

# 理 論 性 能 計 算

倉谷 健治・小竹 進\*・佐野 妙子\*\*

(1983年1月3日受理)

## Theoretical Performance of Thrust Chamber

By

Kenji KURATANI, Susumu KOTAKE and Taeko SANO

**Abstract:** The computer program 'HPROP' has been completed to calculate the parameters of thrust performance of rocket engines on the basis of the Brinkley and Glassman methods. The program can afford to calculate the flame temperature, product composition etc. from the thermodynamical equilibrium relationships without any assumption of the specific heat ratio. The calculation of one-dimensional non-equilibrium expansion flow with chemical kinetics in rocket nozzle 'NOZFLA' also is programmed, based on the Zucrow's method. Further, the program 'CONDY' based on the Svehla's method can calculate the thermal conductivity of combustion gases in which the effect of incomplete combustion or partially frozen flow can be taken into account. The results calculated with this program explain successfully the experimental results of the tests HST-701, HST-1001 and TC-1002 concerning the increase in the temperature of the coolant through the regenerative cooling passage and the efficiency of the characteristic exhaust velocity.

### 概 要

エンジンの推力を示す各種パラメータを Brinkley, Glassman の方法でプログラムした。この HPROP は火炎温度、組成を比熱比を仮定せずに熱力学関数のみから算出しうるので有用である。反応速度が有限であることを考慮した非平衡計算は Zucrow の方法で 1 次元で取扱い NOZFLA と命名した。不完全燃焼、いいかえれば燃焼室の中で部分的に反応が凍結している場合の熱伝導率への影響は Svehla の方法で CONDY にまとめられている。この方法を用いて

\* 東京大学工学部

\*\* 東海大学産業科学研究所

HST701, HST1001, TC-1002 での再生冷却部の温度上昇と、特性排気速度効率との相関を求め、実験結果を説明するのに成功した。

燃焼性能を理論値と比較しつつ詳細に検討する場合、基準となる理論値が性能解析担当者によって違っていては統一的な結論を得る事ができない。また理論値自体も精度が良くないと誤った結論を招きかねない。そのため液水/液酸エンジンの各種理論性能を最も正統的な方法で計算し得るプログラム HPROP を作り解析担当者が内圧および混合比を指定するだけで自由に計算できるようにした。ただし燃焼器が変れば、膨脹比  $\epsilon$ 、ノズル末広角補正  $\lambda$  等も変るので、これらは計算に入る前にプログラムを修正する必要がある。

計算の中で最も手間どるのは高温での平衡組成の決定であるが、本文では通常の燃料の断熱火炎温度、平衡組成算出に用いていた C-H-N-O 系に対する Brinkley [1] の方法を H-O 系に簡略化した(従って部分的には牛刀を用いる感のある所がプログラム中に残っている)。ロケットエンジンの比推力等を算出する手順は Penner [2] が 1952 年に既に推進薬の理論性能を導く形でまとめているが、実在エンジンの燃焼性能を解析するという形では Glassman [3] が手際よくまとめていているので、本文もこれに従う。

H-O 系の燃焼生成物として、H<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, OH, O, H の 6 成分を考える。これらの平衡混合物の組成は平衡定数 4 式、各元素についての質量バランス 2 式を用いて代数的にも解き得る。しかし、C-H-N-O 系や固体推進薬のように更に塩素、アルミニウム等が入って来ると代数的に解くのはかなり困難で、より一般的な解法が有利となる。Brinkley の方法はその一つで、成分がいくら多くても、元素数に等しい個数の成分を独立変数とみなせば(各元素を代表する必要があり、ある元素に偏って、脱落する元素があっては不可)、その他の成分は平衡定数を介して、その従属変数として扱う事が出来、対象となる行列式の次数も H-O 系ならば 2 次、C-H-N-O 系で 4 次に縮小され、Newton-Raphson の逐次近似法によって速やかに収束させることができる。

独立成分に何を選ぶかは個人の好みにもよるが、収束を早めるには、系中で濃度の大きい成分を割当てるのが良い。本文では化学量論比より燃料過剰側では独立成分(添字  $j$  で表わす)に H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O を、酸素過剰側では H<sub>2</sub>O, O<sub>2</sub> を選び、計算すべき O/F に応じて自動的に切替えている。

### 1. 組成計算(サブルーチン EQUIL)

圧力および O/F が指定されると、温度を適宜想定してその時の平衡組成を決定する。独立成分(添字  $j$ ) が決定すると、その他の従属成分(添字  $i$ ) は各成分の分子量を  $m_i$  とすると

$$m_i = \sum_{j=1}^2 \nu_{ij} m_j \quad (i=3, 4, 5, 6) \quad (1)$$

の関係が成立する。ここに  $\nu_{ij}$  は各成分の化学式を組立てるための係数に当たり表 1 の値をとる。系の初期濃度(または混合比 O/F)が与えられると、独立成分の初期値  $q_j$  モルが一義的に決まる。各成分のモル数  $n_i$ ,  $n_j$  の間には質量バランスから

表 1

| Fuel rich          |                    |                      |                 | Oxid. rich         |                      |                    |                |
|--------------------|--------------------|----------------------|-----------------|--------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| i \ j              | 1 : H <sub>2</sub> | 2 : H <sub>2</sub> O | ν <sub>ij</sub> | i \ j              | 1 : H <sub>2</sub> O | 2 : O <sub>2</sub> | ν <sub>i</sub> |
| 3 : O <sub>2</sub> | -2                 | 2                    | 0               | 3 : H <sub>2</sub> | 1                    | -0.5               | 0.5            |
| 4 : H              | 0.5                | 0                    | 0.5             | 4 : H              | 0.5                  | -0.25              | 0.25           |
| 5 : O              | -1                 | 1                    | 0               | 5 : O              | 0                    | 0.5                | 0.5            |
| 6 : OH             | -0.5               | 1                    | 0.5             | 6 : OH             | 0.5                  | 0.25               | 0.25           |

$$n_j + \sum_{i=3}^6 \nu_{ij} n_i = q_j \quad (j=1,2) \quad (2)$$

が成立する。以下便宜上  $j$  成分の求和を  $\sum_j$ ,  $i$  成分の求和を  $\sum_i$ ,  $i, j$  の区別なしに 6 成分総ての求和を  $\sum_k$  と略記する。計算は便宜上  $\sum_j q_j = 1$  モルで行われるから、モル分率  $X$  を採用し、全モル数を  $n$  とすれば、(2)式は

$$\begin{aligned} X_j + \sum_i \nu_{ij} X_i &= q_j/n \\ \therefore \sum_j X_j + \sum_i \nu_i X_i &= 1/n \end{aligned} \quad (3)$$

ここに  $\nu_i = \sum_j \nu_{ij}$  である。モル分率の総和は 1 に等しいから上式は

$$1 + \sum_i (\nu_i - 1) X_i = 1/n = G \quad (4)$$

となり、(3)式に代入すると次式に落着く。

$$F_j = G \cdot q_j - X_j - \sum_i \nu_{ij} X_i = 0 \quad (5)$$

一方、各成分の生成平衡定数  $K_f$  は標準状態の H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub> から 1 モルの成分  $k$  が 1 気圧下で生成される時の平衡定数として定義され、JANAF[4]の表に 100 K 間隔で表示されている。従って、これを独立成分  $j$  から生成される時の平衡定数  $K_i$  に書き換えると

$$K_i = K_{fi} \prod_j (K_{fj})^{-\nu_{ij}} \quad (6)$$

で、各成分のモル分率  $X_i$  は全圧を  $p$  気圧 (JANAF の表は 1 気圧での値) とすると

$$X_i = K_i p^{\nu_i - 1} \prod_j X_j^{\nu_{ij}} = k_i \prod_j X_j^{\nu_{ij}} \quad (7)$$

となり、従属変数  $X_i$  は独立変数  $X_j$  におき換えられ、質量バランス式(5)は  $X_j$  の関数となるので、これを  $X_j$  について解けばよい。

Brinkley は(5)式を  $X_1, X_2$  で Taylor 展開し、その第 1 項のみを採用して Newton-Raphson の方法で低い近似値  $X_1^{(r)}, X_2^{(r)}$  より出発して逐次近似を高める方法を用いた。得られた連立 1 次方程式は行列の形で

$$[A_{jk}^{(r)}][h_k^{(r)}] = [F_j^{(r)}] \quad (8)$$

$$\begin{aligned} A_{jk} &= X_j \delta_{jk} + \sum_i \nu_{ij} \nu_{ik} X_i - q_j \sum_k \nu_{ik} (\nu_i - 1) X_i \\ F_j &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

となり、得られた  $h_k^{(r)}$  を用い

$$X_j^{(r+1)} = X_j^{(r)} [1 + h_j^{(r)}] \quad (10)$$

と次の近似値を求め、これを反復して最終値に収束させる。なお  $\delta_{jk}$  は  $j=k$  で 1,  $j \neq k$  で 0 となる。

## 2. 燃 烧 室

燃焼室内の断熱火炎温度は原系の持っているエンタルピーが、そのまま燃焼生成物のエンタルピーに転換されるという保存則で決定される。原系の温度を  $T_0$ K, 生成系の温度、言い換えれば燃焼室温度を  $T_c$ K とすると

$$\sum_j q_j [H_f^{\circ}(j) + (H_{T_0}^{\circ} - H_{298}^{\circ})_j] = \sum_k n_k [H_f(k) + (H_{T_c}^{\circ} - H_{298}^{\circ})] \quad (11)$$

が保存則である（エンタルピーをこのように定義しておく）。従って温度を変えて組成計算をくり返し、(11)式の右辺を計算し、(11)式の等号が成立するよう収束させればよい。(11)式の左辺は出発物質として 20 K の  $n\text{-LH}_2$ （パラ水素に換算すると 25 K の  $\text{GH}_2$  に当る）と 90 K の LOX を選んだ。

## 3. ノ ズ ル

燃焼室-ノズルを通過する間、質量流量  $\dot{m}$  は一定である。従って密度を  $\rho$ 、流速を  $u$  とすると、スロート部では断面積  $A$  が最小であるから  $\dot{m}/A = \rho u$  が極大値をとることになる。またスロートでは流速が音速に等しいという条件もパラメータ決定に用い得る。

スロート部の温度、圧力を添字  $T$  を用いて  $T_T$ ,  $p_T$  とすると、 $T_T$  は  $T_c$  の 90 %,  $p_T$  は  $p_c$  の 50 % 程度の値となる。ノズルに達するまでの間は断熱変化であるから ( $T_T$ ,  $T_c$  を  $T$ ,  $C$  と略記)

$$S_T \equiv \sum_k n_k(T) S_k(T)^{\circ} - R_0 \sum_k n_k(T) \cdot \ln(n_k / \sum n_k) - \sum n_k(T) \cdot R_0 \ln p_T = S_c \quad (12)$$

の条件を満たしている必要がある ( $S_c$  の内容は  $S_T$  の添字  $T$  を  $C$  に交換したもの)。計算の手順は上記概略値の圧力、温度で組成を計算し、(12)を満たすように圧力はそのままにして温度を定める。

極大値法による場合は、密度、流速

$$\rho = RT / (\sum n_k m_k / \sum n_k) \cdot p_T \quad (13)$$

$$u = \sqrt{2(H_c - H_T) / \sum n_k m_k} \quad (14)$$

の式より  $\rho u$  を算出する。以上の計算を  $p_T$  を小刻みに変化させて反復し、 $(\rho u)_T$  の極大値を与える組合せとして、スロート圧力、温度  $p_T$ ,  $T_T$  を決定する。

音速と流速とが等しいという条件でスロートを決定するには〔プログラム HPROP には含まれていないがプログラム CSTAR にはサブルーチン CPGAM として組込んである〕 $p_T$ ,  $T_T$  の概略値で組成が計算されると、これを用いて、比熱比  $\gamma$ , 音速  $a$  を算出し、流速が  $a$  に等しくなるように収束させる。CPGAM の内容については後述する。スロートを決定する場合、 $p_T$  に対し極めてゆるやかに  $(\rho u)_T$  が極大値を示すので、任意性の入り込む余地があるが、音速法では一義的にきまり、収束も早い。ただし比熱比、音速を算出する手間を要する。

#### 4. ノズル出口

スロートの条件が決定すれば膨脹過程は膨脹比を  $\varepsilon$  とすると、ノズル出口（添字  $E$ ）では

$$(\rho u)_E = (\rho u)_T / \varepsilon \quad (15)$$

であり、断熱膨脹を仮定しているから

$$S_E = S_T \quad (16)$$

を満たす必要がある。それ故、出口圧力  $p_E$  を仮定して(16)式を満たす温度での  $(\rho u)_E$  を計算し、その値が(15)を満足するまで  $p_E$  を変化させて組成計算からの一連の計算を反復、収束させねばよい。

#### 5. ロケットエンジンの燃焼性能

燃焼室 ( $C$ )、スロート ( $T$ )、出口 ( $E$ ) での温度、圧力、組成、流速、密度が以上で求められる。エンジン性能値は

$$\left. \begin{array}{l} C^* = p_c \cdot g / (\rho u)_T \\ I_{sp}^o = u_E / g \\ I_{sp} = [(u_E / g) + (p_E - p_a) / (\rho u)_E] \cdot [(1 + \cos \theta) / 2] \\ C_F = I_{sp} \cdot g / C^* \end{array} \right\} \quad (17)$$

で求められる。ここに  $p_a$  は外気圧力である。

以上述べた計算法では比熱比  $\gamma$  は全く表に出て来ない。実際には実測された内圧 PC-1 (噴射器面に接した燃焼室の内圧  $p_i$ ) より、ノズル入口での内圧  $p_c$  を燃焼室平行部とスロート部との断面積の比  $\varepsilon_c$  を介して ( $M$  はマッハ数)

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = \frac{1}{M} \left[ \frac{1 + \frac{r-1}{2} M^2}{1 + \frac{r+1}{2}} \right]^{\frac{r+1}{r-1}} \\ p_c / p_i = \left[ (1 + rM^2) / \left( 1 + \frac{r-1}{2} M^2 \right)^{\frac{r}{r-1}} \right]^{-1} \end{array} \right\} \quad (18)$$

より算出するのに比熱が必要となるが、 $\gamma = 1.15 \sim 1.20$  と仮定しても大して不都合は起らない。プログラム HPROP は  $p_i$  ではなく、 $p_c$  が与えられた時(kg/cm<sup>2</sup>A 単位)の計算法で、入出力は kg/cm<sup>2</sup> 単位、プログラム内の計算は atm 単位で行われており、比熱比には無関係である。

### 6. 比熱比、音速(サブルーチン CPGAM)

原系 1 モル( $M_0$  グラム)についてのエンタルピーは(11)式の右辺で与えられるが、1 g 当りのエンタルピー  $h$  は平均分子量を  $m$  とすると

$$m = M_0/n = M_0 G \quad (19)$$

であるから、(11)式より

$$h = [\sum_k X_k \{(H - H_{298}^\circ) + H_f\}_k]/m \quad (20)$$

で表される。比熱を計算するには(20)式を  $X_i$ ,  $X_j$  の項に分けて考えるのがよい。

$$X_j = q_j G - \sum_i \nu_{ij} X_i \quad (21)$$

であるから(19)の関係を用いて(20)は

$$\begin{aligned} h &= [\sum_j \{q_j (H - H_{298}^\circ) + H_f\}_j]/M_0 + \sum_i X_i \{[(H - H_{298}^\circ) + H_f]_i - \sum_j \nu_{ij} \{(H - H_{298}^\circ) + H_f\}_j\}/m \\ &= \eta_J(T) + \eta_I(T, P) \end{aligned} \quad (22)$$

となり、第1項は温度のみ、第2項は温度、圧力の関数となっている。第2項は

$$(ΔH)_i = \{(H - H_{298}^\circ) + H_f\}_i - \sum_j \nu_{ij} \{(H - H_{298}^\circ) + H_f\}_j$$

と定義すれば

$$\eta_I(T, p) = \sum_i X_i (\Delta H)_i / m$$

となる。

定圧比熱は(22)を温度で偏微分すればよく、 $H_{f,k}$  は一定値、 $\partial(H - H_{298}^\circ)/\partial T = C_p^\circ$  であるから

$$\begin{aligned} \partial \eta_J / \partial T &= \sum_j q_j (C_p^\circ)_j / M_0 \\ \partial \eta_I / \partial T &= [\sum_i X_i (\Delta C_p)_i] / m - \eta_I (\partial G / \partial T) (1/G) + \{\sum_i (\partial X_i / \partial T) (\Delta H)_i\} / m \\ (\Delta C_p)_i &= (C_p^\circ)_i - \sum_j \nu_{ij} (C_p^\circ)_j \end{aligned} \quad (23)$$

が導かれる。

(23)の計算には  $\partial X_i / \partial T$  の値が必要となるが、(7)式を微分し、

$$R \ln K_i = (\Delta S)_i - (\Delta H)_i / T$$

の微分式とより

$$\partial X_i / \partial T = [(\Delta H)_i / RT + \sum_j \nu_{ij} (\partial \ln X_j / \partial \ln T)] (X_i / T) \quad (24)$$

の関係が得られるから、(5)式を  $T$  で微分した連立方程式に  $\partial X_j / \partial T = (\partial \ln X_j / \partial \ln T) \cdot (X_j / T)$  の関係を用いて行列表示

$$\begin{aligned} [A_{ik}] [(\partial \ln X_k / \partial \ln T)_p] &= [f_j] \quad (j, k = 1, 2) \\ f_j &= \sum [q_j (\nu_i - 1) - \nu_{ij}] X_i \cdot (\Delta H)_i / RT \end{aligned} \quad (25)$$

が得られ、前と同様に  $\partial \ln X_j / \partial \ln T$  を求めれば  $\partial X_i / \partial T$ 、従って定圧比熱が計算できる。なお

$$\partial G / \partial T = \sum (\nu_i - 1) (\partial X_i / \partial T)$$

も  $\partial X_i / \partial T$  より計算できる。

同様にして定容比熱  $C_v$  は(22)を圧力で偏微分し

$$\begin{aligned} \partial G / \partial p &= \sum (\nu_i - 1) (\partial X_i / \partial p) \\ \partial X_i / \partial p &= [(\nu_i - 1) + \sum \nu_{ij} (\partial \ln X_j / \partial \ln p)_T] (X_i / p) \end{aligned}$$

等の関係を用い、(5)を  $p$  で偏微分し、常法通り

$$\begin{aligned} [A_{jk}] [(\partial \ln X_k / \partial \ln p)_T] &= [g_j] \quad (j, k = 1, 2) \\ g_j &= \sum [q_j (\nu_i - 1) - \nu_{ij}] (\nu_i - 1) X_i \end{aligned} \quad (26)$$

で  $\partial \ln X_k / \partial \ln p \rightarrow \partial X_i / \partial p \rightarrow \partial G / \partial p$  を計算すれば

$$C_v = C_p - \frac{R}{m} \left( 1 - \frac{T}{G} \frac{\partial G}{\partial T} \right)^2 \left( 1 + \frac{p}{G} \frac{\partial G}{\partial p} \right)^{-1} \quad (27)$$

となる。また音速  $a$  は

$$a^2 = \frac{p}{\rho} \left\{ 1 + \frac{p}{G} \frac{\partial G}{\partial p} - \frac{R}{m \cdot C_p} \left( 1 + \frac{T}{G} \frac{\partial G}{\partial T} \right)^2 \right\}^{-1} \quad (28)$$

で表される。また比熱比  $\gamma$  も

$$\gamma = \frac{[1 + (p/G)(\partial G / \partial p)]}{[1 + (p/G)(\partial G / \partial p)] - (R/C_p)[1 - (T/G)(\partial G / \partial T)]^2 / m} \quad (29)$$

となり、いずれもその各項は計算済である。

以上は Brinkley の計算法でプログラム CPGAM の内容であるが、簡単な計算法としては、圧力一定で温度を数度変えて  $(\partial H / \partial T)_p$ ,  $(\partial \ln m / \partial \ln T)_p$  を、繰り返して温度一定で圧力を 1~2 % 変えて  $(\partial \ln m / \partial \ln p)_T$  を組成計算より再計算することによって求め

$$C_p = (\partial H / \partial T)_p$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_p[1 + (\partial \ln m / \partial \ln p)_T] - (R/m)[1 - (\partial \ln m / \partial \ln T)_p]^2}$$

の関係を用いてもよい。この簡便法はマイコン用に BASIC での組成計算プログラム中に組込んである。

### 7. 非平衡計算 [サブルーチン NOZFLA]

ノズル断面積が縮小し、温度、圧力が降下するにつれて燃焼ガス組成がその温度、圧力の下での平衡濃度に追従出来ない場合、非平衡計算が必要になる。この非平衡計算については、ノズルの半径方向の変化を考慮した軸対称二次元計算と、半径方向の変化は無視出来るものとして流れ方向の変化のみを考慮した一次元非平衡計算とがあるが、本文では後者の一次元非平衡計算について記述する。

非平衡濃度を求める場合、温度、速度、圧力を同時に求めていかなければならない。定常一次元流れを仮定し、流れ方向に  $x$  軸をとると、基礎式は次のように与えられる。

連続の式

$$\rho u A = \dot{m}(\text{一定}) \quad (30)$$

運動量保存式

$$\rho u \frac{du}{dx} = - \frac{dp}{dx} \quad (31)$$

エネルギー保存式

$$h + \frac{u^2}{2} = h_c(\text{一定}) \quad (32)$$

$i$  成分質量保存式

$$\rho u \frac{dY_i}{dx} = \sigma_i \quad (33)$$

ここで、 $A$  はノズル断面積、 $\rho$  は燃焼ガスの密度、 $u$  は流速、 $p$  は圧力、 $h$  はエンタルピ、 $Y_i$  は  $i$  成分の質量分率、 $\sigma_i$  は  $i$  成分の生成速度である。燃焼ガスが理想気体であると仮定すれば、状態方程式は

$$p = \rho R T \quad (34)$$

となる。 $T$  は燃焼ガスの温度、 $R$  は気体定数である。

$H_2-O_2$  系の燃焼生成物としては平衡計算と同様、 $H_2O$ 、 $H_2$ 、 $O_2$ 、 $OH$ 、 $O$ 、 $H$  の 6 成分を考える。反応式としては表 2 に示す 7 つの式を用いる。

$x=0$  における初期値としては、燃焼室内で燃料  $H_2$  は完全に燃焼し、熱損失もなく、各成分濃度は平衡に達しているとして求めた値が用いられる。すなわち、燃焼室内圧  $p_c$  と混

表2 反応式および速度定数  $k_f$  ( $k_f = AT^n \exp(-E/RT)$ )

| 反応式                         | A                     | n      | E       |
|-----------------------------|-----------------------|--------|---------|
| $H + H + H_2 = H_2 + H_2$   | $9.20 \times 10^{16}$ | - 0.60 | 0       |
| $OH + H_2 = H + H_2O$       | $2.19 \times 10^{13}$ | 0      | - 5150  |
| $H + O_2 = OH + O$          | $1.62 \times 10^{14}$ | 0      | - 16400 |
| $O + H_2 = OH + H$          | $1.74 \times 10^{13}$ | 0      | - 9450  |
| $OH + OH = O + H_2O$        | $5.75 \times 10^{12}$ |        | - 780   |
| $OH + H + H_2 = H_2O + H_2$ | $8.44 \times 10^{17}$ | - 0.46 | 0       |
| $O + O + H_2 = O_2 + H_2$   | $2.62 \times 10^{16}$ | - 0.84 | 0       |

単位 (cal, cm, mol)

合比  $O/F$  に対する断熱火炎温度を  $T_c$ , その温度での平衡濃度  $Y_{ie}$  とすると, 初期値  $p_0$ ,  $T_0$ ,  $Y_{i0}$  は

$$\left. \begin{array}{l} p_0 = p_c \\ T_0 = T_c \\ Y_{i0} = Y_{ie} \end{array} \right\} \quad (35)$$

で与えられる。速度  $u_0$  は, HPROP (平衡計算) により求めたスロート部における値  $(\rho u A)_T$  と燃焼室における平行部の断面積  $A_c$ , 密度  $\rho_c$  とから

$$u_0 = \frac{(\rho u A)_T}{\rho_c A_c} \quad (36)$$

で与えられる。ノズル収縮-膨脹部の断面積  $A$  は  $x$  の関数として与えられている。

これらの境界条件の下に, 式(30)～(34)を数値的に解けばよいわけであるが, 本文では数値計算に便利な次式[4]に変形し差分化している

$$\frac{dy}{dx} = -y(a\phi + b) \quad (37)$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi = \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{\beta}{\rho u a_f^2} \\ \beta \equiv \sum_{i=1}^n [\gamma_f R_i T - (\gamma_f - 1) h_i] \sigma_i \end{array} \right\} \quad (38)$$

ここで,  $y$ ,  $a$ ,  $b$  は次のようになる。

| $y$    | $a$                                      | $b$   |
|--------|--|---|
| $v$    | $-\frac{1}{M_f^2 - 1}$                   | 0   |
| $\rho$ | $\frac{M_f^2}{M_f^2 - 1}$                | $\frac{\beta}{\rho u a_f^2}$                            |
| $T$    | $\frac{(\gamma_f - 1) M_f^2}{M_f^2 - 1}$ | $\frac{(\gamma_f - 1)}{\gamma_f p u} \sum h_i \sigma_i$ |

$M_f$  はマッハ数,  $a_f$  は音速

$$M_f = \frac{u}{a_f}, \quad a_f^2 = \gamma_f R T \quad (39)$$

$C_{pf}$ ,  $C_{vf}$  は定圧比熱, 定容比熱である。添字  $f$  は “frozen” を意味する。 $h_i$  は  $i$  成分のエンタルピ,  $R_i$  は  $i$  成分の気体定数である。式(32)のエネルギー保存式(37)に導くにあたり,  $i$  成分のエンタルピ  $h_i$  は

$$h_i = \int_{T_0}^T C_{pi,f} dT + \Delta h_{fT_0} \quad (40)$$

と定義している。ここで,  $\Delta h_{fT_0,i}$  は  $i$  成分の  $T_0$  K における生成熱,  $C_{pi,f}$  は  $i$  成分の定圧比熱である。

式(37)を Implicit 法で差分法化すると

$$y_{x+\Delta x} = \frac{\{1 + \Delta x^2(a\phi + b)^2\}}{\{1 + \Delta x(a\phi + b)\}} y_x \quad (41)$$

となる。式(33)の  $i$  成分の質量保存式は小竹の方法[ 5 ]により差分化する。

式(41)から  $u$ ,  $\rho$ ,  $T$  を, 状態方程式から  $p$  を求める上述の方法は  $M_f \approx 1$  以外の領域では安定な解が得られるが,  $M_f = 1$  では式(37)が無限大になるため,  $M_f$  が 1 近くの遷移領域では安定な解が得られない。そのため, この領域では次のような式に変形して数値計算を行っている。

$$\frac{du}{dx} = -\frac{1}{\rho u} \frac{dp}{dx} \quad (42)$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{a_f^2} \left[ \frac{dp}{dx} - \frac{\beta}{u} \right] \quad (43)$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{(\gamma_f - 1)T}{\gamma_f p} \left[ \frac{dp}{dx} - \frac{1}{u} \sum h_i \sigma_i \right] \quad (44)$$

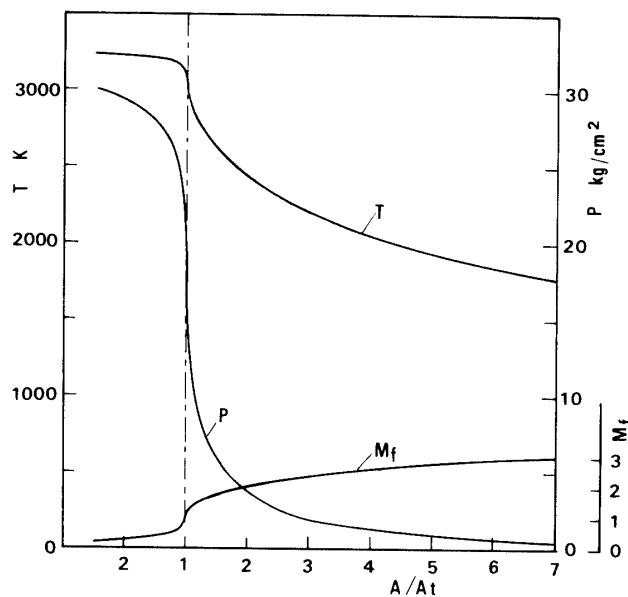
この領域では式(42)から  $u$  を, 式(43)から  $p$  を, 式(44)から  $T$  を,  $\rho u A = \dot{m}$  の関係式から  $\rho$  を求めている。

図 1, 2 に計算結果の一例として,  $p_c = 30 \text{ kg/cm}^2$ , 混合比  $O/F = 5$ , 膨脹比  $\epsilon = 7$  についての温度変化 ( $T$ ), 圧力変化 ( $p$ ) マッハ数の変化 ( $M_f$ ), 組成変化 ( $x_i$ ,  $i$  成分モル分率) を示す。

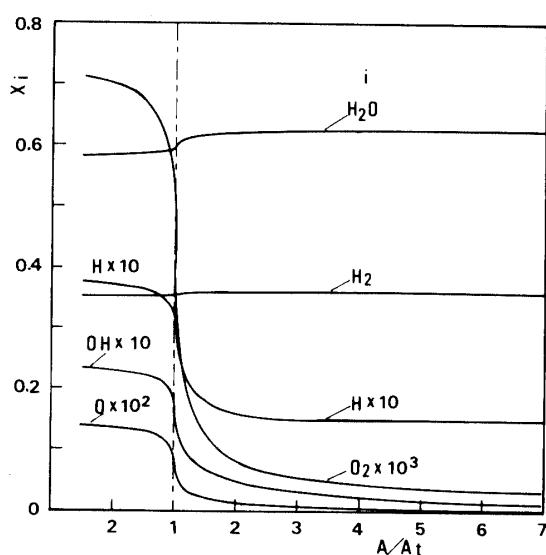
## 8. 粘性係数, 熱伝導率 [サブルーチン CONDY]

エンジンの設計に当っては燃焼器の推力係数に関する理論値以外に粘性係数, 熱伝導率等の輸送パラメータの理論値が算出されている必要がある。そのためのプログラムを作ったが, 計算方法は各種定数を含めて, Svehla[ 6 ]の方法をそのまま踏襲した。

今の場合, 燃焼生成ガスは 6 成分系となり, そのモル分率を  $X_i$  とすると, 粘性係数は



第1図 温度( $T$ )、圧力( $p$ )、マッハ数( $M_f$ )の変化  
( $p_c = 30 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ,  $O/F = 5$ ,  $\varepsilon = 7$ )



第2図 燃焼ガス組成( $X_i$ )変化  
( $p_c = 30 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ,  $O/F = 5$ ,  $\varepsilon = 7$ )

Hirschfelder[ 7 ]により

$$\eta_{\text{mixt}} = \frac{\begin{vmatrix} F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{16} & X_1 \\ F_{12} & F_{22} & & & X_2 \\ \vdots & & & & \vdots \\ F_{16} & & F_{66} & X_6 \\ X_1 & X_2 & \cdots & X_6 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{16} \\ \vdots & & & \vdots \\ F_{16} & \cdots & F_{66} \end{vmatrix}} \quad (45)$$

で与えられており、2成分系の粘性係数  $\eta_{ik}$  を用い

$$\eta_{ik} \times 10^6 = 26.693 \sqrt{2M_i M_k T / (M_i + M_k)} / Q_{ik}^{(2,2)} \quad (46)$$

各要素は

$$F_{ii} = \frac{X_i^2}{\eta_{ii}} + \sum_{k=1, k \neq i}^n \left( \frac{2X_i X_k}{\eta_{ik}} \right) \frac{M_i M_k}{(M_i + M_k)^2} \left( \frac{5}{3A_{ik}^*} + \frac{M_k}{M_i} \right) \quad (47)$$

$$F_{ij} = -(2X_i X_j / \eta_{ij}) \cdot [M_i M_j / (M_i + M_j)^2] \cdot \left( \frac{5}{3A_{ij}^*} - 1 \right) \quad (48)$$

で示される。

熱伝導率は

$$\lambda_{\text{mix}} = \lambda_{\text{monoatomic}} + \lambda_{\text{internal}} + \lambda_{\text{reaction}} \quad (49)$$

の3項の和で近似され、はじめの2項が凍結状態に対応し、第3項が反応の進行に伴なう項で平衡混合物では必要となる。第1項は

$$\lambda_{\text{mono}} = 4 \frac{\begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{16} & X_1 \\ L_{12} & L_{22} & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ L_{16} & & L_{66} & X_6 \\ X_1 & X_2 & \cdots & X_6 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 & L_{12} & \cdots & L_{16} \\ \vdots & & & \vdots \\ L_{16} & & L_{66} \end{vmatrix}} \quad (50)$$

$$L_{ii} = \frac{-16X_i^2 M_i}{15R\eta_{ii}} - \sum_{k=1, k \neq i}^n \frac{16X_i X_k (7.5M_i^2 + 6.25M_k^2 - 3M_k^2 B_{ik}^* + 4M_i M_k A_{ik}^*) M_i M_k}{15R(M_i + M_k)^3 A_{ik}^* \eta_{ik}} \quad (51)$$

$$L_{ij} = \frac{16X_i X_j M_i^2 M_j^2}{15R(M_i + M_j)^3 A_{ij}^* \eta_{ij}} \left( \frac{55}{4} - 3B_{ij}^* - 4A_{ij}^* \right) \quad i \neq j \quad (52)$$

第2項は

$$\lambda_{\text{intl}} = \sum_{i=1}^n \frac{(6/5)A_{ii}^*[C_{pi} - 2.5R/M_i]\eta_{ii}}{1 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left[ \frac{A_{ii}^*}{A_{ij}^*} \left( \frac{2M_j}{M_i + M_j} \right) \eta_{ii} \frac{X_j}{X_i} \right]} \quad (53)$$

第3項は

$$\lambda_{\text{reac}} = \frac{-1}{RT^2} \frac{\begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{14} & \Delta H_1 \\ G_{12} & G_{22} & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & \vdots \\ G_{14} & & G_{44} & \Delta H_4 \\ \Delta H_1 & \Delta H_2 & \cdots & \Delta H_4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{14} \\ \vdots & & & \vdots \\ G_{14} & \cdots & G_{44} \end{vmatrix}} \quad (54)$$

$$G_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=k+1}^n \left[ \frac{5M_k M_l}{3A_{kl}^* \eta_{kl} (M_k + M_l)} \right] X_k X_l \left( \frac{N_{ik}}{X_k} - \frac{N_{il}}{X_l} \right) \left( \frac{N_{jk}}{X_k} - \frac{N_{jl}}{X_l} \right) \quad (55)$$

$$\Delta H_i = \sum_{k=1}^n N_{ik} \cdot H_k \quad (i = 1, 2, \dots, 4) \quad (56)$$

である。第3項の計算に当っては独立な反応系を選ぶ必要があり本文では

$$\left. \begin{array}{ll} \text{H}_2 = 2\text{H} & (i=1) \\ \text{O}_2 = 2\text{O} & (i=2) \\ 2\text{H}_2 + \text{O}_2 = 2\text{H}_2\text{O} & (i=3) \\ \text{O} + \text{H} = \text{OH} & (i=4) \end{array} \right\} \quad (57)$$

の4者を採用した。(55), (56)式の  $N_{ik}$  は  $i$  番目の反応式についての成分  $k$  の係数である。

以上が計算に用いた諸式で、変数の定義も Svehla の記述に準じたが、本文の他の節での記号とまぎらわしいものを注記すると

$$H_k = (H_T - H_{298})_k + H_f^\circ(k) \quad \text{cal/モル}$$

$M_k$  = 成分  $k$  の分子量

$\pi Q^{(l,s)}$  = 換算衝突断面積

$$A_{ik}^* = Q_{ik}^{(2,2)} / Q_{ik}^{(1,1)}$$

$$B_{ik}^* = \{5Q_{ik}^{(1,2)} - 4Q_{ik}^{(1,3)}\} / Q_{ik}^{(1,1)}$$

であり、 $Q^{(2,2)}$ ,  $A^*$ ,  $B^*$  は Svehla が表示している。

### 9. 未反応 LOX の伝熱性能への影響

当初の目的は本文で述べた計算法によって液水エンジンの燃焼性能を得る事にあったが、たまたま管構造燃焼器では  $C^*$  効率はさほど低くないのに、再生冷却部での温度上昇が計算値より極めて小さく、一方溝構造燃焼器では、温度上昇もかなり計算値に近付くと共に  $C^*$  効率も 97~98 % に達した(表 3)。この実験結果がガス側の熱伝達率の相異によるという仮説で説明できないかを試みた[8]。いわば、本プログラムの一応用例である。実際の計算は同じプログラムをソード社のマイコンに BASIC 語で組んであるので、主としてこれを用いた。

エンジン内では LOX の微粒子化、気化、水素流との混合、燃焼という複雑な過程をとる以上、いずれにしろ燃焼室内で反応が完結していない事と根本的には関わるはずである。反応の未完結という事は、1 次的には発熱量の減少、燃焼室温度の低下を招くが、これのみによっては器壁への伝熱量の減少を説明し得ない。反応の未完結による温度低下は直接的にはガス側の熱伝導率  $\lambda$  の低下を招くが、更に大きな効果は噴射された LOX の一部が混合が不充分なため、未反応のままで燃焼室を素通りしている事が反応の未完結の実体であるとすると、熱伝導率自体が平衡系から部分凍結系に移り、大幅に熱伝導度係数が低下する事である。

というのは、熱伝導率  $\lambda$  は平衡系では前述したように

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{equil}} &= \lambda_{\text{monoatomic}} + \lambda_{\text{internal}} + \lambda_{\text{reaction}} \\ &= \lambda_{\text{frozen}} + \lambda_{\text{reaction}}\end{aligned}\quad (49)$$

と書かれ、未反応の推進剤は反応が凍結されているとすると、(49)式の第 3 項が欠落し、しかもロケットエンジンの燃焼室温度 3000~4000 K では  $\lambda_{\text{reaction}}$  の項は  $\lambda_{\text{frozen}}$  の項と同程度の大きさであるから、その影響する所は大きい(最近 Biolsi[11], Zoby[12]がこの事の重要性を指摘している)。すなわち、未反応分の存在は、それ自体が heat sink となって燃焼室温度を下げるのみではなく、反応が凍結される事によって熱伝導率を更に押下げるため、理想状態よりも器壁への伝熱量が大幅に減少する結果を招く事となる。

水素は  $T_1$  K で再生冷却管に入り、 $T_2$  K で噴射器に達する。この間に燃焼器より受ける熱量  $\Delta H$  は 1 モル当り

$$\Delta H = (H^0 - H_0^0)_{T_2} - (H^0 - H_0^0)_{T_1} = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT \quad (58)$$

である(JANAF の熱力学定数は normal-H<sub>2</sub> で、しかも 100 K 間隔で与えられているので、NASA SP-3088 の Weber の値[13]を採用する)。 $T_2$  K で噴射された水素は酸素と反応して燃焼室温度  $T_c$  に達するが、この間に壁への熱損失がある。取扱いを単純化するために燃焼室から器壁への伝熱がスロート部に集中していると仮定すると、 $T_c$  の代りにスロート温度  $T_t$  を代表点に考えればよく、器壁への伝熱量は、面積およびその他不变定数を含めて  $\beta$  で表わすと

表3-i) 実験結果

|                          | TC1002 |        |        |        | HST701 |        |        |        | HST1001 |        |        |  |
|--------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--|
|                          | 1-1    | 1-2    | 1-3    | 1-4    | 1-2    | 1-3    | 2-1    | 2-2    | 1-1     | 1-2    | 1-3    |  |
| 秒時<br>s                  | 5.0    | 20.0   | 15.5   | 16.0   | 48.0   | 53.0   | 58.0   | 52.0   | 19.0    | 38.5   | 38.0   |  |
| C*<br>m/s                | 2236.6 | 2223.9 | 2222.8 | 2232.4 | 2224.5 | 2241.4 | 2226.8 | 2224.2 | 223.1   | 2099.8 | 2096.7 |  |
| $\eta_C^*$               | 0.966  | 0.958  | 0.971  | 0.979  | 0.931  | 0.933  | 0.933  | 0.935  | 0.946   | 0.908  | 0.933  |  |
| Pc<br>kg/cm <sup>2</sup> | 23.34  | 25.24  | 29.3   | 29.1   | 29.1   | 26.35  | 21.2   | 24.28  | 31.05   | 33.3   | 39.53  |  |
| O/F                      | 5.62   | 5.57   | 6.01   | 6.12   | 4.75   | 4.48   | 4.74   | 4.86   | 5.09    | 5.75   | 6.62   |  |
| Tfm<br>K                 | 31.2   | 27.5   | 27.2   | 26.6   | 30.4   | 27.1   | 28.0   | 28.0   | 30.1    | 30.1   | 33.0   |  |
| Tfi<br>K                 | 128.9  | 111.9  | 117.4  | 109.8  | 87.6   | 81.1   | 78.6   | 63.5   | ~96     | ~100   | ~100   |  |
| $\Delta T$               | 98     | 84     | 90     | 83     | 57     | 54     | 50     | 36     | 66      | 70     | 67     |  |

表3-ii 再生冷却管内温度上昇計算値<sup>10)</sup>

| 1次元<br>PC kg/cm <sup>2</sup> | HST 701                   |                              |                           | TC 1002                   |            |  | TC 1002           |  |  |
|------------------------------|---------------------------|------------------------------|---------------------------|---------------------------|------------|--|-------------------|--|--|
|                              | O/F = 5.2<br>$\Delta T$ K | 1次元<br>PC kg/cm <sup>2</sup> | O/F = 5.5<br>$\Delta T$ K | O/F = 5.5<br>$\Delta T$ K | 1次元<br>O/F | PC = 35.5 kg/cm <sup>2</sup><br>$\Delta T$ K | 2次元<br>$\Delta T$ |  |  |
| 20                           | 133                       | 20                           | 121                       | 4                         | 4          | 90   |                   |  |  |
| 25                           | 127                       | 30                           | 114                       | 5                         | 5          | 105  |                   |  |  |
| 30                           | 122                       | 40                           | 108                       | 6                         | 6          | 115  |                   |  |  |
| 35                           | 118                       |                              |                           | 5.8                       | 5.8        | 114  | 105 <sup>9)</sup> |  |  |

$$\Delta q = h_g(T_t - T_w) \cdot \beta \quad (59)$$

ここに  $T_w$  は壁温度 (700 K と仮定),  $h_g$  は熱伝達係数である (燃焼室全体に割振って考えても同じ結論となると考えられるので単純化した)。

この熱入力で再生冷媒である水素が加熱されるが, 定常状態では(58)と(59)は等しい。従って上述のサイクルでの燃焼と, 水素が  $T_1$ Kで流入し, 全く加熱もされずに噴射器へ行き, 熱損失なしで燃焼したとして計算した場合と全く同じ  $T_c$ ,  $T_t$  が得られるはずで, 理論性能値は後者の燃焼条件を想定し, 反応は平衡まで進行していると仮定している\*。

さて未反応分の取扱いは, 未反応分はアルゴンのような不活性気体と同様, 単に heat sink となっていると想定し, 勿論未反応分の反応熱はゼロとして, 燃焼室およびスロートでの温度, 組成を前述の理論性能計算プログラム HPROP で求め, 次にスロート部での比熱, 比熱比をプログラム CPGAM で (23), (29)式より, 熱伝導率, 粘性係数をプログラム CONDY で算出する。

#### case A

再生冷却部での温度上昇を知るには(59)式の  $h_g$  を知る必要があるが, 熱伝達係数の中から熱伝導率  $\lambda$  の効果のみを取出して

$$h_g \propto \lambda^{0.6} \quad (60)$$

と仮定すれば, 完全平衡系と反応未完結の系との受熱量の変化は(59), (60)の関係から

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= [\lambda(\text{未完結}) / \lambda(\text{平衡})]^{0.6} \\ R_2 &= [(T_t - 700)\text{未完結} / (T_t - 700)\text{平衡}] \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

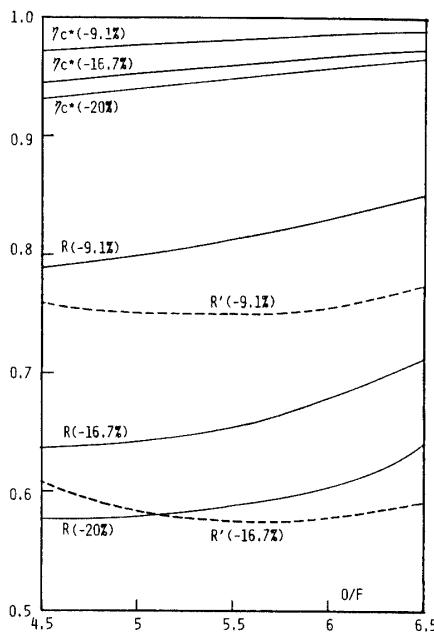
の積で表わされる。ここに  $T_w = 700$ K と仮定してある。

計算は  $R = R_1 \cdot R_2$  および  $C^*$  効率  $\eta_{c*}$  につき  $p_c = 25, 30, 35$  kg/cm<sup>2</sup>,  $O/F = 4.5, 5, 5.5, 6, 6.5$  で行なったが, 圧力の影響はほとんどないので図3は  $p_c = 35$  kg/cm<sup>2</sup> の場合のみを実線で示している (計算は未反応分を外割で定義してしまったので, 図3では区切りのよい数字とはなっていない)。計算結果によると

- i) 未反応水素の存在は性能にほとんど影響を与えないもので, 図3も LOX 未反応の場合のみが示されている。この結果は化学量論比より燃料過濃側のみで計算したからであるが, Fuel rich で運転される限りは一部の水素を damp cooling に使用しても性能は低下しないと言える。
- ii)  $O/F$  を大きくすると未反応酸素の影響は小さくなる。
- iii) 未反応の酸素の存在が  $C^*$  効率へ及ぼす効果は小さいが, 伝熱量を著しく下げる。このことは始めに述べた奇異な感じを解く事に当る。大略, 管構造燃焼器では未反応 LOX 20%,  $C^*$  効率 94%, 伝熱量 57%, 溝構造燃焼器では未反応 LOX 10%,  $C^*$  効率 98%,

---

\* 本文の理論性能計算では 20 K normal LH<sub>2</sub>+90K LOX が出発点となっているが,  $p$ -H<sub>2</sub> に換算すると 25 K Gas  $p$ -H<sub>2</sub> に当る。



第3図

伝熱量 80 %に近いと言える。

### case B

ガス側の熱伝達係数  $h_g$  は Bartz[14]によれば、ガス温度と壁温の算術平均温度  $T_{am}$  での各種定数を用いて

$$h_g = (C/D^{0.2}) \cdot (\mu^{0.2} C_p / p_r^{0.6})_{am} \cdot (\rho_{am} u)^{0.8} \quad (62)$$

で表わされる。ここに  $u$  は流速、 $D$  は直径、 $C$  は比例定数である。Bartz は  $T_{am}$  を用いる代りによどみ点（添字  $st$ ）での定数が採用できるように上式を変形するために修正係数  $\sigma$  を導入したが、その場合プラントル数  $P_r$  および比熱  $C_p$  の温度変化は小さいと仮定している。それによると

$$h_g = (C/D^{0.2})(\mu^{0.2} C_p / P_r^{0.6})_{st} \cdot (\rho u)_{st}^{0.8} \sigma \quad (63)$$

$$\sigma^{-1} = \left[ (T_w/2T_{st}) \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) + \frac{1}{2} \right]^{0.68} \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{0.12} \quad (64)$$

と書き表わせる。ここに  $T_w$  は壁温（700 K と仮定）で、 $\sigma^{-1}$  の指数は粘性係数の温度係数  $w=0.6$  と仮定して算出した[14][15]。

プラントル数  $P_r = \mu \cdot C_p / \lambda$  であるから先に計算した case A) は (63) 式中の  $\lambda$  の項のみを取出した近似的な取扱いである。この近似を改める場合 2 つの取扱い方がある。その一つは (62) 式に戻って算術平均温度  $T_{am}$  での諸物性値より熱伝達係数を導くもので、 $T_{am} < 2000$  K であるから、熱伝導率、比熱への未反応分の影響はほぼ完全に消失してしまう。むしろ  $\rho_{am}^{0.8}$  の項を  $(1/T_{am})^{0.8}$  と見なせば、未反応分の存在する場合の方が熱伝達係数が大きくなる（伝熱量としては (61) 式の  $R_2$  の項が効くので、未反応系の方がやや小さくなる）。

今一つは Bartz に従って(63), (64)式を用い, よどみ点での物性値により熱伝達係数を求める方法である。この場合には, スロートでの熱伝達係数は  $\rho u$  を  $C^*$  に換算し, エンジンの形状によるパラメータを比例定数  $C$  を含めて定数  $C'$  に置き換えれば

$$h_g = C'(\mu^{0.2} C_p / P_r^{0.6})_{st} \cdot (p_c g / C^*)^{0.8} \sigma \quad (65)$$

となり,  $(1/C^*)^{0.8}$  の項および  $\sigma$  の項に対する未反応分の効果はほぼ相殺し合うので,  $(\mu^{0.2} C_p / P_r^{0.6})_{st}$  の項に対する未反応分の効果が大きく現われる事になる。未反応分による伝熱量への影響は, (65)式による比  $R_3$  のほかに前出の  $R_2$  項が加わるので,  $R' = R_2 \cdot R_3$  は図 3 に点線で示されているように case A よりも未反応効果が拡大される結果となる。ただし  $O/F$  に対する挙動は case A とは異つて来る。

この結論は我々が当初に述べた奇異な実験事実との矛盾を一見説明するものであるが, (63), (64)式の導入に当つてのプラントル数, 比熱の温度変化が小さいという仮定自体が実情と一致せず, これらの温度変化が大きい事から見て(63), (64)式を採用する事にも疑問が残り, 解析的計算の精度は不充分と言えよう。

今一つの問題点は Bartz, Huzel らを含めて従来の解析計算ではプラントル数は比熱比  $r$  を用いて

$$P_r = 4r / (9r - 5) \quad (66)$$

と近似している。(66)式を用いて算出した  $P_r$  の値は, Svehla の方法でガス組成より精密計算した値の 2 倍近く(スロート温度付近)\* となる点であるが, (63)式の比例定数  $C$  は実験値と整合させるための定数に過ぎないから, Svehla の方法によるプラントル数を用いる場合も実験値に合うよう比例定数を変えれば良いであろう。

## 10. 性能計算例

本文で述べた性能計算の今一つの例として, ステージ試験の結果を解析する。参考の便宜のため棚次ら [16] の解析秒時と同時刻について表示する事とした。棚次らの解析では

表 4 計算に用いた定数

|                                   |              | 7 トンエンジン | 10 トンエンジン | cm <sup>2</sup> |
|-----------------------------------|--------------|----------|-----------|-----------------|
| スロート面積                            | $A_t$        | 155.6    | 143.7     |                 |
| 同修正係数                             |              | 1.0036   | 1.00      |                 |
| 燃焼室収縮比                            | $\epsilon_c$ | 2.5      | 3.11      |                 |
| スロート膨脹比                           | $\epsilon$   | 7.0      | 8.2       |                 |
| $P_C / P_{inj}$                   |              | 0.967    | 0.977     |                 |
| 推力修正係数 *                          |              | 0.956    | 0.973     |                 |
| $\lambda = (1 + \cos \theta) / 2$ |              | 0.966    | 0.927     |                 |

\* Gordon の推力係数内挿値を用いた時の値

\* 算術平均温度では 3~5 割増し程度である。

表5-1) 7トンステージシステム HST 701 の性能解析

| 試験記号  |                      | 701-1-2              | 701-1-3 | 701-2-1 | 701-2-2 |
|-------|----------------------|----------------------|---------|---------|---------|
| 時刻    | sec                  | X+40                 | 40      | 44      | 54      |
| 噴射面圧  | Pinj                 | kg/cm <sup>2</sup> A | 30.1    | 30.6    | 23.9    |
| 推力    | F                    | kg                   | 6168    | 6306    | 4711    |
| 流量    | m <sup>3</sup> /s    |                      | 20.06   | 20.34   | 16.15   |
| 混合比   | O/F                  |                      | 4.78    | 4.91    | 4.51    |
| 内圧    | kg/cm <sup>2</sup> A | 29.11                | 29.59   | 26.59   | 23.11   |
| 理論    | 特性排気速度 C*            | m/s                  | 2380.9  | 2373.2  | 2396.5  |
| 比推力   | Isp                  | sec                  | 340.1   | 340.5   | 335.3   |
| 推力係数  | CF                   |                      | 1.400   | 1.406   | 1.371   |
| 実測    | 特性排気速度 C*            | m/s                  | 2221    | 2226    | 2281    |
| 比推力   | Isp                  | sec                  | 307.5   | 310.0   | 309.9   |
| 値     | 推力係数                 | CF                   |         | 1.357   | 1.365   |
| 効率    | C*                   | %                    | 93.3    | 93.8    | 95.2    |
|       | CF                   | %                    | 97.0    | 97.1    | 97.1    |
|       | Isp                  | %                    | 90.4    | 91.0    | 92.4    |
| 比熱    | 燃焼室                  |                      | 1.1561  | 1.1531  | 1.1628  |
| 熱スロート |                      |                      | 1.1624  | 1.1587  | 1.1709  |
| 比出力   |                      |                      | 1.2396  | 1.2348  | 1.2496  |

表5-ii) 10トンステージシステム HST 1001 の性能解析

| 試験記号 |                           | 1001-1-1 | 1001-1-2 |        | 1001-1-3 |        |
|------|---------------------------|----------|----------|--------|----------|--------|
| 時刻   | sec                       | X+15     | 25       | 37     | 26       | 35     |
| 噴射面圧 | Pinj kg/cm <sup>2</sup> A | 31.6     | 31.8     | 33.8   | 37.8     | 40.3   |
| 推力   | F kg                      | 5865     | 5942     | 6431   | 7363     | 7962   |
| 流量   | m̄ kg/s                   | 20.12    | 20.55    | 22.65  | 25.52    | 26.93  |
| 混合比  | O/F                       | 5.06     | 5.33     | 5.75   | 6.25     | 6.61   |
| 内圧   | Pc kg/cm <sup>2</sup> A   | 30.87    | 31.07    | 33.02  | 36.93    | 39.37  |
| 理論   | 特性排気速度 C * m/s            | 2364.1   | 2345.6   | 2315.4 | 2277.7   | 2250.2 |
| 比推力  | Isp sec                   | 324.5    | 323.7    | 325.1  | 327.7    | 327.9  |
| 推力係数 | CF                        | 1.345    | 1.352    | 1.376  | 1.410    | 1.428  |
| 実測   | 特性排気速度 C * m/s            | 2161     | 2129     | 2053   | 2038     | 2059   |
| 比推力  | Isp sec                   | 291.5    | 289.1    | 283.9  | 288.5    | 295.7  |
| 推力係数 | CF                        | 1.322    | 1.331    | 1.355  | 1.388    | 1.407  |
| 効率   | C %                       | 91.4     | 90.8     | 88.7   | 89.5     | 91.5   |
|      | CF %                      | 98.3     | 98.4     | 98.5   | 98.4     | 98.6   |
|      | Isp %                     | 89.8     | 89.3     | 87.3   | 88.0     | 90.2   |
| 比熱   | 燃焼室                       | 1.1501   | 1.1448   | 1.1386 | 1.1338   | 1.1315 |
| 熱    | スロート                      | 1.1547   | 1.1476   | 1.1393 | 1.3277   | 1.1295 |
| 比    | 出口                        | 1.2336   | 1.2236   | 1.2071 | 1.1850   | 1.1666 |

Gordon[17]の計算結果を内挿する方式を探っており、比熱比  $\gamma$  が有力なパラメータとして使用されているが、本文の方法では噴射面圧  $p_{inj}$  から燃焼室内圧  $p_c$  を算出する場合に比熱比を仮定する以外には使用していない。むしろ各点での比熱比をプログラム CPGAM によって求めている。しかも、 $p_{inj}$  より  $p_c$  を算出する場合、この比は比熱比の値には鈍感であるので、本文では  $\gamma=1.15$  と仮定した。厳密には、このようにして求めた  $p_c$  を 0 次近似として、この  $p_c$  の値について比熱比を求め、再び  $p_c/p_{inj}$  の比を算出して  $p_c$  の近似度を高めるべきであるが、 $\gamma$  に対して鈍感であるので簡便法で充分に精度は保たれる。推力はステージ試験では実測されていないが、単体試験で実測された推力値を Gordon の計算値より内挿しうるよう修正係数を求め、この値をそのままステージ試験結果に適用した。従って推力は棚次らの用いた同じ値を実測値として本文では採用している。

このほか、燃焼器のディメンションにもとづく各種の定数が計算上必要となるが、それらは表4に一括して示した。解析結果は表5に示されているが、同表には参考のために各点での比熱比をも併せて示してある。これから殊にノズル膨脹過程では比熱比の変化が大きく、平衡凍結の仮定で算出した比熱比を用いることの危険性がうかがえる。この意味で Gordon の計算値より内挿する代りに、本文で述べた方法により内挿し得るように表6に O/F 0.5 間隔、 $p_c$  5 kg/cm<sup>2</sup> 間隔での性能値を示しておく。表6の上半は 7 トンエンジン、下半は 10 メンエンジンの理論性能値である。

表6 理論性能

| O/F     | PC/PE | PC    | TC      | TE      | PE     | CSTAR  | ISP0  | ISP   | CF     | GAMMA  |
|---------|-------|-------|---------|---------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|
| 0 4.00  | 54.32 | 28.00 | 2912.76 | 1416.86 | 0.3682 | 2417.7 | 382.9 | 314.4 | 1.2745 | 1.1772 |
| 1 4.00  | 54.42 | 25.00 | 2922.82 | 1415.50 | 0.4594 | 2418.8 | 383.0 | 331.7 | 1.3448 | 1.1795 |
| 2 4.00  | 54.50 | 30.00 | 2930.65 | 1414.43 | 0.5505 | 2419.9 | 383.1 | 343.3 | 1.3901 | 1.1814 |
| 3 4.00  | 54.56 | 35.00 | 2937.08 | 1413.59 | 0.6415 | 2420.6 | 383.2 | 351.5 | 1.4232 | 1.1829 |
| 4 4.50  | 51.44 | 28.00 | 3074.25 | 1617.53 | 0.3888 | 2393.9 | 380.1 | 314.0 | 1.2854 | 1.1602 |
| 5 4.50  | 51.61 | 25.00 | 3089.16 | 1614.96 | 0.4844 | 2396.2 | 380.4 | 331.2 | 1.3544 | 1.1623 |
| 6 4.50  | 51.74 | 30.00 | 3100.95 | 1612.95 | 0.5798 | 2397.8 | 380.6 | 342.7 | 1.4005 | 1.1643 |
| 7 4.50  | 51.84 | 35.00 | 3110.61 | 1611.36 | 0.6751 | 2399.2 | 380.8 | 350.9 | 1.4332 | 1.1656 |
| 8 5.00  | 48.69 | 28.00 | 3197.74 | 1818.76 | 0.4108 | 2361.2 | 376.0 | 312.6 | 1.2973 | 1.1474 |
| 9 5.00  | 48.93 | 25.00 | 3217.25 | 1814.89 | 0.5110 | 2364.9 | 376.5 | 329.6 | 1.3658 | 1.1495 |
| 10 5.00 | 49.11 | 30.00 | 3232.86 | 1811.87 | 0.6109 | 2367.6 | 376.8 | 341.0 | 1.4114 | 1.1511 |
| 11 5.00 | 49.26 | 35.00 | 3245.80 | 1809.41 | 0.7106 | 2369.8 | 377.0 | 349.2 | 1.4439 | 1.1525 |
| 12 5.50 | 46.18 | 28.00 | 3289.01 | 2016.42 | 0.4331 | 2325.1 | 370.9 | 310.2 | 1.3074 | 1.1385 |
| 13 5.50 | 46.44 | 25.00 | 3312.58 | 2011.82 | 0.5583 | 2329.1 | 371.5 | 327.1 | 1.3762 | 1.1402 |
| 14 5.50 | 46.66 | 30.00 | 3331.57 | 2008.13 | 0.6430 | 2332.4 | 372.0 | 338.4 | 1.4218 | 1.1415 |
| 15 5.50 | 46.84 | 35.00 | 3347.42 | 2005.06 | 0.7473 | 2335.3 | 372.3 | 346.5 | 1.4542 | 1.1427 |
| 16 6.00 | 43.94 | 28.00 | 3352.87 | 2201.99 | 0.4552 | 2284.8 | 364.9 | 307.0 | 1.3168 | 1.1323 |
| 17 6.00 | 44.21 | 25.00 | 3379.56 | 2198.30 | 0.5655 | 2289.5 | 365.7 | 323.7 | 1.3856 | 1.1337 |
| 18 6.00 | 44.43 | 30.00 | 3401.14 | 2195.20 | 0.6753 | 2293.1 | 366.3 | 334.9 | 1.4315 | 1.1349 |
| 19 6.00 | 44.61 | 35.00 | 3419.31 | 2192.48 | 0.7845 | 2296.5 | 366.7 | 343.0 | 1.4638 | 1.1359 |
| 20 6.50 | 42.14 | 28.00 | 3394.06 | 2360.43 | 0.4747 | 2242.8 | 358.4 | 303.0 | 1.3240 | 1.1285 |
| 21 6.50 | 42.37 | 25.00 | 3422.88 | 2360.47 | 0.5981 | 2248.0 | 359.2 | 319.5 | 1.3958 | 1.1297 |
| 22 6.50 | 42.56 | 30.00 | 3446.48 | 2360.05 | 0.7048 | 2252.4 | 359.9 | 330.7 | 1.4387 | 1.1307 |
| 23 6.50 | 42.73 | 35.00 | 3466.44 | 2359.51 | 0.8191 | 2256.0 | 360.5 | 338.7 | 1.4713 | 1.1316 |
| 40 4.00 | 67.96 | 28.00 | 2912.76 | 1356.46 | 0.2943 | 2417.7 | 389.8 | 292.1 | 1.1839 | 1.1772 |
| 41 4.00 | 68.08 | 25.00 | 2922.82 | 1349.12 | 0.3672 | 2418.8 | 389.9 | 311.5 | 1.2629 | 1.1795 |
| 42 4.00 | 68.18 | 30.00 | 2930.65 | 1348.09 | 0.4400 | 2419.9 | 389.0 | 324.4 | 1.3140 | 1.1814 |
| 43 4.00 | 68.26 | 35.00 | 2937.08 | 1347.29 | 0.5128 | 2420.6 | 389.1 | 333.7 | 1.3511 | 1.1829 |
| 44 4.00 | 68.32 | 40.00 | 2942.29 | 1346.64 | 0.5855 | 2421.2 | 389.2 | 340.7 | 1.3789 | 1.1843 |
| 45 4.50 | 64.20 | 28.00 | 3074.25 | 1547.01 | 0.3115 | 2393.9 | 387.3 | 292.0 | 1.1954 | 1.1602 |
| 46 4.50 | 64.41 | 25.00 | 3089.16 | 1544.51 | 0.3882 | 2396.2 | 387.5 | 311.3 | 1.2730 | 1.1623 |
| 47 4.50 | 64.56 | 30.00 | 3100.95 | 1542.57 | 0.4647 | 2397.8 | 387.7 | 324.2 | 1.3249 | 1.1643 |
| 48 4.50 | 64.69 | 35.00 | 3110.61 | 1541.04 | 0.5411 | 2399.2 | 387.9 | 333.4 | 1.3618 | 1.1656 |
| 49 4.50 | 64.80 | 40.00 | 3118.76 | 1539.72 | 0.6172 | 2400.7 | 388.0 | 340.3 | 1.3892 | 1.1669 |
| 50 5.00 | 60.61 | 28.00 | 3197.74 | 1745.16 | 0.3580 | 2361.2 | 383.4 | 291.0 | 1.2089 | 1.1474 |
| 51 5.00 | 60.91 | 25.00 | 3217.25 | 1741.26 | 0.4104 | 2364.9 | 383.8 | 310.1 | 1.2851 | 1.1495 |
| 52 5.00 | 61.14 | 30.00 | 3232.86 | 1738.25 | 0.4987 | 2364.9 | 384.1 | 322.9 | 1.3380 | 1.1511 |
| 53 5.00 | 61.32 | 35.00 | 3245.80 | 1735.83 | 0.5798 | 2369.8 | 384.4 | 332.0 | 1.3731 | 1.1525 |
| 54 5.00 | 61.47 | 40.00 | 3256.81 | 1733.76 | 0.6507 | 2371.6 | 384.6 | 338.9 | 1.4064 | 1.1537 |
| 55 5.50 | 57.33 | 28.00 | 3289.01 | 1942.21 | 0.3489 | 2325.1 | 379.5 | 289.2 | 1.2189 | 1.1385 |
| 56 5.50 | 57.66 | 25.00 | 3312.58 | 1937.28 | 0.4336 | 2329.1 | 379.8 | 308.0 | 1.2962 | 1.1402 |
| 57 5.50 | 57.93 | 30.00 | 3331.57 | 1933.34 | 0.5178 | 2332.4 | 379.5 | 328.7 | 1.3475 | 1.1415 |
| 58 5.50 | 58.16 | 35.00 | 3347.42 | 1936.11 | 0.6019 | 2335.3 | 379.8 | 329.9 | 1.3840 | 1.1427 |
| 59 5.50 | 58.35 | 40.00 | 3360.98 | 1927.40 | 0.6856 | 2337.6 | 380.1 | 336.6 | 1.4112 | 1.1438 |
| 60 6.00 | 54.35 | 28.00 | 3352.87 | 2131.08 | 0.3680 | 2284.8 | 372.6 | 286.5 | 1.2289 | 1.1323 |
| 61 6.00 | 54.70 | 25.00 | 3379.56 | 2126.46 | 0.4570 | 2289.5 | 373.4 | 305.2 | 1.3063 | 1.1337 |
| 62 6.00 | 54.99 | 30.00 | 3401.14 | 2122.59 | 0.5456 | 2293.1 | 373.9 | 317.7 | 1.3579 | 1.1349 |
| 63 6.00 | 55.23 | 35.00 | 3419.31 | 2119.33 | 0.6337 | 2296.5 | 374.4 | 326.7 | 1.3943 | 1.1359 |
| 64 6.00 | 55.44 | 40.00 | 3434.98 | 2116.43 | 0.7216 | 2299.3 | 374.8 | 333.5 | 1.4215 | 1.1368 |
| 65 6.50 | 51.88 | 28.00 | 3394.86 | 2297.95 | 0.3855 | 2242.8 | 366.1 | 283.1 | 1.2369 | 1.1285 |
| 66 6.50 | 52.20 | 25.00 | 3422.88 | 2296.29 | 0.4789 | 2248.0 | 366.9 | 301.5 | 1.3144 | 1.1297 |
| 67 6.50 | 52.46 | 30.00 | 3446.48 | 2294.52 | 0.5718 | 2252.4 | 367.6 | 313.9 | 1.3659 | 1.1307 |
| 68 6.50 | 52.69 | 35.00 | 3466.44 | 2292.78 | 0.6643 | 2256.0 | 368.2 | 322.9 | 1.4024 | 1.1316 |
| 69 6.50 | 52.89 | 40.00 | 3463.71 | 2291.05 | 0.7562 | 2259.5 | 368.6 | 329.6 | 1.4296 | 1.1323 |
| 70 7.00 | 50.18 | 28.00 | 3417.38 | 2420.67 | 0.3985 | 2209.7 | 359.3 | 278.9 | 1.2419 | 1.1263 |
| 71 7.00 | 50.42 | 25.00 | 3447.66 | 2424.79 | 0.4958 | 2206.4 | 360.2 | 297.1 | 1.3195 | 1.1274 |
| 72 7.00 | 50.63 | 30.00 | 3472.50 | 2427.55 | 0.5926 | 2211.3 | 360.9 | 309.3 | 1.3710 | 1.1283 |
| 73 7.00 | 50.88 | 35.00 | 3493.55 | 2429.55 | 0.6890 | 2215.1 | 361.5 | 318.2 | 1.4077 | 1.1290 |
| 74 7.00 | 50.95 | 40.00 | 3511.86 | 2430.99 | 0.7850 | 2218.6 | 362.0 | 324.9 | 1.4351 | 1.1295 |

本計算は臨時事業費による共同研究「高圧燃焼器の設計」の一環として行なったものである。

### 参考文献

- [1] S.R. Brinkley (ed.B. Lewis et al.), "High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion", II, Combustion Process, (1956), P. 64, Princeton Univ. Press, New Jersey.
- [2] S.S. Penner, Amer. J. Phys. 20, 26 (1952).  
倉谷健治, 理工学研究所報告, 10, 55 (1956).
- [3] I. Glassman, R.F. Sawyer, "The Performance of Chemical Propellants", AGARD ograph No. 129 (1970)
- [4] M.J. Zucrow, J.D. Hoffman, "Gas Dynamics", II, Flow of Nonequilibrium Chemically

- Reacting Gas Mixtures, (1977), P. 43. John Wiley and Sons, New York.
- [ 5 ] 小竹 進, 技術資料, 燃焼に伴う環境汚染物質の生成機構と抑制法(1980), p. 54, 日本機械学会
- [ 6 ] R.A.Svehla, NASA SP 3011 (1964).  
R.A.Svehla, B.J.Mc Bride, NASA TN-D 7056 (1973).
- [ 7 ] J.O.Hirschfelder, C.F. Curtiss, R.B. Bird, Moleculer Theory of Gases and Liquids, John Wiley and Sons, Inc., 1954.
- [ 8 ] 倉谷ほか, 宇宙輸送シンポジウム (昭57).
- [ 9 ] 小竹 進ほか, 宇宙輸送シンポジウム (昭55), p. 211
- [10] 橋本保成, 実験計画書に記載の値
- [11] L.Biolsi, J.Geophys, Res., 83, 1125 (1978).
- [12] E.V. Zoby, et al., AIAA J., 18, 463 (1980).
- [14] O.R.Bartz, Jet Propulsion, 27, 49 (1957).
- [15] D. K. Huzel, D. H. Huang, NASA SP125 (1971).
- [16] 棚沢ほか, 宇宙研究報告
- [17] S.Gordon, B.J. McBride, NASA Memo 5-21-59E (1959).