

No. 272.

(Published September, 1943)

**Measurement of The Air Flow at High Speeds
by Mach-Zehnder Interferometer.**

By

Ryôzô FUKATSU,
Humio TAMAKI,
and
Syôdirô NISIKAWA.

Abstract.

An Interferometer of Mach-Zehnder type was used for the measurement of the air flow in Laval-nozzles, and satisfactory results were obtained. This method was also applied to the measurement of the turbulent boundary layer of the supersonic flow. Compared with the usual method using pitot-static tubes for the measurement of velocities, this method is free from disturbing the flow by the measuring instrument itself, and the time needed for the experiment is quite shortened, as we can record the whole field of the flow on a photographic plate.

Mach-Zehnder 干涉計による 高速氣流の測定

所 員 深 津 了 藏
同 玉 木 章 夫
技 手 西 川 正 治 郎

目 次

1. 序 言	97
2. Mach-Zehnder 干涉計	98
3. 干涉縞の變位から高速風洞内の壓力分布 及び境界層の溫度分布, 速度分布の求め方	104
4. 風 洞	109
5. 實驗並に其の結果	110
6. 結 言	121

1. 序 言

高速氣流の研究上の一つの困難は其の測定法にある。從來流れの中の壓力, 速度等の測定には殆ど常に靜壓管又はピトー靜壓管が用ひられて來たのであるが, 流れの速度が音速に近づくに従つて流れの中に極めて小さな測定器具を挿入する事も氣流に大きな影響を及ぼすものであり, 殊に超音速に於てはピトー靜壓管の前に衝撃波を生ずる事によつて氣流の在るが儘の状態を測定する事が不可能となる。此の難點を避ける爲に考案せられたのが光學的測定法である。此の方法では單に測定しようとする流れに垂直に光を透過せしめるのみであるから何等流れを亂す虞がない。更に, かなり廣範圍の流れの場全體を一枚の寫眞に記録し得るから實驗時間は極めて短縮され, 必要な測定は後で任意の時に行ふ事が出来るといふ利點がある。この二つの理由から Toepler のシュリーレン法が夙に高速氣流の研究に應用せられ少くとも定性的には高速度に於ける諸現象の解釋に大いに役立つて來たのである。シュリーレン法を單に定性的觀察のみならず定量的測定に迄擴張しようとする企ては

Schardin によつて提唱せられ、⁽¹⁾ 飛行する小銃弾の周囲の壓力分布の測定及び熱傳達の問題に應用せられて居り、其の精度も略々満足すべきものと思はれるが、元來シュリーレン法に於て直接測定されるものは屈折率の勾配であつて、之から各點の屈折率、密度、壓力、溫度等を求めるには或既知の狀態の點からの積分によらねばならぬ。この事は精度を悪くする虞を生ぜしめ且つ計算に手数を要する事となる。

光學的方法として考へられる他の一つは干涉計による方法である。そして干涉計の中でも特に Mach-Zehnder 型が我々の目的に適してゐる。この方法の可能性は既に知られて居り、Schardin,⁽²⁾ Hansen⁽³⁾ 等によつて理論的方面が開拓せられ、

Schardin は之を飛行小銃弾の場合に應用してゐる。然し之を風洞に於て使用するといふ事は其の後も殆ど行はれて居ない。之は一つには風洞で用ひるのに必要な大型の干涉計の製作が比較的困難な事と、又一つには風洞の機械的振動が干涉縞を消してしまふ虞がある事の爲であつたと思はれる。Mach-Zehnder 型以外のものとしては、Tremblot⁽⁴⁾ が小さな Michelson 干涉計を用ひて居り、Santon,⁽⁵⁾ Depuy⁽⁶⁾ は主として Jamin 干涉計の應用を研究して居る。就中 Depuy は之によつて高速氣流中に置かれた翼型の周囲の場の測定に成功した。Jamin 型は Mach-Zehnder 型に比して取扱が遙かに容易であり、且つ機械的振動に對して鈍感であるといふ點で勝れて居るので、例へば境界層内の流れ或は熱線よりの熱擴散等の如く狀態の變化が小さな領域に限られてゐる場合には適切なものと考へられる。然し一般に翼型の周りの流れの如く狀態變化が廣範圍に亘る場合には干涉縞の解析にかなり手数を要するものである。且つ一つの模型に對して寫眞には二つの像が現れるので寫眞其のものが幾分複雑である。此の點 Mach-Zehnder 型の方が遙かに勝れてゐる。Mach-Zehnder 型では測定しようとする場内の一點に於ける干涉縞の零位置よりの移動量は直ちに其の點の屈折率と基準狀態の屈折率との差を與へるから干涉縞の解析は極めて簡單である。

以上の理由から我々は Mach-Zehnder 型を採用し、之を試作して高速風洞に應用する事とした。そして其の結果は極めて良好であつて充分に實用性のある事を確かめる事が出來た。

(1) H. Schardin ; V. D. I. Forschungsheft 367, 1934.

(2) H. Schardin ; Zeitschr. f. Instrumentenkde, 53, 1933, pp. 396, 424.

(3) G. Hansen ; Zeitschr. f. Techn. Phys., 12, 1931, p. 436.

尙 Mach 及び Zehnder の原型に關しては

L. Zehnder, Zeitschr. f. Instrumentenkde, 11, 1891, p. 275.

L. Mach, Wiener Ber. 101, 1892, p. 5.

(4) R. Tremblot ; Publ. Scientif. et Techn. d. Minist. d. L'Air. No. 10, 1932, Paris.

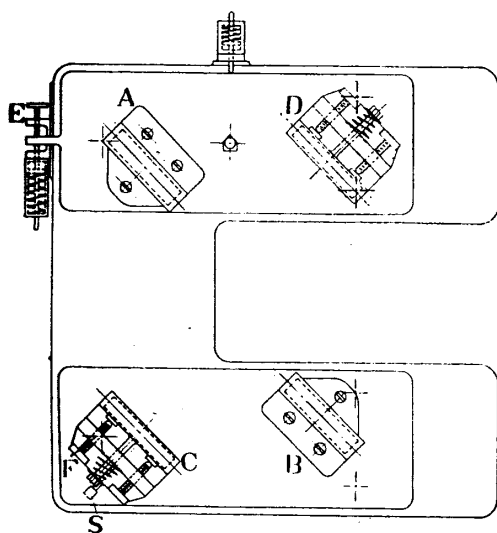
(5) L. Santon ; Publ. Scientif. et Techn. d. Minist. d. L'Air. No. 68, 1935, Paris.

(6) J. Depuy ; Publ. Scientif. et Techn. d. Minist. d. L'Air. No. 150, 1939, Paris.

我々の用いた風洞は真空槽吸込式であつて機械的振動は少いものであるが、以前に送風機型の低速風洞に於て得た経験⁽⁷⁾によれば、送風機及び電動機を干渉計から遠方に置く事によつて其の振動の影響を避ける事が可能であるから此の種の高速度風洞でも差支ないものと思はれる。従つて Mach-Zehnder 干渉計が今後高速氣流の研究上の有力な武器となる事は疑を容れない事である。現在亞音速に於ける翼型性能に關して實驗を續行中であつて、之に附隨して種々改善すべき點も生ずる事と思はれるがこゝに第一段階としてラヴァール管の超音速流の測定に於て得た結果を報告する事とする。

2. Mach-Zehnder 干 渉 計

我々の用いた Mach-Zehnder 干渉計の構造を第 1 圖及び寫眞 1 に示す。第 1 圖に



第 1 圖 干 渉 計 の 構 造



寫眞 1 干 渉 計 及 び 風 洞

於て A, B は光學硝子の平行平板で A の光源側及び B の觀測者側は半透明の白金メッキを施してある。 C, D は平面鏡で表面にアルミニウム・メッキを施したものである。鏡面の大きさは何れも $12 \times 12 \text{ cm}$ の正方形である。 A, D 及び B, C は夫々定盤上に載せられ各々定盤の邊と 45° を爲す。そして A, B は定盤に固定され、 B, C は裏面に備へた三本の螺子によつて二軸周りの微細な回轉を爲し得る。更に C には鏡を平行移動させる微動装置 S が付いてゐる。二枚の定盤は夫々裏面

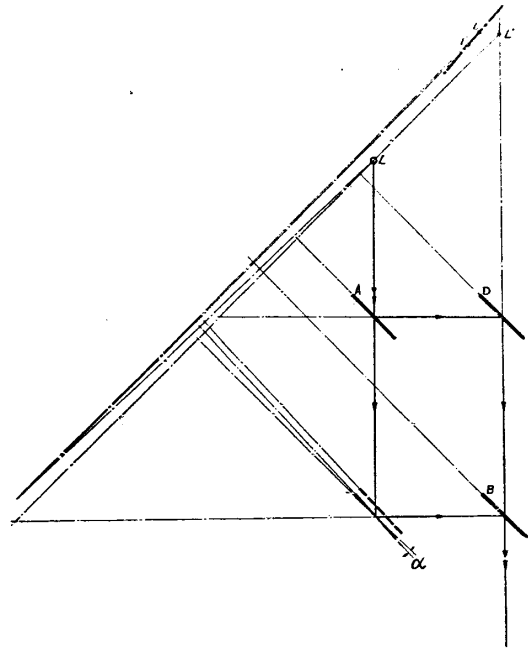
(7) 玉木章夫：航研彙報 No. 221. 昭 18, 1 月

に水準調整用の三本の螺子を有するが、特に AD の定盤は E によつて鉛直軸の周りに、又 BC の定盤は裏面の螺子 F によつて水平軸周りに回轉される。

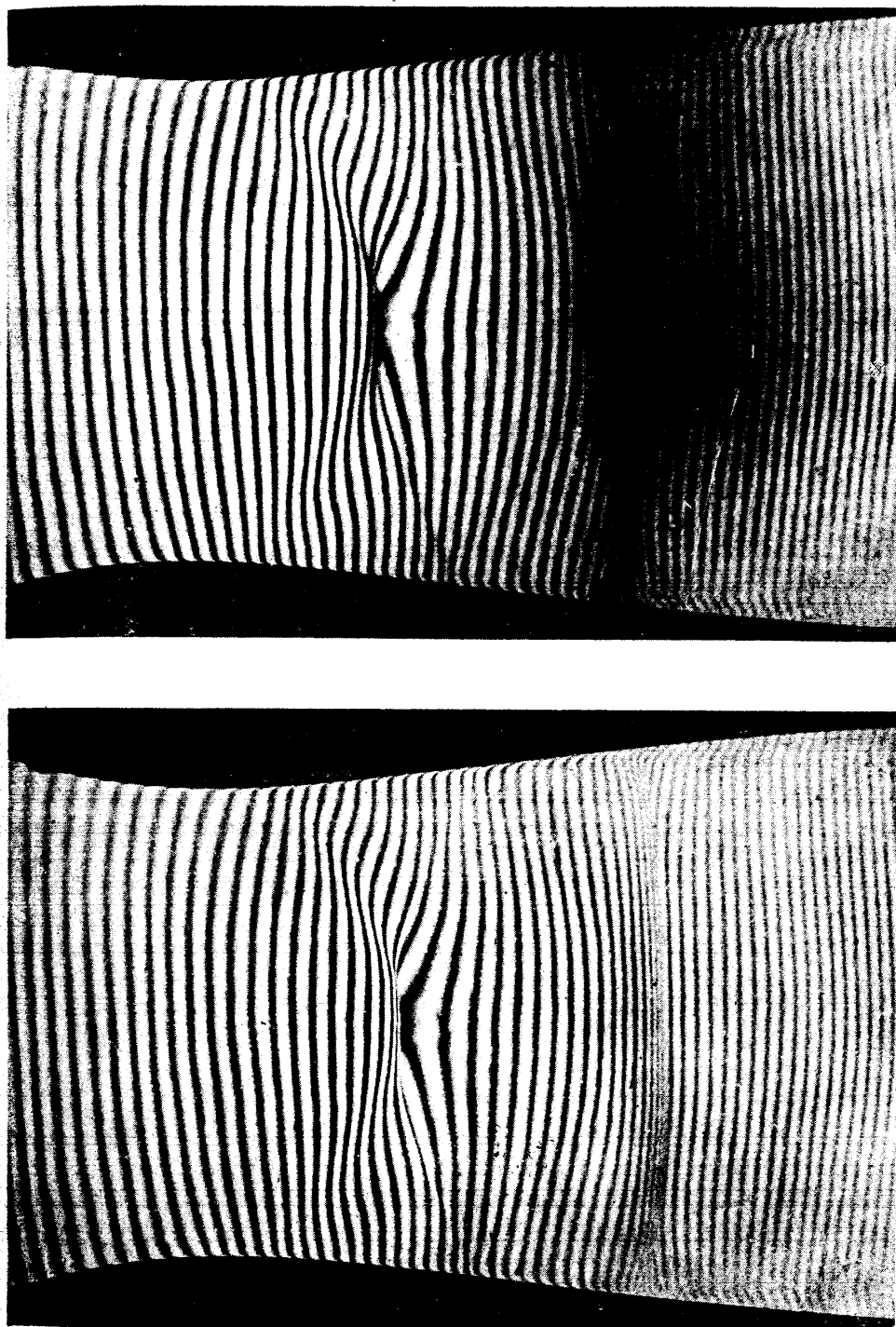
次に第2圖に就て此の干渉計の原理を説明する。光源 L を發して A に入射する光は A の表面にて反射するものと之を透過するものとに分れる。そして両者は B に於て再び合して觀測者に達する。此の兩光束は互に聯結であるから兩者の光路に僅かの差があれば干渉を起し得るものである。Mach-Zehnder 干渉計に於て必要な光束は上述の如く平行平板中を唯一度通過するものであつて、此の他平板内で二回以上反射する光束は Jamin 干渉計に見られる種類の干渉縞を生ずる。之は Mach-Zehnder 型固有の干渉縞の妨害になるものである。

A, B の片面を半透明にメツキする事によつて之等妨害になる光束を弱くする事が出来るのである。

さて L を點光源であるとする。 B の後方より觀測すれば、 $A \rightarrow D \rightarrow B$ の光は L' から發する如く見える。若し A, B, C, D が總て平行且つ (AD 間の距離) = (BC 間の距離), (AC 間の距離) = (BD 間の距離)であるならば、 $A \rightarrow C \rightarrow B$ の光もやはり L' から發する如くになるが、今例へば鏡 C を紙面に垂直な軸の周りに僅かに傾けると $A \rightarrow C \rightarrow B$ の光は L'' から發する如くに見える。 $L' L''$ の間隔が充分小さい時は其の垂直二等分面上に中心縞を有する干渉縞が現れる。中心縞とは $L' L''$ よりの光路差 = 0 に相當する縞であつて、白色光によつても其の附近の數本の縞が見られる。 C を平行移動させる事によつて L'' は圖の太い鎖線 $L'' L'''$ に沿うて動くから之によつて中心縞を希望の位置に齎す事が出来る。 B の後の衝立に映ずる干渉縞は光源が干渉計に近い時中心縞の兩側で互に逆の彎曲を有するが、光源が充分遠方にあれば縞は總て平行となる。 L が點光源である時は干渉縞は眼を何處に合はせても鮮明に見えるが L が有限の大きさを有する時は干渉縞の鮮明に生ずる位



第2圖 干渉計の原理説明圖



2. 写真

同左. シュリーレン法併用

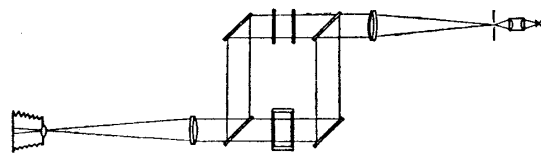
ラヴァール管内の衝撃波（風向上から下へ）

置は限定される。我々の目的には風洞の在る位置 (BD 間) に鮮明な縞を生ぜしめる事が必要であるが、之が爲には C の他に例へば D を適當に傾けなければならない。(8)以上は紙面に垂直な縞を得る場合であるが紙面に平行な縞を得る場合も略々上と同様の事が云へる。

此の干渉計の四枚の硝子を平行にするのには次の方法によつた。

先づ物指によつて AD 圖の距離と BC 間の距離を略々等しくする。之には C, D の裏面の三本の螺子を動かすか或は C を S によつて平行移動させればよい。次に AD の定盤を基礎臺から外して屋上に持つて行き、遠方の煙突を A, D の反射を経て ∞ に調節した望遠鏡で眺め、各々の反射による像を一致させる。無限遠方よりの光は平行光線であるから A, D が互に平行ならば兩者の反射を経た煙突の像は一致するわけである。同じ操作を BC の定盤に就て行ふ。二つの定盤を基礎臺上に載せ、 E, F を動かす事によつて C と D とを平行にすれば四枚の面は總て平行となる。我々の装置では C と D とが一部分相對して居て、鏡の後から相對する鏡面を見ると、鏡の枠の像が無限に連つて見える。兩鏡が平行でない時は此の像列は彎曲してゐるから之が一直線になる迄 E, F を動かせばよい。之だけの事を行つてから A の前方に單色の點光源を置いて B の後方から眺めると干渉縞が見える。直ぐには見えない場合でも B の後から鏡の内の光線の像を眺めつゝ CD を僅か傾けるか S を動かす事によつて容易に縞を生ぜしめ得る。最後に S によつて C を平行移動させて中心縞を視野の中に持つて来る。縞の方向及び間隔は C, D を傾ける事によつて任意に變ずる事が出来る。

尙我々の目的には供試物體に入射する光は平行光線である事が望ましいから、 A の前にコリメーター・レンズを置いて干渉計への入射光線を平行とし、 B の後にレンズを置いて之を收斂せしめ、其の後に寫眞機を置いた。(第3圖) 光源の大きさは

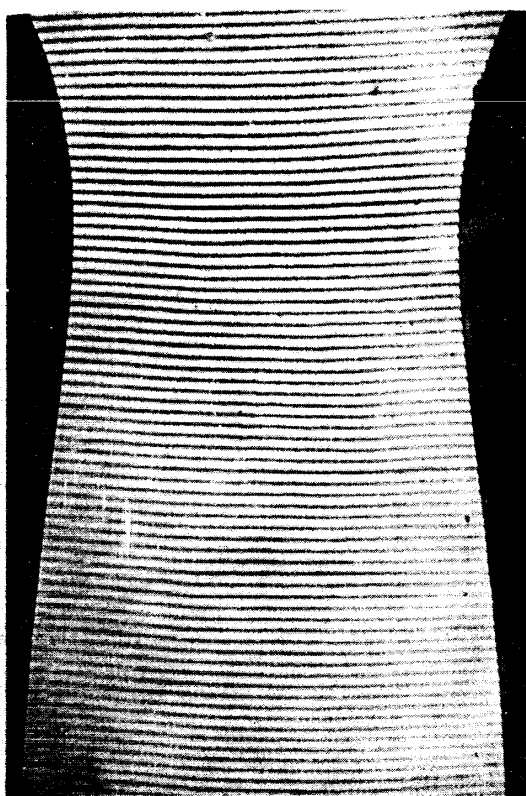


第3圖 干渉計の配置略圖

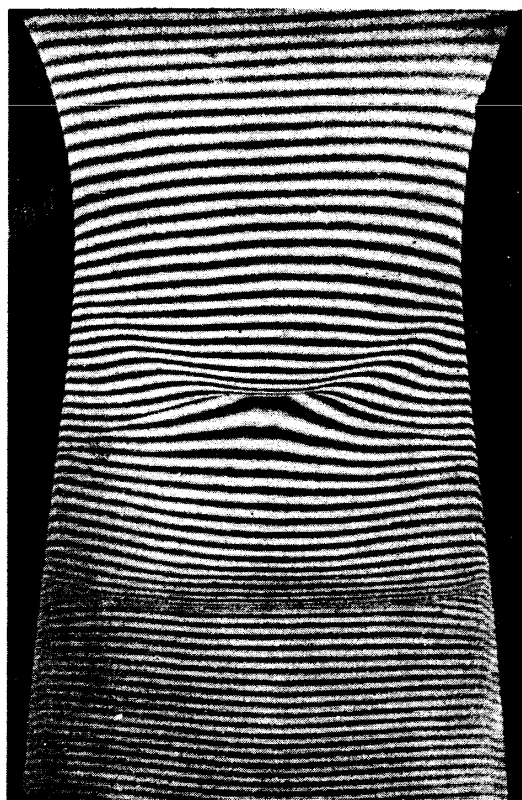
露出を短くする爲には大きくし度
いものであるが、氣流に入射する
平行光線の方を一定とする見地
からはあまり大きくしない方が良
い。超高壓水銀燈の光を一度集光
レンズによつて集め、幅約 1mm、

長さ 3mm の水平方向に長いスリットを通した。綠色フィルターを通した時、手札
整色乾板にて $1/10$ 秒の露出が適當であつた。フィルターなしの場合は $1/25$ 秒でよい。

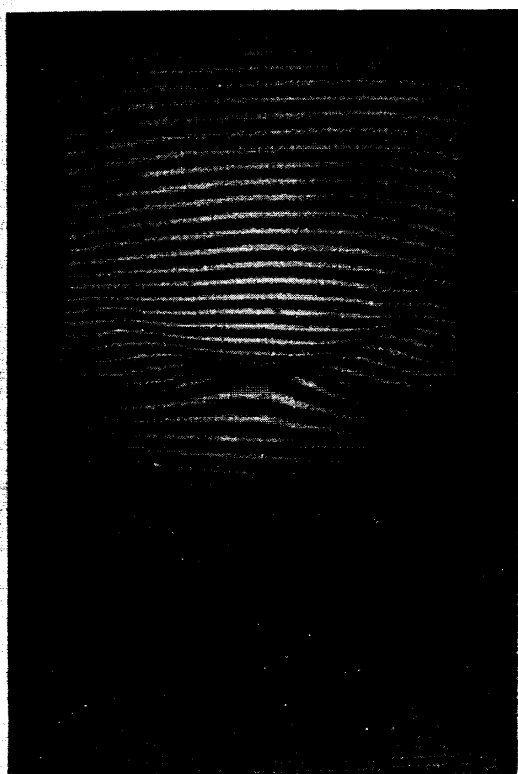
(8) 理由に就ては (3), (4) 参照。Mach 及び Zehnder の原型では A, B の方を傾ける方式を取つてゐる。こゝで、 C, D を傾ける方式としたのは微動装置の構造を簡単にする爲である。光源に相當の大きさを持たせる場合に干渉縞の鮮明に生ずる位置を變へる爲には A, B を動かす式の方が此の操作に對して鋭敏であつて好都合と思はれる。



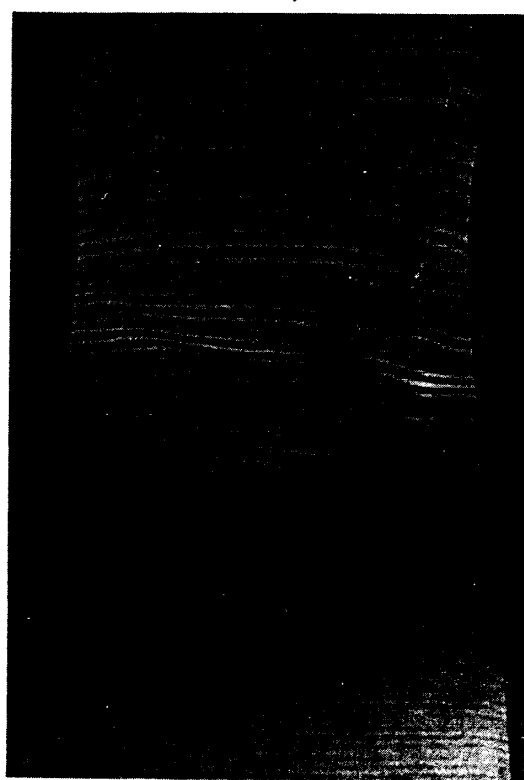
静 止 状 態



衝 撃 波



衝撃波. シュリーレン法併用



同左. フィルターなし

寫 眞 3.

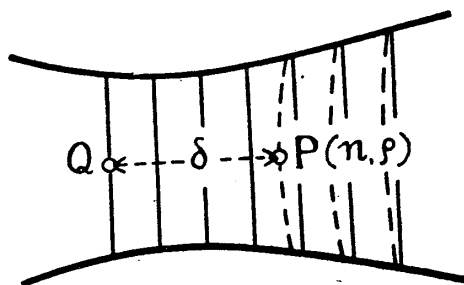
3. 干涉縞の變位から高速風洞内の壓力分布、及び境界層の溫度分布、速度分布の求め方

使用した風洞は大氣を眞空槽中に吸込む式のものである。風洞斷面は矩形であつて氣流は二次元的と考へられる。(9) 之を BD の間に置き、平行光線を氣流に直角に入射せしめる。風洞の窓硝子と等しい補償硝子板を別の光路 AC 間に入れる事は言ふ迄もない。(寫眞1及び第3圖参照)

(i) 風洞内の壓力分布

風洞に風を通さぬ状態に於て氣流軸に直角な縞を作る。(第4圖實線) 風を通す時は風洞内に大氣が斷熱膨脹を行つて流れるのであるから密度は大氣の状態より小さくなり干涉縞は移動して同圖破線の如くなる。

今 P 點に對して縞が Q から移動したものとし其の移動量 δ を靜止状態の縞の數で測つて ϵ 本であるとする。(10) 一般に ϵ は整数ではない。 P 點の屈折率、密度、壓力、溫度を n, ρ, p, t ; 大氣に對する之等の量を n_1, ρ_1, p_1, t_1 とする。光線方向の氣流の厚さを L , 使用光の眞空中の波長を λ_v とする時、 ϵ は次式によつて表される。



大氣(n_1, ρ_1)

第4圖 ラヴァール管の干涉縞

$$\epsilon = (n_1 - n) \frac{L}{\lambda_v} \dots\dots\dots (1)$$

又空氣の屈折率と密度との間には

$$\frac{n-1}{\rho} = \text{const.} \dots\dots\dots (2)$$

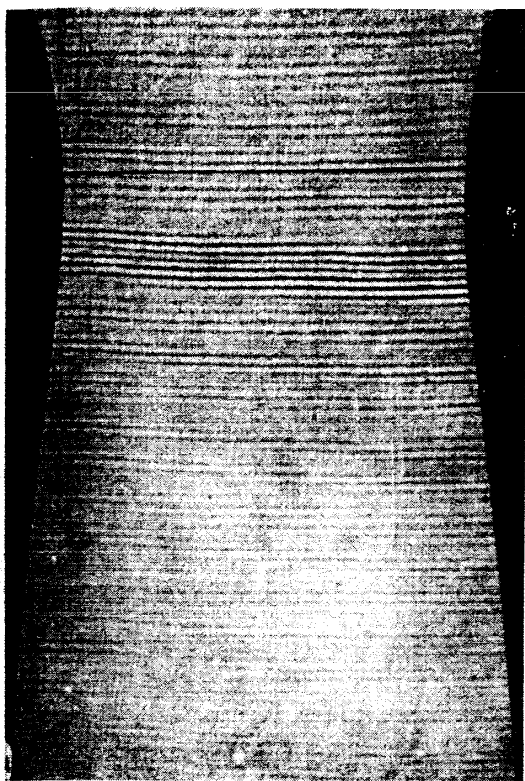
の關係がある。

氣流の状態變化が斷熱的であるとすれば

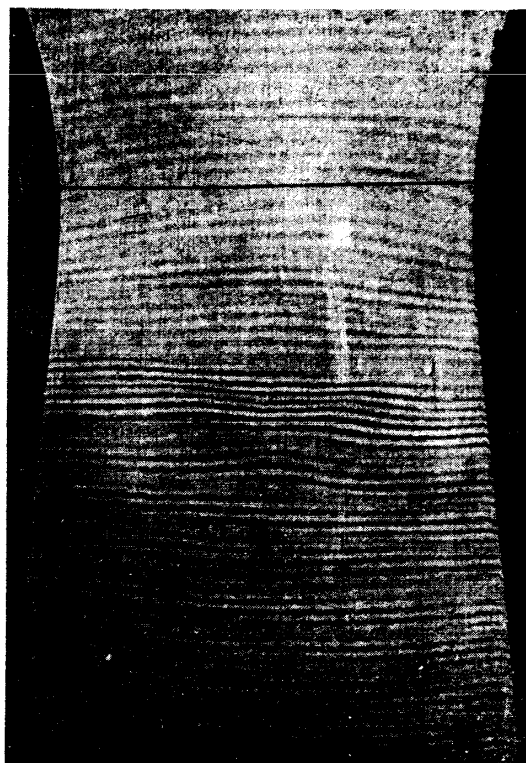
$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const.} \quad (k = \frac{c_p}{c_v} = 1.4) \dots\dots\dots (3)$$

(9) 干涉縞の變位の解析が簡單に行はれるのは、此の様に二次元的な場と回轉對稱を有する場の二つである。

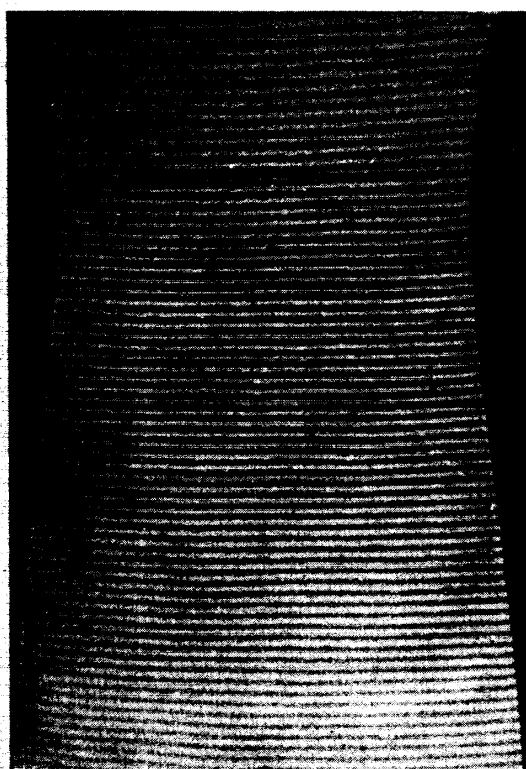
(10) 風洞の窓硝子が光學的に完全な平面でなかつた爲に靜止状態の縞は僅かに彎曲し、且つ縞の間隔も完全に一定ではないが、縞の移動量を其の位置に於ける靜止状態の縞の數で表す事にすれば誤差を生じない。



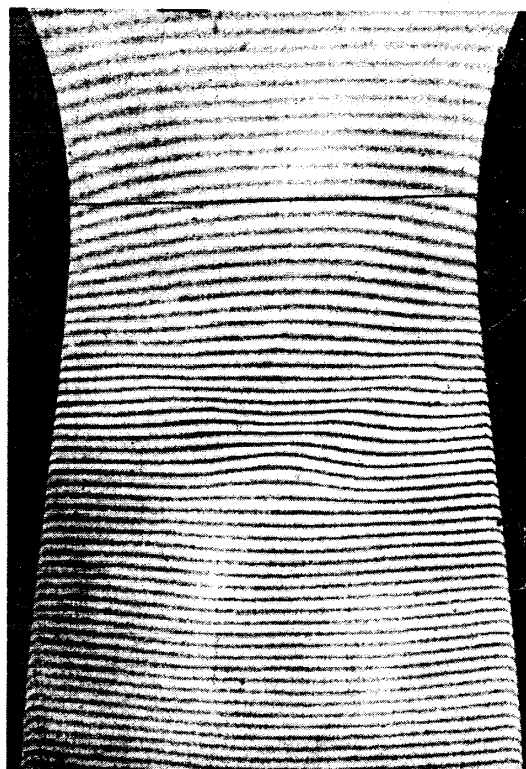
静止状態. フィルターなし



平行部分の $M=1.52$



静止状態. 緑色フィルターを使用



平行部分の $M=1.52$

写真 4 I 型ラウアル管最小断面附近の流れ

(1), (2) を組合せて, $\left(\frac{n-1}{\rho}\right)_0$ を 0°C , 760 mmHg に對する値とすれば

$$\rho_1 - \rho = \left(\frac{\rho}{n-1}\right)_0 \cdot \frac{\lambda_v}{L} \cdot \epsilon \dots\dots\dots (4)$$

(3) より

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^k = \left(1 - \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1}\right)^k \dots\dots\dots (5)$$

$k=1.4$, $(n-1)_0=293 \times 10^{-6}$, $\rho_0=0.1317 \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^4}$, $\lambda_v=5462 \text{ \AA}$, $L=4.5 \text{ cm}$ に對して (4), (5) によつて, ϵ 及び ρ_1 の (即ち p_1 , t_1 の) 測定から風洞内の壓力分布が求められる. マツハ數及び速度は次の式によつて求められる.

$$\frac{u}{a} = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[\left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]} \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{u}{a_1} = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \dots\dots\dots (7)$$

但し, u は流速, a は局所音速, a_1 は靜止狀態 (大氣) に於ける音速である.

(ii) 境界層の溫度分布及びそれによつて速度分布を求める事

境界層内の一點の溫度, 密度, 屈折率, 速度を $t^\circ\text{C}$ ($T^\circ\text{K}$), ρ , n , u ; 層外の主流に對する量を $t_\infty^\circ\text{C}$ ($T_\infty^\circ\text{K}$), ρ_∞ , n_∞ , U とする.

境界層内では壁に直面的方向に壓力一定と考へてよいから狀態方程式より

$$\rho T = \rho_\infty T_\infty \dots\dots\dots (8)$$

考ふる點に對する ϵ (層外の縞の位置よりの變位) は

$$\epsilon = (n_\infty - n) \cdot \frac{L}{\lambda_v} \dots\dots\dots (9)$$

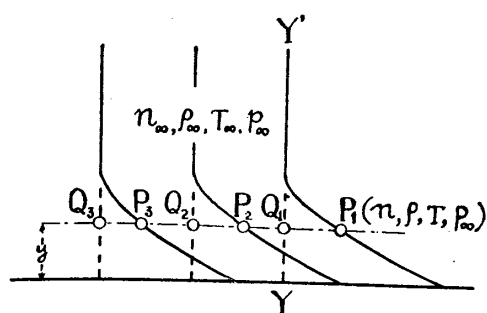
(2), (8), (9) より

$$T - T_\infty = T_\infty \frac{\epsilon}{(n_\infty - 1) \frac{L}{\lambda_v} - \epsilon} \dots\dots\dots (10)$$

を得る. 之が境界層内の溫度を與へる式である. (11)

第 5 圖に見る如く直接 ϵ が測定されるのは縞の上の點 P_1 , P_2 , P_3 等であるが

(11) 風洞が光線方向に L だけの厚みを有する時, 通風時に流れの中に屈折率の勾配を生ずれば入射光線は風洞内で少しづつ偏向する. 其の道筋は近似的には圓弧であるから通風時に寫眞のピントがばげない様にする爲には豫め風洞の中央の面 ($L/2$ の位置) にピントを合はせて置けばよい. (例へば Schardin (1) 参照) 此の様にすれば, 寫眞乾板上の一點の ϵ は風洞内の其の點に對應する位置に入射し風洞内での偏向の爲少しづつ異なる n の點を通過する光路に對應するものとなるが, 多くの場合此の事を考へずに光線は入射より射出まで同じ n の點を通ると考へて差支ない. 例へば我々の測定した境界層の場合には其の測定値から計算して風洞壁面に入射する光は壁から約 0.02 mm 離れて射出する程度である.



第5圖 境界層の干渉縞

我々の必要とするのは壁に直角な YY' 上の点 Q_1, Q_2, Q_3 等の ε であつて、之を求める爲には YY' の前後の数本の縞の上の點に就て ε を求め内挿によつて YY' 上の ε を定める。主流方向の壓力勾配の小さい時は其の方向の ε の變化も緩慢であるから此の内挿の精度は良好である。

次に境界層内に於て壁に直角方向の溫度分布から速度分布を求める事を考へる。

境界層の運動方程式及びエネルギー方程式

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\rho u \frac{\partial}{\partial x} (c_p T) + \rho v \frac{\partial}{\partial y} (c_p T) - u \frac{dp}{dx} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

に於て、 c_p は溫度によらぬとし、 T が u のみの函數となる場合を考へると、エネルギー方程式を運動方程式と同等にする爲に次の三つの條件が必要である。(12)

$$\sigma = \frac{c_p \mu}{\lambda} = 1, \quad c_p \frac{d^2 T}{du^2} + 1 = 0, \quad (c_p \frac{dT}{du} + u) \frac{dp}{dx} = 0.$$

第三の條件は流れに沿うて靜壓勾配の無い時は自然に満足されるが、然らざる時は $c_p \frac{dT}{du} + u = 0$ から表面を通して熱傳達が無い事が必要となる。第二の條件は溫度が速度の二次式で表される事を示す。第一の條件は空氣の場合 $\sigma = 0.715$ であるから滿されない。然し亂流境界層の場合には、運動量及びエンタルピーが亂流混合の機構によつて輸送されるとして、 $\lambda_{\text{turb.}}$, $\mu_{\text{turb.}}$ を定義すれば、 $\sigma_{\text{turb.}} = \frac{c_p \mu_{\text{turb.}}}{\lambda_{\text{turb.}}} = 1$ となるから第一の條件は滿される。尤も此の關係は層流底層(laminar sub-layer)に對しては成立たない。

我々の取扱つたのはラヴァール管の下流の平行風路の側壁に沿ふ亂流境界層であつて、 $\frac{dp}{dx} = 0$, $\sigma_{\text{turb.}} = 1$ が成立ち、結局第二の條件から T と u の關係は次の形となる。

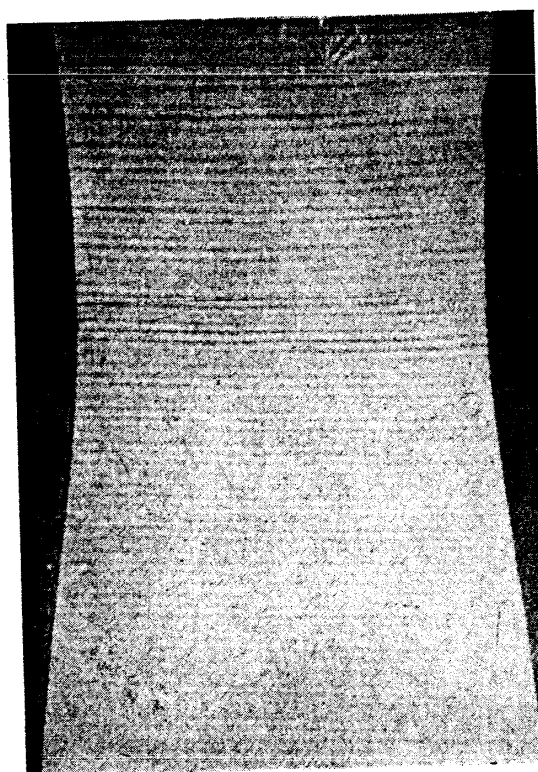
$$c_p T = A + Bu - \frac{u^2}{2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

境界條件として

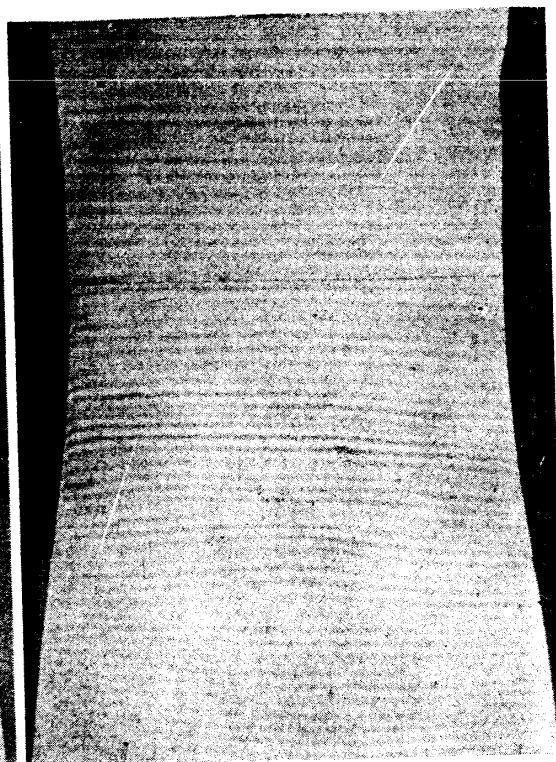
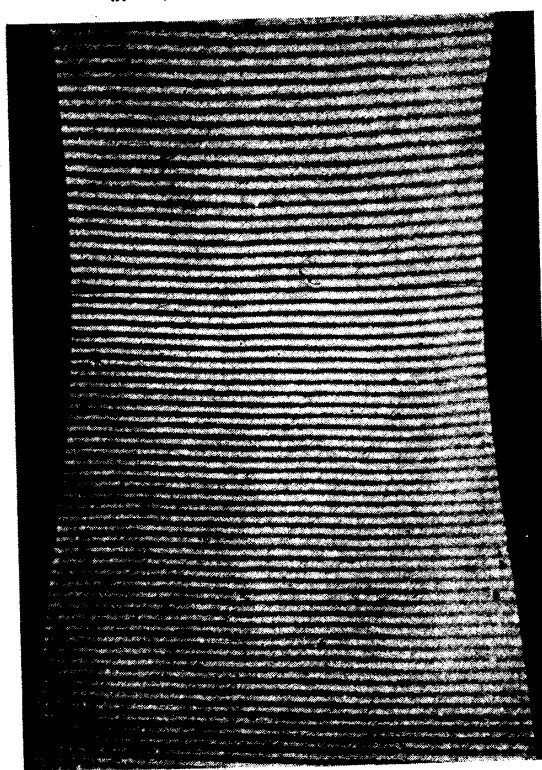
$$u = 0 \quad \text{に對して} \quad T = T_w \quad (\text{壁面})$$

$$u = U \quad \text{''} \quad T = T_\infty \quad (\text{主流})$$

(12) 谷一郎,「壓縮性流體に於ける境界層に就て」航研報告 No. 251, 1943. 及び L. Crocco, Sulla trasmissione del calore da una lamina piana ad un fluido scorrente ad alta velocità. Aerotecnica 12, 1932. 参照. c_p は單位質量に對する値を力學單位で表すものとする。



静止状態. フィルターなし

平行部分の $M=1.46$ 

静止状態. 緑色フィルターを使用

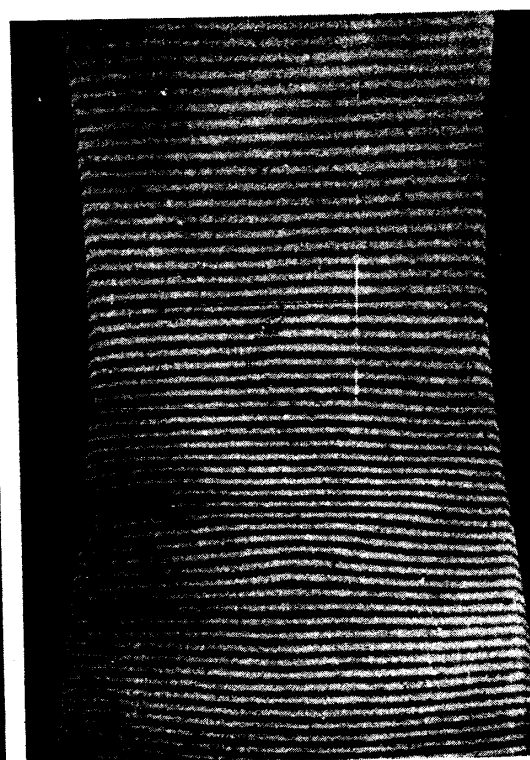
平行部分の $M=1.46$ (第10図)

写真 5 II 型ラヴェール管最小断面附近の流れ

を用ひれば $T-T_\infty$ は次の形で表される。

$$T-T_\infty = T_w-T_\infty - (T_w-T_\infty) \frac{u}{U} + \frac{U^2}{2c_p} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) \dots\dots\dots (14)$$

$$T-T_\infty = \Delta T, \quad T_w-T_\infty = (\Delta T)_w$$

と書き, (12) を $\frac{u}{U}$ に就て解けば

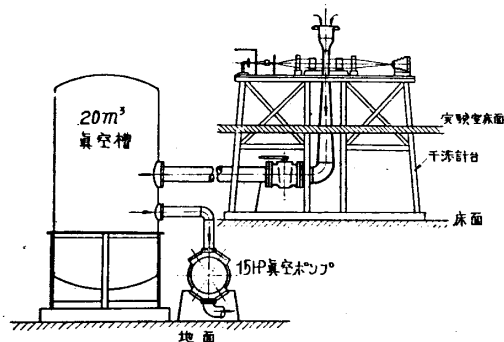
$$\frac{u}{U} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(\Delta T)_w}{U^2/2c_p}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(1 - \frac{(\Delta T)_w}{U^2/2c_p}\right)^2 + \frac{(\Delta T)_w - \Delta T}{U^2/2c_p}} \dots\dots\dots (15)$$

を得る。

此の式によつて先に求めた温度分布から速度分布を計算する事が出来る。但し根號の前の符號は境界條件を満たす様にする。 (14) 式の $\frac{\Delta T}{U^2/2c_p}$ を $\frac{u}{U}$ にて微分すれば分る様に $\frac{u}{U} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(\Delta T)_w}{U^2/2c_p}\right)$ に於て ΔT が最大となる事に注意して置く。

4. 風 洞

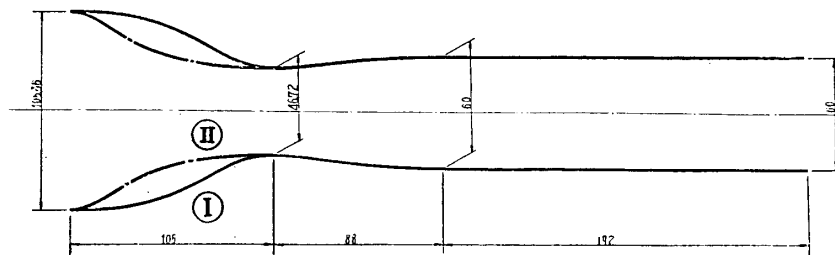
風洞並に之に附屬した裝置は第6圖の如くである。干渉計との關係位置は寫眞 1 によつて明かである。



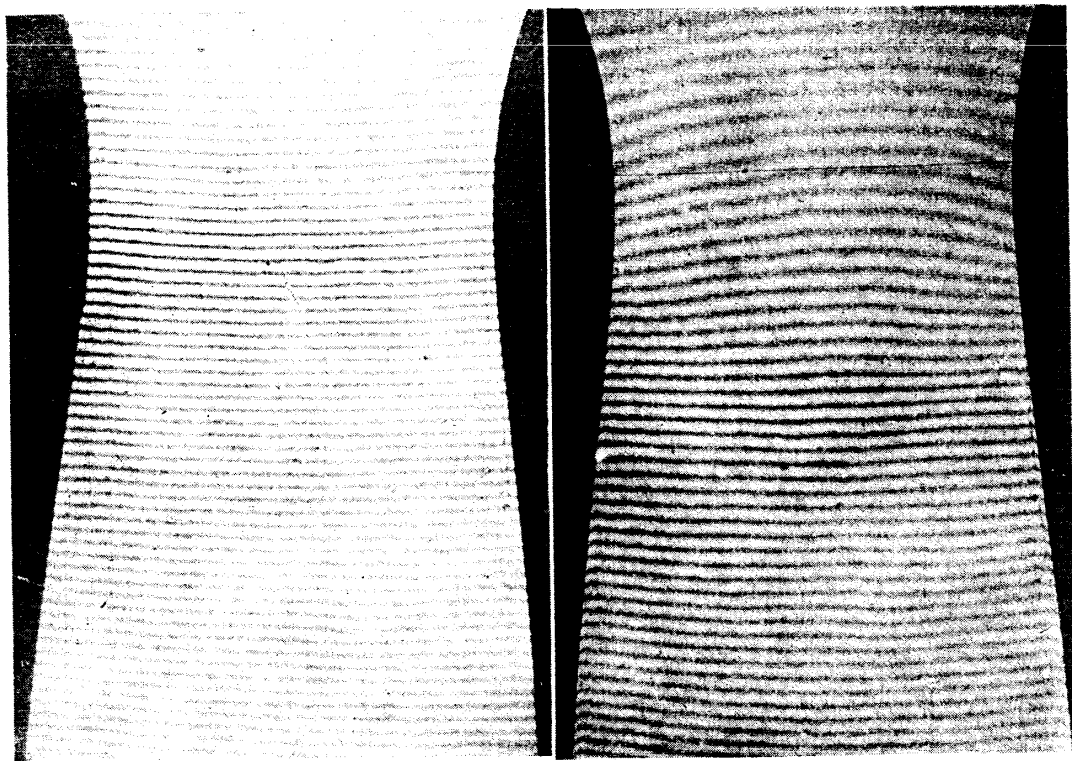
第6圖 6×4.5 cm 吸込式超音速風洞と其の附屬設備

氣流は先づ橢圓形の絞り曲線によつて 18.2×12.2 cm の矩形断面に吸込まれ、若干の平行部分を経て更に 10.5×4.5 cm の断面に絞られ、測定筒第7圖に接續する。

測定部分は 6×4.5 cm の矩形断面を有し、擴散筒によつて直徑 15 cm の圓管に連結し、コックを経て容積 20 m³ の眞空槽に連る。圖によつて明かな様に、測定筒は鉛直に置かれ



第7圖 $M=1.64$ に對する測定筒



静止状態

平行部分の $M=1.57$ (第 9 圖)

写真 6 I 型ラヴァール管最小断面附近の流れ

である。

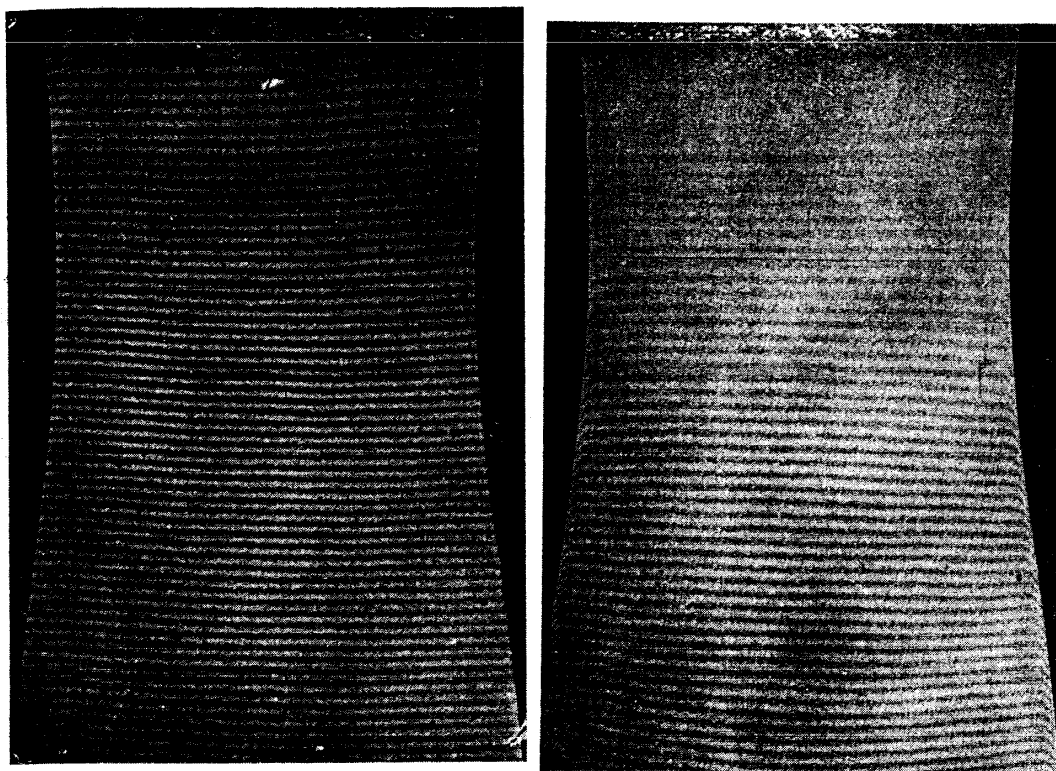
測定筒としてはマッハ数 $M=1.64$ に對して設計したラヴァール管を取付けた。測定筒 I は有機硝子製で 25 mm 間隔に壁壓孔を有する。測定筒 II は最小断面より上流の絞りの形を異にするもので木製である。(第 7 圖) 何れも一對の壁のみで断面を變化せしめ、他の一對は硝子壁であつて光線方向の流れの幅は 4.5 cm である。

15 馬力の真空ポンプによつて真空槽の壓力を約 -500 mmHg とした後、コックを急に全開すれば約 25 秒間一定の氣流が得られる。

風洞の支持臺は干涉計の臺と別に床から組立ててある。之は風洞の振動が干涉計に傳るのを防ぐ爲である。

5. 實驗並に其の結果

實驗に於ては次の二つの事を行つて兩者を比較した。一は壓力の測定であり、之は測定筒の壁壓を水銀 U 字管に導き、それを寫眞に撮影し、後にコンパレータ



静止状態

平行部分の $M=1.49$ (第 11 図)

写真 7 II 型ラヴァール管最小断面附近の流れ

によつて圧力差を讀取つた。他の一は干渉縞の撮影である。風洞のコックを開いた直後は氣流が幾らか不安定であつて干渉縞が振動して少々不明瞭となるが暫くすると全く安定な状態となるので撮影は極めて容易である。

ラヴァール管の全長が約 30 cm であつて、干渉計で一度に全體を見る事が出来ないので主として最小断面附近を觀察した。

以下に數種の場合に得られた干渉縞の寫眞を掲げ其の各々に就て測定した結果を述べる事とする。

寫眞に見られる如く、フィルターなしの場合の干渉縞は中心縞のみが鮮明に現れるから、無風時と通風時に於ける中心縞の位置から縞が幾本移動したかを見出す事が出来る。尤も超高壓水銀燈には綠色フィルターを通る $\lambda_0 = 5462 \text{ \AA}$ の他に $\lambda_0 = 4359.5 \text{ \AA}$ の強い線があるのでフィルターなしの場合の縞を此の波長に對する縞で數へれば綠色光による場合に比して縞の數は $5462/4359.5 \doteq 10/8$ 倍となる。

(i) 衝撃波を含む流れの寫眞

寫眞 2, 3 はラヴァール管 I の平行部分の下流を絞つて衝撃波を視野内に生ぜし

めたものである。寫眞に於て氣流は上から下へ流れる。最小断面附近の斜な小衝撃波及び其の下流の略々真直な衝撃波、及び之に伴ふ流れの剝離等が明瞭に見られる。寫眞機の前の収斂レンズの焦點に遮蔽板を置く事によつてシュリーレン法を同時に行ひ得るので、一枚の寫眞に干渉縞とシュリーレン法による明暗とを合成する事が可能である。寫眞2及び3の下半は其の例である。収斂レンズの焦點距離が短い(50 cm)爲と、干渉計の一方の光路を通る光はシュリーレンを通らないのであるから此の方法はシュリーレン法としては感度が悪いが、兩側の壁から出た斜の波が中央で交り、反對側の壁に當つて反射する有様が見られる。

衝撃波の發生した場合其の中では最早斷熱變化は行はれないから、干渉縞の測定のみからは各點の密度は得られるが壓力其他を求める事は出来ない。従つて別に壓力を測定する事が必要である。然し、例へば衝撃波の前後で夫々部分的に斷熱變化を行ふ事が明かな場合には各部分に於て何れか一點の壓力を測れば良いから測壓のみによる方法に比べてやはり相當に有利である。

更に衝撃波の内部の縞も明瞭であるから、之より密度を求め、同時に靜壓を測定する事によつて衝撃波内部の狀態變化の法則を求める事が可能であると思はれる。

(ii) ラヴァール管内の壓力分布

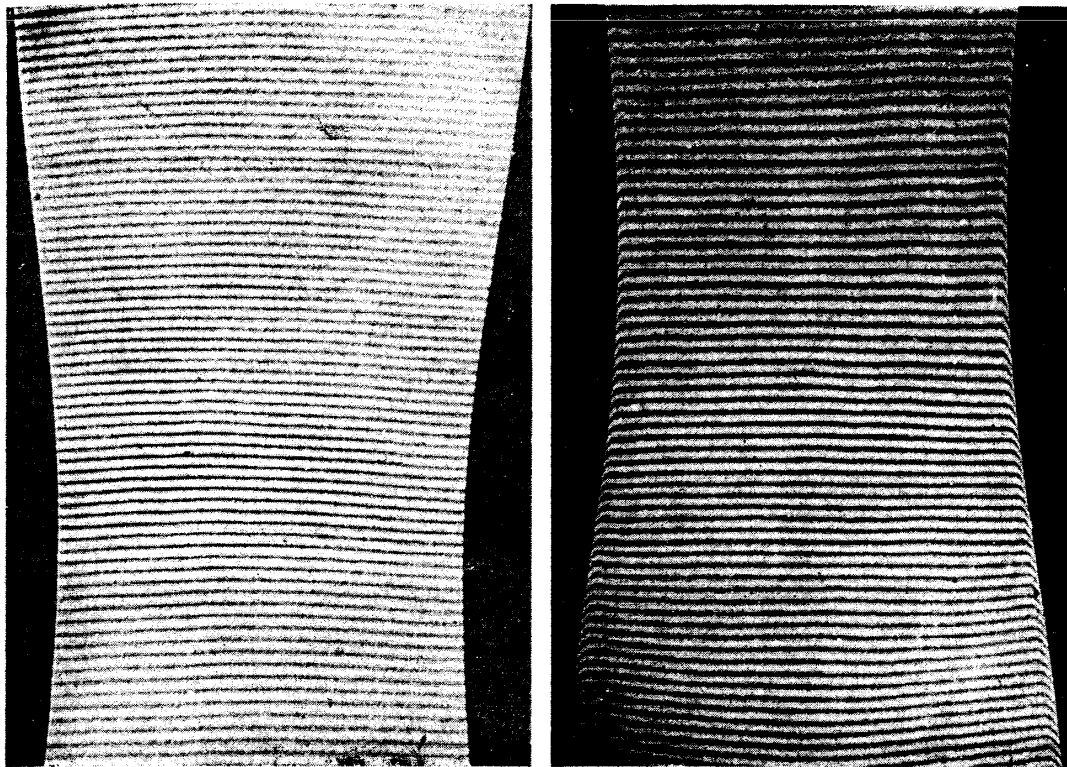
測定は I 型、II 型のラヴァール管に就て行つた。何れもマッハ數 $M=1.64$ を得る如く Busemann の方法によつて設計したものであつて第 7 圖に示す如く單に最小断面の上流の絞りを異にするのみである。I 型の絞りはグイドニヤの超音速測定筒 ($M=1.8$) のものから絞り比に比例して寸法を定めたものであり、II 型は圓形断面の絞りに對する Witoszinski の曲線の式⁽¹³⁾の半徑 r の代りに單に二次元風路の高さを用いたものであつて理論的には意味がないが絞り曲線の特徴——最初に強く絞りに後緩い傾斜で最小断面に達する——は失はれないのでそのまゝ之を用いたのである。

平行部分の後部に幾らか絞りを付ける事は擴散筒の効率の向上及び氣流を安定にする爲に必要である様に思はれるが其の絞りは極めて僅かであり、さもなければ

(13) 流れの方向に x -軸を取り、絞り初めを $x=0$ 、絞りの完了する點を $x=l$ とする。絞る前の圓の半徑を r_1 、絞りの後の半徑を r_0 とする時、任意の x に於ける圓の半徑 r は次の式で表される。

$$r = \frac{r_0}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{r_0^2}{r_1^2}\right) \frac{\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)^2}{\left(1 + \frac{x^2}{3l^2}\right)^3}}}$$

(E. Witoszinski: Vorträge aus dem Gebiete der Hydro-und Aerodynamik, Innsbruck. 1922, p. 248.)



静止状態

平行部分の $M=1.57$ (第 12 圖)

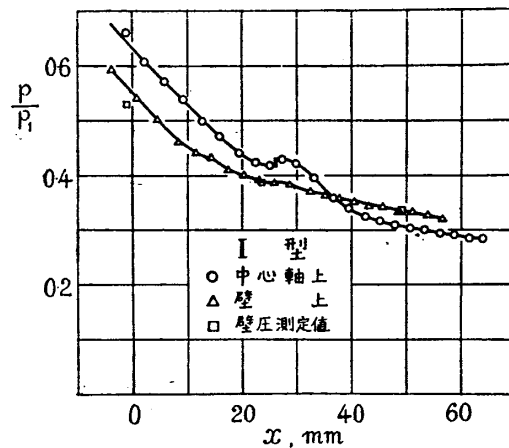
寫眞 8 II 型ラヴァール管最小断面附近の流れ
(最小断面 43.2 mm, 平行部分 58 mm)

(i) の如く筒内に衝撃波を生ずる事になる。こゝでは簡單の爲絞りを付けずに直ぐに擴散筒に絡いだ。

最初 I 型に於ては最小断面附近に弱い衝撃波が現れ、II 型に於てはそれが弱まつて殆ど不連続を示さぬ事が分つたが、(寫眞 4, 5) 平行部分に於て得られたマッハ数は夫々 1.52 (I 型), 1.46 (II 型)であつた。然し後に測定部の風路を實測した結果、平行部分の高さが 60 mm であるべきところを I, II 型共に 58.5 mm である事が分つたので、更に風路の寸法を嚴密に正して測定を繰返した。單に平行部分が之だけ狭いといふ事のみによれば豫期のマッハ数は 1.60 であつて實際に得られた値が之よりかなり低かつたのは境界層の影響によるものと考へられる。

こゝに現れた最小断面附近の衝撃波は極めて弱いものであるから此の前後の状態が斷熱變化で結ばれるものと考へても殆ど誤差を生じない。そこでコンパレータールによつて測定した縞の移動數から § 2 の式に従つて筒内の壓力分布を求めた。⁽¹⁴⁾

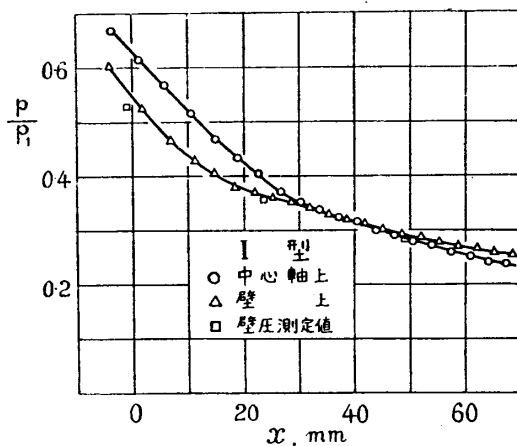
(14) 壁面には境界層の溫度上昇に相當した縞の變位があるから其の外側の位置を讀取つて壓力分布を求めた。



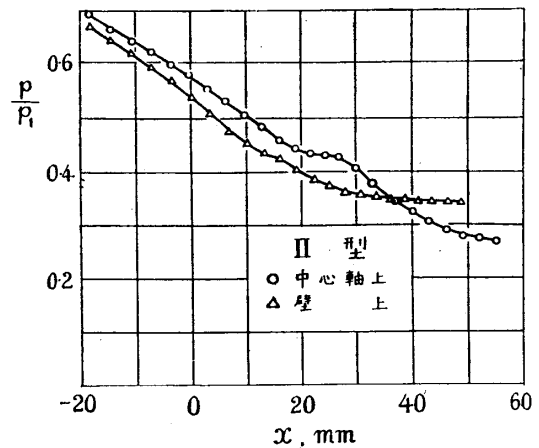
第8圖 I型ラヴァール管最小断面附近の壓力分布
平行部分の $M=1.52$ (幅=58.5 mm)

(第8, 第10圖) 圖に於ける縦軸は各點の靜壓と大氣壓との比, 横軸 x は最小断面より下流の距離を表す. $x=0$ は最小断面である. そして縞の測定點の数が多いのので之等の圖には何れも測定點を一つ置きに記入した.

I型に於て同時に行つた壁壓實測値と干涉縞から求めた壁壓とはかなり良く一致



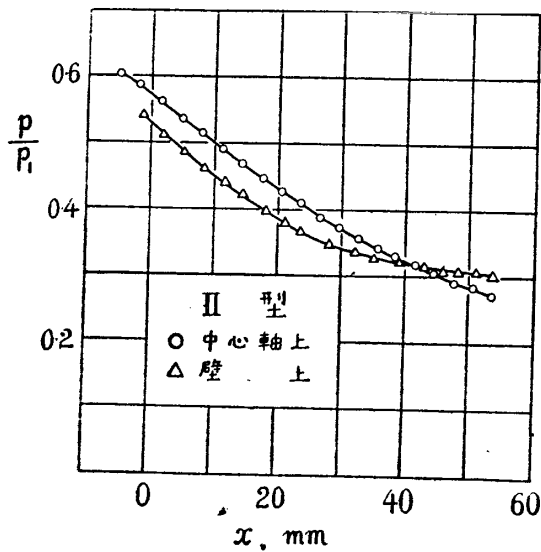
第9圖 I型ラヴァール管最小断面附近の
壓力分布
平行部分の $M=1.57$ (幅=60 mm)



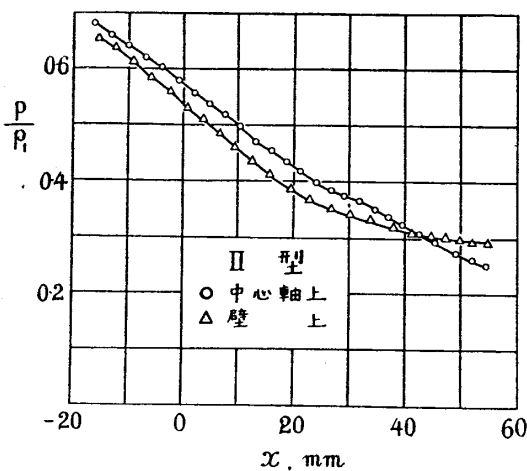
第10圖 II型ラヴァール管最小断面附近の
壓力分布
平行部分の $M=1.46$ (幅=58.5 mm)

する.(第8圖) 其の差は最小断面に於て最大で約4%, 其の他では2%程度で何れも干涉計の方が高目の壓力を與へる.

正しい寸法の筒に對する流れの寫眞を寫眞6, 7に示す. I型に於ては最小断面附



第11圖 II型ラヴァール管最小断面附近の
壓力分布
平行部分の $M=1.49$ (幅=60mm)



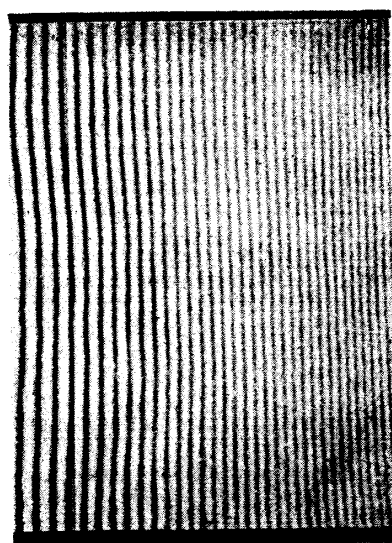
第12圖 II型ラヴァール管最小断面附近の
壓力分布
平行部分の $M=1.57$ (最小断面の
幅=43.2mm, 平行部分の幅=58
mm)

近の波が消滅して $M=1.57$ といふ比較的豫定に近い値が得られた. II型に於ても此の波は生じないが, それでも尙得られたマッハ数は 1.49 である事が明かとなつた. 此の場合の壓力分布を第 9, 11 圖に示す.

次に, かくして得られた壓力分布を基として I 型 II 型の特徴に就て考へる事とする.

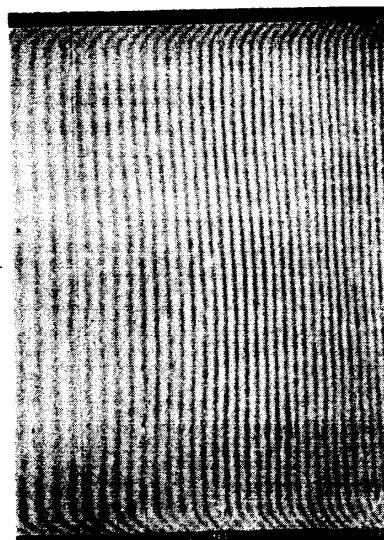
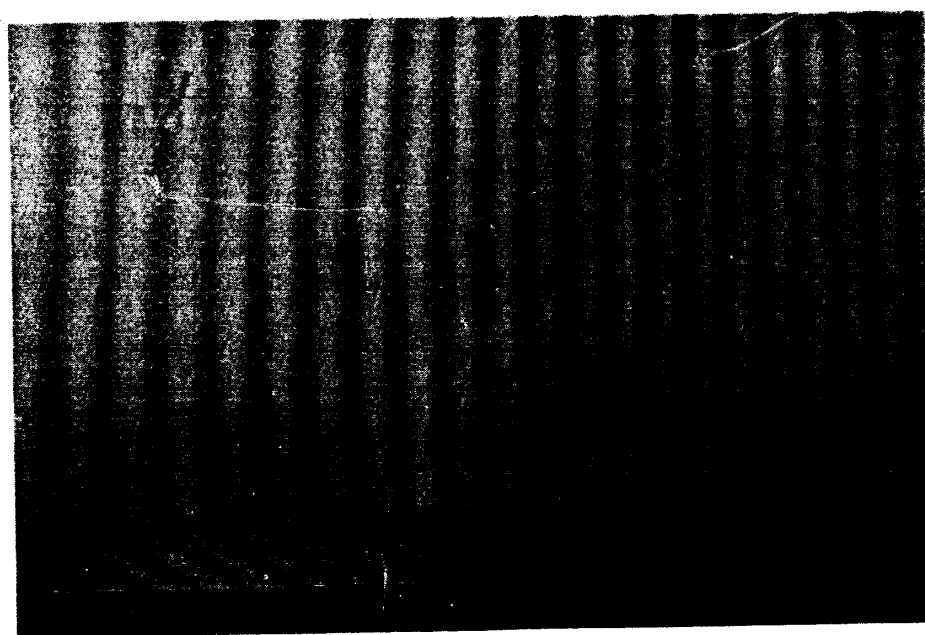
先づ第一に I 型に於ては絞りが急である爲に最小断面に於ける速度分布は一樣でない事が干渉縞の寫眞からも明かである. 實際に壓力分布を見れば中心軸上には亞音速の領域が残つてゐる. 之に反して II 型は絞りが適當であるので最小断面の速度分布は略々一樣である事が寫眞から直に分る. 元來此のラヴァール管の設計に當つては, 最小断面に於て氣流は一樣に音速に達してゐるものとして其の後の曲線の形を定めたのであつて, 其の意味からして II 型の方は設計の基礎條件を満してゐるので略、豫定通りの壓力分布が得られる筈である. 實際に設計の壓力分布 (第 13 圖) と比較して此の事が確かめられる. 境界層の増大に伴つて壁上の壓力は設計値程急に下らないが, 初め壁上の速度が中心軸上よりも速く, 或點で両者が一致した後は中心軸上が速くなり最後に平行部分の入口で再び一致して一樣な流れと

なるといふ特徴は良く現れてゐる. 一方 I 型では最小断面に於て既に設計の條件が満されてゐないのであるから, 其の後の風路の形は嚴密には適當でないのである



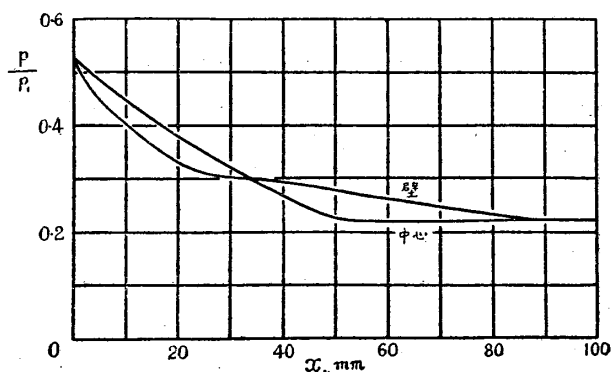
静止状態

風向→

平行部分の流れ $M=1.46$
(気流幅=58.5 mm)→
風向

同上 拡大せるもの

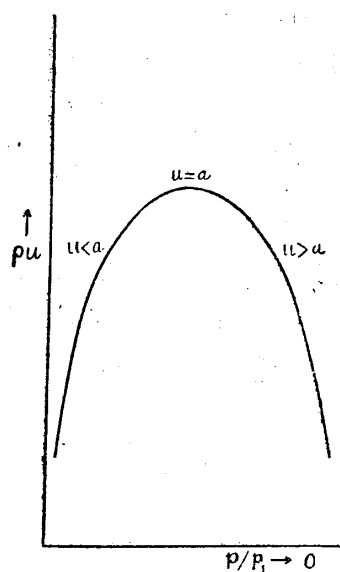
写真9 II型ラヴェール管平行部分の境界層



第 13 圖 ラヴァール管の理論的壓力分布
(平行部分の $M=1.64$)

の差が大きいといふ事は一見矛盾した様に見えるが、之は境界層の影響を考慮すれば説明の付く事柄であつて興味ある結果であると思はれる。I 型に於て II 型より高い風速が得られた事は一部分次の如くに説明されるが、之だけでは兩者の差を説明するには不充分であり、其の理由は明かでないが、寫眞 6, 7, 8 等より見て兩者の境界層の發達状況には若干の差がある様である。

今ラヴァール管の平行部分に於て断面内の速度が一樣であるとし其の速度、密度



第 14 圖

断面積を夫々 u, ρ, F とする。連續の式から單位時間内の流量 $\rho u F$ は最小断面に於ける流量に等しい。さて ρu と p/p_1 (p =平行部分の靜壓, p_1 =大氣壓) との關係はベルヌイの式と斷熱變化の式とより求められ第 14 圖の如くなる。最大値は $u=a$ に相當し、超音速に於ては p/p_1 が小さい程、云ひ換へればマッハ數が大きい程 ρu は小さい。今 I 型と設計に於て考へた最小断面の速度が一樣な場合とを比較すれば I 型では最小断面の中心附近に亞音速の領域がかなり多く残つてゐるから最小断面の流量は小さい。 F は兩者共等しいとすれば I 型の方が平行部分の ρu が小さく従つてマッハ數は大きい事となる。然し此の差は比較的僅かなものである。(尙(iii)の部參照)

以上の考察から II 型に於ては境界層の厚さ(排

(15) 實際に $M=1$ なる點を結ぶ曲線を起點として Busemann の方法を用ひれば理論的に正しい設計が得られるであらう。

除厚)に相當するだけ平行部分を擴げれば良い事が推論される。擴散筒の構造上平行部分を擴げる事が困難であつたので反對に最小斷面が幾らか狹くなる様に壁を取付けて觀測を行つた。(最小斷面幅=43.2mm, 平行部分の壁壓孔の位置に於ける幅=58 mm) 此の結果を第 12 圖及び寫眞 8 に示す。得られたマツハ數は豫想されるよりは低いが 1.57 となつた。

最小斷面附近の小さい壓力上昇の發生は微妙であつて空氣中の水蒸氣の凝結によとも考へられるが其の成因は明かでない。そして壓力分布の曲線からも分る様に下流の氣流にあまり影響しない様である。そして I 型, II 型を比較すれば II 型は第 10 圖の如く之が存在する場合に於ても壓力分布には不連續を生じない點では勝れてゐる様である。

但し II 型の如く最小斷面に於て略々一樣な流れを實現させた場合には, 最小斷面以後に於て Busemann の方法によつて設計した風路の幅に境界層の厚さに對する修正(簡単に最小斷面よりの距離に比例して擴げる事で充分であらう)を行ふ必要がある。此の爲には尙種々のマツハ數に對して境界層の測定を行ふ事が必要と思はれる。

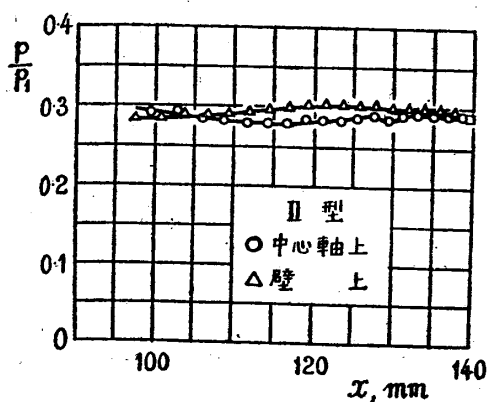
最後に干涉縞による壓力と壁壓の測定値との比較に關しては, 既に述べた通り干涉計の方が高目の壓力を與へ最小斷面に於て其の差が最大で約 4%, 其の他の點では 2% 程度に過ぎない。I 型の最小斷面の壁壓の干涉縞による値は常に普通に考へられるより高過ぎる様であるが之は流れを急に絞つた爲に光線方向にも一樣性が失はれてゐる爲ではないかと思ふ。II 型の最小斷面には測壓孔がないので比較が出来ないが $p/p_1=0.53\sim 0.54$ は略々正しい値と思はれる。此の方が光線方向の氣流の一樣性も良好なのであらう。

(iii) 境界層の溫度分布及び速度分布

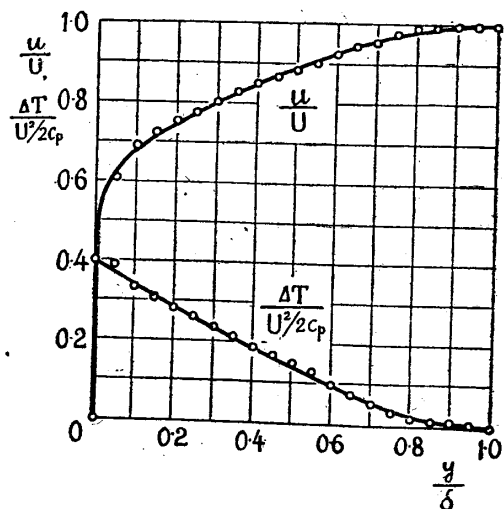
寫眞 5, 第 10 圖の II 型測定筒の流れに對して, 平行部分の壁に沿ふ境界層を測定した。先づ此の部分の速度分布の一樣性及び流れ方向の靜壓勾配の有無を調べる爲に平行部分の流れの干涉縞を觀測した結果は寫眞 9, 第 15 圖の如くである。附言して置く事は此の部分の硝子窓の平面度が悪かつた爲に無風時の縞の間隔が一樣でない事である。然し §2 の脚註に述べた様にして縞の移動數を數へれば之による誤差は入らない。

靜壓勾配は充分小さい事が分つたので §3 の理論に基づいて境界層の溫度分布から速度分布を求めた。其の結果を第 16, 17, 18 圖に示す。境界層の厚さ δ は 2.2 乃至 2.6 mm の程度である。速度分布の形を見て分る様に明かに亂流境界層である。従つて $\sigma=1$ として良かつた事が分る。

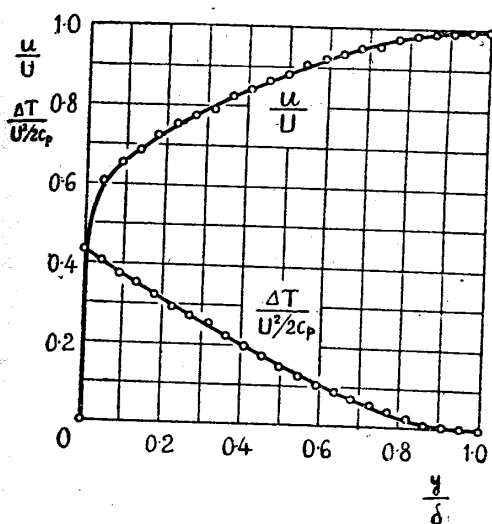
境界層の排除厚 δ^* 及び運動量厚 θ



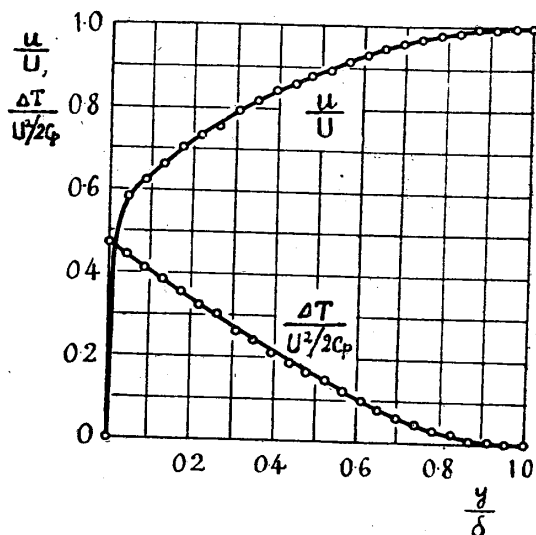
第15圖 II型ラウアル管平行部分の
壓力分布
右端の□印は壁壓實測値



第16圖 境界層速度分布及び温度分布
(最小断面より下流 103.5 mm,
 $M=1.46$)



第17圖 境界層速度分布及び温度分布
(最小断面より下流 116.5 mm,
 $M=1.44$)



第18圖 境界層速度分布及び温度分布
(最小断面より下流 133.5 mm,
 $M=1.44$)

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_\infty U}\right) dy \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\theta = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_\infty U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad \dots\dots\dots (15)$$

を計算し、圖に示した三位置に於ける諸量と共に第1表に掲げる。此の程度のレイ

ノルツ數に對し非壓縮性の亂流境界層では δ^*/θ が約 1.38 と推定せられるのでこゝに得られた結果は之より約 50% 大きい。谷所員の壓縮性層流境界層の理論⁽¹⁶⁾によれば、此のマツハ數に對して層流境界層の δ^*/θ は非壓縮性の場合より 30% 程度大きくなる事が示されるので亂流の場合も傾向としては之と一致するものである。

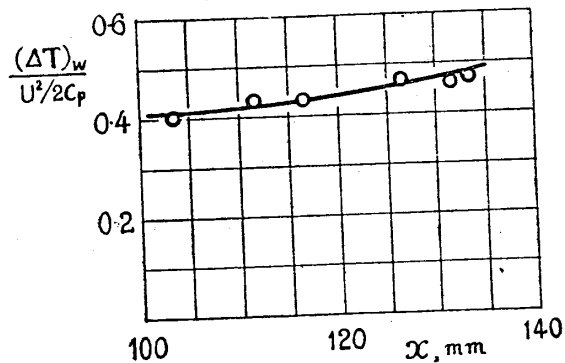
第 1 表 境界層の δ^*, θ 其の他

位置 最小断面 より mm	p_∞/p_1	M_∞	T_∞ °K	$U^2/2c_p$	U m/s	δ^* mm	θ mm	δ^*/θ	$R_\theta (= \frac{U\theta}{\nu_\infty})$	$\frac{(\Delta T)_w}{U^2/2c_p}$
103.5	0.288	1.46	198.3	84.7	413.3	0.424	0.204	2.08	3189	0.402
116.5	0.298	1.44	200.3	82.7	408.4	0.494	0.240	2.06	3773	0.434
133.5	0.297	1.44	200.1	82.9	408.9	0.522	0.246	2.12	3864	0.473

$$p_1 = 756.1 \text{ mmHg}, \quad T_1 = 283.0^\circ \text{K}.$$

(ii) に述べた所の、境界層による風路の有効断面の減少は排除厚に相當するものに考へられるが此の厚さは約 0.5 mm であり、四方の壁に存在するものと考へ幾何學的寸法 (此の場合には $58.5 \times 45 \text{ mm}$) から差引き、最小断面の境界層を無視すれば豫定マツハ數は 1.54 となるから隅に於ける境界層の干渉を考へれば略々實際の結果を説明し得るものと思はれる。

溫度分布は第 16, 17, 18 圖の下の曲線に示す通りである。§3 の最後に注意した様に、實測した $\frac{(\Delta T)_w}{U^2/2c_p}$ を入れれば $u/U \doteq 0.2$ に於て溫度曲線に最大がある筈であるが、それは極めて表面に接近して居るので其の有無は明確でない。更に其の位置



第 19 圖 流れの方向の壁温分布

は層流底層内にあると考へられるから茲に用ひた計算も成立たないであらう。壁の

(16) 谷 一郎 前掲。

溫度自身は比較的正確に求められるが、縞にかなりの幅がある爲に其の極く近所の溫度勾配は測定し難いのであつて此の點は更に測定法の研究を要する。又測定した $(\Delta T)_w / (U^2 / 2c_p)$ の値は平板寒暖計の理論等から豫想されるよりもかなり低いのは恐らく風洞の繼續時間が短い爲に熱的に定常になつて居ない爲であらう。即ち、斷熱的に膨脹した氣流の爲最初に壁は冷却され、次で摩擦熱の發生によつて次第に加熱され遂に平衡溫度に到達するのであつて、こゝに測定したのは加熱されつゝある途中の段階なのであらう。従つて壓縮性境界層の正確な測定には今少し風洞の繼續時間の長い事が必要と思はれる。

然しながら從來のピトー管の方法では高速度の境界層の測定には種々の困難があり、殊に超音速流ではピトー管の前に衝撃波を生ずるから流れが變化する事が明かである。此の意味から干渉計を用ひる方法は誠に好都合である。

第 19 圖に流れの方向の壁上の溫度分布を示す。

6. 結 言

以上の結果を要約すれば次の通りである。

1. Mach-Zehnder 干渉計は斷熱變化を爲す高速氣流の壓力、速度等の測定に極めて適當である。元來此の方法では氣流が二次元的である事を假定して居るのに、矩形斷面の風路に於ては壁の境界層及び四隅に於ける其の干渉の爲、此の假定を基として求めた結果には幾らか誤差のある事が豫想さるが、實測の結果其の誤差は比較的小さくて我々の用ひた光線方向の厚み 4.5 cm の風路に對して、壓力の形で最惡の點で 4% に過ぎない。

1. 此の方法は又境界層の溫度分布の測定にも應用され、層内の溫度と速度との關係式を用ひて速度分布の決定にも用ひられる。

3. 衝撃波を伴ふ流れに於ては干渉計によつて密度を測定するだけでは壓力其他を求める事は出来ないが、流れを區分して部分毎に斷然變化が行はれると考へられる場合には各部分に於ける一點の靜壓を測ればよい。又、ラヴァール管内の衝撃波或は亞音速流中に置かれた翼型の背面の超音速域に生ずる衝撃波の如く幅のある場合には干渉縞の撮影と同時に波の内部の靜壓を測定すれば衝撃波の内部の狀態變化の法則を求める事が可能である。

其の他高速氣流測定に於ける干渉計の用途は極めて廣く將來性のあるものであると考へられる。

終りに、製圖、實驗、整理に絶えず協力された空氣力學第一部の玉置善春君と會田定一君の勞に對して感謝する次第である。

昭和 18 年 5 月 於空氣力第一部