

乱流モデルと圧縮性

吉 澤 徹*

Turbulence Modeling and Compressibility

by

Akira YOSHIZAWA

Institute of Industrial Science, University of Tokyo

ABSTRACT

Some prominent features of compressibility effects are discussed from the viewpoint of turbulence modeling. The difference between the ensemble and mass-weighted averagings is also referred to in relation to the feasibility of incorporating compressibility effects.

Keywords: turbulence modeling, compressibility, high-speed flow

1. はじめに

航空、宇宙工学における高速流研究においては、流体密度変化の乱流への影響を的確に把握することが強く望まれている。乱流への密度変動効果のもっとも顕著な例は、衝撃波背後での乱れの減少である。非圧縮と見なされる低マッハ数の乱流においては、上記の様に主流方向に流れが減速する際は乱れは一般に増大する。両者の大きな差異は、前者では力学エネルギーを熱力学エネルギーに吸収できることから生じている。

現在の高速流の研究においては、平均密度変化のみを考慮して非圧縮性乱流のモデルを拡張し、使用している。本小論においては、この方面の現状と発展の方向を簡単に触れる。

2. 平均操作

乱流の細かな変動を消去して比較的大きな空間スケールの運動のみを扱うために、通常は時間ないしアンサンブル(集団)平均 $\langle \cdot \rangle$ を導入する。

流体方程式の代表的非線形項としては、

$$(\partial/\partial x_j) \rho u_i u_j \quad (1)$$

がある。密度変動を無視できるときは、

$$\langle \rho u_i u_j \rangle = \rho U_i U_j + \rho \langle u_i' u_j' \rangle \quad (2)$$

となり、第2項のモデル化がモデリングの中心的課題となる。ここで、

$$U = \langle u \rangle, \quad u' = u - U$$

一方、高速流特に衝撃波を伴う乱流等では密度変動が重要となり、(2)に代わって

$$\begin{aligned} \langle \rho u_i u_j \rangle = & \rho_0 U_i U_j + \rho_0 \langle u_i' u_j' \rangle \\ & + U_i \langle \rho' u_j' \rangle + U_j \langle \rho' u_i' \rangle + \langle \rho' u_i' u_j' \rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

この結果、 $\langle \rho' u_j' \rangle$ 等新たにモデル化すべき項が生じ、著しく繁雑となる。ただし、

$$\rho_0 = \langle \rho \rangle, \quad \rho' = \rho - \rho_0$$

この困難を回避するために、航空工学分野においては質量加重平均の概念が広く用いられている。この方法では、

$$\hat{u} = \{u\} = \langle \rho u \rangle / \rho_0, \quad u'' = u - \hat{u} \quad (4)$$

となる。これを用いると、

$$\langle \rho u_i u_j \rangle = \rho_0 \hat{u}_i \hat{u}_j + \rho_0 \{u_i'' u_j''\} \quad (5)$$

となり、少なくとも見掛け上表現は著しく簡単に

* 東京大学生産技術研究所

なる。現在高速乱流の計算で用いられている手法は、非圧縮性乱流における平均操作 $\langle \cdot \rangle$ と質量加重平均 $\{ \cdot \}$ を厳密には区別せず、前者のモデルをそのまま利用している¹⁾。その結果、密度変化の影響は平均密度変動のみを通して考慮されることになる。

質量加重平均操作は得られた標識の簡単さという利点の引き換えとして、いくつかの欠陥も持っている。その代表的なものは以下の2点である。

(i) (5)の第2項に関して通常渦粘性近似を用いるが、この結果、密度変動の効果はほとんど入って来ない。実際、(3)の第2項に渦粘性近似を施したとすると、上記の近似は(3)のその他の項をすべて無視したことと大差はない。現在の乱流モデルが衝撃波・乱流干渉等を的確に扱えないのはこのためと考えられる。

(ii) 固体壁の近傍を正しく扱うためには、分子粘性の効果いわゆる低レイノルズ数効果を正しく考慮することが必要となる。流体方程式を質量加重平均で扱うときも方程式にまず時間ないしアンサンブル平均を施すため、密度関連項を持たない粘性項では速度の時間ないしアンサンブル平均量が生じる。すなわち、質量加重平均速度と時間ないしアンサンブル平均速度が入り混じることになる。 $\langle u \rangle$ は

$$\langle u \rangle = \hat{u} + \langle u'' \rangle \quad (6)$$

となり、また

$$\langle u'' \rangle = -\langle \rho' u' \rangle / \rho_0 \quad (7)$$

と書ける。その結果、質量加重平均操作においても時間ないしアンサンブル平均操作で(3)において必要となる $\langle \rho' u' \rangle$ のモデル化が不可欠となる。

以上の事情および圧縮性乱流モデルの直載的な拡張結果の現状を考慮すると、圧縮性効果をもっと積極的に取り入れる必要性があると思われる。

3. 圧縮性に直結した物理量

流体の密度変化に直結した物理量としては、(3)の $\langle \rho' u' \rangle$ がある。それ故に、時間ないしアンサンブルモデリングを行うときには、この量を正しくモデル化することが肝要となる。通常は、温度等のスカラー量と同じように、

$$\langle \rho' u' \rangle = -\nu_d \nabla \rho_0 \quad (8)$$

と勾配拡散型のモデリングを行う。しかし、もしこの近似が正しいとすると、密度も温度やエネルギーと同様に小スケール成分にカスケードすることになるが、密度方程式には本来拡散項はないので、(8)は疑わしい[著者は最近統計理論を用いて、(8)の表現は正確でないことを示した²⁾]。

更に、密度変化に直結した量として流体の内部エネルギーがあるが、この量の支配方程式は、

$$(\partial/\partial t) \rho e + \nabla \cdot (\rho u e) = \nabla \cdot (\lambda \nabla \theta) - p \nabla \cdot u + \phi \quad (9)$$

となる。ここで、 e は内部エネルギー、 θ は温度、 ϕ はいわゆる散逸関数、 λ は、熱伝導率である。(9)で流体の圧縮性に起因した量は、右辺第2項の圧力・膨張相関である。この量の平均は、

$$\langle p \nabla \cdot u \rangle = P \nabla \cdot U + \langle p' \nabla \cdot u' \rangle \quad (10)$$

となるが、重要な点は第2項の揺らぎから生じる効果であり、この量は乱流エネルギー方程式中にも現れる。もしこの項が負であるならば、流体の膨張・収縮効果は力学エネルギーの散逸と同等になる。実際、膨張($\nabla \cdot u$ が正)のときは p は減少するので、上記の量は負と推測される。現在の圧縮性乱流のモデリングでは、圧力・膨張相関は乱流の本質に関係した量の一つであるという認識が確立しつつある。そのモデル化に関しては、

(i) 密度の分散に関係付ける^{3),4)},

(ii) 非圧縮性乱流のエネルギー散逸率への付加項とみなし、乱流マッハ数で表現する^{5),6)}、の二通りの方法が発展しつつある。前者では、密度分散 $\langle \rho'^2 \rangle$ の方程式が必要となり、少なくとも3方程式モデルとなる。

4. おわりに

本小論では、乱流モデル特に高速流で必要とされる密度変化を積極的に取り入れたモデリングの現状の一端を述べたが、この点に関しては研究の緒についた段階にあるというのが適当であろう。しかし、著者がこの方面に興味をもって研究を開始した数年前と比べると、その進展速度は驚くほど早いとも言える。

参 考 文 献

- 1) M. W. Rubesin : AIAA Paper 89-0606, 1989.
- 2) A. Yoshizawa : Preprint (Statistical analysis of compressible turbulent shear flows, with special emphasis on ensemble-meanturbulence modeling).
- 3) A. Yoshizawa : Phys. Fluids A 2 (1990) 838.
- 4) D. Taulbee and J. VanOsdol : AIAA Paper 91-0524.
- 5) O. Zeman : Phys. Fluids A2 (1990) 178.
- 6) S. Sarkar, G. Erlebacher, M. Y. Hussaini, and H. O. Kreiss : J. Fluid Mech. 227 (1991) 473.

