

航空機用アルミニウム合金の疲労による クラックの発生と伝ば (1)

小 原 翳 朗・武 藤 範 雄

Fatigue Fracture and Crack Propagation in Aluminum Alloys (1)

By

Shiro KOHARA and Norio MUTO

Abstract: Fatigue behaviours in aluminum and 2024-T3 aluminum alloy were investigated. The fatigue test was carried out with a sheet specimen loaded repeatedly at various stress levels. It has been found that the directional change in mechanical properties of the tested sheet materials and the change in size of a fatigue specimen have no appreciable effects on the $S-N$ curves. It has been observed that fatigue cracks propagate along the principal stress plane in 2024-T3 aluminum alloy, but along the principal shear stress plane in pure aluminum. In the case of repeated stress cycle test at tension levels, a single crack was nucleated and grew to fracture, however, in the case of reversed cycle test a number of small cracks were nucleated, and then a single crack was formed linking them. The length of propagating fatigue crack was related exponentially to the number of stress cycles in the repeated stress cycle test, but no simple relationship was found in the reversed stress cycle test. Metallographic observations also have been made to investigate the inception of fatigue cracks.

概 要

航空機に用いられる代表的なアルミニウム合金である2024合金の疲労に関する研究を行なった。実験は平板試験片に対して、一軸方向に繰返し荷重を加える方法を用いた。2024合金と同時に純アルミニウムについても同様な実験を行なって、疲労に伴う挙動を比較した。実験の結果、 $S-N$ 曲線に関しては、材料の力学的性質の異方性、試験片の寸法効果などによる差はほとんど認められない。平均応力が引張状態になるほど疲労に対する寿命は短くなる。疲労破断面は、2024合金の場合は主応力面に近い面になるが、純アルミニウムの場合は主せん断応力面に近い面になる。疲労に伴うクラックの発生と伝ばは、荷重の加え方によって異なる。片振り荷重の場合は1本のクラックが発生し、これが成長して破断に至るが、両振り荷重の場合は多数の微小クラックが発生し、これがしだいにつながって破断に至る。クラックの成長は、片振り荷重の場合はクラックの長さの対数が繰返し数に対して直線関係を示すが、両振り荷重の場合は直線関係は認められない、などの結

論が得られた。さらにクラックの発生に関して、金属組織的な観察も行なった。

1. まえがき

航空機の構造材料にとって、疲労は重要な問題である。1954年のコメット機の遭難が、構造材料の疲労破壊によるものであったということが明らかにされて以来、航空機の構造材料の疲労に関して多くの研究が行なわれてきた。これらの研究によって各種の材料の疲労現象がしだいに明らかにされてきたが、全体の傾向をみると、その重点は初期の段階における設計の基礎となるデータを得るための研究から、近年は疲労によるクラックの発生とその伝ばの問題へと移行しつつある。これは一つには航空機の設計の根本思想が“safe-life”から“fail-safe”へと変わってきたことによるものであり、また一方では、疲労破壊の現象を金属材料の微細組織との関連において解明しようとする最近の傾向の現われであると考えられる。

航空機の構造材料として使用されるアルミニウム合金は、ジュラルミンの名で知られている時効硬化型の合金が大部分を占めている。これらの時効硬化型のアルミニウム合金は、その高い静的強さと密度の小さいことによる強度一重量比の高さが、航空機の構造材料としての最大利点となっているのであるが、疲労に対しては特異な挙動を示すことが知られている。すなわち、普通の金属材料は疲労の耐久限度と引張強さの比は大体一定であって、引張強さが強いものほど耐久限度も高いが、これらの時効硬化型のアルミニウム合金は、その高い静的強さにくらべて、疲労強さはそれほど高い値を示さない[1]。この問題はかなり古くから知られていて[2]、これに関してこれまでに多くの研究が積み重ねられているが、現在においてもまだその原因は明らかでない。

この研究は、上に述べたような問題に関連して、航空機の構造材料として代表的なアルミニウム合金で、いわゆる“超ジュラルミン”的名で知られている2024合金をとりあげ、その疲労に伴うクラックの発生と伝ばの現象を、合金の金属組織との関連において解明しようとしたものである。

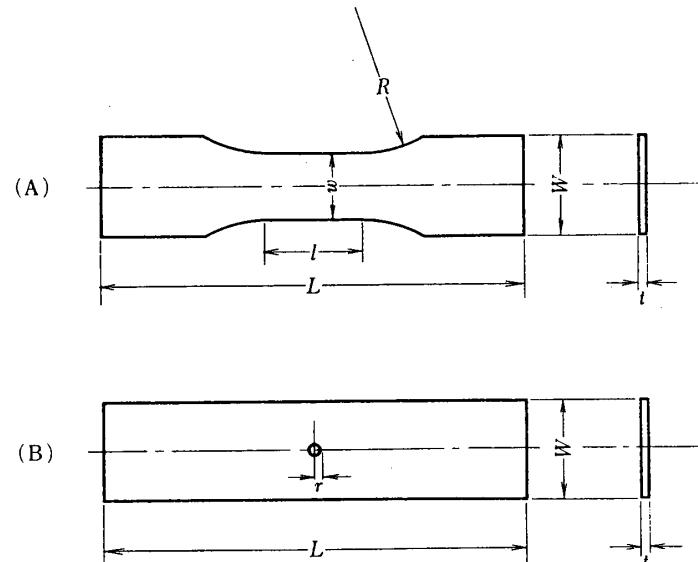
2. 実験方法

(1) 試験片

実験に用いた材料は市販の2024合金の圧延板で、T3処理（溶体化処理後冷間加工をしてさらに自然時効させる）を施したものであって、JIS記号によればA3P4-T3材である。また、この合金と純アルミニウムの挙動を比較するために、純度99.5%のアルミニウムの板材(A1050P)を求めて同じ実験を行なった。これは1/2H材(半硬質材)およびO材(焼鈍材)であるが、同じ厚さの板材入手することが困難であったため、2024合金と1/2H材は2mm厚、O材は1.2mm厚である。これらの材料の耐力、引張強さ、伸び、硬さなどの測定値を第1表に示す。板材であるため、これらの値は圧延方向(RD)と横方向(TD)で多少の差がある。これは圧延および焼鈍などによって生じた結晶配向の異方性によるものであるが、圧延方向と横方向の差は個々の試験片の間の差よりも大きく、明らかに有意の差がある。すなわち、この材料の力学的性質には異方性がある。

第1表 実験に用いた材料の力学的性質.

材 料	降伏強さ [kg/mm ²]		引張強さ [kg/mm ²]		伸び [%]		硬さ (Hv)
	(RD)	(TD)	(RD)	(TD)	(RD)	(TD)	
2024 合金 (A 3 P 4-T 3)	40.9	38.1	52.8	51.6	22.5	19.9	63.4
アルミニウム(1/2 H 材) (A 1050 P-1/2 H)	11.8	12.3	13.6	14.6	12.0	9.1	19.2
アルミニウム(O材) (A 1050 P-O)	4.6	3.9	10.0	9.1	38.6	51.5	8.5



	L	W	l	w	R	r	t
A	150	30	30	20	40	—	2.0
A'	330	55	50	30	50	—	2.0
B	150	30	—	—	—	1.5	2.0

(単位: mm)

第1図 試験片の形状および寸法.

試験片は第1図に示すような形状のものを用いた。A試験片はおもに $S-N$ 曲線の決定に用い、B試験片は特定の位置にクラックを発生させて、その伝ば速度を測定するために用いた。B試験片の場合は、ほとんど例外なしに中央の穴の側面にクラックが発生し、これが外側面に達するという過程を経て破断に至る。

(2) 試験条件

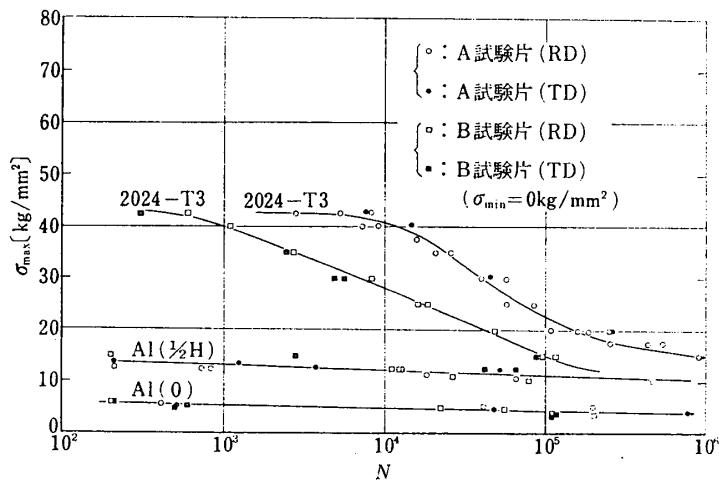
疲労試験は、島津製作所製サーボ・パルサ EHF-10型を用いて行なった。試験片に加えられる荷重の変化は正弦波の形であるが、その上限および下限の値を変えて、試験片の内部

の応力状態および応力の振幅を変化させた疲労試験を行なった。荷重の繰返し負荷速度は 25 Hz で一定に保った。

3. 実験結果

(1) S-N 曲線

2024 合金および純 Al の S-N 曲線を第2図に示す。2024 合金の S-N 曲線は S 字状となり、純 Al の S-N 曲線は直線状であるが、純 Al の場合も応力軸を拡大すればやはり S 字状の曲線になる。純 Al の場合、焼なまし状態の○材にくらべて加工状態の 1/2 H 材の方が高い疲労強さを示す。



第2図 2024 合金および純 Al の S-N 曲線。

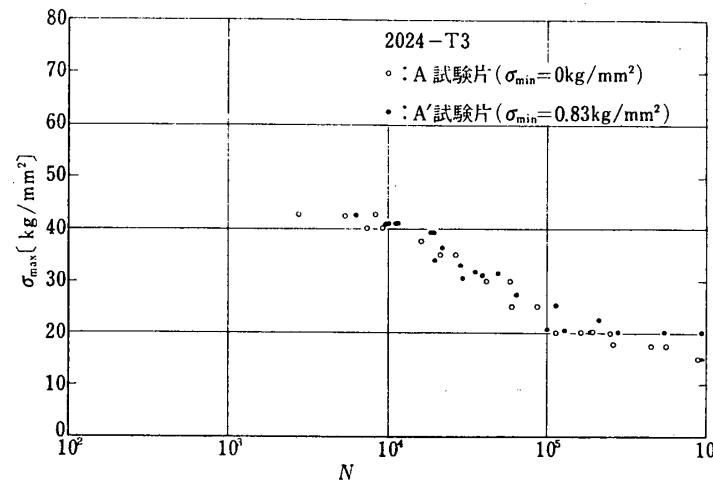
(2) 材料の異方性の影響

第1表に示すように、静的試験によるこの材料の力学的性質は、圧延方向 (RD) と横方向 (TD) でかなり差があるが、S-N 曲線のうえでは合金の場合も純 Al の場合も圧延方向と横方向の差はそれほど顕著ではない(第2図)。これは、A 試験片の場合も B 試験片の場合も同じである。

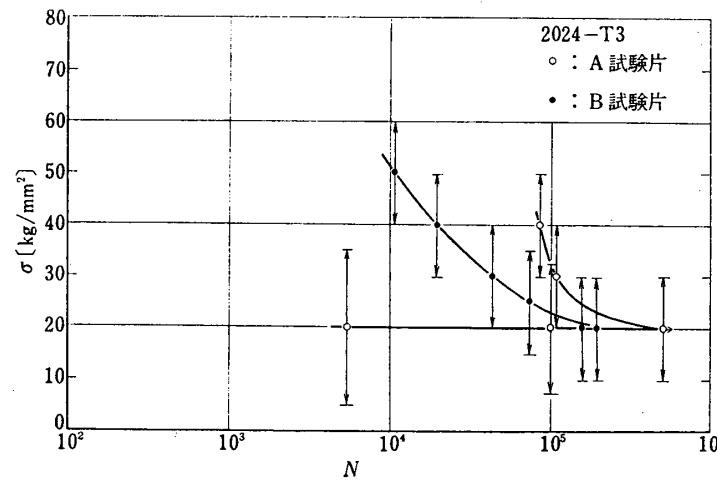
(3) 試験片の寸法効果

試験片の寸法の S-N 曲線に対する影響を第3図に示す。この図の大きい試片 (A' 試片) によるデータは、他の研究室による測定結果 [3] である。本実験に用いた試験片 (A 試験片) は、これらの試験片 (A' 試験片) と同一の板から得たものである。しかし実験条件の下限応力の値が同じでないで厳密ではないが、寸法効果はほとんどないと考えてよいであろう。これは回転曲げ、あるいは繰返しねじり疲労試験の場合と異なり、このような軸方向荷重を受ける平板試験片の疲労試験の場合は、寸法効果がほとんど認められない [4] という事実を示している。

(4) 応力振幅および平均応力の大きさの影響



第3図 S-N曲線に対する試験片の寸法効果。

第4図 応力振幅および平均応力の大きさによる疲労強さの変化
(矢印は応力振幅を示す)。

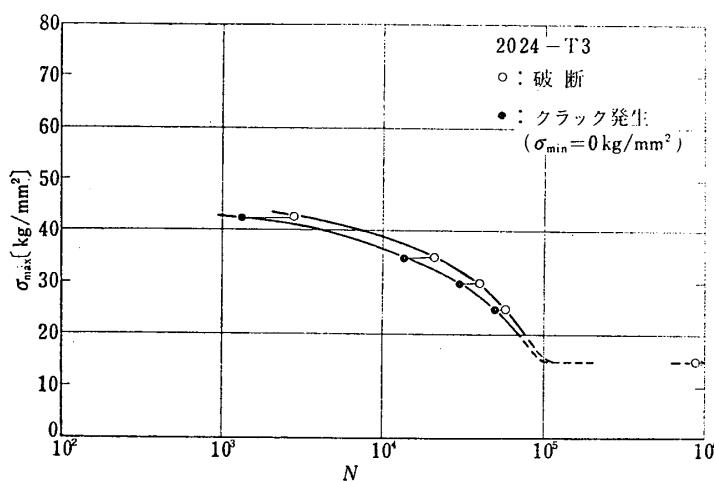
上限応力 (σ_{\max}) および下限応力 (σ_{\min}) を変化させて、平均応力 $\sigma_m = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2$ および応力振幅 $\sigma_r = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$ の値の変化の疲労強さに対する影響を調べた結果を第4図に示す。この結果によると、応力振幅を一定にした場合は、平均応力が増すほど破壊に至る繰返し回数、すなわち寿命は減少する。これは、

- (a) 引張応力が生じた状態で応力が変動する場合（引張応力状態での片振り荷重）
- (b) 無応力状態と引張応力の繰返しの場合（片振り荷重）
- (c) 引張応力と圧縮応力の繰返しの場合（両振り荷重）

を比較すると、両振りの引張一圧縮の場合が最も寿命が長いということになる。これは、平均応力が引張応力の場合は耐久限度が低下するが、圧縮応力の場合は逆に増大する、という Sines の実験結果 [5] と一致している。また同じ両振りの場合でも、応力振幅が増せば寿命は減少する。

(5) クラックの発生と伝ば速度

$S-N$ 曲線は、ある応力状態における材料の破断に至る時間を示しているが、実際にはクラックは、破断よりはるかに先行して発生している場合が多い。同一の試験片で、クラックが発生した時間と破断した時間を分けて観察した結果を示すと、第5図のようになる。これによると、クラックが早く発生した試験片は早く破断し、遅く発生した試験片は遅く破断するということが分る。また応力レベルが低くなると、クラックの発生から破断に至る時間が長くなる傾向があることが認められる。



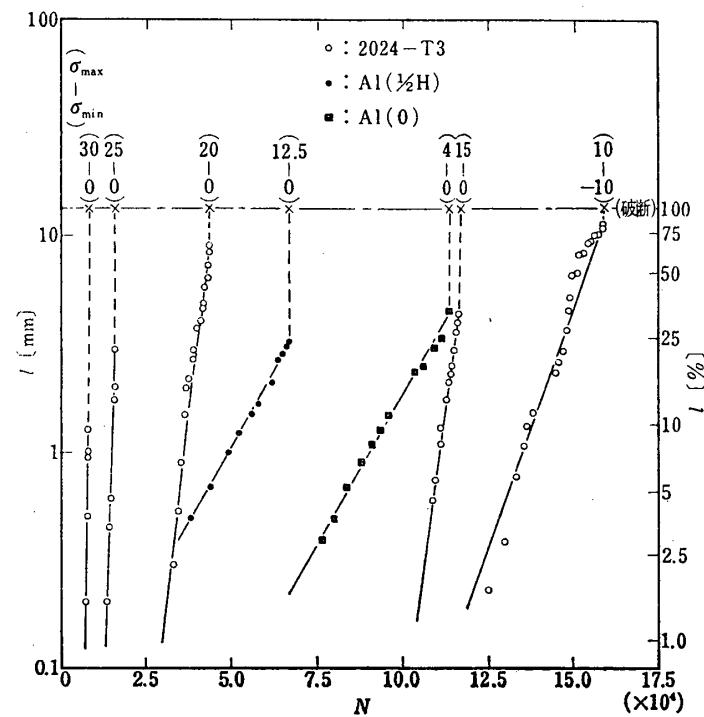
第5図 疲労におけるクラックの発生と破断。

疲労試験中に最初のクラックの発生の瞬間を観察することは非常に困難であって、光学的観察によってクラックとして認められるのはかなりの大きさに達した後であるので、実際にはクラックの発生はこの曲線よりさらに先行しているものと考えられる。

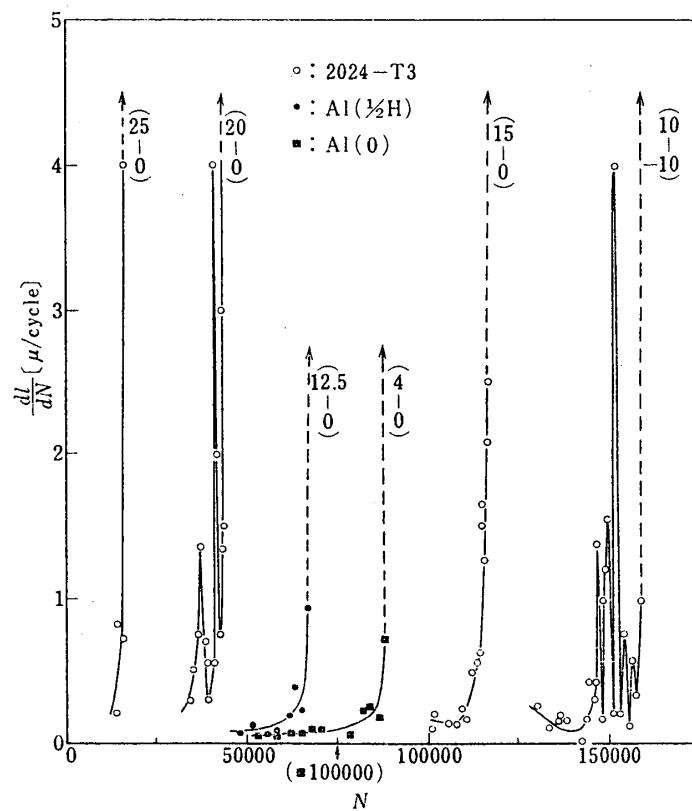
(6) クラックの伝ば速度

クラックの伝ば速度の測定は、すべてB試験片を用いて行なった。それは、B試験片の場合、例外なしに中央の穴の（荷重方向に対して垂直方向）側面にクラックが発生し、クラックの発生位置およびその伝ば方向を予測しやすいためである。クラックの長さの測定は、試験片の表面の拡大写真を撮影し、写真的うえで実測した。この場合、クラックの像を明瞭にするために、染色浸透探傷剤「ライト・チェック」を併用した。

クラックの長さ (l) と時間(繰返し回数) (N) の関係は第6図のようになり、片振り荷重の場合は応力の大きさが変わっても、クラックの長さの対数は繰返し回数に対して大体直線関係を示す。これは純Alの場合も同様な傾向を示している。この図から明らかなことは、クラックの長さはある点までは上に述べた直線関係を示すが、それ以後は急激に成長して破断に至る。すなわち、クラックが試片を横切って外側面に達する。クラックの伝ば速度 (dl/dN) を繰返し回数 (N) に対してプロットすると、第7図のようになる。これから、クラックの長さの対数が繰返し回数に対して直線関係を示す場合は、最初伝ば速度は低い値で、



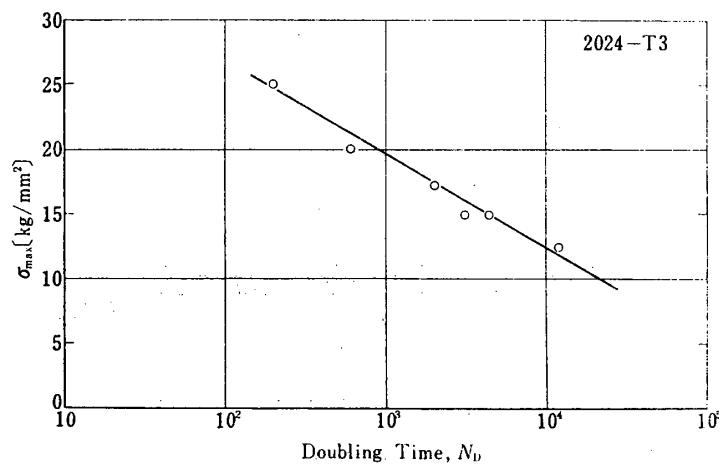
第6図 疲労クラックの成長.



第7図 疲労クラックの伝播速度. (Al (O) の曲線は他の曲線と重なるため位置をずらして示す.)

大体一定に保たれるが、つぎに急速に増加して破断に至ることがわかる。第7図から、片振り荷重の場合クラックの伝ば速度は応力振幅にあまり関係がなく、また2024合金の場合も純Alの場合も大体同じ傾向を示すこと、さらにクラックが試験片の幅の20~50%に達すると伝ば速度が急激に速くなって破断に至ることなどが明らかである。

Hunterら[6]はクラックの伝ば速度を表わす量として“doubling time”を用いている。これはある時点におけるクラックの長さが、その2倍の長さに達する時間(繰返し回数)であって、彼らは繰返し応力の大きさとdoubling timeの対数が直線関係になることを報告しているが、この実験においても同様な結果が得られた(第8図)。



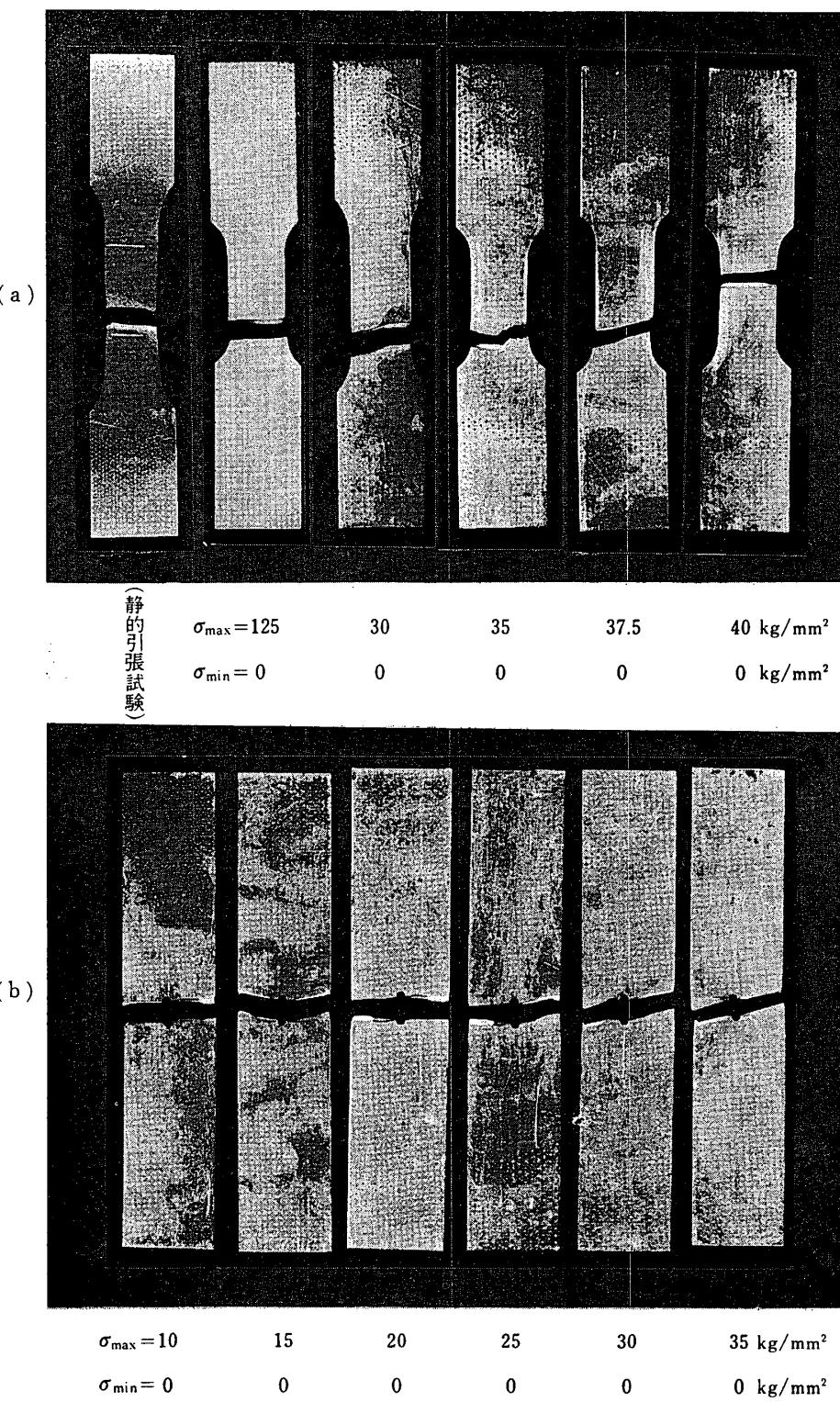
第8図 繰返し応力レベルに対する疲労クラックのdoubling timeの変化。

(7) 疲労破断面の方向

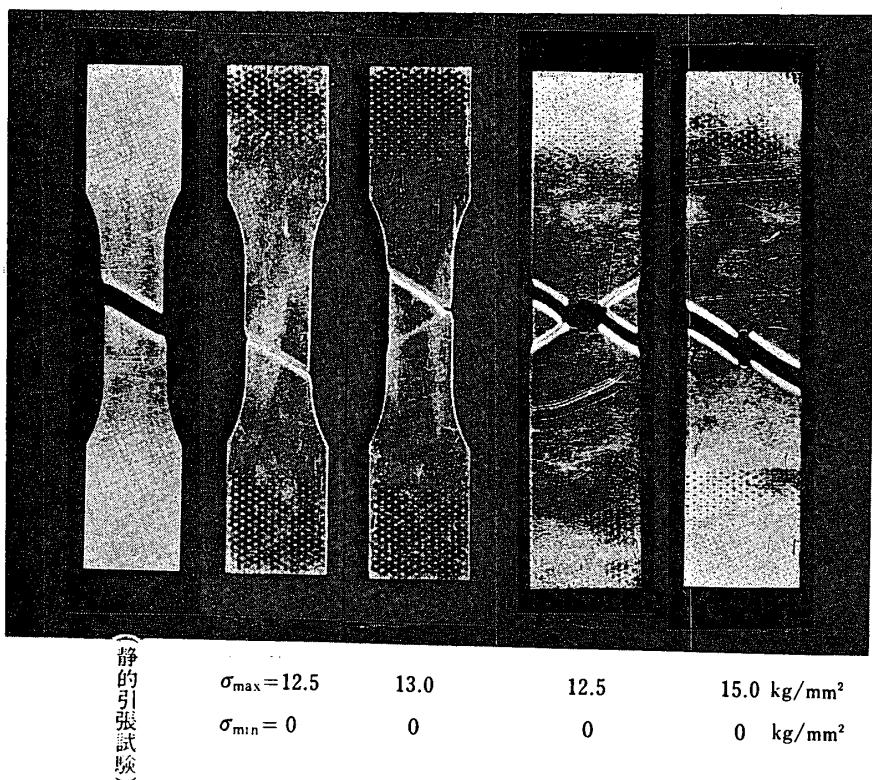
一般に、金属材料の疲労によって生じる破断面の発生は、静的試験により生じる破断面の発生と関連があるといわれている。これは材料の性質および繰返し応力の大きさなどによって異なる。すなわち、硬い材料では破断面は最大せん断応力面と一致するが、軟かい材料では破断面は最大主応力面と一致する傾向がある。一方、繰返し応力が耐久限度を越えて大きくなるほど破断面が最大せん断応力面に近くなる傾向がある[7]。この実験では、疲労試験の結果2024合金は荷重方向に垂直な面で破断したが、純Alは荷重方向に55~60°傾いた面で破断している(第9図、第10図)。これは、これらの材料の降伏応力、伸びおよび硬さなどの値(第1表)の比較から大体予想されることではあるが、上記の傾向とよく一致した結果を示している。また2024合金の場合、A試験片、B試験片とも繰返し応力の増加に伴って破断面が最大主応力面から最大せん断応力面の方向に変化する傾向が見られる(第9図(a), (b))。

(8) 金属組織的観察

B試験片の場合、クラックの発生位置はどの試験片でも中央の穴の側面であってほとんど一定であるが、破断に至るクラックのマクロ的な伝ば経路は材料によってそれぞれ特長がある。純Alの場合は荷重方向に対して最大せん断応力方向にくびれが発生し、それに沿って



第9図 繰返し応力の増加に伴う破断面の方向の変化 (2024合金).
(a) A試験片, (b) B試験片

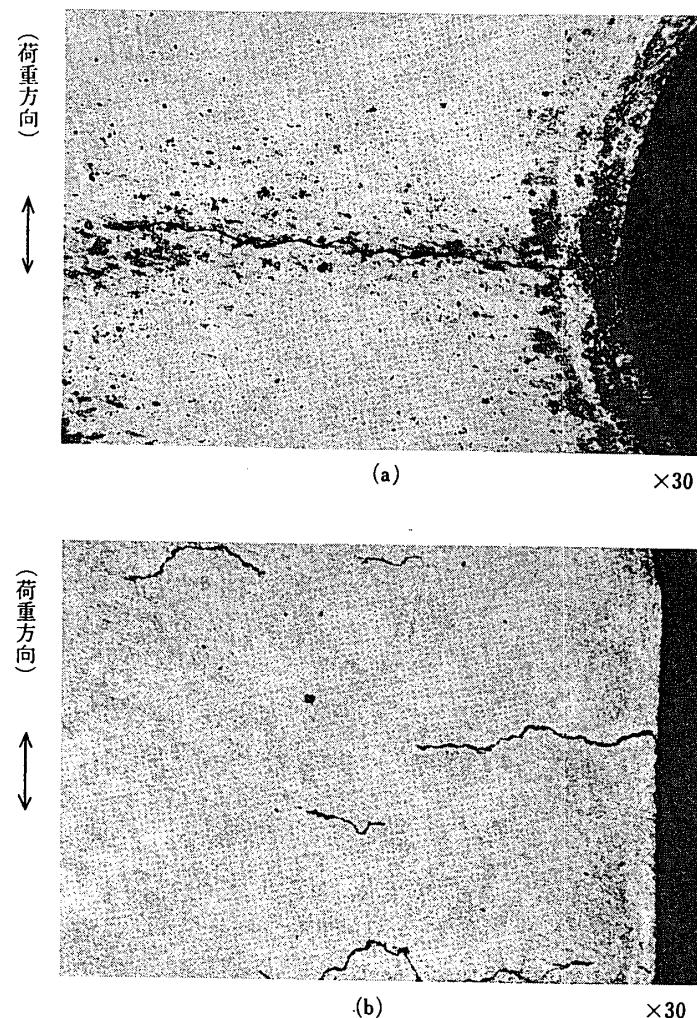


第10図 純Alにおける破断面の方向.

クラックは伝ばしてゆく(第10図)が、2024合金の場合は、クラックは最大主応力面に沿う方向に伝ばする傾向がある(第9図)。さらにミクロ的な金属組織的観察によると、大変興味深い点は、片振りの場合のように一方向的な荷重が加わる場合は、一本のクラックが成長して破断に至る(第11図(a))が、両振りの引張一圧縮荷重の場合は、荷重と垂直な方向に平行に伸びた細かい多数のクラックが発生することである(第11図(b))。そして、これらのクラックがつながって大きいクラックが形成される、という過程を経て破断に至る。

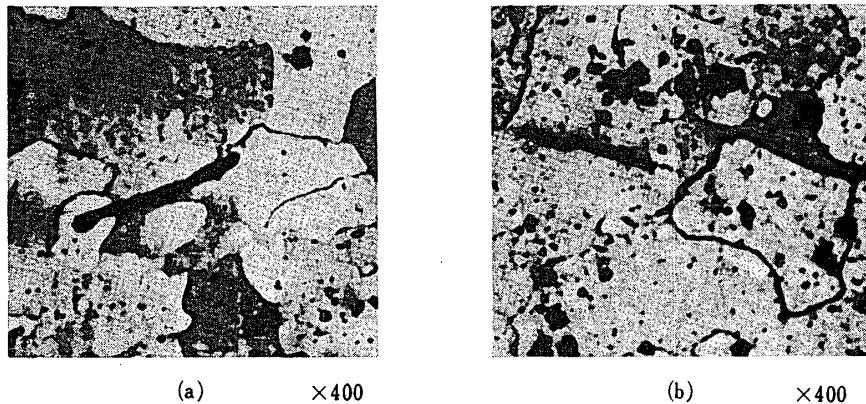
4. 考 察

疲労破壊に関しては、クラックの発生とその伝ばの機構の解明が最も重要な問題である。最初にクラックの発生について考えると、クラックがGriffithの理論[8]のような機構で成長するとしても、金属材料の場合はガラスや無機材料のように内部に先在的な微小クラックが存在することは考えがたい[9]。このため、何らかの微小クラックの発生源を考えなければならない。金属の場合、転位が微小クラックの発生源としての役割を果していると考えられ、これまでに転位の集積による応力の集中や、転位の交差などによる微小クラックの発生機構がいくつか提案されている[9][10]。転位の集積の原因となる障害物としては、結晶粒界、析出物などであるとされている。したがって、結晶粒界や析出物の近傍などはクラックが発生しやすい。



第11図 疲労クラックの発生 (2024合金).
(a)片振り荷重, (b)両振り荷重

この実験においては、2024合金の場合は両振り荷重の場合にのみそのような内部的な原因によるクラックの発生が観察されたが、片振り荷重の場合は、試験片の表面で発生したと思われるただ1本のクラックが成長している。両振り荷重の場合に発生した微小クラックは、かなり成長した段階のものしか観察できなかったが、このようなクラックは大部分荷重方向と垂直な方向に伸びている(第11図(b))。しかし局部的にはいろいろな方向に湾曲した部分があり、その一部に数個の結晶粒の集まった粒界に沿って伸びている部分がある(第12図(a))。これはおそらく、最初このような粒界の部分に発生した微小クラックが成長したものであると考えられる。一方、これに対して1個の結晶粒内に両端をもつ微小クラックも少数ではあるが観察される(第12図(b))。このようなクラックはおそらく、転位の交差あるいは析出物周辺の応力集中の機構で発生したクラックであろう。このような段階においては、粒界に接する結晶粒の方位差、あるいは荷重方向に対する結晶粒の傾きなど、クラッ



第12図 疲労クラック発生の初期段階 (2024合金、両振り荷重). (a)結晶粒界に発生したクラック, (b)結晶粒内に発生したクラック

クの発生に関して結晶学的な各種の要因が関与している。すなわち、材料の異方性の影響が現われるといえるであろう。片振り荷重の場合は、ただ1本のクラックのみが成長しているのが観察されるが、これは、クラックの発生が上に述べたような機構によるよりは、むしろ表面一特に試験片のふちの部分一に存在した微小な切欠きが原因で応力集中が起り、クラックが発生したものと思われる。

しかし一度クラックが発生すると、片振りの場合も両振りの場合も、クラックの先端における応力集中がさらにクラックを成長させるが、この場合のクラックの成長は、試験片のマクロ的な形状とサイズおよび材料の力学的性質によって定まる特定の方向に向かうようになると考案される。したがって、この段階ではクラックは結晶粒界でも粒内でもこれを横切って成長が進行し、もはや材料の結晶学的な異方性というようなことにはあまり影響されない。このため、この実験結果でも示されているように、疲労強さは材料の異方性によって、それほど影響を受けないのであろう。

つぎにクラックの伝ばについて考えると、クラックの伝ば速度については幾つかの式が提出されている。クラックのまわりのひずみ分布がつねに相似であるという前提から、クラックの伝ば速度はそのときのクラックの長さに比例する。すなわち、

$$\frac{dl}{dN} = \alpha l \quad (1)$$

l : クラックの長さ, N : 繰返し数, α : 定数

したがって、

$$\ln l = \alpha N + b \quad (2)$$

b : 定数

となる[6]。これに対して、

$$\ln l = \alpha \ln N + \ln b \quad (3)$$

という式[11]、あるいは、

$$l = \alpha N + b \quad (4)$$

などの式[12]も提出されている。しかし、この実験の結果からは、クラックの長さの対数

を繰返し数に対してプロットした図（第6図）が最もよく直線関係を示していて、(2)式の関係によく一致する。Hunterら[6]も同様に、実験結果が(2)式の関係によく一致することを報告している。しかし、両振り荷重の場合は直線からのずれがかなり大きく、かならずしも(2)式の関係が成立つとはいがたい。これは、両振り荷重の場合は多数の微小クラックが発生し、これがつながってクラックが成長するという過程をとるが、このとき二つのクラックが接近すると局部的に応力集中に対する緩和現象が起り、クラックの成長速度が遅くなる。一方、二つのクラックがつながると急に長さが増すということの繰返しによってクラックの成長が進むためであると考えられる。したがって、このような過程から考えると、両振り荷重の場合は(2)式の直線関係は成り立たないといってよいであろう。

(2)式の関係が成立つ場合は、クラックの伝ばのどの段階においても、そのときのクラックの長さが2倍になるまでの繰り返し数は一定の値になる。これが“doubling time”の概念であるが、繰返し応力のレベルとそれに対応する doubling time の対数は、近似的に直線関係を示すことが報告されている[6]。この事実は、この実験においても認められた(第8図)。

疲労破壊におけるクラックの成長は、

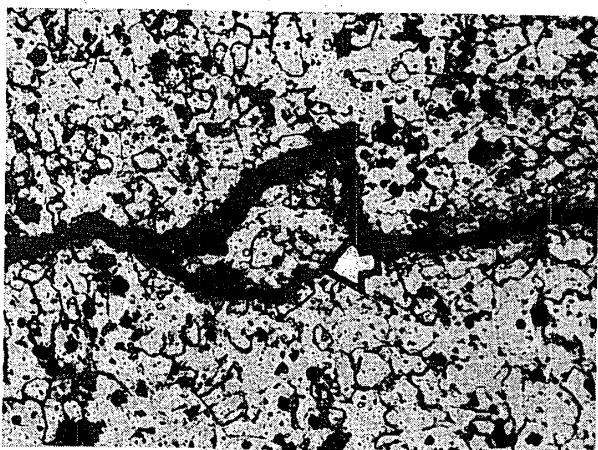
- (1) 初期クラック (Incipient Crack)
- (2) 停滞クラック (Hesitating Crack)
- (3) 貫通クラック (Running Crack)

の3段階にわかれ、クラックの成長速度は最初は速いがしだいに遅くなり、かなりの間違い状態が続いた後に急速に増加して破断に至るとされている[13]。この実験においてもクラックの成長速度は、大体そのような段階を経て変化していることが認められる。しかし両振り荷重の場合は変動がはげしい(第7図)。これは上に述べたような過程を経てクラックが成長するためである。この実験で用いた方法では、クラックの成長のきわめて初期の段階を観察することが困難であるため、初期クラックの段階における変化はあまり明瞭ではない。

金属材料中の析出物は、転位の移動に対する障害物として作用し、転位の集積を生じて微小クラック発生の原因となると考えられている。しかし、結晶粒内に存在する析出物がクラック伝ばの障害物として作用する場合もあり得る。第13(a)図は1本のクラックが成長した例であるが、このなかにクラックが枝分かれした部分(矢印)が観察される。このクラックの進行方向から考えて、おそらくここでクラックの進行が妨害されたために別な方向に進路を変えたものと考えられる。この部分を拡大したものが(b)図であり、またX線マイクロアナライザーによって分析を行なったのが(c)図である。(c)図はCuK α 線のX線像であるが、この進行の止まったクラックの先端に存在する物質がCu richであって、CuAl₂の析出物であることを示している。このように、クラックの伝ばは析出物などによって進行を妨げられるが、その場合は進行方向を変えて障害物のない部分を経て伝ばしてゆく。したがって疲労クラックの伝ばに対する抵抗は、クラック先端における応力集中と、それに対する材料のマトリックス部分の強さとの関係で決まり、疲労強さに対しては析出物は静的試験の場合ほど重要な役割を果していないと考えられる。

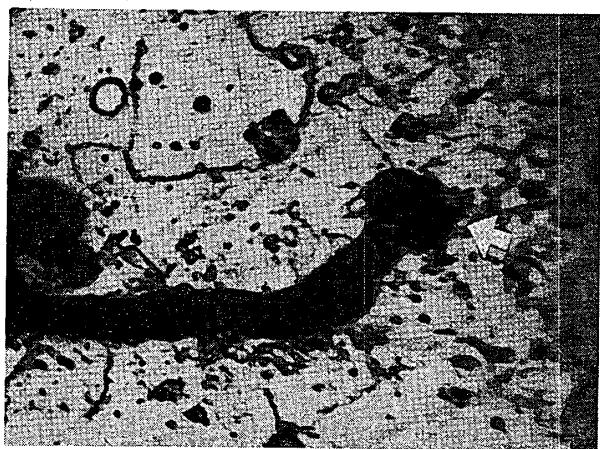
最近、走査型電子顕微鏡のような焦点深度の大きい観察装置の発達によって、疲労破断面の微細な形状の観察から疲労クラックの発生および成長の機構の研究が行なわれるようにな

(クラックの成長方向) →



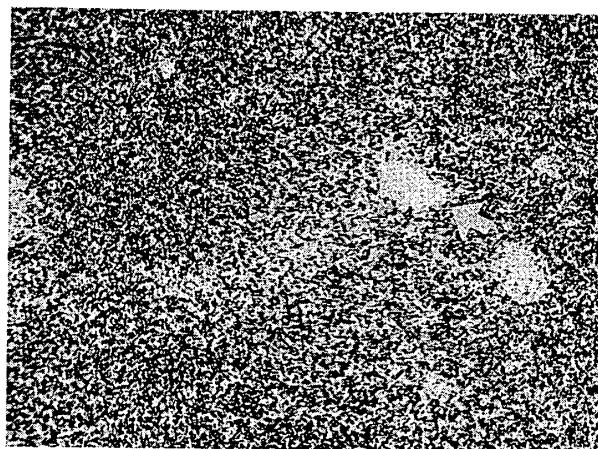
(a)

×170



(b)

×850



(c)

×850

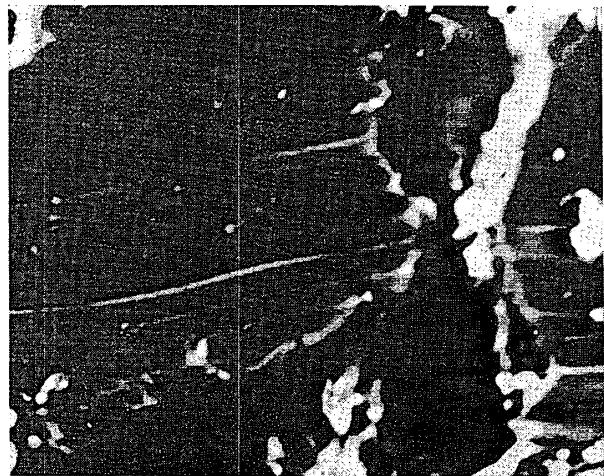
第13図 析出物(矢印)によるクラックの成長の妨害(2024合金).
(a), (b)光学顕微鏡像, (c)特性X線(CuK_α 線)像

った。Forsyth [14] は、多結晶 Al 合金においては、疲労クラックは stage I および stage II の二つの段階を経て成長することを報告している。stage I は最大せん断応力のかかるすべり面に沿って起こるせん断型のクラックの成長であり、stage II は最大引張応力方向に垂直に進行する引張型のクラックの成長である。そして stage II の場合は、破断面に特徴的な模様が現われる。これを striation と名づけているが、その一つは ductile 型 striation であり、他方は brittle 型 striation である。brittle 型 striation は、時効硬化した状態の合金に特有のものであって、(100) 面に沿う cleavage 型のクラックの成長に対応する。二次電子線像による 2024 合金の疲労破断面の観察によると、ductile 型 striation も brittle 型 striation も観察された(第 14 図(a), (b))。しかし、この問題に関しては、これらの部分の結晶粒の方位関係などを明らかにすることができなかったので現状では詳細な考察を行なうことはできない。

5. ま と め

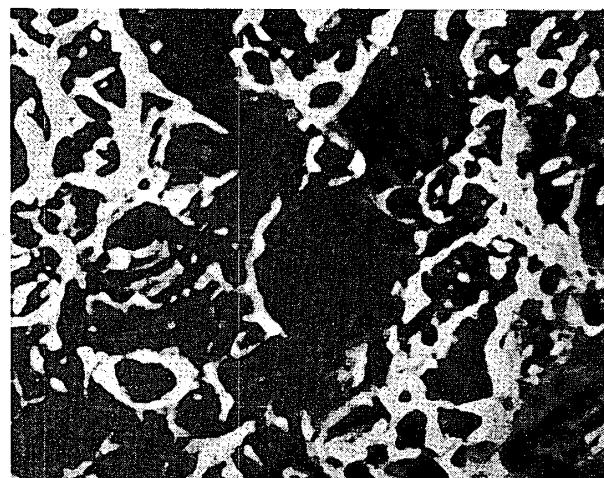
航空機の構造材料として使用されているアルミニウム合金の 2024-T3 合金について、板材の一軸方向の繰返し荷重による疲労に関する研究を行なった結果、つぎのような結論が得られた。

- (1) 疲労試験における試験片の寸法効果はほとんど認められない。
- (2) 材料の力学的性質の異方性に対して、疲労強さの異方性はそれほど大きいものではない。
- (3) 応力振幅が増すほど、また平均応力が引張状態であるほど、疲労破壊に対する寿命は低下する。
- (4) 片振り荷重の場合はただ 1 本のクラックが発生し、これが成長して破断に至るが、両振り荷重の場合は多数の微小クラックが発生し、これがつながってクラックが成長



(a)

×420



(b)

×420

第 14 図 疲労破断面のフラクトグラフ(二次電子線像)。(a) ductile 型 striation, (b) brittle 型 striation

- して破断に至る。したがって、片振り荷重の場合は試験片の表面の微小な切欠きがクラックの発生源となっているが、両振り荷重の場合は結晶粒界あるいは結晶粒内に発生した微小クラックが発生源となっている。
- (5) 片振り荷重の場合は、クラックの長さの対数とサイクルの繰返し数は直線関係を示すが、両振り荷重の場合は、この関係は認められない。
 - (6) 一度発生したクラックは試験片の形状や材質によって定まる方向に伝ばし、この段階では結晶の粒界も粒内もあり差がなく伝ばが進行する。
 - (7) クラックの進行方向は、2024合金の場合は主応力面に沿った方向であり、純アルミニウムの場合は主せん断応力面に沿った方向である。

本研究は、航空機の安全性と信頼性に関する総合研究の一部として行なったものである。

1971年8月25日 材料部

参考文献

- [1] W. M. Murray: *Fatigue and Fracture of Metals*, 1950.
- [2] R. R. Moore: *Proc. ASTM*, **14**, 1923, II, 106.
- [3] 河田, 本堂, 橋本: 宇宙航空研究所報告, **6**, 1970, 3, 716.
- [4] 竹内, 田中: 金属材料, **9**, 1969, 8, 84.
- [5] G. Sines: *Metal Fatigue*, 1959, 145.
- [6] M. S. Hunter, Wm. G. Fricke, Jr.: *Proc. ASTM*, **56**, 1956, 1038.
- [7] 河本: 金属の疲労, 丸善, 1964, 16.
- [8] A. A. Griffith: *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **A 221**, 1920, 163.
- [9] 藤田: 金属材料の強度と破壊, 丸善, 1964, 167.
- [10] 志村: 金属学会会報, **7**, 1967, 88, 210.
- [11] A. K. Head: *Phil. Mag.*, **44**, 1953, 925.
- [12] W. M. Wilson, J. L. Burke: *Univ. of Illinois Bulletin*, **45**, 1947, 10, *Engineering Experiment Station Bulletin* 371.
- [13] R. G. de Lange: *Trans. Met. Soc. AIME*, **230**, 1964, 644.
- [14] P. J. E. Forsyth: *Acta Met.*, **11**, 1963, 703.