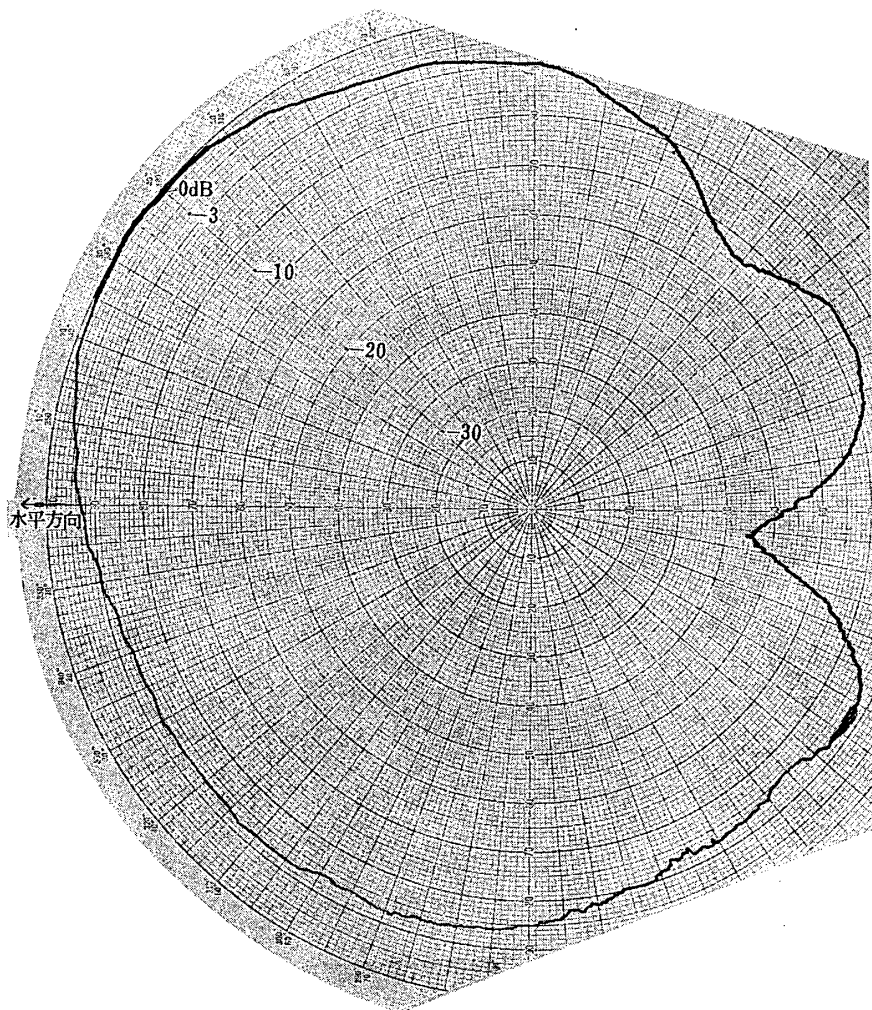
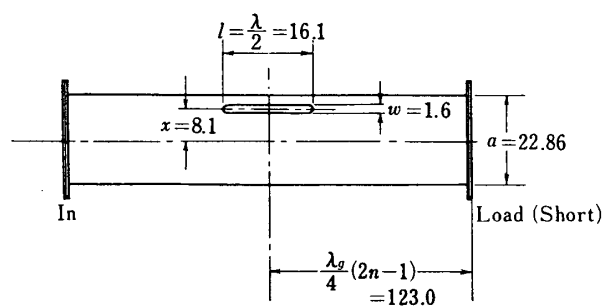


図 14 b $f = 9380 \text{ MHz}$, スロット自体のパターン, E 面実測値



WRJ-10, $g=1$

スロット自体のパターン測定のための
One Slot Antenna (共振型)

図 14 c

(b) 20 度ビーム偏向アレイ (進行波型)

周波数 8500 MHz, サイドロープレベル -30 dB, ビーム幅 6 度, ビーム偏向角 20 度としたとき, 素子数は 22 となる. コンダクタンス分布を図 15 に, 実測した輻射パターンを図 16

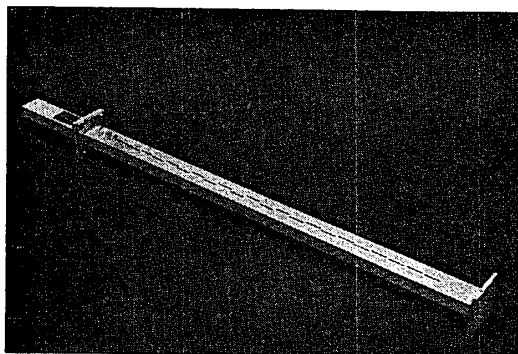


写真 b 20 度ビーム偏向アレイ

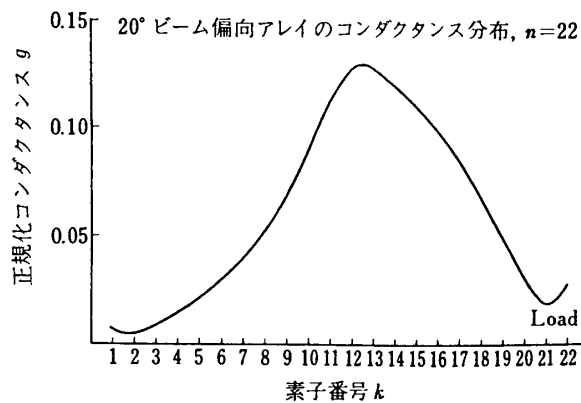
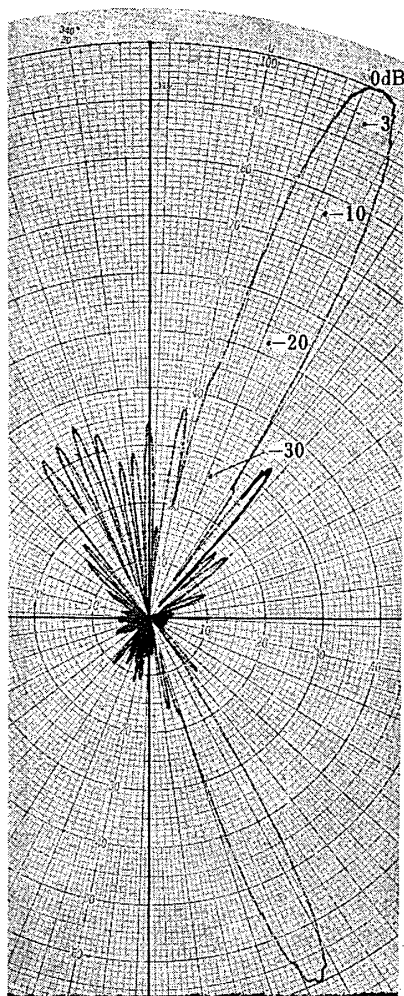
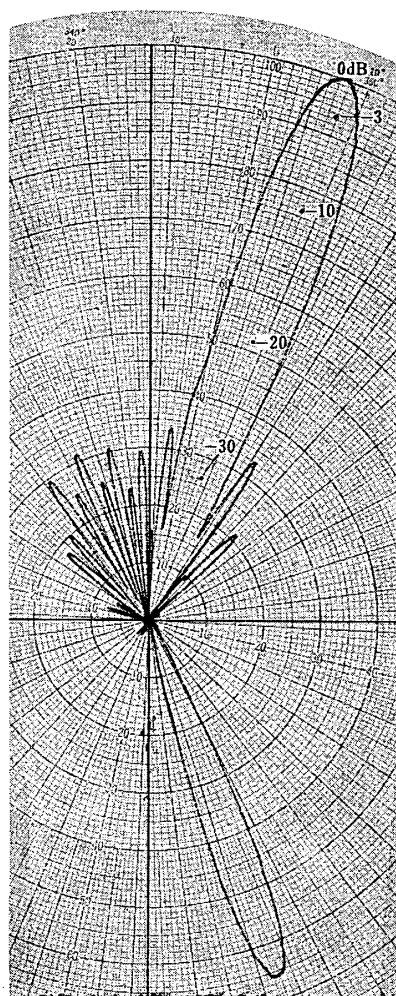


図 15

図 16 a $f=8200$ MHz, H 面実測値図 16 b $f=8500$ MHz, H 面実測値

a, b, c, d に, スロットを点波源としたときのパターンの理論値を図 16e に, スロット自体のパターンを考慮したときのパターンの理論値を図 16f に示した. なお, V.S.W.R 特性を図 17 に示した. 結果をまとめて表 2 に示す.

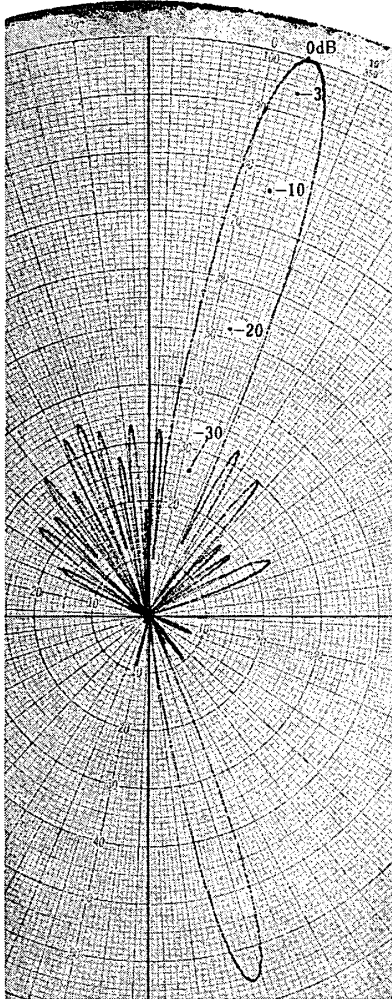


図 16 c $f=8800\text{ MHz}$, H 面実測値

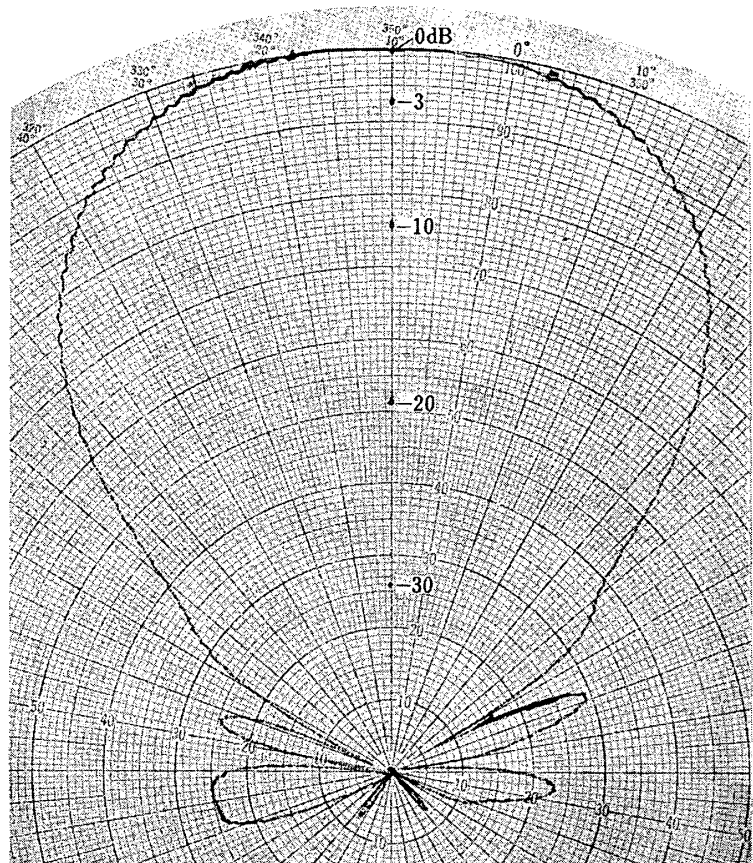


図 16 d $f=8500\text{ MHz}$, E 面実測値
(メインローブを含む面内のみ)

表 2 20 度ビーム偏向アレイ

	偏波面	f (MHz)	サイドローブ レベル (dB)	ビーム幅 (deg.)	Back lobe (dB)	$2\theta b'$ (deg)*	偏向角 θ_0 (deg.)
設計値	H	8500	-30.0	6.0	—	—	20.0
実測値	H	8200	-26.0	6.0	-12.8	5.7	24.2
		8500	-27.2	5.6	-14.1	5.4	20.0
		8800	-27.6	5.3	-14.0	5.4	16.0
	E	8500	—	47.0	—	—	—

使用導波管 WRJ-10, $n=22$, $d=18.02$

輻射効率 $\eta=0.75$ * $2\theta b'$: Back lobe のビーム幅

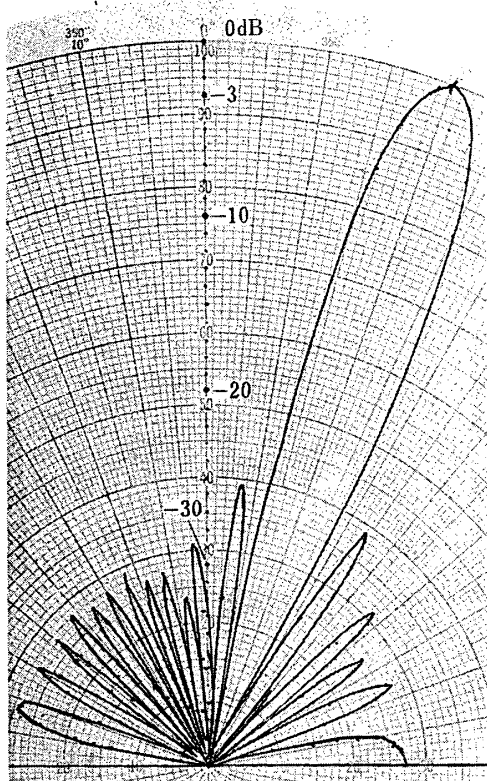


図 16 e $f=8500\text{MHz}$, スロットを点波源と仮定したときの H 面理論値

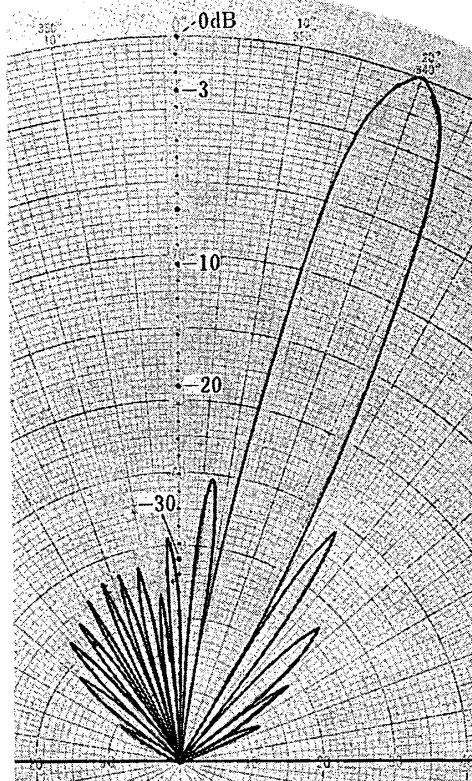


図 16 f $f=8500\text{MHz}$, スロット自体のパターンを考慮したときの H 面理論値

図 16 a ~ f 20 度ビーム偏向アレイのパターン

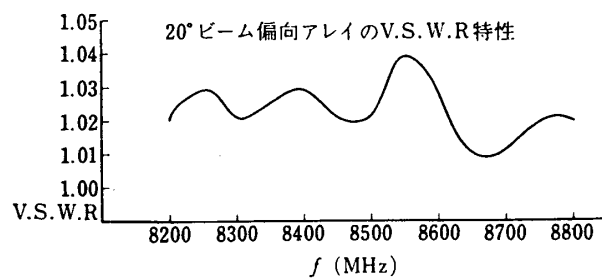


図 17

4. む す び

以上の様に、両アレイとも設計値と実測値はほぼ一致し、スロットを点波源と仮定し、ドルフーチェビシェフ分布を用いても大きな困難はないことが判明した。実験結果から見る限り、スロット間の相互結合の影響は顕著ではなかったもようである。

なお、実験結果から注目されることには、バックローブの問題がある。両アレイとも、その値が非常に大きい。これは E 面内での回り込みによるものと考えられる。しかしながら実際問題として、このようなアレイは通常プラナーアレイとして用いられるため、この問題は、さほど重大ではないと考えられる。

付録 ドルフーチェビシェフ振幅分布の例

素子数 n	サイド ローブ レベル $R(\text{dB})$	x_0	振 幅 分 布									
			A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
8	30	1.180659	12.20	9.90	6.33	3.20						
	35	1.236345	23.05	18.08	10.69	4.42						
	40	1.300387	43.04	32.69	17.99	6.29						
	45	1.373226	79.62	58.72	30.28	9.21						
	50	1.455355	146.26	105.04	51.10	13.83						
	55	1.547331	267.15	187.39	86.57	21.24						
	60	1.649778	485.78	333.66	147.30	33.26						
12	30	1.071902	8.13	7.44	6.20	4.65	3.06	2.15				
	35	1.093585	15.52	13.98	11.26	7.98	4.82	2.68				
	40	1.118260	29.30	25.66	20.22	13.57	7.54	3.42				
	45	1.145996	54.79	47.80	36.05	22.96	11.75	4.48				
	50	1.176871	101.73	87.46	63.96	38.74	18.34	6.00				
	55	1.210970	187.82	159.22	113.06	65.29	28.73	8.21				
	60	1.248387	345.12	288.70	199.39	110.09	45.24	11.48				
16	30	1.038457	6.05	5.77	5.23	4.49	3.64	2.76	1.92	1.76		
	35	1.049973	11.61	10.96	9.74	8.13	6.32	4.51	2.90	2.08		
	40	1.063033	21.99	20.57	17.95	14.24	10.83	7.30	4.32	2.50		
	45	1.077659	41.30	38.28	32.80	25.81	18.44	11.73	6.40	3.07		
	50	1.093872	77.03	70.77	59.54	45.54	31.25	18.79	9.47	3.84		
	55	1.111696	142.86	130.13	107.57	80.03	52.79	30.06	14.01	4.90		
	60	1.131158	263.74	238.23	193.58	140.21	89.03	48.09	20.81	6.35		
20	30	1.023912	4.81	4.67	4.39	4.00	3.52	2.98	2.43	1.88	1.37	1.57
	35	1.031050	9.24	8.91	8.28	7.41	6.35	5.21	4.06	2.97	2.02	1.79
	40	1.039133	17.54	16.82	15.44	13.56	11.34	8.98	6.70	4.63	2.91	2.07
	45	1.048170	33.02	31.47	28.55	24.61	20.06	15.37	10.97	7.17	4.17	2.44
	50	1.058170	61.71	58.48	52.44	44.38	35.28	26.15	17.87	11.04	5.95	2.93
	55	1.069140	114.71	108.09	95.81	79.65	61.77	44.31	29.01	16.95	8.47	3.56
	60	1.081093	212.28	198.90	174.32	142.40	107.78	74.88	47.02	26.01	12.07	4.40

最後に、この研究を推進するに当たり、御便宜をいただいた当所斎藤教授、電波暗室の市川、須田、谷岡の三氏、計算機室の宮尾氏、および当研究室協同研究員井上氏に感謝いたします。

1971 年 4 月 28 日 計測部

参 考 文 献

- [1] C. L. Dolph: A Current Distribution for Broadside Arrays which Optimizes the Relationship between Beam width and Side lobe level. *proc. IRE* 34, No. 6, pp. 335~348, June, 1946
- [2] J. D. Kraus: *Antennas*, Sec. 4-8, McGraw-Hill, New York, 1951
- [3] Henry Jasik: *Antenna Engineering Hand book*, pp. 16~30, McGraw-Hill, New York, 1961
- [4] S. Silver: Sec. 9, 11, 12 *Microwave Antenna Theory and Design* pp. 291~299, McGraw-Hill, New York, 1949
- [5] Longitudinal Shunt Slot parameters, *The Microwave Engineers Hand book and buyers guide*. pp. 151, 1964
- [6] 内田, 虫明: 超短波空中線, コロナ社, 昭和 30 年
- [7] 谷村: Kraus〔空中線〕上下巻, 近代科学社
- [8] H. T. Riblet: Discussion on Dolph's paper, *Proc. IRE* 35, No. 5, p. 489~492, May 1947
- [9] 牧本, 松尾: マイクロ波工学の基礎, 広川書店, 昭和 39 年
- [10] 森田, 河津, 関口: マイクロ波アンテナ, オーム社, 昭和 33 年
- [11] 岡田, 田宮, 飯口: 回転ビーム形ドプラーレーダー用プラナーアレイアンテナ, 信学会 1965