No. 300

（昭和十九年七月發行）

弁の躍りに就て

所員　中西不二夫
亘理　厚

目　次

適　要

弁の躍るのは，普通にはカム形の加速度による弁機構の慣性力と弁ばねの力との關係と考へられてゐるが，實際はカム形の加速度の方向の變る位置に對する弁機構振動の位相の問題である．この位相が適當になるやうにすれば，弁はたゞ躍らないばかりでなく，弁閉時の衝撃も非常に小さくなる．

1. 緒　言

航空發動機としては小型輕量にしてしかも出力の大きいことが望まれるが，この目的を達成する一つの方法は回轉數を上げることである．然しこれにも限度がある．目下のところ軸受荷重及び弁機構のために回轉數が制限されてゐる．特に一般の星型發動機の如く衝棒を用ひる弁機構では高速運轉が難かしい．

弁機構の高速時に於ける困難は，弁が躍つて規定通りの運動をしないことゝ，弁機構が衝撃を受けることゝである．衝撃は弁が躍つてカムから離れたのが再びカムに接するときに相當大きい衝撃を受ける．又弁が閉るときに非常に大きい衝撃を受けることがあつて，場合によると弁軸が切れることさへあるが，實はこれも後に説明するやうに弁の躍りと關係のあるものである．要するに問題は弁の躍りなのであるから，弁が如何にして躍るかを調べてみよう．

先づ簡單であるから最初**定加速度カム**に就て考へてみることにする．尙遊隙**もない**ものとする．例へば水壓式タペツトを用ひたときのやうに遊隙なしで作動してゐるものとする．

從つて，初めのうち加速度が a であるとすれば，カムの揚程 h は

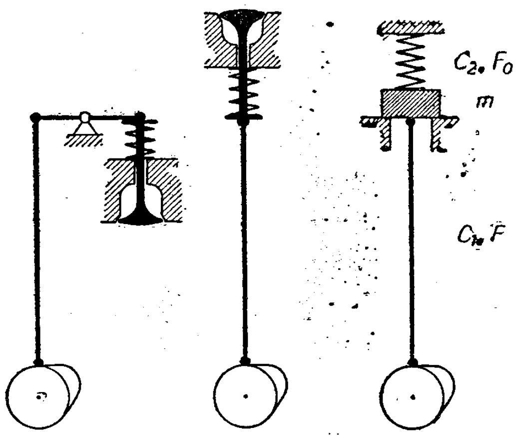
$$h=\frac{1}{2}at^2. \qquad \cdots\cdots(1)$$

$t=\tau$ に於て加速度の方向及び大さが變つて $-a'$ になるものとすれば，それから後は

$$h=-\frac{1}{2}(a+a')\tau^2+(a+a')\tau t-\frac{1}{2}a't^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

2. 衝棒の受ける力

航空發動機の衝棒を用ひる弁機構は第1圖 (a) の如きものであるが，これは同圖 (b) 或は更に簡單に (c) と同等であると考へることが出來る．今 (c) に就て



(a) (b) (c)

第 1 圖

弁は剛體で質量は m,

衝棒は質量はないものと考へ*, 剛さ c_1,

弁ばねも質量はないものと考へ, 剛さ c_2,

衝棒の受ける力を F,

最初弁ばねに與へて置く力を F_0 とする．

初め弁ばねに F_0 だけの力が與へてあるから，カムが動き出しても直には弁は動かない．衝棒が幾らか壓縮されて，その力が F_0 以上になつて漸く動き始める譯である．

カムの動き始めるときを $t=0$,

弁の動き始めるときを t_1,

そのときのカムの揚程を h_1 とすれば

$$F_0=c_1h_1=\frac{1}{2}c_1at_1^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

從つて

$$t_1=\sqrt{\frac{2F_0}{c_1a}}. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

$t=t_1$ から弁は動き始めるが，$t_0<t<\tau$ の間では弁の運動方程式は，弁の動きを x として

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+(c_1+c_2)x=-F_0+\frac{1}{2}c_1at^2. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

この解は

$$x=A\sin\sqrt{\frac{c_1+c_2}{m}}t+B\cos\sqrt{\frac{c_1+c_2}{m}}t+C+Dt+Et^2, \qquad \cdots\cdots\cdots(6)$$

茲に

$$C=-\frac{F_0}{c_1+c_2}-\frac{c_1ma}{(c_1+c_2)^2},$$

* 實際の發動機でカムが作動を始めて，衝棒が靜止から急にある速度になる場合，衝撃波が衝棒を傳つて行く筈である。然し衝棒の終端に水晶片を入れ，その壓電氣でブラウン管を働かせて衝棒の受ける力を測つてみると，その衝擊波は殆んど顯れない。これは衝棒に來るまでの衝駒等の部品の彈性，油膜の減衰作用等によるものであらう。兎に角衝擊波は顯れないで，顯れるのは弁機構全體の固有振動である。從つて衝棒は質量はないものと假定しても，弁の質量を適當な値に採れば實際に近いものが出ると思ふ。

$$D=0,$$

$$E=\frac{1}{2}\frac{c_1 a}{c_1+c_2}.$$

今　$\frac{c_1}{c_1+c_2}=\mu$, $\frac{c_1+c_2}{m}=p^2$ と置けば

$$x=\mu h-\mu\frac{F_0}{c_1}-\mu^2\frac{ma}{c_1}+A\sin pt+B\cos pt. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

右邊の第1項はカムの揚程による弁の動きであつて，μ が掛つてゐるのは弁ばねの力が強くなるに應じて衝棒もそれだけ縮むことを示してゐる．μ は一般に1に非常に近い數である．第2項は初めからの弁ばねの壓縮力 F_0 による衝棒の縮み，第3項は加速のための弁の慣性力による縮み，第4及び第5項は衝棒の彈性による弁機構の固有振動を表してゐる．

$t=t_1$ に於て $x=0$, 及び $\frac{dx}{dt}=0$ の條件を入れゝば

$$\left.\begin{aligned} A&=\frac{\mu a}{p^2}(\sin pt_1-pt_1\cos pt_1),\\ B&=\frac{\mu a}{p^2}(\cos pt_1+pt_1\sin pt_1). \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

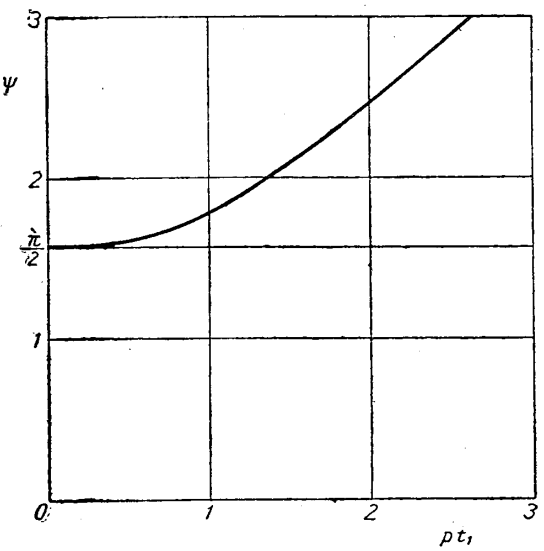
x を次の形に置けば

$$x=\mu h-\mu\frac{F_0}{c_1}-\mu^2\frac{ma}{c_1}-A_1\sin(pt-\psi), \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

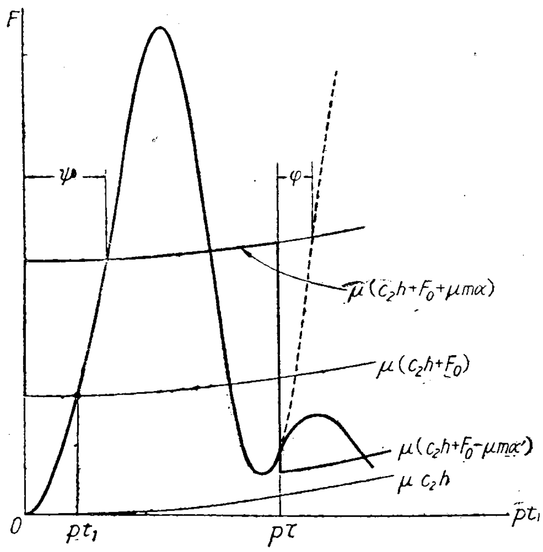
$$A_1=\sqrt{A^2+B^2}=\frac{\mu a}{p^2}\sqrt{1+(pt_1)^2}, \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

$$\tan\psi=-\frac{B}{A}=\cot(\tan^{-1}pt_1-pt_1),$$

或は



第　2　圖



第　3　圖

$$\psi=\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}pt_1+pt_1. \quad\cdots\cdots(11)$$

(10)式は固有振動の振幅，(11)式はその位相を表すものであつて，第2圖は pt_1 に對して ψ を畫いた曲線である.

衝棒の受ける力 F は

$$\begin{aligned}F&=c_1(h-x)\\&=\mu c_2h+\mu F_0+\mu^2ma+F_1\sin(pt-\psi),\end{aligned} \quad\cdots\cdots(12)$$

玆に

$$F_1=c_1A_1=\mu^2ma\sqrt{1+(pt_1)^2}.$$

pt を横軸に採つて F を書くと第3圖のやうになる.

$0<t<\tau$ の間では，衝棒は弁機構の振動のために圖に見るやうに可なり大きな壓縮力を受ける．勿論カムから離れることはない．カムから離れて躍る心配のあるのは，$t=\tau$ で加速度の方向が變つてから後である．もし其處で振動が大きければ躍ることになるが，その振幅は $t=\tau$ に於ける狀態，即ち A_1 と，この A_1 の振動の $t=\tau$ に於ける位相とで決る譯である.

今 $t=\tau$ を原點とし，t' をそこから測つた時間とすれば，(9)の弁の運動は次のやうになる.

$$x=\mu h-\mu\frac{F_0}{c_1}-\mu^2\frac{ma}{c_1}-A_1\sin(pt'-\varphi), \quad\cdots\cdots(9')$$

但し

$$\varphi=\psi+2n\pi-p\tau, \quad\cdots\cdots(13)$$

玆に n は整數である.

(11) を代入すれば

$$\varphi=(1+4n)\frac{\pi}{2}-p\tau-\tan^{-1}pt_1+pt_1. \quad\cdots\cdots(13')$$

$t>\tau$ に於ては(2)のカムの揚程 h は次のやうになる.

$$h=\frac{1}{2}a\tau^2+a\tau t'-\frac{1}{2}a't'^2. \quad\cdots\cdots(2')$$

又弁の動き x' は

$$x'=\mu h-\mu\frac{F_0}{c_1}+\mu^2\frac{ma'}{c_1}+A'\sin pt'+B'\cos pt'. \quad\cdots\cdots(14)$$

$t'=0$, 即ち $t=\tau$ に於て $x'=x$, 及び $\frac{dx'}{dt'}=\frac{dx}{dt}$ の條件を入れゝば

$$\left.\begin{aligned}A'&=-A_1\cos\varphi,\\B'&=-\mu^2\frac{m(a+a')}{c_1}+A_1\sin\varphi.\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots(15)$$

或は

$$x'=\mu h-\mu\frac{F_0}{c_1}+\mu^2\frac{ma'}{c_1}-A_2\sin(pt'-\delta), \quad\cdots\cdots(16)$$

と置けば

$$A_2=\sqrt{A'^2+B'^2}$$
$$=\sqrt{A_1^2-2A_1\mu^2\frac{m(a+a')}{c_1}\sin\varphi+\mu^4\frac{m^2(a+a')^2}{c_1^2}},$$
$$\tan\delta=-\frac{B'}{A'}.$$

$t>\tau$ に於て衝棒の受ける力は

$$F=c_1(h-x)$$
$$=\mu c_2h+\mu F_0-\mu^2ma'+F_2\sin(pt'-\delta),\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

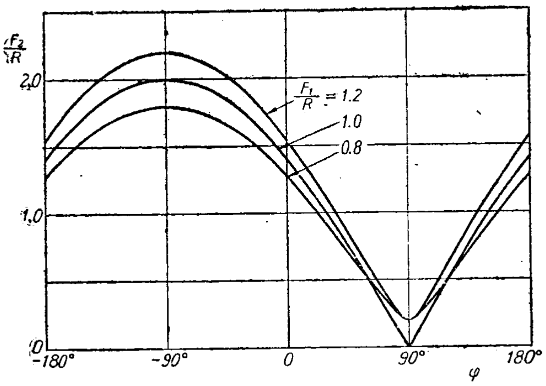
但し

$$F_2=c_1A_2$$
$$=R\sqrt{\left(\frac{F_1}{R}\right)^2-2\frac{F_1}{R}\sin\varphi+1},$$

茲に

$$R=\mu^2m(a+a').$$

φ を横軸に採つて $\frac{F_2}{R}$ を表せば第4圖のやうになる.



第　4　圖

3.　弁の靜かに動く條件

衝棒に壓縮力がかゝつてゐる間は弁は躍つてゐない筈である. 從つて弁の躍らない條件は (17) 式の F が正の値であることである. 即ち

$$F>0.\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

弁機構の設計には一般に振動は考へないで

$$c_2h+F_0-ma'>0.$$

になるやうに作るが, その場合には μ は1より小さいが1に非常に近い數であるから勿論

$$\mu(c_2h+F_0-\mu ma')>0.$$

(17) 式に見る通り, F はこの値の上に F_2 の振幅の振動の加はつたものである. F_2 が充分小さければ, 弁の運動は靜かであつて, 勿論躍るやうなことはない. 第4圖に見る如く F_2 の最も小さくなるときの φ の値は

$$\varphi=\frac{\pi}{2}.\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

或は (13) 式より

$$p\tau=\psi+(4n-1)\frac{\pi}{2}.\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(19')$$

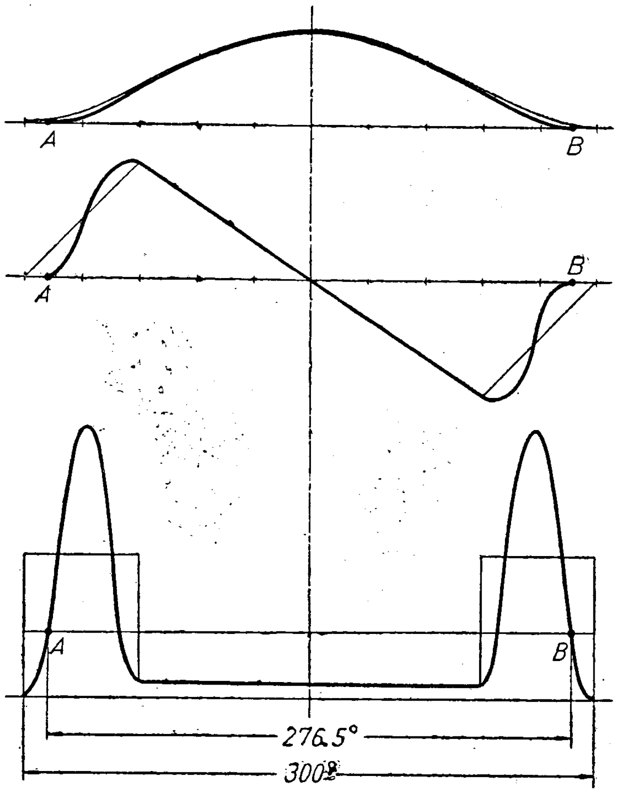
これが振幅の最も小さくなるときである.

弁機構の固有振動數は, 或る大型發動機に就て吾々の研究室で測定したところ 250/sec. であつた. 一般に星型發動機では 250～300/sec. 程度のものであるらしい. このくらゐの値であるならば, (19′) の式を滿足させようと思へば回轉の相當速いところでは $n=1$ としなけ

ればならない．即ち

$$p\tau=\psi+\frac{3}{2}\pi. \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19'')$$

この關係を滿足する點では弁は極めて靜かな運動をする筈である．



第 5 圖

一例を擧げてみよう．次のやうな弁機構があるものとする．

$f=\frac{p}{2\pi}=300/\text{sec}$,

$m=500\,gr$,

$F_0=35\,\text{kg}$,

$h=12.5\,\text{mm}$,

定加速度カムで $\frac{a}{a+a'}=\frac{3}{5}$,

カムの作用する角度はクランク角度で 300°.

$\mu\fallingdotseq 1$ として計算するとこの弁機構の（19′）式を滿足する回轉數 N は

$$N=2830\,\text{r.p.m.}$$

であつて，そのときの弁の運動，衝棒の受ける力等を示せば第5圖のやうになる．弁は A で開いて B で閉る．振幅 F_2 は非常に小さく

$$F_2=0.6\,\text{kg},$$

であるから，第5圖は殆んど完全に對稱的である．從つて B で弁が閉るときの狀況は A で

動き始めるときの狀況と同じであつて，即ち弁速度0で閉り，衝擊は少しも受けないことになる.

このやうに(19′)式を滿足してゐれば，只弁が躍らないといふだけでなく，弁閉時の衝擊をも極めて小さくすることが出來るのである.

ある回轉數のところで(19′)式を滿足させようと思へば，τ が適當な値になるやうなカム形を採用すればよい．又衝棒その他の彈性を加減して p が適當な値になるやうにするのも一つの方法である．F_0 も多少影響を持つてゐる.

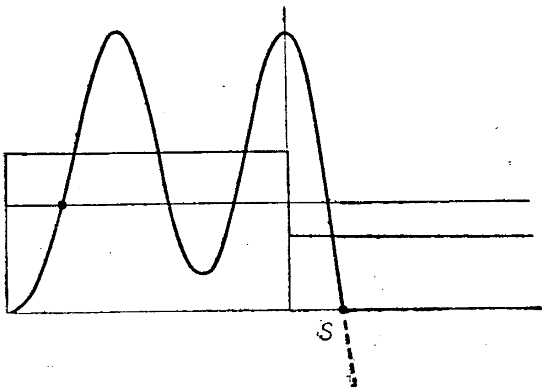
4. 弁の躍らない條件

普通は弁の加速度の値と弁ばねの強さとで弁の躍らない條件を決めてゐるが，實際には弁機構の振動があるためにさう簡單ではない．高速で躍らない弁が，もつと低いある速度で躍ることもあり得る.

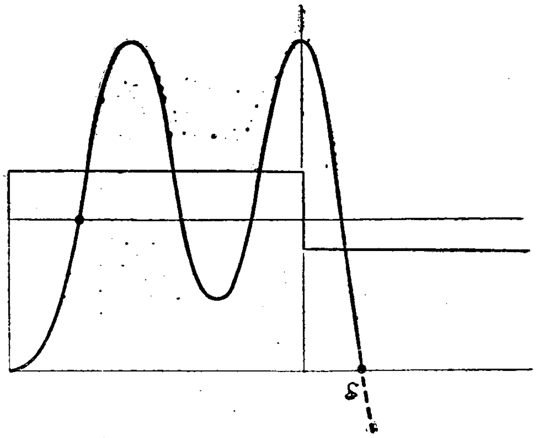
一例として前に擧げた弁機構が

$$\varphi=-\frac{\pi}{2},\quad N=1843\,\mathrm{r.p.m.}$$

で動いてゐるときの狀態を示せば第6圖のやうになる．回轉數が小さいから加速度による慣性力も小さく弁ばねの力は從來の考へ方からいへば充分餘裕がある．それにも拘らず振動の位相が前の例とは逆になつてゐるために振幅 F_2 が非常に大きく，その結果 S で弁はカムから離れて躍ることになる.



第　6　圖



第　7　圖

弁が躍るとき，弁がカムから離れる位置が加速度の方向の變る位置より可なり遲れてゐることは今までにも實驗で知られてゐることであるが，これは弁の躍りの原因が弁機構の振動にあるためである.

弁が躍るときの從來の對策は弁ばねを強くすることである．これで解決がつくかどうか尙一例を示さう．前例と同じで只 F_0 を增して

$$F_0=50\,\mathrm{kg},$$

としてみると第7圖のやうになる．躍ることは前同樣である．勿論弁ばねを更に非常に強くすれば或は躍らなくすることが出來るかもしれない．然し實際にはさういふ弁ばねを作るこ

とも困難であらうし，また衝棒その他弁機構の受ける力も非常に強くなつて困ると思ふ.

弁ばねを強くすれば勿論躍らない回轉範圍を廣くすることは出來る．然し弁が躍るのは弁機構の振動の位相の問題であるから，この例で分るやうに只弁ばねを強くするといふだけで解決のつく問題ではない.

弁ばねの躍らない條件は F の正の値であること，即ち

$$F_2 < \mu(c_2h + F_0 - \mu m a') \qquad \cdots\cdots(18')$$

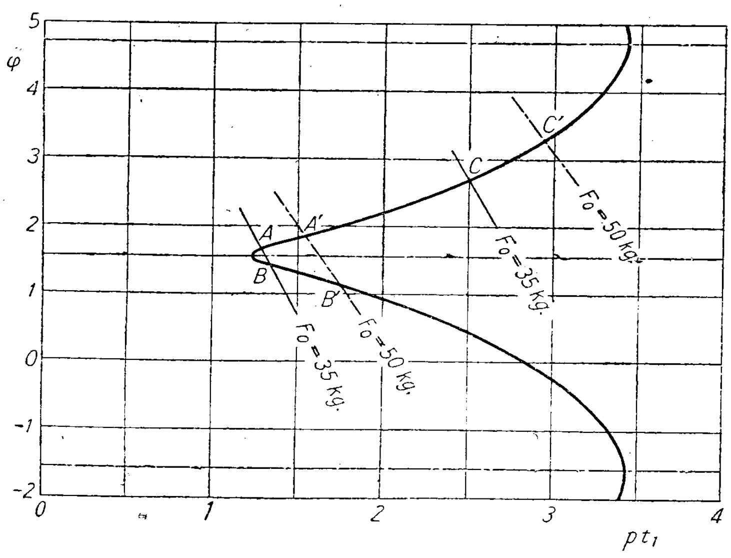
或は

$$R\sqrt{\left(\frac{F_1}{R}\right)^2 - 2\frac{F_1}{R}\sin\varphi + 1} < \mu(c_2h + F_0 - \mu m a'). \qquad \cdots\cdots(18'')$$

(18″) 中の c_2h の値は弁ばねの剛さ及び弁の離れようとする位置によつて變るものであるが，今假りに F_0 に比較して小さいものとして省略してみれば，(18″) は次のやうになる.

$$\sin\varphi > \frac{2 + (pt_1)^2 - \frac{1}{4}\frac{a}{a+a'}(pt_1)^4}{2\sqrt{1+(pt_1)^4}}. \qquad \cdots\cdots(20)$$

第8圖は前例の $a/(a+a') = 3/5$ としたときの (20) 式の躍らない範圍を pt_1 を横軸に採つて示したものである．pt_1 は回轉數の逆數に比例する量である．只その比例常數はカムの形，F_0 等によつて變つてくる．同圖にはまた前例の φ の値を (13′) 式より求めたものも畫いてある.



第 8 圖

$F_0 = 35$ kg, $n=1$ としたときには圖の A B の間，即ち

$$pt_1 = 1.29 \sim 1.34$$

が躍らない範圍であつて，これを回轉數に直せば

$$N = 2871 \sim 2758 \text{ r.p.m.}$$

が躍らない範圍である．$n=2$ とすれば圖の C 即ち

$$pt_1 = 2.51$$

或は

$$N=1476\ \mathrm{r.p.m.}$$

以下では跳らない．

$F_0=50\,\mathrm{kg}$, $n=1$ とすれば圖の $A'B'$ の間，即ち

$$pt_1=1.535\sim1.735$$

$$N=2886\sim2554\ \mathrm{r.p.m.}$$

の間は躍らない．又 $n=2$ とすれば

$$pt_1=2.85$$

$$N=1555\ \mathrm{r.p.m.}$$

以下では躍らない．F_0 を強くすると躍らない範圍は少し廣くなる．

以上の計算では F_0 に對して c_2h を省略してあるから，實際には躍らない範圍はもう少し廣くなる筈である．

5. 結　　言

弁機構及び弁の受ける衝撃を大きくしないやうにするには，弁の躍りを防がなければならない．弁の躍る原因は，慣性力と弁ばねの强さとの關係もあるにはあるが，最も重要なのはカム形に對する弁機構振動の位相の問題である．從つてカム形及び弁機構の彈性を適當に採ることによつて，欲する回轉數のところで弁の躍らないことは勿論，弁閉時の衝撃を非常に小さくすることも出來る．然し躍らない回轉數の範圍はさう廣いものではない．出來れば離昇は衝撃さへあまり大きくなければ多少躍つてもよいとして，巡航は定速プロペラで衝撃の非常に少いところを使ふやうにしたいものである．

玆では遊隙のない場合に就て考へたが，衝棒は質量のないものと考へても實際と殆んど違はないことは註にも述べて置いたが，質量を省略して考へる以上，遊隙があつてもなくても計算の主旨は全く同じである．只運轉中遊隙が變化すれば，それだけカム形に對して弁機構振動の位相が狂つてくる譯である．

又玆では定加速度カムに就て調べたが，今後他の形特に加速度の變り方の急激でないカムに就て調べてみる積りである．弁機構が非常に剛い發動機，そして特に回轉數の低い發動機では加速度の變り方を緩かにすれば，それだけで弁の躍りも衝撃もある程度おさへることが出來るであらう．然し星型航空發動機で問題になるのは $n=1$ のところであるが，こゝではカム形を變へてみてもさう結果は違はないであらうと思つてゐる．