

宇宙開発事業団技術報告

衛星航法の基礎理論とその応用

1996年2月

宇宙開発事業団

宇宙開発事業団技術報告

NASDA Technical Memorandum

衛星航法の基礎理論とその応用

Theoretical Basis of Satellite-based Navigation and its Application

山脇 功次

Yamawaki, Kouji

技術研究本部システム技術研究部軌道上システム研究室

On-orbit Systems Laboratory, Systems Engineering Department,
Office of Research and Development

宇宙開発事業団

National Space Development Agency of Japan

まえがき

米国のGPS (Global Positioning System) が本格的な運用段階に入って、今や全世界でほとんどあらゆる移動体の高精度航法、精密測量が可能となっている。この開発の初期段階から現在に至るまでの間に、地震予知のための地殻変動の干渉測位から船舶および航空機の航法、そして『カーナビ』までの幅広い実用分野でその利用技術が成熟し、全世界測位システムとしてのGPSの卓越性が広く認められるようになった。これに伴い、軍事設備としてだけでなく、国際的な民生インフラストラクチャとしての必要性も認識されつつある。

周知の通り、『衛星航法』はGPSの実利用の進展によって今や広く知られた言葉となっており、GPS受信機やその利用技術に関する情報は甚に氾濫している状態である。しかし、衛星航法の原理やいろいろな測位方式に関する基本的な概念、それらの精度評価に関する体系的な基礎理論を求めようとする、GPSの実利用の華々しさに反して、衛星航法に関する教育的、解析的な文献の極めて乏しいことに気づくであろう。

衛星航法を原理から理解し、その理解を解析的に裏付けることは長年にわたり筆者の希求するところであった。また、このような地道な努力がなければ新たな発想は得られない、ということは筆者の信念とするところである。このような意図から、研究テーマとしてはやや時期遅しの感もするが、衛星航法に関する基礎的な検討を実施し、理論的背景を整理することとなった。

本技術報告書は、GPSのような測位システムが将来にわたって継続して必要となることを想定し、GPSを発展的に継承しうる測位システムの概念設計検討を目的として実施したシステム解析と、測位システムとしての性能を評価するために実施したシミュレーションの結果をまとめたものである。

本書の前段では、まず衛星航法の現状、原理について述べ、つぎに測位方式とその精度について解析的な検討、定式化を行っている。後段では、各種の典型的な衛星配置例とそれらの利害得失、衛星配置と測位精度の関係、測位精度を高めるための地上局支援、ユーザ端末の高機能化について幅広く検討している。また、衛星航法の研究の発端となったクロック同期型測位方式とGPSのような非同期型測位方式の共存と理論的な整合性を得るために、重み係数を可変とする最小自乗測位方式を検討している。このアルゴリズムから、各種測位方式の測位精度を一般的に表現する測位劣化指数(DOP)を求めている。

本書が、衛星航法の基礎的な考え方を把握し、将来測位システムの概念を構築することに些かでも役立つならば、幸甚の至りである。

《目次》

第1章 はじめに

1.1 衛星航法とは何か 1
1.2 衛星航法システムの特徴と代表例 4
1.3 本書の概要 10

第2章 衛星航法の予備知識

2.1 測位原理 17
2.2 測距電波源 17
2.3 測距方式と測位方式 22
2.4 ユーザ・クロックの同期化 29
2.5 実レンジ型測位と擬似レンジ型測位 32
2.6 観測点高度データによる2次元測位 35
2.7 最小自乗測位 36

第3章 衛星航法の基本アルゴリズム

3.1 測位計算の方式と測位解 39
3.2 衛星測位の基本関係式 39
3.3 衛星選択による確定的測位（確定法） 42
3.4 最小自乗推定による統計的測位（最小自乗法） 47
3.5 測位計算の収束性 51
3.6 確定法における衛星選択の基準 55
3.7 測位アルゴリズムの統一的表現 56
3.8 最小自乗推定とカルマンフィルタ 59

第4章 航法精度の考え方

4.1 測位誤差の表し方 65
4.2 測位誤差要素 66
4.3 確定法の測位誤差方程式と測位特性関数 68
4.4 最小自乗法の測位誤差方程式 77
4.5 測位劣化指数 79

4.6 確定法における測位精度の性質 86
4.7 最小自乗法における測位精度の統計的性質 90
4.8 測位劣化指数の計算例 93
4.9 確定法における測位精度の幾何学的表現 97

第5章 航法衛星のグローバル配置

5.1 航法衛星の配置軌道 103
5.2 衛星配置軌道の種類と適用例 104
5.3 衛星可視性と配置衛星数 106
5.4 衛星配置と測位精度 109
5.5 段階的衛星配置の検討 129
5.6 限定域衛星測位システム 135

第6章 地上局の航法支援

6.1 地上局の役割 141
6.2 衛星位置決定 141
6.3 衛星クロックの較正 149
6.4 ベンチマーク局による測位補正 151
6.5 地上局によるユーザクロック同期化支援 153

第7章 双方向通信利用の衛星航法

7.1 移動体通信との統合 157
7.2 双方向通信利用の同期型測位方式 158
7.3 同期型測位方式の定式化 163
7.4 クロックオフセットの測定 164
7.5 ユーザクロックの較正 173
7.6 測位通信複合衛星システムへの応用 176
7.7 月航行のための衛星測位への応用 185

第8章 航法性能の改善策

8.1 航法システムとしてのGPSの問題点と課題 201
8.2 重み係数可変最小自乗推定とカルマンフィルタ 203
8.3 測位端末の高機能化 212

8.4 測距電波源の増強 218
8.5 推測航法による複合航法系の構成 221
8.6 統合最適測位とその運用効果 227

第9章 おわりに

9.1 本書のまとめ 235
9.2 衛星測位技術の課題 238
9.3 衛星航法システムの将来展望 239
《参考文献》 240
《付録1：用語》 243
《付録2：記号》 248

第1章 はじめに

1.1 衛星航法とは何か

●航法とは

最近、『衛星航法』という言葉がよく聞かれるようになった。日常の生活では、『カー・ナビゲーション』が馴染み深い言葉になろうとしている。車文化のいわばステータス・シンボルであり、カー・ステレオやカー・テレビと同じ次元で語られようとしている。米国が開発したGPSのおかげである。

さて、一般の辞書によれば、航法 (Navigation) とは“船舶や航空機などの移動体を正確に航行させるための技術・方法”と定義されている。従って、航法に必要なものは、まず正確な“測位 (Positioning)” の手段であり、つぎに的確な“操縦 (Steering)” の機能である。

古来より、測位はたいへん高度な技術として取り扱われてきた。測位に使用される装置にしても、必要な技量・知識にしても、時代時代の最高水準にあるものが要求された。このため、測位は航法の主役とみなされ、“航法”を狭義の“測位”という意味でも使用されることもある。

確かに、船舶、航空機、ロケットなどに使用される従来の測位手段は、慣性航法装置がそうであるように、技術的にたいへん高度であり、高価なものである。特に、これらの“航法・誘導 (Navigation and Guidance)” の分野では、如何に正確な“測位”を実現するかに、その技術的関心が集中し、測位はたいへん貴重であり、高価なものという常識が定着したように思われる。

本書の課題である衛星航法 (Satellite Navigation) とは、複数の衛星を測距対象として移動体の位置を測定することであり、上述の広義の“航法”ではない。従って、本書では位置測定以上の広い意味を持つ場合を除き、衛星測位、測位誤差、測位アルゴリズム等の例のように、通常、“測位”と言う言葉を使用している。

●衛星航法の特徴

航法と言え、まず樺太で発生した大韓航空機の墜落事件が思い出される。飛行前に慣性航法装置に入力するデータのミスが、その後の飛行経路を大きくずらせる原因になったと言われているが、この慣性航法装置は国際線のほとんどすべての旅客機に搭載されている。

“慣性航法”はジャイロと呼ばれる回転運動 (角度や角速度) を測定するセンサと、加速度計と呼ばれる並進運動 (加速度) を測定するセンサを用いて、

移動体の位置を割り出す測位方式である。この名称は、これらのセンサが物理学でいう“慣性 (Inertia)”の性質を利用していることに由来している。“ロラン航法”や“オメガ航法”では、地上に配置された“航法援助局”の電波を受信する必要があるため、電波が受信できない地域では航法データが途絶えることになるが、慣性航法ではそのようなことはない。しかし、これらのセンサの固有誤差や、上記の撃墜事件のように初期データの入力ミス等があれば、航法誤差が時間の経過とともに増加することがある。

“衛星航法”は、ロラン航法やオメガ航法と同様に電波を利用するが、その電波源としては衛星が利用される“電波航法”である。これらの電波航法が慣性航法と大きく異なる点は、移動体が搭載する航法端末装置の他に、移動体の測位を支援する“航法援助設備”が必要となることにある。そして衛星航法では、測距の電波を送信する“測距電波源”としての複数の衛星と、これらの衛星の正確な軌道決定のために複数の“地上局”を配置しなければならない。しかし、広域に散在する不特定で多数の移動体に対して、極めて正確で均一な測位情報を、簡易な受信装置を搭載するだけで提供できるように配慮されている。従って、衛星航法は船舶や航空機などの従来の利用分野に限らず、巨大な市場である陸上車両の分野でもその需要が見込まれ、個々のユーザが負担すべき費用は、慣性航法装置のようなこれまでの測位手段では予想できなかった程に大幅に削減できることになる。

●衛星航法の利用分野

このように、衛星航法によってすべての移動体（或いはユーザ）に分け隔てなく、容易かつ安価に測位情報が提供されるようになると、“測位”の技術に対するこれまでの常識は覆され、これをフルに活用しようとする利用技術に関心が向けらる。その一例が現在爆発的に普及している前述のカー・ナビゲーションの分野であるが、この分野では正確な位置情報が地図と照合され、快適なドライブの手助けをしたり、自分のロケーションと関わりのある多様な情報を得ることに主要な関心が寄せられる。いわゆる“自動車の情報化”であり、これにより商品コスト、運用コストが引き上げられるであろうことに抵抗感がなくなってくる。このため、自動車の“操縦”に係わる情報の提供や処理技術に重きが置かれ、“測位”はいわゆる“航法”の一要素技術に過ぎなくなってしまう。

衛星航法が移動体共通の要素技術であり、これにより移動体の測位情報が容易に利用できるようになれば、測位情報は移動体の“群としての管理、統制”に大いに活用されるであろう。自動車など陸上車両の道路交通管制や運行管理、

船舶の港湾航行管制、航空機の空港管制や広域航空管制等において、測位は移動体の動態を把握するための基本的な情報であるから、その用途はたいへん広い。また、船舶や航空機の事故防止、捜索救難活動にも有効である。従って、このような航法援助設備は、上述の管制に必要となる移動体との通信設備と共に、安全で効率的な社会を構築するための基盤的なものとなるであろう。

●本書のテーマ

衛星測位システムに関する研究は、長年、NAVSTAR/GPS (Navigation System with Time and Ranging/Global Positioning System) の開発、運用に係わって押し進められてきた。これは米国の軍事設備であることから制約も多いが、これまで衛星配置⁵⁾や測位精度の解析⁷⁾、受信機の試作実験、高精度化のための測位方式⁸⁾など、数多くの研究成果が報告されており、GPS利用技術の分野においても、極めてスムーズに商品開発が進んでいる。また、静止衛星を双方向通信手段として利用し、測位と通信のサービスを同時に提供する測位通信複合衛星システムの研究と、この事業化のための検討も行われ、今後、衛星測位は上記GPSに限定されない多様なインフラストラクチャと運用形態を包括するものと思われる。

本書では、議論をGPSの分野に止めず、まず、移動体測位に係わるインフラストラクチャとその利用形態の多様化に伴い、これに対応できる測位方式、測位アルゴリズム、測位精度の評価法などについて、計算機シミュレーションの結果を交えて考察しよう。特に、地形や建築物などで視界が遮られる山間部や市街地での運用においても、高精度測位が維持できるために、

- ① 方位センサと車速センサを利用して得られる推測航法情報
- ② 地図や高度計から得られる高度情報
- ③ 地上ベンチマーク局から得られる測位補正情報
- ④ 双方向通信を用いて測定されるレンジ偏位(クロックオフセット)情報

を併用する複合的な測位方式とその性能上の特徴について議論しよう。

つぎに、安定的かつ信頼性の高い測位情報を提供できる方式として、

- ⑤ GPS以外の衛星からの測距電波より求められるレンジデータ
- ⑥ 測距電波より抽出されるレンジ変化率(デルタレンジ)
- ⑦ 高安定クロック

を活用することによる航法端末(ユーザ)装置の高機能化についても、理論的な面に注目して、全般的に議論しよう。

また本書では、航法と移動体通信が同一のユーザ端末装置で行える将来のインフラストラクチャとして、複数の地球同期衛星を利用した測位通信複合衛星システムについて、衛星配置条件や達成できる測位精度を含めて議論する。これは④によるクロック同期を前提とする最小規模の測位システムであり、移動体通信サービスを有料化すれば、民間事業として成り立つものと思われる。

1.2 衛星航法システムの特徴と代表例

●高精度でグローバルな衛星航法

人工衛星を測距基準点とする電波航法システムは、測位性能、特に精度と広域性において優れた特徴を有しており、第二次世界大戦以来、全世界で広く使用されてきたロランやオメガ等の地上に測距基準局を持つ、いわゆる双曲線航法システムに替わって、世界的なインフラストラクチャになりつつある。以下では、現在、運用あるいは計画されている代表的な衛星航法システムについて、その概要を述べよう。参考のため、第1.1表及び第1.2表には代表的なシステムの構成や特徴がまとめられている。

●NNSS

衛星航法システムの実利用は、米国海軍が開発したNNSS (Navy Navigation Satellite System) に始まる。この測位技術は、高度約1000kmの極軌道を回る周回衛星より送信される電波のドップラー周波数変移から観測点の位置を割り出すもので、1960年に打ち上げられたTransit 1Bの運用研究を経て、1967年にはその一部が民間にも公開され、現在でも特に船舶の航法手段として利用されている。第1.1図には、NNSSの運用形態の概要が示されている。

しかし、NNSSは衛星配置条件から見て高頻度測位には不向きである。通常、低高度の軌道に4～6基の衛星が配置される程度であるため、測位頻度は高々1時間に1回程度である。また、衛星からの電波がドップラー効果で変移するタイミングから位置を割り出すため、連続的で瞬時の測位は行えない。さらに高精度な測位を行うには、観測点の移動速度や高度の情報が必要である。このような理由から、NNSSの利用分野は主に船舶航法に限られ、航空機や、将来、巨大な需要が予想される陸上車両の分野ではあまり受け入れられなかった。

●GPS

1970年代になって、NNSSの上記問題点を改善するものとして、GPSの開発

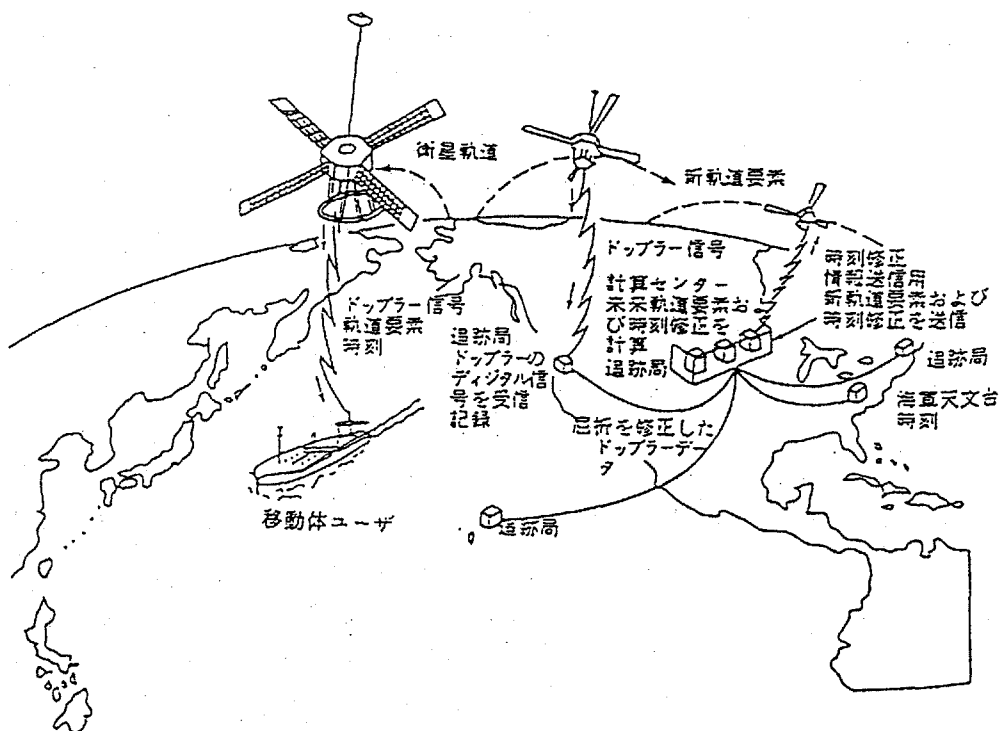
が米国国防省の主導の下で開始され、現在、ようやく本格的な実運用階に入りつつある。

GPSは米国の国防省が1973年より開発を開始した汎用的な全地球域測位システムであり、現在、全てのGPS衛星の配備が完了している。第1.2図に示すように、GPS衛星は高度約2万km、傾斜角55度の複数の軌道に、予備衛星3基を含めて常時合計24基配備される。これらは地球をまんべんなく覆うように配置されるため、建築物などによる電波障害が少なければ、移動局はGPS衛星から同期して送信される4～6つの測距電波をほとんどすべての地点で常受信することができる。GPS測位方式では、電波が受信できる衛星が4つ以上であれば3次元の位置決定が可能となる。即ち、衛星からの測距電波のどれか1つの到達時刻を基準として、他の3つ以上の測距電波の到達時刻との差より、移動体ユーザの位置及びGPS衛星とユーザとの時刻基準のずれ（レンジ偏位）が決定される。このように、GPSは衛星からの測距電波を受信するだけで、全世界のあらゆる地点で測位を行えるようにした測位システムであり、もちろんユーザがいくら増加しても問題はない。現行のシステムでは数メートルから十数メートルの精度の連続的な測位情報が即時に得られる。必要ならば、正確な速度の測定も可能である。従って、移動体ユーザにとって、GPSは究極的な性能を有した測位手段と言える。

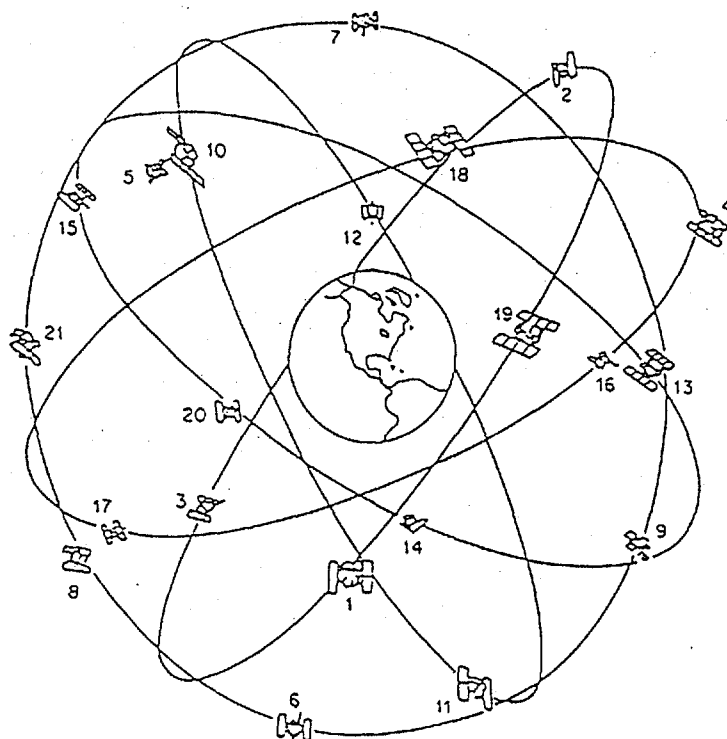
しかし、陸上車両の運用では、建築物や地形による電波障害が強くなるため、受信環境の良い船舶や航空機で達成できるGPS本来の性能を得ることはできない。これはGPSに限らず、衛星航法一般に共通する弱点である。また、軍事戦略的な要請から、民間が利用できる測位情報の精度を意図的に低下させることとなっている。従って、いろいろな分野のユーザが共通して利用できる測位システムを構築するためには、今後、電波障害による測位中断の頻度を低減したり、GPSの測位誤差を補正する方法や手段を検討する必要がある。

●GLONASS

測位方式としてはGPSと類似しており、現在、旧ソ連の計画を引き継いでロシアが開発を進めている測位システムである。この衛星群も測距電波源として活用しようとする試みが各国でなされているが、将来、測距電波の通信方式などで共通化が図れたならば、測距電波の受信環境が劣化する市街地においても、GLONASS衛星を利用することにより、GPSの連続測位性をさらに向上できるものと期待される。しかし、測位精度に対しては、衛星の幾何学的な配置関係がたいへん重要であり、測距電波数が増加しても測位精度が直ちに向上するわけではない。



第1.1図 NNSSの運用形態

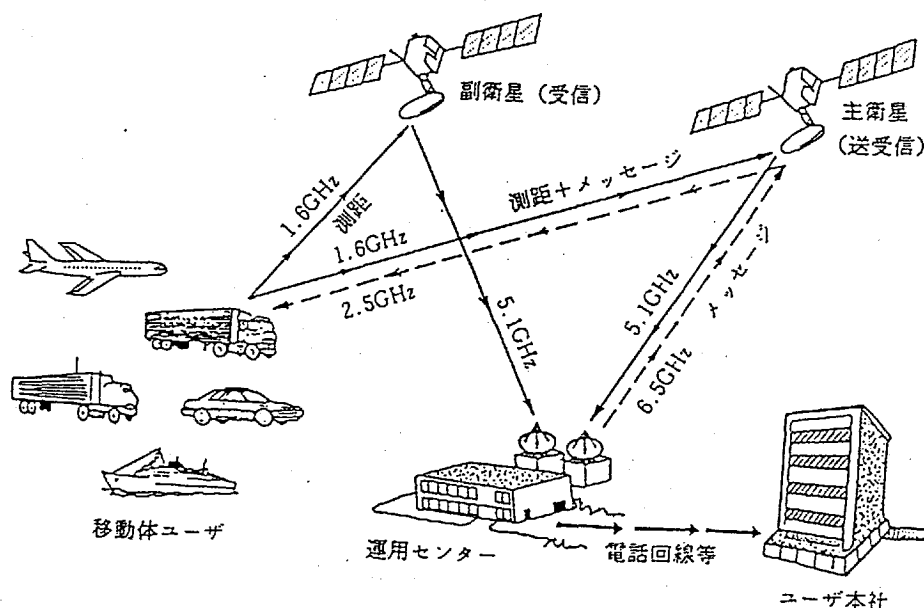


第1.2図 GPSの衛星配置

● GEOSTAR

米国の民間企業GEOSTAR社 が推進していた測位通信衛星システムである。少なくとも2基の静止衛星を利用して、ほぼ北アメリカ大陸を覆う地域での測位と通信のサービスを同時に提供する世界最初の測位通信複合衛星システムとなる予定であったが、経営難からこの事業が中止されることとなった。これに類似した測位通信システムとして、欧州ではLOCSTAR が計画され、一時注目されたが、現在はこの計画も中止されている模様である。このような移動体通信と測位を複合したサービス事業は、GPSの利用が進むにつれ、困難な局面を迎えることとなるが、移動体通信のグローバル化とその利用コスト低減の要請が強くなれば、再び注目される事業となると思われる。

第1.3図に示すように、GEOSTARでは双方向通信により測位が行われる。まず、地上局より指定したユーザに対して測距電波を送信する。このため静止衛星1基が電波中継手段として用いられる。つぎに、指定されたユーザは所定のタイミングを維持して地上局に測距電波を送り返す。このとき、静止衛星2基がこの電波の中継手段として使用される。この双方向通信は地上局・ユーザ間での情報伝達に利用できる。また、地上局には自分の送信した電波が2つの伝搬経路を経て戻ってくるため、衛星の軌道データとユーザが通報する高度データより、移動局の位置が決定できる。このように、GEOSTAR 測位方式ではユーザ・地上局間の双方向通信を用いることが前提となっているため、通常、測位と低速の双方向データ通信のサービスが同時に提供されることになる。



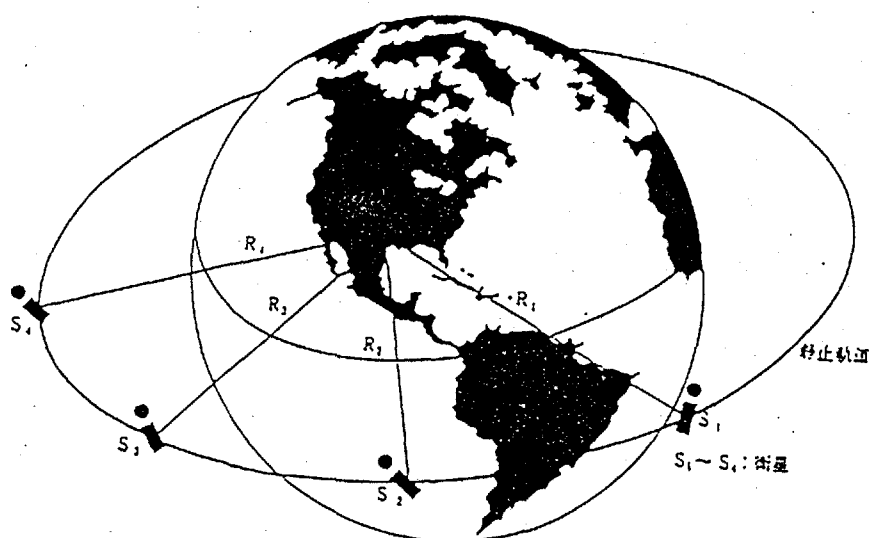
第1.3図 GEOSTARの測位原理と運用形態

以上述べたように、GEOSTAR 測位方式では、GPS 測位方式のように多数の測距電波を受信し、かつ移動局側で測位計算を行なう必要がない。単に基地局からの測距電波を中継するだけでよい。測位と通信のサービスを同時に提供するシステムとしては、その端末機器は最小の規模である。また測位方式上の問題ではないが、GEOSTAR のように静止衛星を測距電波源として使用する場合、赤道近傍での測位や、高度データを用いない3次元測位においては、通常、高精度な測位情報は得られない。これは移動体ユーザと各衛星との幾何学的関係に左右される問題であり、以後の章で再び議論する。いずれにせよ、すべて静止衛星を利用する測位システムでは、高度情報を利用する2次元測位が一般的である。また、低緯度地域での高精度な測位は困難である。

● STARFIX

このシステムは、GEOSTAR と同様に、米国の民間企業により1986年から運営され、主にメキシコ湾の産油業者に利用されている測位システムであるが、利用者へのメッセージ通信手段として利用することも可能である。

STARFIX は3基以上の静止衛星、測距電波を衛星に向けて送信する基地局、衛星追跡管制局等からなる。測位方式はGPSと類似しており、衛星からの測距電波の受信のみで位置を決定する。しかし、この測距電波は衛星で生成したものでなく、地上局から送信された測距電波を衛星で中継したものである。従って、GPSのような専用衛星は不要であり、通信衛星を用いてシステムを構成することができる。第1.4図には STARFIX の衛星配置状態を示す。



第1.4図 STARFIXの衛星配置

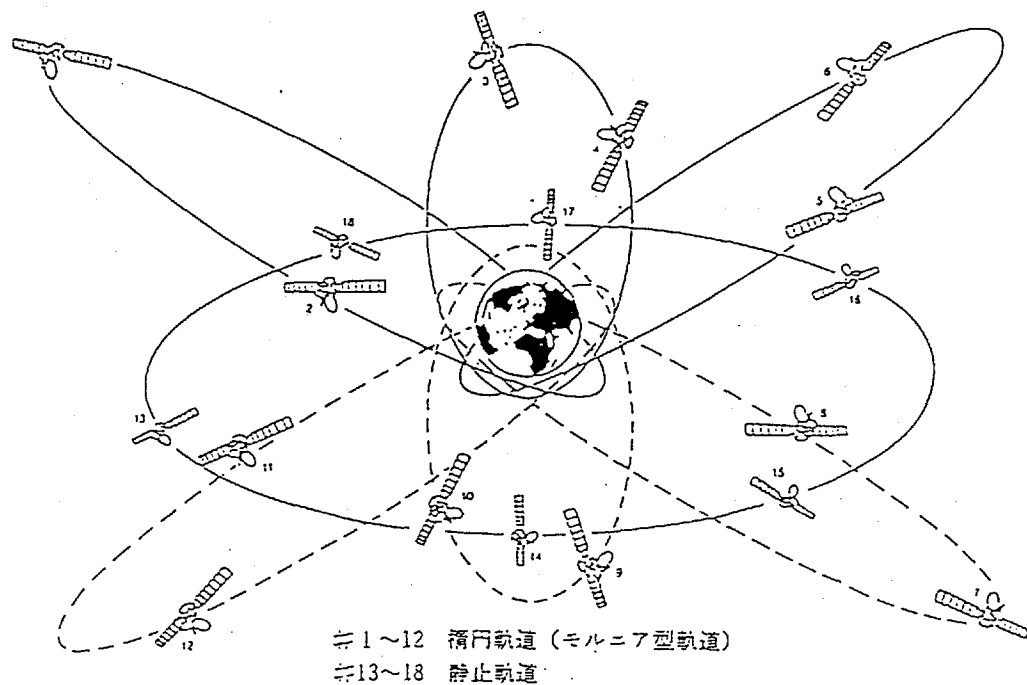
測距電波の中継手段として静止衛星を利用するため、このシステムでも3次元測位精度はよくない。このため、移動局の高度情報を利用した2次元測位が採用されており、衛星可視数は3基でよい。この測距電波の中継手段として、静止経度が20～40度離れた3基以上の商用通信衛星が使用されている。

STARFIX とGPSの相違点は、前者が少数の静止衛星を適用して限定域の連続測位サービスを提供するのに対して、後者は多数の周回衛星を配置して全地球域の連続測位サービスを達成するところにある。従って、後者は国家レベルの大規模な事業となるが、前者は初期投資の規模が比較的小さく、民間事業としての展開が可能であろう。

● NAVSAT/GRANAS

NAVSATは欧州宇宙機構（ESA）が推進する民間利用を主とした衛星測位システムであり、1988年より具体的な設計検討が実施されている。

この計画が提案されたのは1980年代前半である。当初はGPSと類似した衛星配置を前提としていたが、最近では、18基の衛星のうち6基を静止軌道に、残り12基を楕円軌道に配置して、特定域の運用性の向上を考慮した、全地球域測位システムとしては変則的な形態が検討されている。第1.5図にはNAVSATの衛星配置を示す。



第1.5図 NAVSATの衛星配置

また、GRANASはドイツが提案する測位システムである。衛星追跡管制の方法に若干の特徴があるものの、測位方式から見れば、GPSやNAVSATと類似した測位システムである。このため1988年以降、前述のNAVSATと統合され、移動体通信サービスの提供も含めて、欧州共通のインフラストラクチャとして開発が進められようとしている。

NAVSAT/GRANASは基本的には全地球域測位システムであるため、将来、開発が行なわれるとすれば、わが国においても利用可能となる。また、移動体通信サービスが複合されると、この利用経費による民間ベースでの運営が可能となることから、GPSに対抗した測位サービス事業としての展開も具現性のあるものとなろう。しかし特定域の運用性を高めるために、不均一な衛星配置が採用されると、わが国での利便性が低下することになるかもしれない。

1.3 本書の概要

●統合的な測位アルゴリズム

グローバルな測位システムは、人類の安全で効率的な生活と生産活動を支えるインフラストラクチャの1つである。従って、その主役とも言えるGPSの実利用において生じると予想される問題点を取り上げ、衛星測距電波を補完する高度データ、クロック同期データ、速度データ等の測位情報としての利用形態、GPS単独運用における弱点を改善する測位システムとしての複合化形態等を議論する必要がある^(1,21)。本書では、衛星測位を幅広く理解していただくためにその基本原理に立ち戻り、GPSのような擬似レンジを利用する非同期型測位方式だけでなく、クロック同期化によって測定される実レンジを利用する同期型測位方式を、高度情報やクロック同期情報等を併用する測位アルゴリズムとして統合化し、測位性能を一般的に論ずる予定である。測位アルゴリズムの統合化の一手法としては、各種測定データの測定値と計算値との偏差を測位ベクトルの推定偏差に関係づける回帰モデルを構成し、最適化の手法としては最小自乗法を適用して測位ベクトルを推定する^(2,20)。この際、測距誤差の標準偏差に対する各種測定値誤差の標準偏差の比率である重み係数（本書ではこれを誤差比例係数とも呼ぶ）を導入して、これらの重み係数を用いて正規化した測位アルゴリズムを構成する。正規化したアルゴリズムは重み付け最小自乗法（WLS法）と同等であるが、求められる関係式はWLS法よりも簡潔になる。

●重み係数可変型最小自乗法

測位アルゴリズムが統一的に表現されると、上記の重み係数を測位ベクトルの誤差共分散行列より求められるDOP (Dilution of Precision、本書では測位劣化指数とも呼ぶ) と当該重み係数に関する数学的モデルを用いて変更する重み係数可変型最小自乗法の議論に入る^{20, 21)}。この重み係数の適切な変更により、観測更新と時間更新から成るカルマンフィルタと類似した特性が得られ、測距電波の受信環境が急激に変化する場合でも安定した測位精度の維持が可能となる。

●衛星測位精度の定式化

さらに本書では、いろいろな条件のもとでの衛星測位精度を解析的な関係式で表現する。これにより、測距衛星の幾何学的配置関係や基数、各種測定データの誤差特性と測位精度との解析的な関係が示される^{19, 21)}。

測位精度の統計的な表現法としては、従来より測位誤差とレンジ測定誤差の比であるDOPが適用されている。この方法では、衛星位置決定誤差についても、これと同等なレンジ誤差に換算して、レンジ誤差の一部とみなして組み入れられることになるため、測位誤差の解析方法としてはやや正確さを失う。しかし、選択衛星の幾何学的配置条件と測位精度の関係を概括的に把握するためには便利な方法であり、本書でも従来どおりのこの方法を踏襲する。

ところで、決定すべき測位ベクトル x の偏差 δx と測距データ等の偏差から成る観測ベクトル δs とを関係づける回帰行列 H ($\delta s = H\delta x$) が定まると、各測位誤差に対するDOPは、 δs の成分が正規化されており、その標準偏差を σ 。とすれば、 δx の共分散行列を σ^2 で割った行列 $(H^T H)^{-1}$ の対角成分より簡単に求められる。しかし、共分散行列を求めるには逆行列を算出する必要があるため、DOPの解析的な形式を求めることはやや難しい。また、求められたとしても、これらの関係式は測位誤差と衛星配置との関係を把握する上で見通しの良い形式ではない。このような理由から、鉛直方向や水平方向の測位精度と各種誤差要素との関係、クロックオフセットに起因するレンジ偏位誤差とDOPとの関係などの解析を行い、測位誤差の特性を具体的に論じた文献を見いだすことは困難である。あっても、衛星配置の幾何学的表現とDOPの関係を論じている程度であり、可視衛星数に冗長度がある場合には、どのような衛星を選択するのが最適なのか、過剰な測距データを取捨選択することなく用いるにはどのような数値計算法がよいのか、測位誤差の評価方法を含めて具体的に論じた文献はないようである^{7, 8, 9)}。

そこで、本書では厳密さを問わず、衛星が天空に対し平均的に配置されてい

るとして、近似的なDOP関係式を導く。GPSでは衛星が地球面にできるだけ均等に配置されるよう工夫されているため、この仮定は概ね成立すると考えて良い。これにより、仰角限界として示される視界や上記重み係数とDOPの関係が解析的に表現され、鉛直成分、水平成分およびレンジ偏位成分の測位誤差の性質と移動体測位端末装置における各種測定データの利用効果が一般的に論じられるようになる。そして、各種測位方式の特徴を端的に理解し、各種測定データを最適に利用する手法を検討する上でも役立つものと思われる。

●各章の記述内容

本書の主な内容を章を追って紹介する。

第2章では、衛星測位の分野に関連する基本概念について議論する。測距方式と測位方式の関係、測距におけるクロック同期の意味と同期化の方法、擬似レンジ型や実レンジ型等の各種衛星測位方式の基礎理論を述べる。

第3章では、測定データ数に冗長（Redundancy）のないように最小数の衛星を選択して測位計算を行う確定法と、利用可能な測定データをすべて統計的に処理して測位計算を行う最小自乗法の各種測位方式のアルゴリズムについて考察する。それらの測位計算における収束性、確定法における衛星選択の基準、測位アルゴリズムの統一的表現、測位計算における最小自乗推定とカルマンフィルタとの関連性についても議論する。

第4章では、第3章で考察した確定法および最小自乗法における測位誤差方程式を導き、各測位方式における測位誤差の特徴を記述する。また、測位誤差の関係式より、鉛直方向、水平方向およびレンジ偏位に関するDOP（測位劣化指数）の解析解を求め、シミュレーションの結果と比較し検証する。

第5章では、衛星測位システムを実現するための各種衛星配置形態を紹介し、測位性能との関係を議論する。グローバルな衛星測位を実現するためには、多数の測距衛星が必要となることから、測位だけでなく移動体通信や地球観測に適用する統合衛星システムとしての運用を前提とした段階的な衛星配置や、静止／地球同期衛星を用いた限定域衛星測位システムについて検討する。また、これらの衛星測位システムとGPS衛星を併用した場合の測位方式についても、将来、実現性の高い形態として、その測位精度に検討を加える。

第6章では、所定の測位精度を達成する上で、衛星の軌道推定や運用管制を行う衛星追跡管制局、測位精度を改善するためのデータを取得するベンチマーク局、個別の移動体にクロック同期データや測位補正データを提供する測位支援局について議論し、これらの局に要求される基本機能や配置条件について検討する。

第7章では、まずクロック同期型測位方式の基本的課題であるクロックオフセットの測定方法とクロックのドリフト較正法について考察する。つぎに、同期型測位方式の応用例として、静止衛星を測距電波源とするクロック同期型測位方式について述べ、この測位方式を具体化する場合の測位精度上の要点を議論する。また、クロック同期型測位方式は、月への飛行の場合のように、地球から遠く離れた位置での測位方式としても有効である。従って、衛星軌道半径や地球からの距離によって、測位精度がどのように変わるかについて、解析的な検討を加える。興味本意ながら、具体的な例として、6基の地球同期衛星を用いた衛星測位システムでは月周辺での測位精度がどの程度になるか等について検討する。

第8章では、測位性能の向上のために、GPS衛星や静止衛星等の測距電波源を併用するだけでなく、デルタレンジの利用、高度計や地図から得られる高度情報、ユーザ端末装置に高安定クロックを使用した際のレンジ偏位情報、推測航法等によって得られる水平面位置情報を利用する重み付け最小自乗法について述べる。また、重み付け最小自乗法によって統合した統合最適測位方式がどの程度の安定した測位精度を達成するかについて考察する。

以上述べたように、本書の記述内容は衛星測位アルゴリズム、衛星測位方式や測距衛星の配置と測位精度の関係、クロック同期の方法等の解析的な分野に限定されている。測距衛星や測距電波、測位端末装置のハードウェアに係わった分野に関心のある読者には、参考文献10)、13)が有用であると思われる。

第1.1表 移動体測位通信衛星システムの概要(1)

システム名称	システム概要	開発運用現状	システム構成	測位関連特性	通信関連特性	備考
NAVSTAR/GPS (米国防省) ↓ 配備はほぼ完了	<ul style="list-style-type: none"> 全世界域測位システム NNSS後継測位システム 1973年国防省統合計画としてスタート、民間利用にも配慮 	<ul style="list-style-type: none"> Block2衛星配備中(Block1衛星を含め24基/1994) 1994年中にフル運用 軍用、自動車や船舶の航法手段として需要増加(自動車用GPSの出荷規模は1991年7月までで13,400台、現在急増中) 1990年にGPSに関する情報提供のためのセンタール(GPSIC)を設置 	<ul style="list-style-type: none"> 宇宙部(測距電波源) <ul style="list-style-type: none"> 軌道: 6軌道に各4基 高度: 約20,000km 周期: 約12時間 重量: 844kg(Block2) 時計: ルビウム2台 寿命: 7.5年 制御部(GPS衛星の追跡・管制を行う複数制御局) 利用部(ユーザー受信機) 	<ul style="list-style-type: none"> 方式: 擬似レンジ測定(片道測距)型測位、衛星4基で3次元測位可能 性能: 全世界3次元連続測位 精度: 利用コード、DOPに依存(C/Aコードで概ね30メートル) 制約: Selective Availabilityへの対応が必要 補完: GPSICではDGPS(Differential GPS)の適用で測位精度向上を検討 	<ul style="list-style-type: none"> 個別移動体通信サービスなし 通信仕様(測距電波供給) <ul style="list-style-type: none"> 方式: スパウト拡散(L1) 周波数: 1575MHz(L1) 1228MHz(L2) 送信量: 1500W/ト(50bps) 受信並列処理の多チャンネル化による測位性能の向上 小型無指向アンテナ 	<ul style="list-style-type: none"> Selective Availabilityとは軍事的安全保障上の目的から意図的に測位性能を劣化、あるいは運用停止を行うこと 標準測位サービス(SPS)は無料で解放されるが、長期に保たれるかどうかは疑問
GLONASS (旧ソ連) ↓ 開発整備中	<ul style="list-style-type: none"> 全世界域測位システム GPS類似システム 1984年頃から試験開始 連邦軍で将来見通し不明(ロシア継承か?) 	<ul style="list-style-type: none"> 現在5基以上配備 フル運用時期不明 わが国での利用実績なし GPS/GLONASS併用試験を米国にて実施 	<ul style="list-style-type: none"> システム構成はNAVSTAR/GPSに類似 測距衛星格元 <ul style="list-style-type: none"> 配置: 3軌道に各8基 高度: GPSに類似 周期: GPSに類似 	<ul style="list-style-type: none"> 方式: GPSと同じ 性能: 全世界3次元連続測位 精度: 100メートル 制約: 不明 補完: 不明 	<ul style="list-style-type: none"> 個別移動体通信サービスなし 通信仕様(測距電波供給) <ul style="list-style-type: none"> 方式: スパウト拡散(FDMA/BPSK) C/Aコード: 0.51Mbps Pコード: 5.1Mbps 周波数: 1597~1617MHz(L1) 1240~1260MHz(L2) (20チャンネルに充当) 	<ul style="list-style-type: none"> ソ連崩壊後どのように整備運用されるのか不明 旧ソ連時代には10年間無償で民間に解放することとなっていたが、連邦崩壊後の事情をみれば、安定して利用できるか極めて疑問
NNSS (米国防省) ↓ 現用システム	<ul style="list-style-type: none"> 全世界域測位システム 初の測位衛星システム 1980年代以降の有力測位手段 1967年受信技術を開発 	<ul style="list-style-type: none"> 1994年現在で7基配備 船舶の航法に広く利用 	<ul style="list-style-type: none"> 測距衛星格元 <ul style="list-style-type: none"> 配置: 極軌道に5~7基 高度: 約1000km 周期: 107分 重量: 160kg 時計: 水晶(10⁻¹²級) 	<ul style="list-style-type: none"> 方式: ドップラー測位型 性能: 全世界2次元連続測位 精度: 50~300メートル 制約: 低速移動体にのみ適用約1回/時の測位精度 	<ul style="list-style-type: none"> 個別移動体通信サービスなし 通信仕様(測距電波供給) <ul style="list-style-type: none"> 方式: PSK 周波数: 150MHz 400MHz 	<ul style="list-style-type: none"> 1986年頃に運用停止予定 測位原理上、連続的な測位は不可能であるため、船舶以外の利用分野では利用者数は少ない ARCONSはNNSS類似システム
NAVSTAR/GRANAS (ESA)(西独) ↓ 実在せず 計画中止?	<ul style="list-style-type: none"> 全世界域測位システム 1988年NAVSTARとGRANASの両計画の一本化 従来の純民間用測位システム 静止衛星を利用した補完測位システムを検討中 	<ul style="list-style-type: none"> 独自システムについては概念設計段階で中止 INMARSATとの共同開発が進行中 	<ul style="list-style-type: none"> NAVSTARでは静止衛星6基と長精度軌道衛星18基の組合わせにより限定域での測位性能の向上を検討 GRANASではGPSと類似した衛星配置を検討 GRANASでは移動通信との複合化を検討 	<ul style="list-style-type: none"> 方式: GPSに類似 性能: 全世界3次元連続測位 精度: 5メートル(NAVSTAR) 10~25メートル(GRANAS) 	<ul style="list-style-type: none"> GRANASにて通信サービス検討 通信仕様 <ul style="list-style-type: none"> 方式: スパウト拡散(CDMA/TDMA併用) PNコードPSK 4Mbps(GRANAS) 周波数: 1.5GHz帯(NAVSTAR) 1575MHz(L1) 1228MHz(L2) (GRANAS) 	<ul style="list-style-type: none"> NAVSTAR/GPSが連邦優先システムであるため民間向け測位システムを指向 GRANASで通信一体の全世界域測位システム構想が出現 GPSの運用に制約が課せられる限り、今後も独自の測位システム構想は出そう

第1.2表 移動体測位通信衛星システムの概要(2)

システム名称	システム概要	開発運用状況	システム構成	測位関連特性	通信関連特性	備考
STARFIX (米国企業) ↓ 世界的展開 には不向き	<ul style="list-style-type: none"> 限定域測位システム 1986年測位サービス開始 	<ul style="list-style-type: none"> 米国沿岸の石油業者向け測位サービスを展開中 	<ul style="list-style-type: none"> 宇宙局：商用通信衛星を測位電波中継手段に利用 <ul style="list-style-type: none"> Galaxy II Westar IV Satcom FIR 基地局：測位電波送信 追跡局：衛星追尾管制 中央計算局：データ処理 利用者局：電波受信処理 	<ul style="list-style-type: none"> 方式：擬似レンジ測定(片道測位)型測位 性能：限定域2次元連続測位 精度：7~10メートル 制約：3次元、赤道近辺での測位は精度上限界あり 補完：多数の追跡局による測位誤差補正 	<ul style="list-style-type: none"> 利用局へのメッセージ提供可能 通信仕様(測位電波供給) <ul style="list-style-type: none"> 方式：S波、外拡散 PNコード：2,4576Mbps 周波数：3.7~4.2GHz 送信量：150bps 	<ul style="list-style-type: none"> 石油リグの位置制御に利用 有料サービス 移動体航法には不向き
GEOSTAR (米国企業) ↓ 経営破綻！	<ul style="list-style-type: none"> 限定域測位、マルチ通信システム 初の本格統合サービス事業 1983年GEOSTAR設立 1986年FCCの免許取得 1987年SYSTEM1運用開始 1988年SYSTEM2運用開始 1989年SYSTEM2C運用開始 1991年事業活動停止 	<ul style="list-style-type: none"> 長距離トラッキング向け(一時移動局数千台) SYSTEM1：ARGOS利用 SYSTEM2：片方向通信 SYSTEM2C：双方向通信 事業停止後の見直しなし 	<ul style="list-style-type: none"> 宇宙局：商用通信衛星相乗り、最終的には専用衛星を保有する計画 <ul style="list-style-type: none"> Spacenet(1988) Gstar-3(1988) 基地局：測位電波送信 パナマ局：全米100箇所(最終) 利用者局：測位電波中継マルチ送信 	<ul style="list-style-type: none"> 方式：往復測位型測位 性能：限定域2次元測位 精度：7~15メートル(衛星配置に依存) 制約：3次元、赤道近辺での測位は精度上限界あり 測位頻度は基地局管理 補完：多数のマルチ局による測位誤差補正 	<ul style="list-style-type: none"> 双方向マルチ通信可能 通信仕様(測位電波送信) <ul style="list-style-type: none"> 方式：S波、外拡散 PNコード：8Mbps 周波数：L帯(移動→衛星)S帯(衛星→移動)C帯(衛星→基地局) 通信量：16kbps(移→衛)64kbps(衛→移) 	<ul style="list-style-type: none"> 2静止衛星による測位通信 高精度測位が可能であるが、高頻度の測位には不向き 通信能力は基本システムで時間当たり2.3千万局との通信が可能とされているが、やや疑問 通信費は\$50~100/月程度 LOCSTARを含め、この形態のシステムの今後の展開が不明
OmniTRACS (米国企業) ↓ 通信事業として 稼働成功	<ul style="list-style-type: none"> Ku帯利用の双方向マルチ通信 測位はGPS/LORAN-Cを利用 最小の設備投資で実現 欧州、日本で事業化 1985年Qualcomm社設立 1988年運用開始、Ominet買収 1989年FCCの免許取得 	<ul style="list-style-type: none"> 長距離トラッキング運用管理向け(現在1万台以上) Odyssey型による測位によるKu帯移動体通信を実現 	<ul style="list-style-type: none"> 宇宙局：商用通信衛星の中継器を活用 <ul style="list-style-type: none"> Gstar-1(米国) Eutelsat/16E(欧州) 基地局：通信制御のみ 利用者局：マルチ送信専用LORAN-C、GPSなど測位専用システムを併用 	<ul style="list-style-type: none"> システム自体測位機能なし 2衛星を用いた測位機能追加型のシステム(Qaspr)を検討中 併用の測位システムからの測位情報を経由して送信 	<ul style="list-style-type: none"> 双方向マルチ通信可能 通信仕様(マルチ通信のみ) <ul style="list-style-type: none"> 方式：移動→衛星 DSS(50bps→1MHz) FHSS(1MHz→48MHz) 	<ul style="list-style-type: none"> 1静止衛星+測位専用システムによる測位通信サービス 商用Ku帯中継器が利用でき、ため事業展開が容易 GEOSTARの顧客を吸収 通信費は\$70~120/月程度 1993年日本にて事業化認可 日本でサービス開始
測位通信複合衛星システム ↓ 将来の測位・通信の両方への活用 (INMARSAT型、Iridium型、Odyssey型)	<ul style="list-style-type: none"> 通信衛星によるGPS補完型測位 計画中の民間移動体通信衛星システムへの測位機能追加 自動車航法への運用性向上 沿岸警備、捜索救難への測位 移動体通信手段としての活用 星等への相乗り GEOSTAR測位方式の改善 	<ul style="list-style-type: none"> Iridiumは事業化を開始 測位手段として不向き Odyssey型による測位通信の複合化 通信利用料金による事業推進(測位は付随サービス) 	<ul style="list-style-type: none"> 宇宙局：静止衛星2基 周回衛星24基 CASE1：測位電波中継型 CASE2：測位電波送信型 基地局：マルチ通信制御 利用者：マルチ送信専用測位計算 マルチ送信専用測位計算 	<ul style="list-style-type: none"> 方式：片道同期測位型測位 性能：限定域連続測位(静止)GPS併用で3次元測位 高安定クロック不使用で測位誤差補正 精度：7~50メートル 制約：高安定クロックが必要(10⁻¹⁰~10⁻¹¹級) 補完：Differential GPS、マルチ局による補正 	<ul style="list-style-type: none"> 双方向マルチ通信可能 通信仕様 <ul style="list-style-type: none"> 方式：S波、外拡散 (CDMA/TDMA併用) PNコードPSK 2Mbps 周波数：1.5GHz帯 通信量：18kbps(移→衛)64kbps(衛→移) 	<ul style="list-style-type: none"> 通信効率の向上と通信利用料金低減を指向した形態 (GEOSTAR方式では非効率) GPSを活用したGPS補完型の局域サービスの構築 移動体の動態監視と交通情報提供 通信費は\$100/月並み 日本版OmniTRACSとの共存の形態を検討

第2章 衛星航法の予備知識

2.1 測位原理

第1章の第1.1表および第1.2表を参考にすれば、衛星を利用した測位システムは数種類のタイプの測位方式に分類され、現在、実用されているものとしてはGPS、NNSS、STARFIXが、事業として計画されていたものとして NAVSAT、GEOSTAR 等があげられる。それらは測位性能や運用条件の点でそれぞれ利害得失を備えているが、測距の手段として電波を利用し、測距電波源として衛星を利用することによって、広域に散在する多数の利用者に航法援助サービスを提供する点では、すべて共通した特徴を有するものである。また、GEOSTAR 以外の大半の測位システムは、電波の受信のみによって移動局側での測位情報の取得が可能となっており、ユーザ装置が簡便となるように工夫されている。

衛星測位方式は、衛星から送信される電波の何を測定するかによって、

- ①測距電波の伝搬時間の測定による測位
- ②衛星送信電波のドップラー周波数偏移の測定による測位

の2つの方式に大別される。

まず、方式①は現在の衛星測位方式の主流であり、これに属する測位システムとしては、GPS、STARFIX、GEOSTARが代表的である。GEOSTAR 以外は測距電波の受信のみでレンジ測定が可能であるため、連続的で瞬時の測位ができる。

方式②に属するものとしては、上述のNNSSや ARGOS（地球観測データを収集する科学衛星）等があげられるが、前章で述べたように測位頻度や精度に限界があるため、NNSSについてはGPSの普及に伴い、将来、そのサービスを停止することが米国の計画として表明されている。

以上の理由から、本書では方式①の測位方式に限定して、測距電波源の形態とその配置、測距方式と測位方式の関係、クロック同期の原理と方法、実レンジ型と擬似レンジ型測位の基本概念、高度情報利用の2次元測位、最小自乗測位の基本関係式について述べる。

2.2 測距電波源

衛星測位では、複数の測距電波源とユーザとのレンジを測定して、ユーザの位置を幾何学的に算出する。このため、移動体端末装置（ユーザ装置）におい

ては、測位の座標に対する衛星の位置とともに、測距電波の送信時刻と受信時刻との差、即ち、伝搬時間を正確に知らなければならない。

衛星より測距電波を送信する方法として、GPSのように測距電波を衛星内で生成する場合の“生成型”と、GEOSTARのように地上局より送信された測距電波を中継する場合の“中継型”に分けることができる。

まず、前者の生成型では、複数の衛星から送信される測距電波相互の時刻同期条件、およびユーザ時刻と衛星時刻との同期条件が明らかでなければならない。そこで、前者の生成型では、測距電波相互の同期条件は地上局の衛星追跡管制によって求められ、衛星搭載の高安定クロックによって維持される。

後者の中継型では、複数の衛星に対して同じ地上局（基地局とも呼ぶ）から測距電波を供給できるため、測距電波相互の同期化は容易であり、衛星に高安定クロックを搭載する必要はない。しかし、地上局は瞬時瞬時の衛星・地上局間レンジを正確に算出でき、移動局側で測位計算を行う場合は、これを各移動局に通報できなければならない。

測距電波源が生成型であるか中継型であるかは、測位計算において衛星・地上局間レンジが前者では不要であり、後者では必要となる点を除き、測距電波の受信処理を行なう移動端末側（GEOSTARでは送信が必要）にとって大きな差異はない。しかし、衛星や基地局等の機能、運用形態に関しては、考慮されるべき差異が生じる。

第2.1表に示すように、生成型は静止、周回の両タイプの衛星に適応し、基地局の設備や衛星追跡管制業務は中継型に比較して低減されるが、衛星には原子時計等の高安定クロックを搭載しなければならない。

第2.1表 測距電波生成型／中継型の比較

比較項目	型式 (システム)	測距電波生成型 (GPS、NAVSAT)	測距電波中継型 (GEOSTAR、STARFIX)
衛星種類	(静止) (周回)	適応 適応	適応 地上局増加
衛星搭載機器		測距電波発生装置 高安定クロック	電波中継器(広帯域)
地上設備 (追跡管制業務)		精密衛星軌道決定 衛星クロック較正	精密衛星軌道決定 測距電波送信

一方、中継型では、衛星に向かって測距電波を送信しなければならないために、基地局の設備や衛星管制業務が増加するが、衛星に高安定なクロックを搭載する必要はなく、衛星搭載機器は移動体通信用の中継器のみでよい。従って、中継型では専用の衛星を配置せず、一般の通信衛星を測距電波源として活用することも考えられる。

つぎに、測距電波源の必要数については、測位方式、運用環境、衛星軌道の種類等に係わって検討しなければならない。詳細は第3章以降で考察することとし、ここでは衛星の軌道と必要基数の問題について概略述べる。

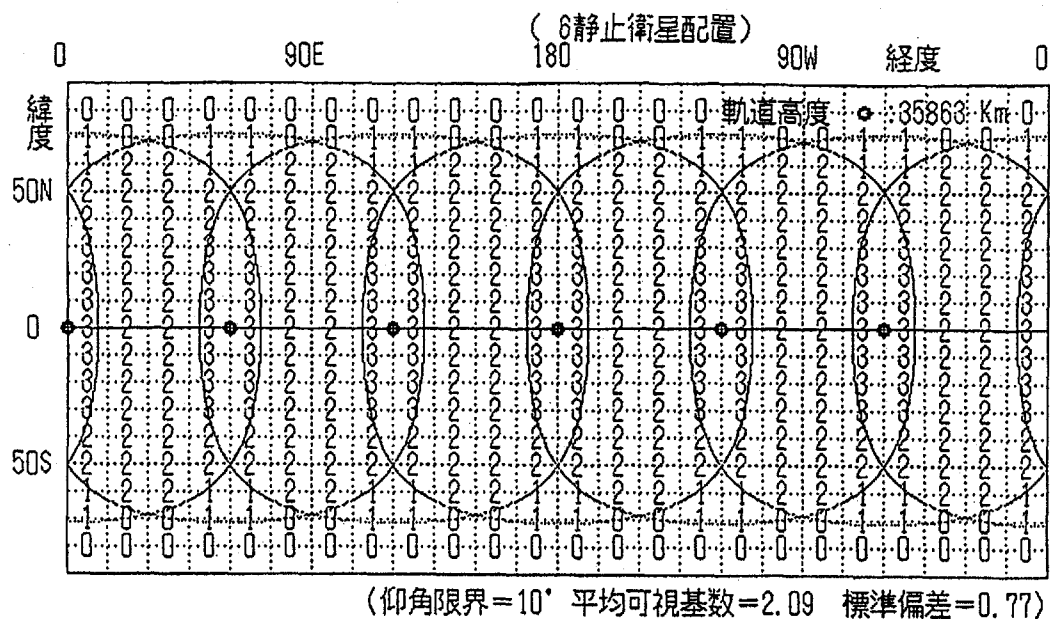
衛星が静止衛星である場合、限られた領域であれば、2～3基の衛星を配備するだけで連続した測位が可能となる。通常、その測位が可能な範囲は移動体側での受信可能な仰角（可視仰角、仰角限界と呼ぶ）によって制限される。

高緯度域を除く全地球域での測位を可能とするために、第2.1図には6基の、第2.2図には9基の静止衛星を配置した場合の可視仰角10度での衛星可視数を示す。通常、2衛星が可視となる領域では2次元実レンジ型の、3衛星が可視となる領域では2次元擬似レンジ型あるいは3次元実レンジ型の測位が可能であるから、静止衛星6基では2次元実レンジ型の、9基では2次元擬似レンジ型あるいは3次元実レンジ型のほぼ全地球域測位が可能になると予想される。

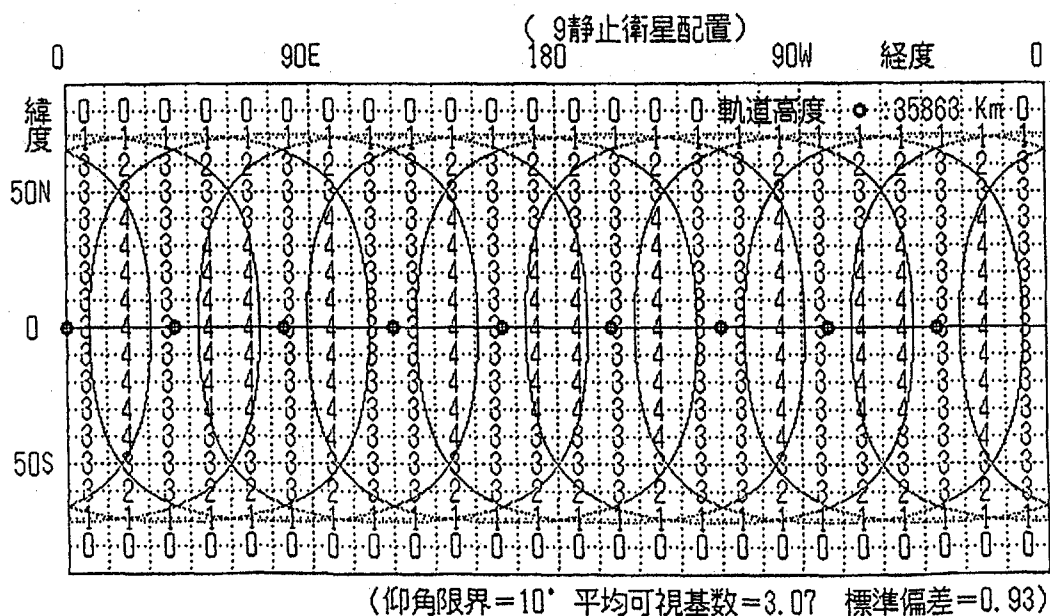
第2.3図には、2静止衛星による2次元実レンジ型測位の可測位率（全地球域に対する測位可能域の面積比率）、仰角限界と衛星配置経度差の関係を示すが、第5章で解析的に再度検討するように、2衛星間経度差が20度程度であれば良好な測位精度が得られる。従って、第2.3図を用いて経度差20度の場合の可測位率を求めると、仰角限界が10度の場合では全地球面の約30%の地域で測位可能となる。これが最小規模限定域測位システムの可測位率である。

これらの図から、10基程度の静止衛星を配置すれば極域と赤道域を除く全地球域の測位システムを構築できることがわかるが、静止衛星はむしろ限定域の2次元測位システムを少数の衛星により構築できるところに特徴が現れる。

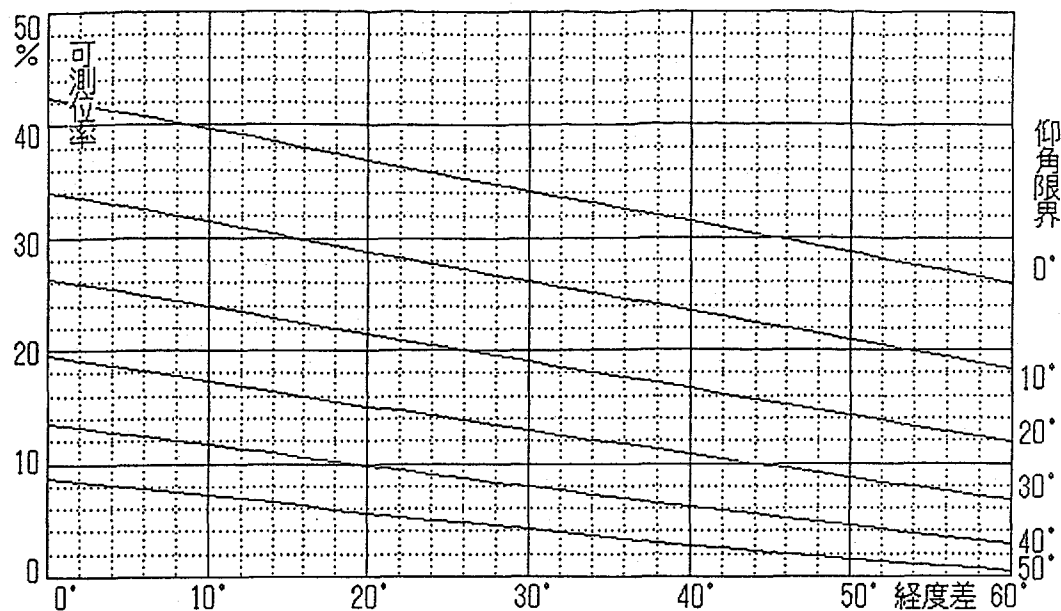
静止衛星によって全地球域測位システムを構築する際の問題は、まず衛星は静止しているため、測位サービス域を拡大させるには、衛星基数だけでなく、衛星追跡管制局も広範囲に多数配置する必要が生じる点にある。つぎに、静止衛星だけでは極域および赤道近辺での測位は不可能であるため、完全な全地球域測位を達成するには、南北方向には移動するが東西方向には、ほとんど停止した地球同期衛星（ある程度の軌道傾斜角を持つ24時間周期の衛星）、あるいは周回衛星を併用することが必要となる。従って、測位サービス域に比例して地上局や衛星の配置規模が増大することになるから、全地球域測位に関しては静止／地球同期衛星を利用することのメリットが希薄になる。



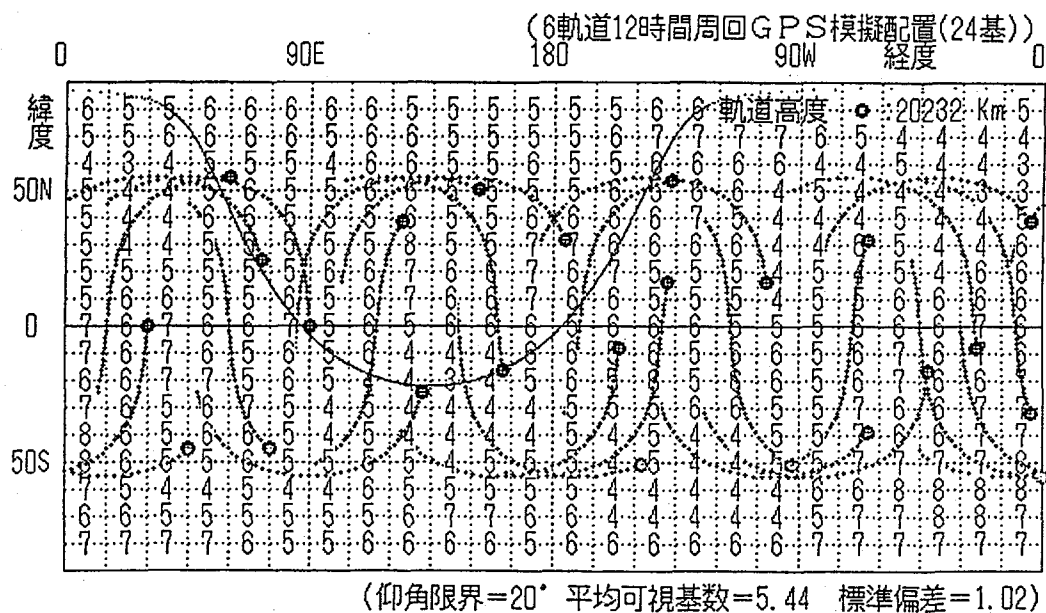
第2.1図 静止衛星 6 基の衛星配置と受信状態 (仰角限界10度)



第2.2図 静止衛星 9 基の衛星配置と受信状態 (仰角限界10度)



第2.3図 2 静止衛星測位の可測位率、仰角限界と静止経度差の関係



第2.4図 GPS 模擬12時間周回衛星の配置と受信状態 (仰角限界20度)

また、特定域での測位性能を改善するために、長楕円軌道を利用する衛星配置構想（例えばNAVSAT）も検討されているが、これは一時的、局域的な可視性改善のレベルに留まり、グローバル性を犠牲にする割には決定的なメリットをもたらすものとはならない。むしろ軌道半径が著しく変動するため、測距電波の受信電力が時刻によって大きく変わることや、バンアレン帯による太陽電池や電子機器の劣化の方が問題となる可能性がある。

全地球域測位システムの構築には、測距電波源として地球の周りにまんべんなく配置された周回衛星群が適している。あらゆる地点で絶えず複数の衛星が可視となるためには、多数の衛星を配置する必要があるが、地上の衛星追跡管制設備については、測距電波生成型が適用された場合、衛星を常時追跡管制する必要がなくなるため小規模になる。また、所定の基数の衛星からの測距電波が受信できる限り、全世界にわたって概ね均一な測位性能を達成することができる。もちろん、極域や赤道近辺で測位精度が劣化することもない。また、電波伝搬距離は静止衛星の場合よりも短いため、ユーザ装置での受信条件はよくなる。しかし、限定域の測位サービスでよい場合でも、連続的な測位が可能となるには初期段階より所定数の周回衛星を配置する必要があるため、静止衛星利用の場合のように衛星配置数を段階的に増やして、事業規模を拡大するようなことはできない。参考に、第2.4図にはGPSの衛星配置を模擬して、周期12時間の24基の周回衛星がほぼ均等に配置された場合の衛星位置と、仰角限界20度での可視衛星数を示す。これによれば、平均可視基数は5.4、標準偏差は1.0であるから、全世界で概ね良好な測位が行えるものと予想される。

このように、測位衛星システムは、見方を変えれば静止衛星型と周回衛星型の2種類に大別されるが、前者は利用者密度の高い地域での小規模な限定域測位サービスに、後者は大規模かつ多目的利用の全地球域測位サービスに適合するシステムであると言えるだろう。

2.3 測距方式と測位方式

測距電波の伝搬時間より求められる衛星・ユーザ間レンジを用いる測位方式では、衛星を中継手段として、地上の固定局（基地局）とユーザ（移動局）との間の電波往復伝搬時間をどちらか一方の局で測定する方式（往復測距型、ここでは基地局を測距電波源として、基地局側で測距する方式に限定して述べる）と、衛星を中継して基地局から送信された電波または衛星から直接に送信された電波の片道伝搬時間を移動局で測定する方式（片道測距型）に分類できる。

前述のGPSは片道測距型の、GEOSTARは往復測距型の代表例である。また、基地局と移動局との時刻基準が正確に同期している場合を含めれば、片道測距型はさらに同期型と非同期型に分類される。詳細は以下の項で個別に考察することとし、ここでは基本的な考え方と相互の関連性について概説する。

まず、往復測距型では、基地局より送信した測距電波は衛星を中継して再び基地局に戻ってくるため、往復伝搬時間は基地局のクロックを基準として測定される。このため、基地局および移動局に高安定クロック（ここでは大まかに言って 10^{-10} 以上の安定性を持つクロックを指すこととする）は必要でない。

つぎに、片道測距型では、移動局において受信される複数の測距電波は同一の時刻に送信されるか、または相互のクロックの同期化のための条件が既知であるものとする。この前提は、衛星が基地局の送信した測距電波を中継する場合でも、測距電波を直接送信する場合でも妥当である。しかし、これを受信する移動局では、通常、測距電波が送信された正確な時刻は未知であるから、測距電波の伝搬時間を決定することはできない。このため、送信側と受信側とのクロックオフセットを何等かの方法で測定する必要がある。

片道測距型のなかでGPSのような非同期型測位方式では、衛星が測距電波を送信する時刻は、これを受信する移動局では未知であるため、移動局が自分の時刻を基準として測定したレンジは、衛星・移動局間のクロック・オフセットによって生じたレンジ偏位の含まれた、いわゆる擬似レンジである。従って、測位計算では移動局の位置ベクトルに加えて、上記のレンジ偏位を同時に決定しなければならないため、3次元測位に対して少なくとも4つの測距電波源からの擬似レンジの測定が必要である。

一方、同期型測位方式では、移動局・基地局間での双方向通信を利用して、両者のクロックの時刻基準のズレを直接に測定し、片道測距データに混在するレンジ偏位を消去する。従って、この方式では実レンジが測定されたことになるため、3つの測距データがあれば3次元の測位計算が可能となる。さらに、同期情報を得るために、基地局が送信した測距電波の受信タイミングに同期して移動局が基地局に対し測距電波を送信する場合、往復測距型の測距を行ったことになり、GEOSTARと類似した測位方式となる。

また、同期型測位方式の中でもGEOSTARのような往復測距型でなく、片道測距型を適用する場合、移動局は自分のクロックオフセットを測定しておく必要がある。このため、移動局側でも自分のクロックを時刻基準とし、衛星を中継手段として測距電波を基地局に送信する。そして、双方で送信した測距電波を相互に受信して、各々のクロックを基準として伝搬時間を測定する。このように双方の伝搬時間がわかれば、容易にクロックオフセットが求められ、レンジ

偏位の推定が可能となる。このレンジ偏位の推定、即ちクロック同期化情報の取得のための基地局との双方向通信は、測位を行うときに必要となるが、この点ではGEOSTAR にたいへん類似した測位方式となっている。即ち、GEOSTAR では移動局からの測距電波は基地局からの測距電波の受信時刻を基準にして送信されるが、片道測距の同期型測位方式では移動局自体のクロックに同期して測距電波が送信されること、測位計算は前者は基地局で、後者は移動局で行われること、前者では移動局には測位結果が送られるが、後者では同期支援データ（移動局から送信された測距電波が衛星を中継して基地局に達する所要時間を基地局の時刻を基準として測定した伝搬時間）が送られる等、やや通信処理の内容は異なるが、測位方法は変わらない。

ところで、GEOSTAR の往復測距型では、基地局と移動局との間の双方向通信が行われた時点でのみ測位が可能である。しかし、上記の片道測距型の同期型測位方式では、移動局が高安定クロックを内蔵しておれば、クロックドリフトによる測位誤差の発散はあるものの、移動局側での受信のみで連続的な測位が可能となる。即ち、高安定クロックが用いられておれば、双方向通信によって測定したレンジ偏位が急激にシフトすることはないから、測距電波源と移動局のクロックは当面同期しているとみなせる。従って、衛星からの測距電波を連続的に受信するだけで、GPSと同等の測位の連続性が可能となるわけである。また、クロック同期化のための双方向通信は間欠的に必要となるが、この頻度はクロックの安定性と要求される測位精度の関数であり、第7章でさらに具体的に検討する。このように、同期・片道測距型は双方向通信を利用する点で往復測距型と類似しているが、連続測位への可能性の点では往復測距型にない発展的な特徴を有している。

以下では、衛星測位方式を片道測距・非同期型、往復測距・同期型および片道測距・同期型の3測位方式に分類して、測距の内容と方式上の特徴をさらに詳細に考察する。第2.2表には各種衛星測位方式の原理と特徴をまとめた。

【片道測距・非同期型】

片道測距の非同期型測位方式では、測距電波を送信する衛星または基地局の時刻基準と測距電波の伝搬時間を測定する移動局との時刻基準のズレ、即ち、クロックオフセット $t_{o,i}$ が既知ではないため、これに起因するレンジ偏位 q_i ($=ct_{o,i}$) も測位計算の一部として同時に決定されることが必要である。

いま、GPSと同じように、測距電波は複数の衛星から同期して直接に送信されるものとする。つぎに、移動局はN基の衛星からの測距電波を受信し、これらの受信時刻から各測距電波の伝搬時間 t_i ($i=1,2,\dots,N$) を測定する。こ

第2.2表 各種衛星測位方式の原理と特徴

衛星測位方式	測位原理	特徴（3次元測位に関して）
非同期型測位	<ul style="list-style-type: none"> • 擬似レンジの測定 • 位置と共にレンジ偏位を推定 	<ul style="list-style-type: none"> • 測距電波の受信だけで測位可能 • 少なくとも測距衛星4基必要 • 視界制限の測位精度への影響大
同期型測位 往復測距型	<ul style="list-style-type: none"> • 測距電波の往復伝搬時間より実レンジを測定 	<ul style="list-style-type: none"> • 双方向通信機能が必要 • 少なくとも中継衛星3基必要 • 連続測位に不向き
片道測距型	<ul style="list-style-type: none"> • 擬似レンジと共にクロックオフセットを測定 • 実レンジを算出 	<ul style="list-style-type: none"> • 双方向通信機能が必要 • 中継衛星1基+測距衛星2基以上 • 高安定クロックにより連続測位可能

の t_i はクロックオフセット $t_{o,i}$ ($i=1,2,\dots,N$) を含む擬似伝搬時間である。そして、衛星# i ・移動局間の実レンジを p_i 、レンジ偏位を $q_i (=Ct_{o,i})$ とすれば、第2.5図に示す極性に仕掛けて、

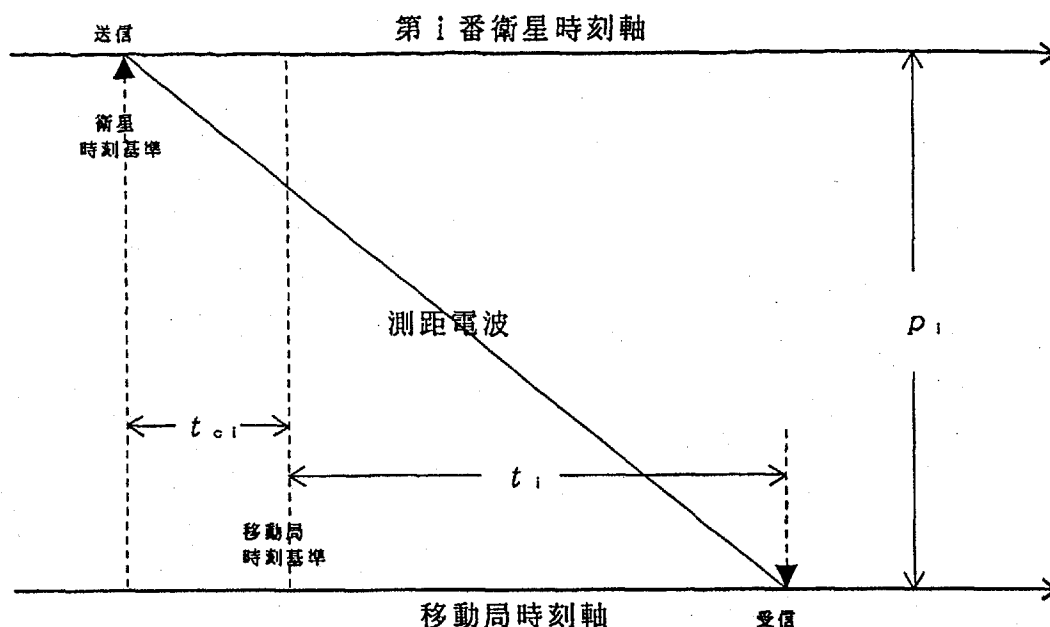
$$\begin{aligned}
 p_i &= C(t_i + t_{o,i}) \\
 &= s_i + q_i
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

なる関係が導かれる。ただし、 s_i は擬似伝搬時間 t_i に光速 C を乗じることによって算出される擬似レンジである。また、 N 個の測距電波が同一のレンジ偏位を持つ M 個のグループに分けられ、

$$N \geq M + 3 \tag{2.2}$$

なる関係を満たすとき、3次元測位が可能となる。このように、GPSのように全ての測距電波の時刻基準が同期している場合、少なくとも4つの測距データが必要であり、往復測距型よりも1つ増加する。また、時刻基準の異なる測距電波源を併用する場合は $N \geq 5$ となる。しかし、移動局には高安定クロックが不要である点が次に述べる同期型測位よりも優れている。

このように非同期型では、各衛星からの測距電波をお互いに同期させ、推定すべきレンジ偏位の数を少なくしなければならない。また、高度データを利用する2次元測位では、測距データ数は(2.5)式よりも1つ少なくなる。



第2.5図 片道測距・非同期型測位の測距電波伝搬タイミング

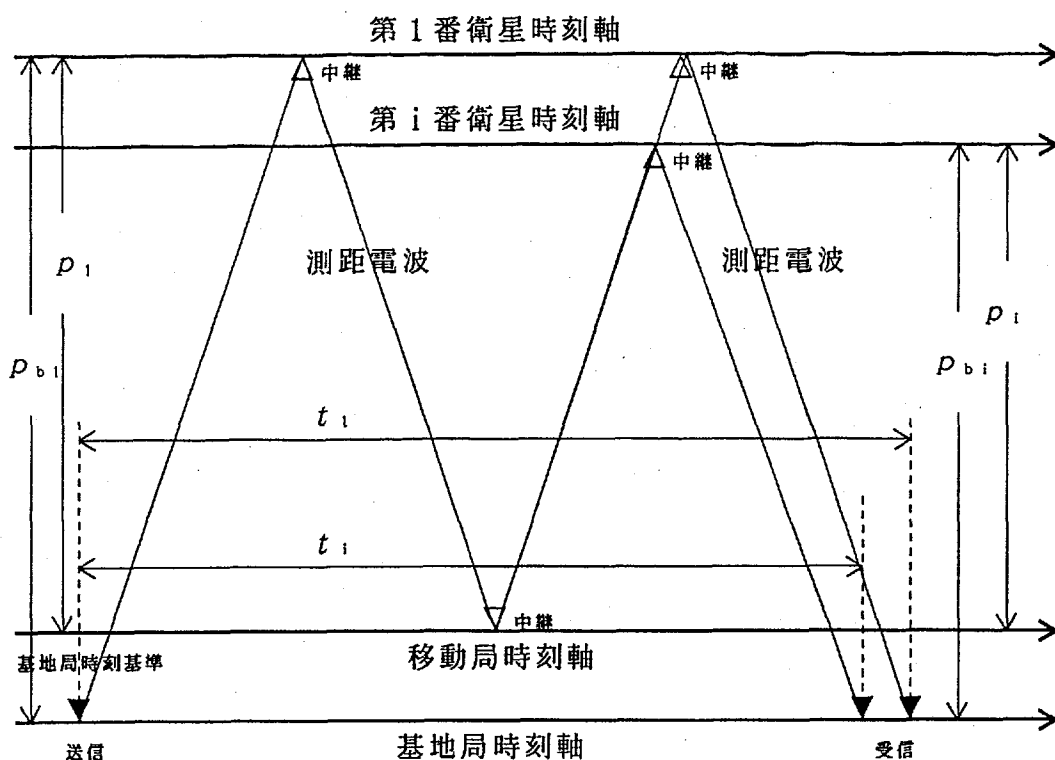
【往復測距・同期型】

往復測距の同期型測位方式では、測距電波を送信した側でその伝搬時間を測定するため、基地局および移動局が使用する基準クロックの短期安定性は 10^{-8} ～ 10^{-9} 程度でよい。また、測距電波の送受信が基地局側で行なわれる場合は、移動局側は一切の測位計算処理が不要となるため、この移動端末装置は最も廉価となる可能性がある。以下では、第2.6図を参考にして、測位原理と通信のシーケンスを述べる。

まず、基地局より送信された測距電波は1基の衛星（これを衛星#1とする）によって中継され、移動局で受信される。つぎに、移動局ではこの電波の受信時刻より定められた遅延時間を維持して、自分に割り当てられた特定のコードの測距電波を送信するが、これは複数の衛星によって中継され、基地局に到達する。従って、基地局は複数の測距電波の往復伝搬時間 t_i ($i=1,2,\dots,N$) を測定することになる。

いま、移動局での測距電波の送受信や衛星での測距電波の中継において生じる時間遅れが既知であるものとする。そして簡単のため、これらは既に補正されているものとするれば、衛星# i ・移動局間の実レンジ p_i は、

$$\begin{aligned}
 p_i &= Ct_i - p_{b,i} - p_{s,i} - p_i \\
 &= C(t_i - t_i/2) - p_{b,i} \quad (i=2,3,\dots)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$



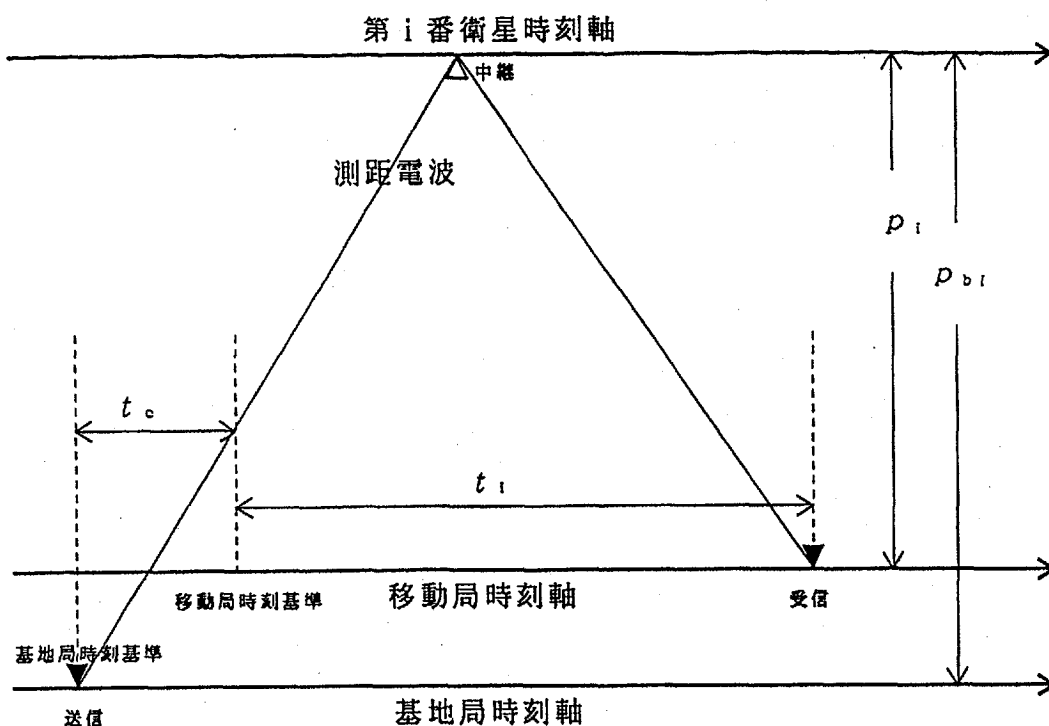
第2.6図 往復測距・同期型測位の測距電波伝搬タイミング

で示される。ただし、 c は光速、 p_{bi} は衛星# i ・基地局間距離とし、予め高精度に決定されている。従って、 t_i 及び t_i (衛星# 1 及び衛星# i を中継する移動局・基地局間の往復伝搬時間) より実レンジ p_i が求められる。

このように、往復測距型では実レンジ p_i が直接求められるため、少なくとも3つの実レンジが求まれば、移動局の3次元位置ベクトル r が算出される。しかし、GEOSTAR のように測距電波源としてすべて静止衛星を適用する場合は測位精度上いろいろな制約があり、一般にユーザ高度データを併用する2次元測位が精度的にも現実的な方式である。この詳細は第5章で述べる。

【片道測距・同期型】

片道測距の同期型測位方式では、測距電波を送信する衛星あるいは基地局の時刻基準と移動局で測距電波の伝搬時間を測定する時刻基準とのクロックのずれは既に移動局と基地局との双方向通信等により測定されていることを前提とする。基地局より送信された測距電波を衛星中継によって送信する場合、このずれ、即ちクロックオフセット t_o に起因するレンジ偏位 $q_i (=ct_o)$ が既知であるから、第2.7図を参考にすれば、衛星・移動局間の実レンジ p_i は片道測距・非同期型の場合と同様に、



第2.7図 片道測距・同期型測位の測距電波伝搬タイミング

$$p_i = c(t_i + t_o) - p_{bi}$$

$$= ct_i - p_{bi} + q_o \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (2.4)$$

より求められるから、3つ以上の測距データが測定できるならば、3次元測位が可能となる。高度情報を利用する2次元測位では、必要な測距データ数は2つ以上となり、必要な測距データ数が非同期型よりも1つ少ない点では往復測距型と同じ特徴を持っている。

また、通常の安定性を有するクロックが移動局に使用される場合、移動局・基地局間の双方向通信によるクロックの同期化（レンジ偏位 q_o の推定）は測位精度を維持するうえで必要である。しかし、移動局に高安定クロックを使用すれば、クロックオフセットの急激なシフトは抑制されるため、クロック同期化の頻度を低減させることができる。このように、高安定クロックの適用はこの方式の運用性を高める上で効果的である。

他の測位方式においても、高安定クロックは移動端末の測位性能を高める効果的な手段である。片道測距・非同期型では、測距データ数が(2.2)式を満たさない場合でも、一時的に同期型測位に移行することにより測位中断を避けることができるからである。

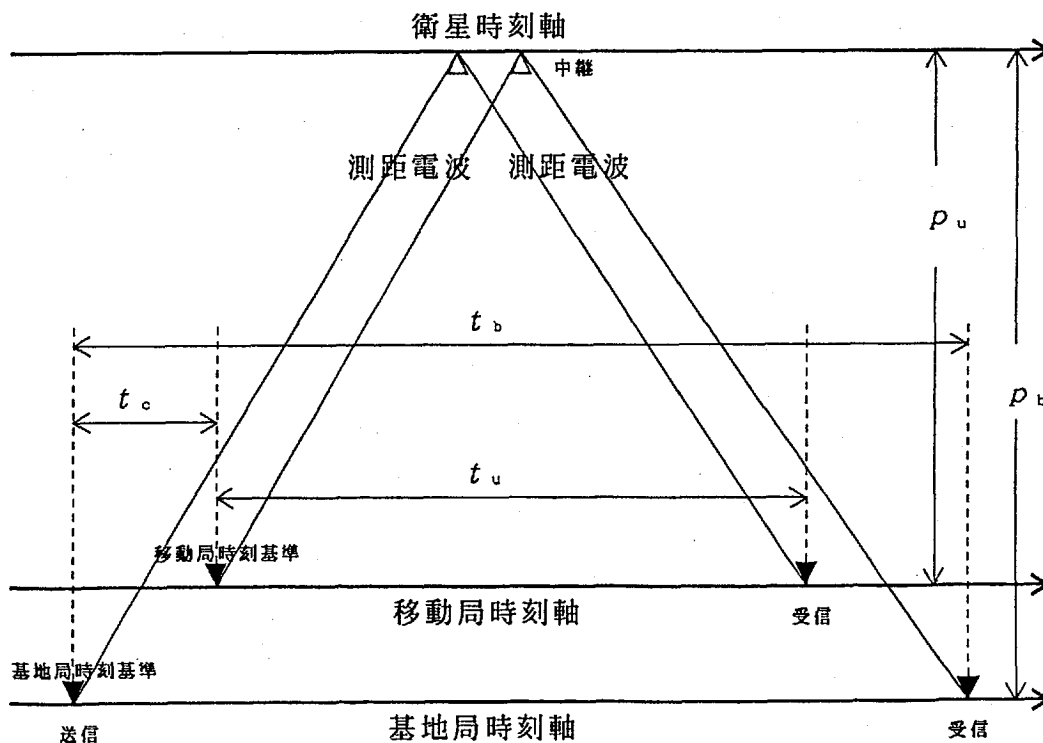
2.4 ユーザ・クロックの同期化

前項で述べたように、高安定クロックを使用する場合、ユーザ・クロックの同期化、即ちレンジ偏位の推定は運用上たいへん重要な役割を果たす。以下では、ユーザクロックの同期化について簡単にその考え方を述べる。

レンジ偏位 $q_i (=ct_{oi})$ は、第7章に示す手順で測定したクロックオフセット、または前項の片道測距・非同期型測位方式で測位の度に算出されるレンジ偏位から求められる。また、レンジ偏位に関するDOP (TDOP) が著しく劣化する場合、移動局に高安定クロックが使用されておれば、良好に更新された q_i を最適なレンジ偏位として扱うことができる。詳細は第8章で述べる。

第2.8図 は、移動局クロックと基地局との同期化の原理を概念的に示したものである。

いま、衛星の時刻基準は基地局によって管理され、それぞれのクロックが同期しているものとし、基地局と移動局の時刻基準を同期させる場合を検討する。第2.8図 を参考にして、基地局および移動局からそれぞれの時刻基準に同期して送信された測距電波が衛星を中継して双方で受信されるものとすれば、移動局および基地局では測距電波の擬似伝搬時間 t_u および t_b が測定され、以下の関係式が求められる。



第2.8図 移動局クロック同期化の概念

$$t_u + t_o = (p_b + p_u)/C \quad (2.5)$$

$$t_b - t_o = (p_b + p_u)/C \quad (2.6)$$

ただし、 p_b および p_u はそれぞれ基地局・衛星間および衛星・移動局間の実レンジであり、 t_o は移動局・基地局間クロックオフセットである。よって、

$$t_o = (t_b - t_u)/2 \quad (2.7)$$

であるから、双方で測定した擬似伝搬時間 t_u 、 t_b を双方に通報し合うことにより、双方で t_o を求めることができる。

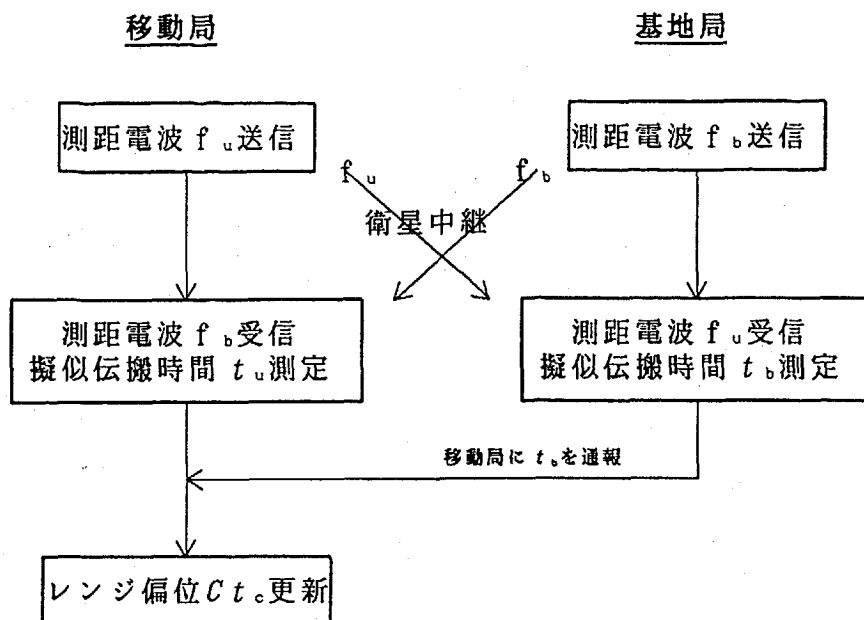
このように、クロックオフセットの測定には衛星の位置データは不要となっている。しかし、厳密には地球自転に影響されるため、衛星や移動局の大まかな位置データが必要である。地球自転や移動局の移動速度の影響については、第7章で詳細に議論する。また、通信回線の占有率を抑えるには、クロック同期化の頻度を低減する必要がある。このため、移動局には高安定クロックを使用することが望ましい。即ち、クロックオフセット測定誤差を δt_{o0} 、クロック安定性（ここではクロックオフセットの時間的变化率とする）を ε_T とすれば、最新の同期化時点からの経過時間 t でのクロックオフセット誤差 δt_o は、

$$\delta t_o = \delta t_{o0} + \varepsilon_T \cdot t \quad (2.8)$$

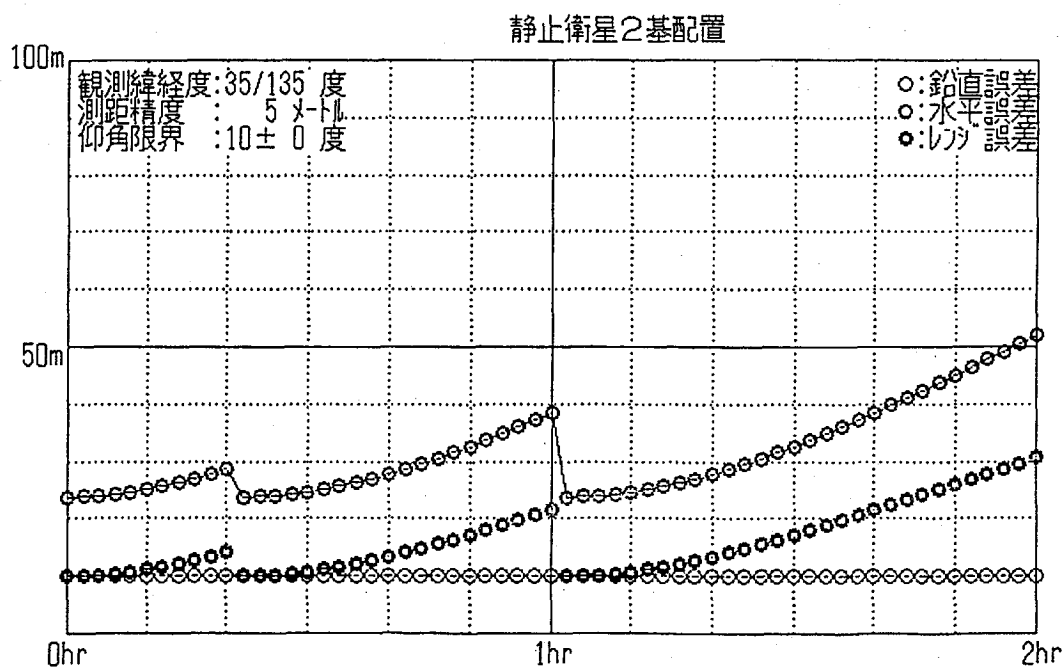
である。従って、必要とされる測位精度とクロック安定性から、クロック同期の時間間隔が定まる。

第2.9図は、双方向通信を利用した同期化の手順を示したものである。移動局でのクロック同期化には基地局より t_b が、基地局での測位計算には移動局より t_u が通報される必要があるが、これらは測距電波のデータに組み込まれてよい。

第2.10図は、東経120度及び150度にある2基の静止衛星を利用した同期型測位方式において、同期化間隔と測位精度の関係を一例として示したものである。ここで、レンジ測定誤差は5 m、高度データおよびレンジ偏位測定の誤差はどちらもレンジ測定誤差の2倍、クロック安定性は 3×10^{-11} とした。このとき、水平面測位誤差半径はレンジ偏位推定直後の23 mから1時間の後に52 mに増加するが、この傾向は後述する解析解と良く一致する。このように、測定されるレンジが擬似レンジである場合でも、 10^{-11} 級の高安定クロックをユーザ装置の時刻基準に使用すれば、クロック同期を頻繁に行わなくても、2つの測距電波の受信により連続的な2次元測位が可能となることがわかる。



第2.9図 移動局クロック同期化のための通信手順



第2.10図 同期型測位におけるクロック同期化間隔と測位精度の関係

2.5 実レンジ型測位と擬似レンジ型測位

前々項で述べた往復測距型の測位方式では、測距電波の送信及び受信には同じ時刻基準が用いられるため、短期的にクロックが安定しておれば正確な測距が可能となる。しかし、送信と受信の時刻基準が異なると、測定された往復伝搬時間にはクロックオフセットが含まれる。このような測定レンジの性質の違いに注目すれば、測位方式は実レンジ型（同期型）と擬似レンジ型（非同期型）の2種の方式に分類することができる。以下では、第2.11図を参考にして、実レンジを用いる場合と擬似レンジを用いる場合との測位方式上の特徴を、平面内での2次元測位に簡略化して考察する。

まず、実レンジ型の場合、衛星1及び衛星2を中心として、測定した衛星・観測点間の実レンジ p_1 および p_2 を半径とする円1および円2を描く。測位計算とは、この交点を求めることであるが、実際には衛星や移動局の位置等の数値は3次元ベクトルで表現されるから、2次元測位の場合でも、第4章に示すような3次元ベクトルの数値計算処理が行なわれる。測位精度については、この2つの円の交差する角度が小さくなるほど、達成できる精度が低下する。このことは、観測点が衛星1、2を通る直線に接近する、即ち、実際の2次元測位では、この直線が天頂に近づく場合に測位精度が劣化することを示している。

つぎに、擬似レンジ測位の場合は、衛星1および衛星2に対して測定されたレンジは同一のレンジ偏位 t_0 を含む擬似レンジ s_i ($= C(t_i + t_0)$)、 $i=1,2$) であり、(2.1)式より実レンジ p_i ($i=1,2$) とは、

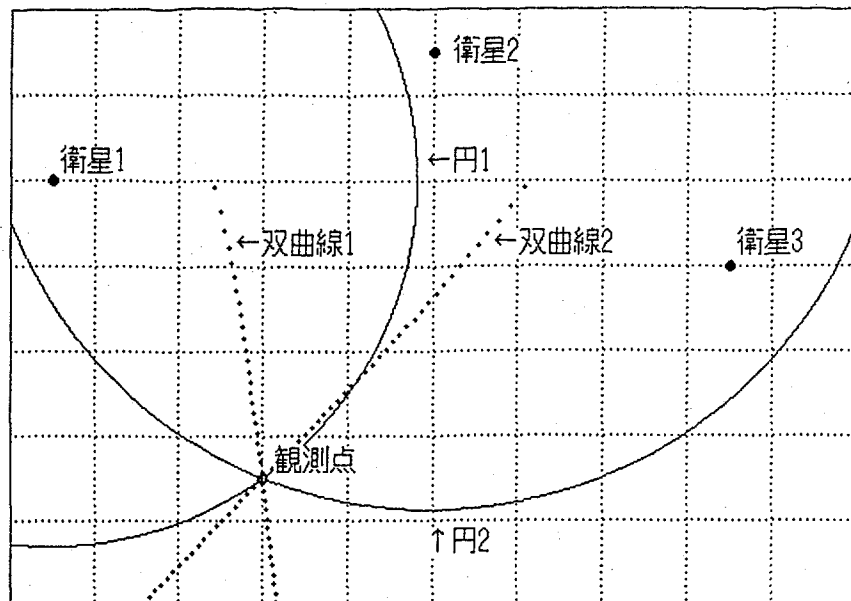
$$p_1 - p_2 = s_1 - s_2 \quad (2.9)$$

の関係にある。このため、観測点は衛星1および2を焦点とする双曲線1（図中の点線）のどこかに存在することになるが、観測点の位置は一点に定まらない。そこで、同一のレンジ偏位を持つ衛星3を加えて、上記と同様に衛星3に対する擬似レンジ s_3 を測定すれば、

$$p_2 - p_3 = s_2 - s_3 \quad (2.10)$$

なる第2の関係が得られ、双曲線2が求められる。従って、観測点の位置は双曲線1と2の交点となる。このような測位方式は、現用の航法援助システムであるロラン双曲線航法と原理的に同じ方式である。

このように、擬似レンジ測位方式では測距基準点となる衛星が実レンジ測位方式に比較して1基増加する。また、双曲線1、2の交差する角度が直角に近づくほど測位精度が良好になる。このため、衛星1、2、3が同一の直線に接



第2.11図 2次元実レンジ型／擬似レンジ型測位の原理

近しい衛星を選択することが、測位精度を維持するための一つの目安になる。

つぎに、第 i 番衛星・移動局間の実レンジを p_i 、第 i 番衛星の地心に対する位置ベクトルを L_i 、移動局の地心に対する位置ベクトルを r として、測位アルゴリズムの要素的な関係式を導出する。これらの関係式は第4章以降の解析に適用される。

いま、関数 $F_i(r)$ を

$$F_i(r) = (L_i - r)^2 - p_i^2 \quad (2.11)$$

と定義すれば、

$$F_i(r) = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.12)$$

なる関係が成立することは明かである。従って、 r の暫定値 r_0 (r_0 を最新の計算値と考えてもよい) を

$$r_0 = r + \delta r \quad (2.13)$$

とすれば、(2.12)式を適用して、

$$\begin{aligned}
F_1(r_0) &= (L_1 - r_0)^2 - p_1^2 \\
&= \{(L_1 - r)^2 - p_1^2\} - 2(L_1 - r_0) \cdot \delta r + \delta r^2 \\
&= -2(L_1 - r_0) \cdot \delta r + \delta r^2
\end{aligned} \tag{2.14}$$

となる。

ところで、衛星・移動局を結ぶ方向の単位ベクトル、即ち、移動局を原点とする衛星の最新の方角余弦ベクトル m_1 は

$$m_1 = (L_1 - r_0) / p_1 \tag{2.15}$$

であるから、(2.14)式は以下の近似式に書き換えられる。

$$\begin{aligned}
m_1 \cdot \delta r &= \frac{\{p_1^2 - (L_1 - r_0)^2\}}{2p_1} + \delta r^2 / 2p_1 \\
&\approx p_1 - |L_1 - r_0|
\end{aligned} \tag{2.16}$$

ただし、 $||$ はベクトルの絶対値、 \cdot はベクトルの内積を表現するものとする。従って、移動局位置ベクトルの計算誤差 $\delta r (= r_0 - r)$ と方向余弦ベクトル m_1 の内積は、衛星・移動局間実レンジの測定値 p_1 と暫定値より算出される計算値 $|L_1 - r_0|$ との差に等しいことが導かれた。

つぎに、測定された衛星・移動局間レンジが実レンジ p_1 ではなく擬似レンジ s_1 の場合、クロックオフセットによるレンジ偏位を q_1 、この暫定値を q_{10} として、

$$q_{10} = q_1 + \delta q_1 \tag{2.17}$$

と定義すれば、(2.16)式は (2.4)式を用いて以下のように書き換えられる。

$$m_1 \cdot \delta r + \delta q_1 = s_1 - (|L_1 - r_0| - q_{10}) \tag{2.18}$$

従って、擬似レンジが適用される場合は、内積 $m_1 \cdot \delta r$ と δq_1 との和は、衛星・移動局間擬似レンジの測定値 s_1 と計算値 $(|L_1 - r_0| - q_{10})$ の差に等しいことが導かれた。

以上の関係式が得られると、第3章の測位アルゴリズムを用いて移動局位置ベクトル r が算出できるが、移動局の緯度 ϕ 、経度 ϕ および高度 h を求める場合は、以下の関係式を適用して数値計算を行う。

$$r_1 = (r_N + h) \cos \phi \cos \phi \tag{2.19}$$

$$r_2 = (r_N + h) \cos \phi \sin \phi \quad (2.20)$$

$$r_3 = \{r_N(1 - e^2) + h\} \sin \phi \quad (2.21)$$

$$\text{ただし、 } r_N = r_e (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{-1/2}$$

$$r_e = 6378.136 \text{ Km}$$

$$e = 0.006694470^{1/2}$$

ここで、 r_1 、 r_2 および r_3 は移動局位置ベクトル r の地心座標系に関する成分であり、 r_e は赤道半径、 e は地球楕円体の離心率である。

2.6 観測点高度データによる2次元測位

地球の準楕円体に対する移動局の高度 h が、高度計やジオイド高が組み込まれた地図情報を用いて決定できるならば、地心・移動局間レンジ p_x は、

$$\begin{aligned} p_x &= (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2)^{1/2} \\ &= h + r_N(1 - e^2 \sin^2 \phi) \\ &= h + r_e(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.22)$$

により十分な精度で算出される。従って、高度情報が利用できるならば、地心に仮想的な衛星があるものとして、この衛星までの実レンジが測定されたことになるから、これを測定データの代替として利用し、測距データ数を1つ低減することができる。これがいわゆる2次元測位であり、 p_x によって鉛直方向に拘束された計算が行なわれるものと考えてよい。

さて、前項と同様に、鉛直成分に関する関数 $F_x(r)$ を

$$F_x(r) = r^2 - p_x^2 \quad (2.23)$$

と定義すれば、 $F_x(r) = 0$ が成立することから、

$$m_x \cdot \delta r = p_x - |r_0| \quad (2.24)$$

が求められる。ただし、ベクトル m_x は移動局を原点とした地心の方向余弦ベクトルであり、

$$m_x = -r / p_x \quad (2.25)$$

で定義される。

このように、高度データを使用すれば、前項で示した実レンジ型と類似した関係式が得られる。これは(2.16)式の衛星位置ベクトル L_i を0、即ち地心に衛星があるとした場合の関係式となっている。

2.7 最小自乗測位

GPS測位方式のように測距電波源と移動局の時刻基準の同期を前提としない擬似レンジ型であれ、同期を前提とする実レンジ型であれ、最小自乗法を適用する測位計算では、推定されるべき測位ベクトル x の変分 δx と測定レンジの変分からなる n 次元ベクトル δz は、残差ベクトル ε を導入して、衛星・移動局間単位ベクトル m_i によって構成される行列 H を用いた回帰モデル

$$\delta z = H \delta x + \varepsilon \quad (2.26)$$

で関係づけられる。ただし δx は、観測点の位置ベクトルの変分 δr と M 個の推定されるべきレンジ偏位 q_j ($j=1, 2, \dots, M$) からなる M 次元ベクトル q の変分 δq とを合成した $(3+M)$ 次元ベクトルで、擬似レンジ型の測位アルゴリズムでは

$$\delta x = \begin{pmatrix} \delta r \\ \delta q \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

で表現される。測位方式が実レンジ型の場合では、 δx は単に

$$\delta x = \delta r \quad (2.28)$$

と見なしてよい。また、 δz は測定された実レンジまたは擬似レンジ s_i と、最新の測位ベクトル x を用いて計算される実レンジまたは擬似レンジ s_{i0} との差 $\delta Z_i (= s_i - s_{i0})$ を成分とする測定偏差ベクトルである。

簡単な例として、測距データ数 N の3次元擬似レンジ型測位の場合の行列 H を求めると、

$$H = \begin{pmatrix} m_1 & m_2 & \cdots & m_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}^T \quad (2.29)$$

となる。そこで、測距誤差ベクトル δz の要素 δZ_i の統計的性質として、その平均値 $A \nu \{ \delta Z_i \}$ 及び分散 $A \nu \{ \delta Z_i^2 \}$ を

$$A v\{\delta Z_i\} = 0 \quad (i=1, 2, 3, \dots, N) \quad (2.30)$$

$$A v\{\delta Z_i^2\} = \sigma_0^2 \quad (i=1, 2, 3, \dots, N) \quad (2.31)$$

とすれば、残差ベクトル ε の自乗和が最小となる意味で、次式

$$\delta x = (H^T H)^{-1} H^T \delta z \quad (2.32)$$

により、 x の偏差ベクトルの最適推定値が求められる。ただし、添字^T は行列の転置、添字⁻¹ は逆行列を意味するものとする。

ここで、測定データ数に冗長がない場合の(2.32)式の解を求めると、実レンジ型測位では $N=3$ 、擬似レンジ型測位では $N=4$ であり、両方式とも

$$\begin{aligned} \delta x &= H^{-1} \{(H^T)^{-1} H^T\} \delta z \\ &= H^{-1} \delta z \end{aligned} \quad (2.33)$$

となる。従って、(2.32)式は第3章で述べる確定法の解を包括するものであることがわかる。

測距誤差の標準偏差がそれぞれ異なる場合、(2.32)式の δx はもはや最適推定とはならない。この場合、 δZ_i の標準偏差を σ_i とし、

$$\sigma_i = \kappa_i \sigma_0 \quad (2.34)$$

なる比例係数を定義すれば、最小自乗法による最適推定値は

$$\delta x = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \delta z \quad (2.35)$$

となる。ただし、行列 R は測定データの誤差の比例係数を用いて、

$$R = \begin{pmatrix} \kappa_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \kappa_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \kappa_N^2 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

で表される。

このような推定法は重み付け最小自乗 (WLS) 法と言われており、高度データやレンジ偏位等の、通常、標準偏差の異なる誤差を持つ測定データが同時に使用される場合も、(2.35)式により最適推定値が得られる。

第3章 衛星航法の基本アルゴリズム

3.1 測位計算の方式と測位解

一般に、測距基準点・観測点間のレンジを用いる3次元測位では、測位計算の解が存在するには、実レンジ型測位では少なくとも3つの、擬似レンジ型測位では少なくとも4つの測距データが必要である。しかし、観測点の高度が既知であれば、2.6項で述べたような測距データの代替となるデータを作成することができるため、測距データの測定数が上記よりそれぞれ1つ減少しても測位は可能となる。これが2次元測位を可能とする必要条件である。

以上の条件を満たせば、必要数の測距データを選択して、以下に述べる確定的測位（確定法）により観測点の位置とレンジ偏位を決定することができる。ただし、観測点と測距電波源を結ぶ方向の単位ベクトル m_i の頂点が重なったり、4つとも同一円周上に位置するような場合は確定的な解は得られない。

一方、2.7項で述べたように、測位ベクトルの偏差と測定レンジの偏差を関係づける回帰モデルが構成されると、最小自乗推定に基づく統計的測位（最小自乗法）によって最適な測位解が求められる。この場合、必要数の測距データを選択する必要はなく、測定（観測）状態に応じた測位計算が可能である。

以下では、上記の確定法および最小自乗法の測位アルゴリズムを導き、これら測位アルゴリズムの収束性や最適推定の基本的問題について議論する。

3.2 衛星測位の基本関係式

測位アルゴリズムは測距データ、高度データ等の偏差（測定値と最新の計算値との差）と移動局位置ベクトルの偏差（最新の計算値と実際値との差）との関係を用いて構成することができる。便宜のため、測位計算に係わる基本的な関係式を再度整理する。

移動局と衛星# i を結ぶ方向の方向余弦ベクトル m_i は衛星位置ベクトル L_i と最新の位置ベクトル r_0 を用いて、

$$m_i = (L_i - r_0) / |L_i - r_0| \quad (3.1)$$

より計算される。

移動局位置ベクトルの偏差 δr と観測データの偏差 δZ_i の関係は、実レンジ型および擬似レンジ型のそれぞれの測位アルゴリズムに対して、以下のように

算出される。

まず、実レンジ型測位では、 δz の構成要素 δZ_i は実レンジの測定値 p_i と計算値 $|L_i - r_0|$ との差より、

$$\delta Z_i = p_i - |L_i - r_0| \quad (3.2)$$

によって算出され、 δr に関して、

$$m_i \cdot \delta r = \delta Z_i \quad (3.3)$$

なる関係が成立する。

つぎに、擬似レンジ型測位では、同一の時刻基準を持つ測距電波源を1つのグループにして、 M 個のグループが構成されるものとすれば、 δx は $(3+M)$ 次元ベクトルとなるから、 δz の構成要素 δZ_i は擬似レンジの測定値 s_i に最新のレンジ偏位 q_{i0} を加えて算出した実レンジ $(s_i + q_{i0})$ と実レンジの計算値 $|L_i - r_0|$ との差、即ち擬似レンジの測定値と最新の差より求められ、

$$\begin{aligned} \delta Z_i &= (s_i + q_{i0}) - |L_i - r_0| \\ &= s_i - (|L_i - r_0| - q_{i0}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

となる。従って、 M_k を第 k 番グループに属する測距電波源数、 δ_k を k 番目の成分のみが1でそれ以外は0の M 次元単位ベクトルとして、前章の(2.18)式を思い返せば、 $i \leq \sum_{k=1}^J M_k$ を満たす最小の j を用いて、

$$\begin{aligned} m_i \cdot \delta r + \delta q_i &= (m_i^T \delta_j^T)^T \cdot \delta x \\ &= \delta Z_i \end{aligned} \quad (3.5)$$

なる関係式が求められる。

地図情報や高度計等により移動局の高度、即ち鉛直方向の位置データ h が使用できる場合、即ち2次元測位では、2.6項の(2.22)式

$$p_x = h + r_0 (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2} \quad (3.6)$$

より観測点・地心間レンジが算出される。ただし、 ϕ は観測点の緯度である。従って、 δz の構成要素として実レンジの測定値 p_x と計算値 $|r_0|$ との差

$$\delta Z_x = p_x - |r_0| \quad (3.7)$$

が算出されるから、 0_M^T をM次元零ベクトルの横ベクトルとすれば、

$$\begin{aligned} m_x \cdot \delta r &= (m_x^T \ 0_M^T)^T \cdot \delta x \\ &= \delta Z_x \end{aligned} \quad (3.8)$$

なる形式が得られ、(3.3)式および(3.5)式の代替として利用できる。ただし、ベクトル m_x は移動局と地心を結ぶ方向の方向余弦ベクトルであり、

$$m_x = -r_0 / |r_0| \quad (3.9)$$

で与えられる。

他の航法装置からの位置データが得られるか、位置座標の既知な特定の地点の近傍を通過することにより測位較正データが取得できる場合は、3.4項で詳細に考察するように、最小自乗法を適用することにより測位データを最適に更新することができる。

いま、ベクトル m_i および δr が観測点（移動局）位置での鉛直方向（x）、東西方向（y）および北南方向（z）を成分とする局地水平座標軸で表現されるものとすれば、上記の測位較正データと観測点の最新の位置データとの偏差である δr は、

$$\delta r_c = \begin{pmatrix} \delta r_{xm} \\ \delta r_{ym} \\ \delta r_{zm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0_M^T \\ 0 & 1 & 0 & 0_M^T \\ 0 & 0 & 1 & 0_M^T \end{pmatrix} \delta x \quad (3.10)$$

なる関係式で表される。ただし、 δr_{xm} は鉛直方向の位置偏差で、(3.8)式の δZ_x と $\delta r_{xm} = -\delta Z_x$ なる関係にある。また、 δr_{ym} および δr_{zm} は水平面内の位置偏差である。

j 番目のグループに属する第 i 番測距電波源と移動局間とのレンジ偏位またはクロック・オフセットが何らかの方法で測定あるいは正確に維持される場合は、測定レンジ偏位 q_{mi} と最新の計算レンジ偏位 q_{i0} との差 δq_{mi} は、

$$\delta q_{mi} = (0 \ 0 \ 0 \ \delta_j^T)^T \cdot \delta x \quad (3.11)$$

で表される。

各方式の測位アルゴリズムは、以上の基本関係式を用いることにより求められる。

3.3 衛星選択による確定的測位（確定法）

最小必要数の測距電波源を選択して観測点の位置を確定する測位計算では、必要な測距データ数は測位ベクトル x の次数と等しい。即ち、実レンジ型測位では3つ以上の、擬似レンジ型測位では4つ以上の測距データが必要である。しかし、(3.3)式または(3.5)式の組み合わせによって得られる連立方程式が有意解を有するには、移動局・測距電波源間の方向余弦ベクトル m_i には、以下に示すような条件が成立しなければならない。

まず、実レンジ型測位では、

$$m_i \cdot (m_j \times m_k) \neq 0 \quad (i \neq j, j \neq k, k \neq i) \quad (3.12)$$

の関係が成立する少なくとも3つのベクトル m_i が存在しなければ測位は不能となる。言い換えれば、すべての方向余弦ベクトル m_i が同一平面上に横たわることがなければ、有意な測位解が得られることになる。

つぎに、擬似レンジ型測位では、共通のレンジ偏位を持つ2つの測距電波源の方向余弦ベクトルを m_i および m_j として、

$$n_{ij} = m_i - m_j \quad (i \neq j) \quad (3.13)$$

なるベクトルを定義すれば、

$$n_{ij} \cdot (n_{kl} \times n_{qr}) \neq 0 \quad (i \neq j, k \neq l, q \neq r) \quad (3.14)$$

なる少なくとも3つのベクトル n_{ij} が存在しなければならない。ここで、簡単な例として、すべて同一のレンジ偏位を持つ4つの測距電波源を対象とする場合は、

$$\sum (-1)^{i+j+k} m_i \cdot (m_j \times m_k) \neq 0 \quad (1 \leq i < j < k \leq 4) \quad (3.15)$$

なる条件が成立すれば、有意な測位解が得られることになる。

また確定法においては、どの衛星が選択されるかによって測位精度が変わる。即ち、以下で解析的に述べるように、(3.12)式および(3.15)式の左辺の値は、測位誤差を測距誤差で割った値である測位劣化指数 (DOP) に概ね反比例する値であり、例えば選択された衛星に対するベクトル m_i の頂点がすべて同一平面に接近する場合は測位誤差が大きくなる。従って、実際の測位計算では、良好な測距データが取得された衛星のうちから、DOPが最小となる衛星組み合わせを選択する必要がある。衛星の選択法は3.6項で述べる。以下では実レ

レンジ型および擬似レンジ型の測位アルゴリズムを求めよう。

【実レンジ型測位方式】

この方式では、レンジ偏位を推定する必要がないため、決定されるべき未知数は3次元位置ベクトル r のみである。前述の往復測距型やクロック同期型の測位方式はこの方式に含まれる。

3基の衛星に対する実レンジ $p_i (i=1, 2, 3)$ が観測されると、(3.3)式は以下の行列形式に書き換えられる。

$$\delta z = H_R \delta r = \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ m_3^T \end{pmatrix} \delta r \quad (3.16)$$

ただし、 δz は測定レンジの偏差から成る偏差ベクトルであり、

$$\delta z = \begin{pmatrix} p_1 - |L_1 - r_0| \\ p_2 - |L_2 - r_0| \\ p_3 - |L_3 - r_0| \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

で表される。従って、第2章の(2.15)式より位置ベクトル r は、

$$\begin{aligned} r &= r_0 - \delta r \\ &= r_0 - H_R^{-1} \delta z \end{aligned} \quad (3.18)$$

により更新される。ただし、 H_R の逆行列は解析的に求められ、

$$H_R^{-1} = \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ m_3^T \end{pmatrix}^{-1} = V_R^{-1} \begin{pmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{pmatrix}^T \quad (3.19)$$

$$V_R = |H_R| = m_1 \cdot (m_2 \times m_3) \quad (3.20)$$

で表される。 \times はベクトルの外積を意味する。

このように、(3.18)式によって更新された r には、(3.17)式での近似化による誤差が含まれている。従って、移動局の位置ベクトル r とこの初期設定値に相当する r_0 との差、即ち δr が大き過ぎる場合には、更新された r を r_0 と置いて、上記の計算を2～3回の繰り返すことになる。

高度情報を利用する2次元測位では、(3.17)式の第3番目の衛星の測距データ p_3 の代わりに p_x を、(3.18)式の m_3 の代わりに m_x を使用し、仮想的な衛星が地心に位置するものとみなして、 $L_3=0$ とする。このとき、(3.19)式、(3.20)式および(3.17)式は以下の式で置き換えられる。

$$H_R^{-1} = V_R^{-1} \begin{pmatrix} (m_2 \times m_x)^T \\ (m_x \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{pmatrix}^T \quad (3.21)$$

$$V_R = |H_R| = m_1 \cdot (m_2 \times m_x) \quad (3.22)$$

$$\delta z = \begin{pmatrix} \rho_1 - |L_1 - r_0| \\ \rho_2 - |L_2 - r_0| \\ \rho_x - |r_0| \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

【擬似レンジ型測位方式】

この方式ではレンジ偏位 q_1 の推定が必要となるため、決定されるべき未知数は $(3+M)$ 次元ベクトル $x = (r^T \ q^T)^T$ である。GPSやSTARFIX等は $M=1$ の場合の擬似レンジ型測位方式である。

まず、すべての測距電波源が同一のレンジ偏位を持つ場合、(3.5)式は

$$\delta z = H_0 \delta x = \begin{pmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^T \delta x \quad (3.24)$$

となる。ただし、 $\delta x = (\delta r^T \ \delta q)^T$ とし、 δz は4次元レンジ偏差ベクトル

$$\delta z = \begin{pmatrix} (s_1 + q_0) - |L_1 - r_0| \\ (s_2 + q_0) - |L_2 - r_0| \\ (s_3 + q_0) - |L_3 - r_0| \\ (s_4 + q_0) - |L_4 - r_0| \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

である。従って、4次元ベクトル x は以下の式で更新される。

$$\begin{aligned} x &= x_0 - \delta x \\ &= x_0 - H_0^{-1} \delta z \end{aligned} \quad (3.26)$$

ただし、 $x_0 = (r_0^T \ q_0)^T$ 、 $\delta x = (\delta r^T \ \delta q)^T$ であり、 H_0 の逆行列は以下の関係式より求められる。

$$\begin{aligned} H_0^{-1} &= \begin{pmatrix} m_1^T & 1 \\ m_2^T & 1 \\ m_3^T & 1 \\ m_4^T & 1 \end{pmatrix}^{-1} \\ &= V_0^{-1} \begin{pmatrix} (n_{24} \times n_{34})^T - V_{423} \\ (n_{34} \times n_{14})^T - V_{431} \\ (n_{14} \times n_{24})^T - V_{412} \\ (n_{12} \times n_{31})^T - V_{123} \end{pmatrix}^T \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$V_{ijk} = m_i \cdot (m_j \times m_k) \quad (i, j, k=1, 2, 3, 4) \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} V_0 &= |H_0| = n_{14} \cdot (n_{24} \times n_{34}) \\ &= V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412} \end{aligned} \quad (3.29)$$

また、表現を簡単にするために、(3.13)式と同様の関係式

$$n_{ij} = m_i - m_j \quad (i, j=1, 2, 3, 4) \quad (3.30)$$

を用いた。

このように、擬似レンジ型測位では、(3.26)式により位置ベクトル r およびレンジ偏位 q が同時に更新されるが、実レンジ測位の場合と同様に、これらの関係式は近似化されているため、更新された x を新たな x_0 とみなして上記の計算処理を2～3回繰り返すことにより、 x は特定の値に収束する。

つぎに、測距電波源が複数の異なった時刻基準を持つ衛星群から成るために、複数のレンジ偏位を推定する必要がある場合の測位アルゴリズムについて検討する。この場合、行列の次数が増加するため、その逆行列を解析的に算出することが困難になる。このため、解析的な測位解を求めるには、下記のようにレンジ偏位を測位アルゴリズムから消去しておくのが便利である。

いま、2つのレンジ偏位 q_1 および q_2 を推定する必要がある、これらはそれぞれ3つおよび2つの測距電波源のレンジ偏位であるものとすれば、(3.5)式を行列形式で表現することにより、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} m_1^T & 1 & 0 \\ m_2^T & 1 & 0 \\ m_3^T & 1 & 0 \\ m_4^T & 0 & 1 \\ m_5^T & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta r \\ \delta q_1 \\ \delta q_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ \delta Z_3 \\ \delta Z_4 \\ \delta Z_5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (s_1 + q_{10}) - |L_1 - r_0| \\ (s_2 + q_{10}) - |L_2 - r_0| \\ (s_3 + q_{10}) - |L_3 - r_0| \\ (s_4 + q_{20}) - |L_4 - r_0| \\ (s_5 + q_{20}) - |L_5 - r_0| \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

が得られる。そこで、 δq_1 、 δq_2 を消去すれば、

$$\begin{pmatrix} n_{13} \\ n_{23} \\ n_{45} \end{pmatrix} \delta r = \begin{pmatrix} \delta Z_1 - \delta Z_3 \\ \delta Z_2 - \delta Z_3 \\ \delta Z_4 - \delta Z_5 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

となるから、(3.18)式、(3.19)式および(3.20)式を参考にすれば、

$$r = r_0 - \delta r$$

$$= r_0 - \frac{1}{n_{13} \cdot (n_{23} \times n_{45})} \begin{pmatrix} (n_{23} \times n_{45})^T \\ (n_{45} \times n_{13})^T \\ (n_{13} \times n_{23})^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \delta Z_1 - \delta Z_3 \\ \delta Z_2 - \delta Z_3 \\ \delta Z_4 - \delta Z_5 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

$$q_1 = q_{10} - (\delta Z_1 - m_1 \cdot \delta r) \quad (3.34)$$

$$q_2 = q_{20} - (\delta Z_4 - m_4 \cdot \delta r) \quad (3.35)$$

が求められ、容易に解析的な測位解が得られる。

すべてのレンジ偏位が同一で、かつ高度情報を用いる2次元測位については、実レンジ型測位と同様に、第4番目の衛星に関する測距データとして p_x を代用することができる。しかし、測距データは擬似レンジであるが、高度データは実レンジであるから、(3.27)式の m_4 を m_x で置き換えるだけでは、2次元測位における測位アルゴリズムは得られない。この場合、 H_0 の逆行列は

$$\begin{aligned} H_0^{-1} &= \begin{pmatrix} m_1^T & 1 \\ m_2^T & 1 \\ m_3^T & 1 \\ m_x^T & 0 \end{pmatrix}^{-1} \\ &= V_0^{-1} \begin{pmatrix} (m_x \times n_{23})^T - V_{x23} \\ (m_x \times n_{31})^T - V_{x31} \\ (m_x \times n_{12})^T - V_{x12} \\ (n_{12} \times n_{31})^T & V_{123} \end{pmatrix}^T \end{aligned} \quad (3.36)$$

となる。ただし、(3.28)式および(3.29)式は

$$V_{ijk} = m_i \cdot (m_j \times m_k) \quad (i, j, k=1, 2, 3, X) \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} V_0 &= |H_0| = m_x \cdot (n_{12} \times n_{31}) \\ &= -V_{x23} - V_{x31} - V_{x12} \end{aligned} \quad (3.38)$$

となり、(3.25)式の δz は以下の式に書き換えられる。

$$\delta z = \begin{pmatrix} (s_1 + q_0) - |L_1 - r_0| \\ (s_2 + q_0) - |L_2 - r_0| \\ (s_3 + q_0) - |L_3 - r_0| \\ p_x - |r_0| \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

このように、2次元擬似レンジ型測位アルゴリズムは擬似レンジと実レンジの混成であり、3次元擬似レンジ型測位とは些か違った形式となるが、これは測位精度においても違った特性を与える要因となっている。

3.4 最小自乗推定による統計的測位（最小自乗法）

最小自乗推定による測位アルゴリズムでは、受信した測距データをすべて活用することができるため、確定法の場合のようにDOPが最小となる組み合わせの測距データを選択する必要がない。また、他の航法手段から得られる高度データ、水平面位置データや、移動局・基地局間の双方向通信により求められる移動局・測距電波源間のクロック同期化データについても、誤差の統計的な性質が既知であれば、これらすべてのデータを適用して最適測位解を求めることができる。

測位ベクトルの偏差 δx と測定データの偏差からなるベクトル δz の関係は(2.26)式の回帰モデルで表される。行列 H は使用できる測定データによって異なり、(3.5)式、(3.8)式のように測位ベクトルの偏差 δx と測定データの偏差 δz とを関係づけるベクトルによって定まる。そして、残差ベクトル ε の自乗和が最小となる意味で最適となる測位解は(2.32)式より得られる。

ところで、残差ベクトル ε の自乗和が最小となる意味で(2.32)式が最適な解となるには、ベクトル δz の各要素の標準偏差はすべて同一でなければならない。しかし、(3.5)式、(3.8)式、(3.10)式および(3.11)式の各種測定データの誤差は一般に異なった標準偏差を持つ。このため、測定データの誤差の標準偏差がすべて同一になるように、これらの関係式を変換する必要がある。

説明を簡略にするため、まず、すべての測距電波源の時刻基準は同期しており、唯一のレンジ偏位のみ考慮するものとする。つぎに、すべての移動局・測距電波源間のレンジ偏位成分を除く測定レンジ誤差の平均値を零、第 i 番の測定レンジ誤差の標準偏差を σ_i とする。そして、高度方向、水平方向の3成分からなる位置測定データおよびレンジ偏位測定データ（以後、これら4データを総称して測位較正データと呼ぶ）の測定誤差の平均値も零、これらの標準偏差を σ_x 、 σ_y 、 σ_z および σ_0 とすれば、基準の標準偏差 σ_0 に対する比例係数 κ_1 、 κ_x 、 κ_y 、 κ_z および κ_0 （以下では誤差比例係数と呼ぶ）を用いて、

$$\sigma_i = \kappa_i \sigma_0 \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (3.40)$$

$$\sigma_x = \kappa_x \sigma_0 \quad (3.41)$$

$$\sigma_y = \kappa_y \sigma_0 \quad (3.42)$$

$$\sigma_z = \kappa_z \sigma_0 \quad (3.43)$$

$$\sigma_0 = \kappa_0 \sigma_0 \quad (3.44)$$

で表される。従って、(3.5)式、(3.10)式および(3.11)式は、

$$\begin{aligned}\delta \rho_i &= \delta Z_i / \kappa_i \\ &= (m_i^T / \kappa_i \quad 1 / \kappa_i)^T \cdot \delta X \quad (i=1, 2, \dots, N)\end{aligned}\quad (3.45)$$

$$\begin{aligned}\delta \rho_x &= \delta r_{xm} / \kappa_x \\ &= (1 / \kappa_x \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \cdot \delta X\end{aligned}\quad (3.46)$$

$$\begin{aligned}\delta \rho_y &= \delta r_{ym} / \kappa_y \\ &= (0 \quad 1 / \kappa_y \quad 0 \quad 0)^T \cdot \delta X\end{aligned}\quad (3.47)$$

$$\begin{aligned}\delta \rho_z &= \delta r_{zm} / \kappa_z \\ &= (0 \quad 0 \quad 1 / \kappa_z \quad 0)^T \cdot \delta X\end{aligned}\quad (3.48)$$

$$\begin{aligned}\delta \rho_c &= \delta q_m / \kappa_c \\ &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 / \kappa_c)^T \cdot \delta X\end{aligned}\quad (3.49)$$

なる関係式が与えられ、変数 $\delta \rho_i$ 、 $\delta \rho_x$ 、 $\delta \rho_y$ 、 $\delta \rho_z$ および $\delta \rho_c$ はすべて同一の標準偏差を持つ不規則変数として扱うことになる。ただし、(3.8)式の高度誤差に関する関係式は(3.46)式と同等の意味を持つため、以下の回帰モデルでは δZ_x と δr_{xm} は同一の測定データとみなす。もちろん、すべての測定データを回帰モデルに組み込むことに問題はない。

以上の関係式より、(3.34)式に適用される行列 H は

$$H^T = \begin{bmatrix} m_{11}/\kappa_1 & m_{21}/\kappa_2 & \dots & m_{N1}/\kappa_N & 1/\kappa_x & 0 & 0 & 0 \\ m_{12}/\kappa_1 & m_{22}/\kappa_2 & \dots & m_{N2}/\kappa_N & 0 & 1/\kappa_y & 0 & 0 \\ m_{13}/\kappa_1 & m_{23}/\kappa_2 & \dots & m_{N3}/\kappa_N & 0 & 0 & 1/\kappa_z & 0 \\ 1/\kappa_1 & 1/\kappa_2 & \dots & 1/\kappa_N & 0 & 0 & 0 & 1/\kappa_c \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

となり、測位ベクトル X が以下の式によって更新される。

$$\begin{aligned}X &= X_0 - \delta X \\ &= X_0 - (H^T H)^{-1} H^T \delta \rho\end{aligned}\quad (3.51)$$

ただし、 $\delta \rho$ は(3.45)式～(3.49)式に示す同一の標準偏差を持つ変数を要素とするベクトルであり、

$$\delta \rho = (\delta \rho_1 \quad \delta \rho_2 \quad \dots \quad \delta \rho_N \quad \delta \rho_x \quad \delta \rho_y \quad \delta \rho_z \quad \delta \rho_c)^T$$

$$= (\delta Z_1/\kappa_1 \ \delta Z_2/\kappa_2 \ \cdots \ \delta Z_N/\kappa_N \ \delta r_{xm}/\kappa_x \ \delta r_{ym}/\kappa_y \ \delta r_{zm}/\kappa_z \ \delta q_m/\kappa_c)^T \quad (3.52)$$

である。

ここで、(3.51)式の行列($H^T H$)を

$$H^T H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{12} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{13} & h_{23} & h_{33} & h_{34} \\ h_{14} & h_{24} & h_{34} & h_{44} \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

として(3.50)式を適用すると、以下の関係式が得られる。

$$h_{11} = \sum_{i=1}^N (m_{i1}/\kappa_i)^2 + 1/\kappa_x^2 \quad (3.54)$$

$$h_{22} = \sum_{i=1}^N (m_{i2}/\kappa_i)^2 + 1/\kappa_y^2 \quad (3.55)$$

$$h_{33} = \sum_{i=1}^N (m_{i3}/\kappa_i)^2 + 1/\kappa_z^2 \quad (3.56)$$

$$h_{44} = \sum_{i=1}^N (1/\kappa_i)^2 + 1/\kappa_c^2 \quad (3.57)$$

$$h_{14} = \sum_{i=1}^N (m_{i1}/\kappa_i) \quad (3.58)$$

$$h_{12} = \sum_{i=1}^N (m_{i1} m_{i2}/\kappa_i^2) \quad (3.59)$$

$$h_{13} = \sum_{i=1}^N (m_{i1} m_{i3}/\kappa_i^2) \quad (3.60)$$

$$h_{23} = \sum_{i=1}^N (m_{i2} m_{i3}/\kappa_i^2) \quad (3.61)$$

$$h_{24} = \sum_{i=1}^N (m_{i2}/\kappa_i) \quad (3.62)$$

$$h_{34} = \sum_{i=1}^N (m_{i3}/\kappa_i) \quad (3.63)$$

また、(3.51)式の($H^T \delta \rho$)は

$$H^T \delta \rho = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N (m_{i1}/\kappa_i) \delta Z_i + \delta r_{xm}/\kappa_x^2 \\ \sum_{i=1}^N (m_{i2}/\kappa_i) \delta Z_i + \delta r_{ym}/\kappa_y^2 \\ \sum_{i=1}^N (m_{i3}/\kappa_i) \delta Z_i + \delta r_{zm}/\kappa_z^2 \\ \sum_{i=1}^N (1/\kappa_i) \delta Z_i + \delta q_m/\kappa_c^2 \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

である。

上式を参考にすれば、例えば水平方向位置測定誤差が測定レンジ誤差に比較

して n 倍大きい場合は、誤差比例係数 κ_y および κ_z を κ_1 の n 倍の値に設定することにより、これらの測定誤差の測位誤差に及ぼす影響を均等に行うことができる。もし、高度データが適用できない場合は、誤差比例係数 κ_x を十分に大きな値にすればよい。このように、最適な測位精度を達成するために確定法において必要であった衛星や測位方式の選択は、最小自乗測位においては不要となる。そして、測位計算の最適化は誤差比例係数 κ_1 、 κ_x 、 κ_y 、 κ_z 、 κ を各種測定データの精度に応じて適切に設定することに帰着する。

以上の最小自乗法を適用した測位アルゴリズムは前項の確定的な測位アルゴリズムを包括している。即ち、確定法では測定データ数と測位ベクトルの次数は等しいから、行列 H は正方行列である。従って、2.7項で述べたように、

$$\begin{aligned}\delta x &= (H^T H)^{-1} H^T \delta \rho \\ &= H^{-1} \delta \rho\end{aligned}\quad (3.65)$$

であり、確定法と同一の形式となる。

つぎに、確定法の測位アルゴリズムは最小自乗法の測位アルゴリズムを用いて一般的に表現することができる。まず、すべての測位較正データを適用しない3次元測位では、 $\kappa_x = \kappa_y = \kappa_z = \kappa_0 = \infty$ であるから、次式が得られる。

$$H^T = \begin{pmatrix} m_{11}/\kappa_1 & m_{21}/\kappa_2 & m_{31}/\kappa_3 & m_{41}/\kappa_4 \\ m_{12}/\kappa_1 & m_{22}/\kappa_2 & m_{32}/\kappa_3 & m_{42}/\kappa_4 \\ m_{13}/\kappa_1 & m_{23}/\kappa_2 & m_{33}/\kappa_3 & m_{43}/\kappa_4 \\ 1/\kappa_1 & 1/\kappa_2 & 1/\kappa_3 & 1/\kappa_4 \end{pmatrix}\quad (3.66)$$

$$\delta \rho = (\delta Z_1/\kappa_1 \quad \delta Z_2/\kappa_2 \quad \delta Z_3/\kappa_3 \quad \delta Z_4/\kappa_4)^T\quad (3.67)$$

もし、すべての測距データ誤差の標準偏差 σ_i が基準値 σ_0 に等しいならば、

$$\kappa_i = 1 \quad (i=1, 2, 3, 4)\quad (3.68)$$

と置くことにより、(3.24)式と同等の関係式が得られる。さらに、第4衛星の測距データが得られない場合は $\kappa_4 = \infty$ と置けるから、(3.66)式及び(3.67)式は(3.16)式と同等になる。もっとも、(3.68)式が成立しなくても、確定法では誤差比例係数と無関係な関係式となる。

また、2次元測位では、 $m_4 = (1 \ 0 \ 0)^T$ 、 $\delta Z_4 = \delta r_{xm}$ 、 $\kappa_4 = \kappa_x$ とすれば、

$$H^T = \begin{pmatrix} m_{11}/\kappa_1 & m_{21}/\kappa_2 & m_{31}/\kappa_3 & 1/\kappa_x \\ m_{12}/\kappa_1 & m_{22}/\kappa_2 & m_{32}/\kappa_3 & 0 \\ m_{13}/\kappa_1 & m_{23}/\kappa_2 & m_{33}/\kappa_3 & 0 \\ 1/\kappa_1 & 1/\kappa_2 & 1/\kappa_3 & 0 \end{pmatrix}\quad (3.69)$$

$$\delta \rho = (\delta Z_1 / \kappa_1 \quad \delta Z_2 / \kappa_2 \quad \delta Z_3 / \kappa_3 \quad \delta r_{xm} / \kappa_x)^T \quad (3.70)$$

となる。従って、移動局の位置ベクトル r や衛星の方向余弦ベクトル m_i の成分が移動局での鉛直・水平座標軸で表され、かつ(3.68)式が成立するならば、(3.69)式および(3.70)式は $\kappa_x = 1$ で(3.36)式および(3.39)式と同等になるが、実際、誤差比例係数に無関係であることは3次元の場合と同様である。

以上述べたように、(3.50)式～(3.52)式は確定法を包括する一般的な測位アルゴリズムであり、誤差比例係数の適切な設定によって各種測定データの最適な利用が可能となる。また、これら誤差比例係数の設定が適切であれば、取得したすべての測定データを使用することが最良の測位精度を達成する条件となる。このような重み付け最小自乗法は、衛星測位計算の最適化に極めて簡便な方法であり、各測定データの測定精度や状態変数の振舞い（移動体の運動状態）に対応して重み係数を調整することにより、安定した測位解が得られる。

3.5 測位計算の収束性

3.3項および3.4項の測位アルゴリズムの逐次計算処理において、その収束性は(3.2)式での近似化の程度に関係している。以下では、測位アルゴリズムの逐次計算における収束性の問題について議論しよう。

いま、観測点位置ベクトルの初期値 r_0 が実際の位置ベクトル r から δr ずれているものとすれば、第2章(2.16)式により、(3.2)式のレンジ偏差 δZ_i には概ね $\delta r^2 / 2 p_i$ なるオーダーの誤差が含まれることがわかる。そこで、 p_i はすべて p に等しいとして、この誤差による測位誤差を $\delta^2 r$ とすれば、3次元実レンジ測位の場合は(3.19)式より以下の関係式が得られる。

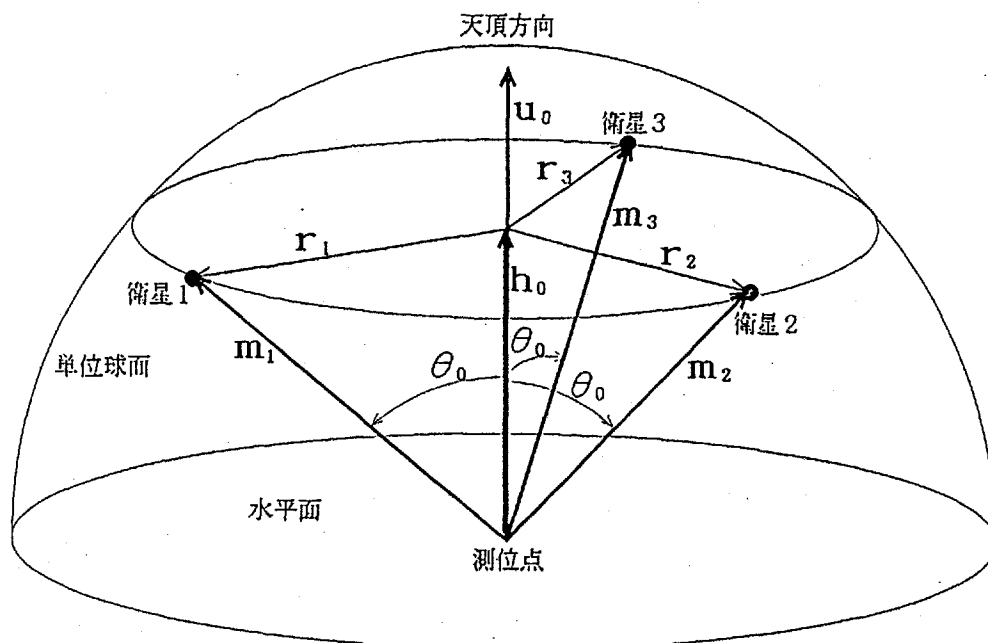
$$\delta^2 r \doteq \frac{(\delta r^2 / 2 p) \cdot \{(m_2 \times m_3) + (m_3 \times m_1) + (m_1 \times m_2)\}}{m_1 \cdot (m_2 \times m_3)} \quad (3.71)$$

また、2次元実レンジ測位の場合は、 $p_i / p_x \ll 1$ として、(3.21)式より、

$$\delta^2 r \doteq \frac{(\delta r^2 / 2 p_x) \cdot (m_1 \times m_2)}{m_x \cdot (m_1 \times m_2)} \quad (3.72)$$

となる。

ここで典型的な衛星配置例として、第3.1図に示すように3衛星が同一仰角上にほぼ均等な方位に配置され、天頂方向と単位ベクトル m_i との成す角度を



第3.1図 3次元実レンジ型測位における典型的な3衛星配置

θ_0 とし、2次元測位の場合は第3番衛星が使用されないものとすれば、

$$|\delta^2 r| \approx \frac{\delta r^2 / p}{2 \cos \theta_0} \quad (3 \text{次元実レンジ型}) \quad (3.73)$$

$$|\delta^2 r| \approx (\delta r^2 / r_0) (1/4 + \tan^2 \theta_0)^{1/2} \quad (2 \text{次元実レンジ型}) \quad (3.74)$$

なる近似的な関係が得られる。ただし、 $p \approx r_0$ (地球の半径) とする。

以上の関係式において、3次元実レンジ型測位の場合の天頂角 θ_0 は、 m_i の3つの頂点を通る外接円とその中心との成す角度とみなしてもよい。また、2次元実レンジ型で静止衛星が適用される場合、(3.74)式の θ_0 は移動局の緯度 ϕ を用いて次式より近似的に求められる。

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \sin^{-1} \{ \sin \phi / (1 + (r_0 / r_s)^2 - 2(r_0 / r_s) \cos \phi) \}^{1/2} \\ &\approx \sin^{-1} \{ \sin \phi + (r_0 / r_s) \sin \phi \cos \phi \} \\ &\approx \phi + (r_0 / r_s) \sin \phi \end{aligned} \quad (3.75)$$

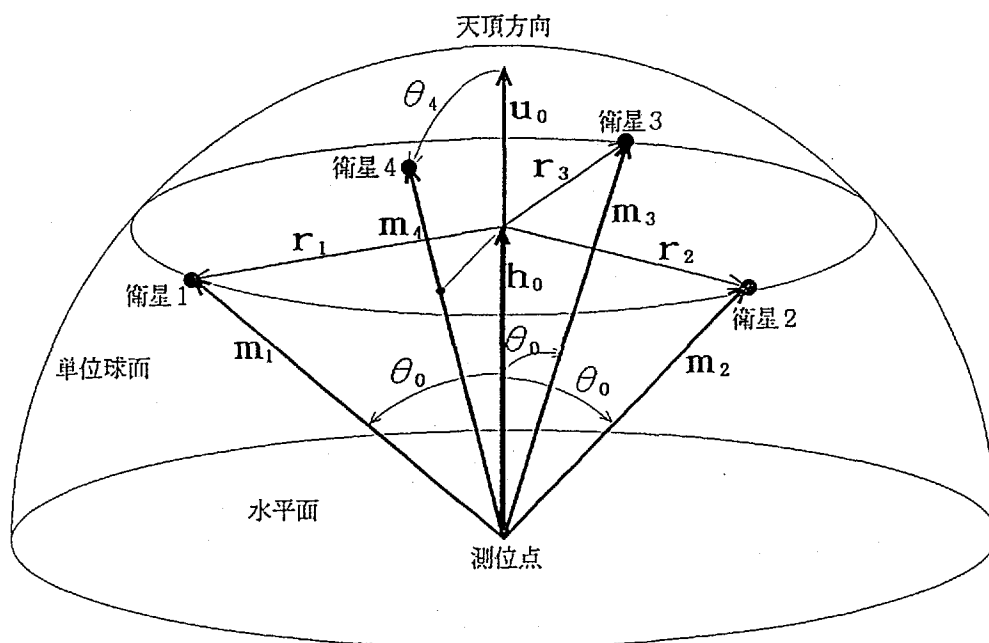
ただし、 r_s は軌道半径であり、 $r_e/r_s \approx 6.5$ である。このように、測位アルゴリズムの収束性は、次項で考察する測位誤差と同様に衛星配置関係に強く左右され、3次元実レンジ測位では衛星が低仰角に、2次元実レンジ測位では高仰角になるほど不良となる。また、計算誤差 $\delta^2 r$ と初期誤差 δr との比率 k は収束性の目安として利用でき、

$$k = (\delta r / 2p) \cos^{-1} \theta_0 \quad (3 \text{次元実レンジ型測位}) \quad (3.76)$$

$$k = (\delta r / 2r_e)(1 + 4 \tan^{-2} \theta_0)^{1/2} \quad (2 \text{次元実レンジ型測位}) \quad (3.77)$$

である。従って、 $p/r_s \approx 6$ であるから、通常の衛星配置では3次元測位の方が2次元測位よりも収束性において優れている。例えば、3次元測位においては、 $\theta_0 = 30$ 度、初期位置設定誤差 δr を500kmとすれば、計算誤差は一回目の更新で約4km、2回目の更新で1m以下になるが、2次元測位では、 $\theta_0 = 30$ 度で同じ初期位置誤差に対し、一回目の更新で約68km、2回目の更新で約1.3km、3回目の更新でようやく1m以下になる。

また、擬似レンジ型の測位方式においても、第3.1図の3衛星に加えて、第3.2図のように第4の衛星を天頂近傍に配置し、2次元測位ではこの衛星を使用しないものとすれば、収束性について上記とほぼ同様の議論ができる。まず、(3.30)式の定義に従えば、



第3.2図 3次元擬似レンジ型測位における典型的な4衛星配置

$$(n_{24} \times n_{34}) + (n_{34} \times n_{14}) + (n_{14} \times n_{24}) = 0 \quad (3.78)$$

$$(m_x \times n_{23}) + (m_x \times n_{31}) + (m_x \times n_{12}) = 0 \quad (3.79)$$

なる関係が恒等的に成立することが容易に確かめられる。従って、(3.27)式および(3.36)式を適用すれば、初期設定誤差 δr および δq に対して、3次元擬似レンジ測位の場合は、

$$\begin{aligned} \delta^2 r &\equiv \frac{(\delta r^2 + \delta q^2) \cdot \{(n_{24} \times n_{34}) + (n_{34} \times n_{14}) + (n_{14} \times n_{24})\}}{2p \{n_{14} \cdot (n_{24} \times n_{34})\}} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} \delta^2 q &\equiv \frac{(\delta r^2 + \delta q^2) \cdot (V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412})}{2p \{n_{14} \cdot (n_{24} \times n_{34})\}} \\ &= (\delta r^2 + \delta q^2) / 2p \end{aligned} \quad (3.81)$$

となる。また、2次元擬似レンジ測位の場合は $p_1 / p_x \ll 1$ 、 $p_x = r$ 。として、

$$\begin{aligned} |\delta^2 r| &\equiv \frac{(\delta r^2 + \delta q^2) \cdot |n_{12} \times n_{31}|}{2r \cdot \{m_x \cdot (n_{12} \times n_{31})\}} \\ &= (\delta r^2 + \delta q^2) / 2r. \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} \delta^2 q &\equiv \frac{(\delta r^2 + \delta q^2) \cdot V_{123}}{2r \cdot \{m_x \cdot (n_{12} \times n_{31})\}} \\ &= (\delta r^2 + \delta q^2) \cos \theta_0 / 2r. \end{aligned} \quad (3.83)$$

となる。従って、(3.80)～(3.81)式と(3.82)～(3.83)式の比較により、擬似レンジ型測位においても、2次元測位の収束性は3次元測位よりも若干劣ることがわかる。

以上の解析より、(3.71)式や(3.80)式等の分母（第4章で述べる測位特性関数に相当する）が極端に小さくなるような衛星配置（例えば衛星が1列に並ぶ等）でない限り、いずれの測位計算でも収束性は概ね良好であり、通常、前回の計算結果を初期値とすれば、測位ベクトルの更新は1回で充分であることが示された。しかし、測位特性関数が小さくなるような衛星配置では、測位精度だけでなく、計算の収束性も悪くなることに注意すべきである。

3.6 確定法における衛星選択の基準

GPSのように高高度軌道の周回衛星を二十数基配置する衛星航法援助系では、受信可能仰角が低ければ低いほど、測距基準点となる衛星の基数が増加し、確定法で必要な数を越える測距データが取得できる。このため、3.4項に示した最小自乗推定による測位計算が測位精度上効果的であり、衛星選択の問題も生じない。

しかし、計算処理上あるいは受信処理上の制約から、前もって最低必要数の衛星を選択するような確定法においては、精度のよいレンジデータを選択するだけでなく、測位計算に有利な配置の衛星群を抽出する方法が測位精度を維持する上で重要となる。このため、鉛直方向、水平面方向またはレンジ偏位に関する測位劣化指数VDOP、HDOPまたはTDOPを表す関係式を求める。これは選択した衛星の組み合わせが良好であるかどうかの判定に用いられる。

3.3項の測位アルゴリズムによれば、測位ベクトルの偏差と測定データの偏差との関係は、実レンジ型および擬似レンジ型測位に対して、

$$\delta r = H_R^{-1} \delta z \quad (3.84)$$

$$\delta x = H_a^{-1} \delta z \quad (3.85)$$

で表される。従って、 δz のすべての成分 $\delta z_i (i=1, 2, \dots)$ の平均値及び分散が

$$A v\{\delta z_i\} = 0 \quad (3.86)$$

$$A v\{\delta z_i^2\} = \sigma_i^2 \quad (3.87)$$

で、お互いに統計的独立な不規則変数とすれば、ベクトル δr 、 δx の共分散行列 P_R 、 P_a は、

$$\begin{aligned} P_R &= \delta r \delta r^T \\ &= (H_R^{-1}) \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 \end{pmatrix} (H_R^{-1})^T \end{aligned} \quad (3.88)$$

$$\begin{aligned} P_a &= \delta x \delta x^T \\ &= (H_a^{-1}) \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^2 \end{pmatrix} (H_a^{-1})^T \end{aligned} \quad (3.89)$$

となる。ただし、すべての測定データに関して $\sigma_1 = \sigma_0$ のときは、

$$P_R = \sigma_0^2 (H_R^T H_R)^{-1} \quad (3.90)$$

$$P_Q = \sigma_0^2 (H_Q^T H_Q)^{-1} \quad (3.91)$$

で表される。従って、共分散行列 P_R 、 P_Q の成分を $[P_{Rij}]$ 、 $[P_{Qij}]$ とし、衛星の方向余弦ベクトル m_i が前述の局地水平座標軸で表現されているものとすれば、測位誤差の標準偏差と測定レンジ誤差の標準偏差との比率である測位劣化指数は以下の式により表される。

【実レンジ型測位方式】

$$\text{VDOP} = P_{R11}^{1/2} / \sigma_0 \quad (3.92)$$

$$\text{HDOP} = (P_{R22} + P_{R33})^{1/2} / \sigma_0 \quad (3.93)$$

【擬似レンジ型測位方式】

$$\text{VDOP} = P_{Q11}^{1/2} / \sigma_0 \quad (3.94)$$

$$\text{HDOP} = (P_{Q22} + P_{Q33})^{1/2} / \sigma_0 \quad (3.95)$$

$$\text{TDOP} = P_{Q44}^{1/2} / \sigma_0 \quad (3.96)$$

また、判定の基準として3次元位置の誤差半径は、

$$\text{PDOP} = (\text{VDOP}^2 + \text{HDOP}^2)^{1/2} \quad (3.97)$$

で表される。

3.7 測位アルゴリズムの統一的表現

実レンジ型であれ擬似レンジ型であれ、これら確定法の測位アルゴリズムは、最小自乗法の測位アルゴリズムの特殊なケースであることが2.7項で示されたが、さらに実レンジ型を擬似レンジ型の変型として表現できれば、すべての測位方式の統一的な表現が可能となり、以降の解析的考察に都合がよい。実際、(3.50)式～(3.52)式で示される測位アルゴリズムは、 κ_x 、 κ_z 等の誤差比例係

数を適切に設定することにより、上述のすべての測位方式を導くことができる。
以下では、特に確定法において、実レンジ型の測位アルゴリズムは擬似レンジ型の測位アルゴリズムの特殊な場合として導かれることを示そう。

3.3項の解析によれば、3次元の擬似レンジ型の測位アルゴリズムは

$$x = x_0 - H_0^{-1} \delta z$$

$$= x_0 - V_0^{-1} \begin{pmatrix} (n_{24} \times n_{34})^T & -V_{423} \\ (n_{34} \times n_{14})^T & -V_{431} \\ (n_{14} \times n_{24})^T & -V_{412} \\ (n_{12} \times n_{31})^T & V_{123} \end{pmatrix}^T \delta z \quad (3.98)$$

$$\delta z = \begin{pmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ \delta Z_3 \\ \delta Z_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (s_1 + q_0) - |L_1 - r_0| \\ (s_2 + q_0) - |L_2 - r_0| \\ (s_3 + q_0) - |L_3 - r_0| \\ (s_4 + q_0) - |L_4 - r_0| \end{pmatrix} \quad (3.99)$$

$$V_{ijk} = m_i \cdot (m_j \times m_k) \quad (i, j, k=1, 2, 3, 4) \quad (3.100)$$

$$V_0 = V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412} \quad (3.101)$$

であるが、これらの関係式に実レンジ型測位に係わる特定の条件を付加すれば、3次元実レンジ型測位アルゴリズムが導かれる。即ち、実レンジ型測位ではレンジ偏位が既知であるが、衛星#4と観測点の位置が一致しておれば、衛星と移動体とのクロックの同期化が可能であるから、レンジ偏位が既知であるという条件が与えられたことになる。このとき、 $p_4=0$ であるから、(2.1)式より $s_4 = -q_4$ が導かれる。従って、すべての衛星時刻が同期しておれば、レンジ偏位の測定値 q_m は q_4 と等しい。また、 L_4 は r_0 と等しいから、(3.99)式の第4行は

$$\delta Z_4 = -q_m + q_0 \quad (3.102)$$

となる。さらに、 $m_4=0$ とみなせば、(3.98)式は

$$x = x_0 - V_{123}^{-1} \begin{pmatrix} (m_2 \times m_3)^T & 0 \\ (m_3 \times m_1)^T & 0 \\ (m_1 \times m_2)^T & 0 \\ (n_{12} \times n_{31})^T & V_{123} \end{pmatrix}^T \delta z \quad (3.103)$$

となるから、(3.103)式より位置ベクトル r とレンジ偏位 q を算出すれば、

$$\begin{aligned}
r &= r_0 - V_{123}^{-1} \begin{bmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (s_1 + q_0) - |L_1 - r_0| \\ (s_2 + q_0) - |L_2 - r_0| \\ (s_3 + q_0) - |L_3 - r_0| \end{bmatrix} \\
&\quad - V_{123}^{-1} (n_{12} \times n_{31}) (-q_m + q_0) \\
&= r_0 - V_{123}^{-1} \begin{bmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (s_1 + q_m) - |L_1 - r_0| \\ (s_2 + q_m) - |L_2 - r_0| \\ (s_3 + q_m) - |L_3 - r_0| \end{bmatrix} \quad (3.104)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q &= q_0 - (-q_m + q_0) \\
&= q_m \quad (3.105)
\end{aligned}$$

となる。従って、 $(s_i + q_m)$ は同期条件より求めた実レンジ p_i に相当することを考え合わせれば、(3.104)~(3.105)式は3.3項の3次元実レンジ型測位アルゴリズム(3.17)~(3.20)式と一致する。また、レンジ偏位については、初期値 q_0 は測定データ q_m に置き換えられる。

以上の考察より、実レンジ型の測位アルゴリズムは、擬似レンジ型の(3.98)式において衛星#4が観測点にあり、 $m_4=0$ と見なすことによって求められることがわかった。そして、3.4項に示された最小自乗測位アルゴリズム

$$x = x_0 - (H^T H)^{-1} H^T \delta \rho \quad (3.106)$$

は(3.98)式のさらに一般的な形式と考えられる。

いま、レンジ偏位がM種類のグループから成る測距電波源による測位において、 $(3+M)$ 次元ベクトル x を算出するための回帰行列 H を

$$H = [h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_N]^T \quad (3.107)$$

と定義し、 i 番目の測定データの誤差の標準偏差 σ_i の基準標準偏差 σ_0 に対する比率、即ち誤差比例係数を κ_i 、(3.5)式において定義したように、 i 番目の測定データのレンジ偏位 δq_i が属する測距電波源のグループ番号 j によって定まる単位ベクトルを δ_j (j 番目の要素が1でそれ以外は0のM次元単位ベクトル)とすれば、行列 H^T の縦ベクトル h_i は

$$h_i = \begin{bmatrix} m_i / \kappa_i \\ \delta_j / \kappa_i \end{bmatrix} \quad (3.108)$$

で表される。また、一般的に i 番目の測定データを Z_{im} 、その最新の計算値を

Z_{i0} として、その差分 δZ_i より、

$$\delta \rho_i = (Z_{im} - Z_{i0}) / \kappa_i = \delta Z_i / \kappa_i \quad (3.109)$$

を成分とする測定データの偏差ベクトル $\delta \rho$ を算出すれば、(3.106)式によるベクトル x の更新が可能となる。

高度データや水平面内位置データ等の実レンジに相当する測定データに対しても、(3.108)式と同様の形式で縦ベクトル h_x 、 h_y 等が定まる。この場合、 m_i は測定データの座標軸を示す単位ベクトル、 δ_j は零ベクトルに置き換える。レンジ偏位に相当する測定データに対する縦ベクトル h については、 m_i は零ベクトル、 δ_j の j は測定レンジ偏位の属するグループ番号とする。 κ_i にはそれぞれの測定データの誤差比例係数を代入する。

測定データの誤差の統計的な性質が既知であり、それぞれの誤差の比例係数 κ_i が与えられると、最小自乗法により統計的に最良の測位ベクトル x が求められる。ある測定データの精度が劣化して、当該の誤差比例係数が他に比して著しく大きく設定される場合、この測定データを適用しない場合と同様の回帰モデルに近づく。従って、誤差比例係数の値は測定データ利用の度合いを示す尺度であると考えてよい。

3.8 最小自乗推定とカルマンフィルタ

カルマンフィルタリング問題においては、時間更新と観測更新に関する以下の関係式からなる線形確率システム

$$x_{t+1} = F_t x_t + G_t w_t \quad (3.110)$$

$$y_t = H_t x_t + v_t \quad (t=0, 1, 2, \dots) \quad (3.111)$$

を取り扱う。ここで、 x_t は n 次元状態ベクトル、 y_t は m 次元観測ベクトル、 w_t および v_t は p 次元および m 次元のガウス白色雑音ベクトル、 F_t 、 G_t 、 H_t はそれぞれ $n \times n$ 、 $n \times p$ 、 $m \times n$ の t (時間に相当) に依存する行列である。また、 w_t 、 v_t の統計的な性質として、

$$A v\{w_t\} = 0, \quad A v\{v_t\} = 0 \quad (3.112)$$

$$A v\{w_t, w_t^T\} = Q_t, \quad A v\{v_t, v_t^T\} = R_t \quad (3.113)$$

$$Av\{w, v, {}^T\}=0, \quad Av\{v, w, {}^T\}=0 \quad (3.114)$$

$$Av\{w, x, {}^T\}=0, \quad Av\{v, x, {}^T\}=0, \quad t \geq s \quad (3.115)$$

とする。ただし、 $Av\{\}$ は平均値を意味する。

以上の条件で、離散時間線形確率システムに対するカルマンフィルタは以下の関係式で表される。ただし、衛星測位アルゴリズムは線形化した差分方程式であるため、拡張カルマンフィルタが適用される。

(a) フィルタ方程式による最適推定

$$\hat{x}_{t+1}^* = F_t \hat{x}_t^* \quad (3.116)$$

$$\hat{x}_t^* = \hat{x}_t^* + K_t (y_t - H_t \hat{x}_t^*) \quad (t=0, 1, \dots) \quad (3.117)$$

(b) カルマンゲインの算出

$$K_t = P_t H_t^T (H_t P_t H_t^T + R_t)^{-1} \quad (3.118)$$

(c) 推定誤差共分散行列の更新

$$P_{t+1} = F_t M_t F_t^T + G_t Q_t G_t^T \quad (3.119)$$

$$M_t = P_t - K_t H_t P_t \quad (t=0, 1, \dots) \quad (3.120)$$

(d) 初期条件

$$\hat{x}_0^* = x_0 \quad (3.121)$$

$$P_0 = Av\{x_0 x_0^T\} \quad (3.122)$$

以上の最適推定アルゴリズムは、状態変数および測定値の推定誤差に関する2次形式を評価関数 J と置き、

$$J = (1/2) [(x_t - \hat{x}_t^*)^T P_t^{-1} (x_t - \hat{x}_t^*) + (y_t - H_t \hat{x}_t^*)^T R_t^{-1} (y_t - H_t \hat{x}_t^*)] \quad (t=0, 1, \dots) \quad (3.123)$$

を最小とする条件より求められる。即ち、 J の x_t に関する変分 dJ は、

$$dJ = dx_t^T [P_t^{-1}(x_t - \hat{x}_t^*) - H_t^T R_t^{-1}(y_t - H_t x_t)] \quad (3.124)$$

となるから、 $dJ=0$ となる x_t の最適推定を \hat{x}_t と置けば、

$$\begin{aligned} (P_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t) \hat{x}_t &= P_t^{-1} \hat{x}_t^* + H_t^T R_t^{-1} y_t \\ &= (P_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t) \hat{x}_t^* + H_t^T R_t^{-1} (y_t - H_t \hat{x}_t^*) \end{aligned} \quad (3.125)$$

なる関係式が成立する。従って、

$$\hat{x}_t = \hat{x}_t^* + (P_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} H_t^T R_t^{-1} (y_t - H_t \hat{x}_t^*) \quad (3.126)$$

が得られる。そこで、上式の右辺第2項に行列 K_t を適用して、逆行列補題の関係式により

$$\begin{aligned} K_t &= (P_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} H_t^T R_t^{-1} \\ &= P_t H_t^T (H_t P_t H_t^T + R_t)^{-1} \end{aligned} \quad (3.127)$$

が成立することに着目すれば、(3.126)式は(3.117)式と同一となる。従って、カルマンフィルタによる最適推定では、(3.123)式は統計的に最小となる。

つぎに、(3.123)式の評価関数の代わりに、状態変数の誤差に関する2次形式を含めない評価関数

$$J = (1/2) [(y_t - H_t x_t)^T R_t^{-1} (y_t - H_t x_t)] \quad (3.128)$$

を最小とする x_t を最適推定とみなす場合は、(3.126)式の代わりに、

$$\begin{aligned} \hat{x}_t &= \hat{x}_t^* + (H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} H_t^T R_t^{-1} (y_t - H_t \hat{x}_t^*) \\ &= (H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} H_t^T R_t^{-1} y_t \end{aligned} \quad (3.129)$$

が求められる。

一方、3.4項に示した最小自乗法によれば、測定データに関する偏差ベクトル δs による測位ベクトルの偏差ベクトルの最適推定 δx は、(3.51)式より、

$$\delta x = (H^T H)^{-1} H^T \delta s \quad (3.130)$$

である。そこで、上式に(3.50)式および(3.52)式を代入すれば、

$$\delta x = (H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1} H_0^T R_0^{-1} \delta z \quad (3.131)$$

となり、(3.129)式 と同一の関係式が得られる。ただし、

$$H_0^T = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{21} & \cdots & m_{N1} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & m_{22} & \cdots & m_{N2} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ m_{13} & m_{23} & \cdots & m_{N3} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.132)$$

$$R_0 = \begin{pmatrix} \kappa_1^2 & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & \\ & & \kappa_N^2 & & & & & \\ & & & \kappa_x^2 & & & & \\ & 0 & & & \kappa_y^2 & & & \\ & & & & & \kappa_z^2 & & \\ & & & & & & \kappa_c^2 & \end{pmatrix} \quad (3.133)$$

$$\delta z = (\delta z_1 \ \delta z_2 \ \cdots \ \delta z_N \ \delta r_{xm} \ \delta r_{ym} \ \delta r_{zm} \ \delta q_m)^T \quad (3.134)$$

であり、重み付け最小自乗法の形式となっている。

このように、3.4項で導出した最小自乗測位のアルゴリズムは、(3.128)式を評価関数とする、即ち推定誤差共分散行列 P_t の逆行列を無限小であるとみなした場合のカルマンフィルタと同型である。そして、最小自乗推定の測位ベクトルは (3.110)式のような確率システムにより予測できることを条件としないため、最適推定は瞬時瞬時の測定データによって行われることになる。従って、カルマンフィルタのように過去のすべての測定データが現在の最適推定に係わってくることはない。また通常の最小自乗法では、(3.119)式および(3.120)式のように共分散行列を更新し、これを以後の処理に用いることはない。即ち、測位ベクトルの最適推定は観測が行われる度に(3.129)式により算出されるため、 t は常に0であり、(3.129)式は(3.131)式と一致する。

参考に、(3.116)式～(3.120)式と最小自乗推定の相違を具体的に理解するため、時間更新の誤差が観測更新の誤差よりも著しく大きいとしよう。このとき、(3.119)式より $P_t^{-1} = 0$ となるから、(3.118)式のカルマンゲインは、

$$\begin{aligned} K_t &= (P_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} H_t^T R_t^{-1} \\ &= (H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} H_t^T R_t^{-1} \end{aligned} \quad (3.135)$$

となる。従って、重み付け最小自乗法の場合と同一の形式となり、最小自乗法は時間更新が有効でない場合のカルマンフィルタであることがわかる。

また、 $F_t = I$ 、 $Q_t = 0$ として、受信機が移動していないか、または、観測更新に比較して時間更新の誤差が無視できるほどに、受信機の移動量を正確に示すことができるとすれば、(3.119)式、(3.120)式及び(3.127)式より、推定誤差共分散行列 P_{t+1} は、

$$\begin{aligned}
 P_{t+1} &= M_t \\
 &= (I - K_t H_t) P_t \\
 &= [I - (P_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} H_t^T R_t^{-1} H_t] P_t \\
 &= (P_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} (P_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t - H_t^T R_t^{-1} H_t) P_t \\
 &= (P_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} \\
 &= (\sum_{i=0}^t H_i^T R_i^{-1} H_i)^{-1} \tag{3.136}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_1 &= M_0 \\
 &= (P_0^{-1} + H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1} \\
 &= (H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1} \tag{3.137}
 \end{aligned}$$

である。従って、受信機が停止しているか、衛星のように軌道方程式に支配されて運動しており、正確な時間更新が可能である場合は、観測による更新が行われる度に測位精度が向上する。簡単な例として、行列 H_t 、 R_t が不変であるとすれば、 n 回の観測更新の後、

$$P_n = (1/n) (H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1} \tag{3.138}$$

となり、推定誤差の標準偏差は観測更新回数の平方根に反比例して減少することがわかる。しかし、受信機の運動が不規則で、その時間更新による誤差が観測更新による誤差よりも大きい場合、(3.119)式の推定誤差共分散行列の更新では P_{t+1} は発散する。このため、(3.138)式は

$$P_n = (H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1} \tag{3.139}$$

となり、観測更新回数の増加と共に、推定誤差が減少することはない。

第4章 航法精度の考え方

4.1 測位誤差の表し方

3.7項 で考察したように、最小自乗測位においては、擬似レンジ型あるいは実レンジ型、3次元あるいは2次元、そして測距データの数や種類を問わず、測位アルゴリズムはすべて同一の形式で表現することが可能であり、測位ベクトルの変分 δx は測定データの変分 $\delta \rho$ を用いて、

$$\delta x = (H^T H)^{-1} H^T \delta \rho \quad (4.1)$$

より求められる。ただし、 $\delta \rho$ の要素 $\delta \rho_i$ は

$$A \nu \{ \delta \rho_i \} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (4.2)$$

$$A \nu \{ \delta \rho_i^2 \} = \sigma_0^2 \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (4.3)$$

なる統計的性質を持ち、(3.109)式のように誤差比例係数 κ_i を用いて δz の要素 δz_i を正規化した値である。また、この正規化により行列 H の行ベクトル h_i は(3.108)式のように書き換えられているものとする。

測位ベクトルに関する誤差方程式も (4.1)式と同じ関係式で表される。即ち、 $\delta \rho$ が各種の誤差を集約した測定誤差ベクトルであれば、 δx は測位誤差ベクトルとなる。従って、第3章の測定偏差ベクトルを測定誤差ベクトル、測位偏差ベクトルを測位誤差ベクトルとみなして、以下の議論を進めよう。

まず、 $\delta \rho_i$ を統計的に独立な不規則変数とすれば、 δx の共分散行列 P は、

$$\begin{aligned} P &= A \nu \{ \delta x \delta x^T \} \\ &= \sigma_0^2 (H^T H)^{-1} \end{aligned} \quad (4.4)$$

となる。また、行列 H を構成する方向余弦ベクトル m_i が鉛直・東西・北南を座標軸とする局地水平座標系の成分として定義されるならば、行列 P の対角成分 P_{11} より、鉛直方向、東西方向、北南方向およびレンジ偏位の誤差の標準偏差 σ_x 、 σ_y 、 σ_z および σ_0 は、

$$\sigma_x = P_{11}^{1/2} = \sigma_0 \{ (H^T H)^{-1} \}_{11}^{1/2} \quad (4.5)$$

$$\sigma_y = P_{22}^{1/2} = \sigma_0 \{ (H^T H)^{-1} \}_{22}^{1/2} \quad (4.6)$$

$$\sigma_z = p_{33}^{1/2} = \sigma_0 \{ (H^T H)^{-1} \}_{33}^{1/2} \quad (4.7)$$

$$\sigma_q = p_{44}^{1/2} = \sigma_0 \{ (H^T H)^{-1} \}_{44}^{1/2} \quad (4.8)$$

より求められる。即ち、測位誤差の標準偏差は基準とした標準偏差 σ_0 と比例関係にある。従って、 σ_0 がレンジ測定誤差の標準偏差であれば、鉛直方向、水平面内及びレンジ偏位に関する測位劣化指数VDOP、HDOPおよびTDOPは、

$$\text{VDOP} = \sigma_x / \sigma_0 = \{ (H^T H)^{-1} \}_{11}^{1/2} \quad (4.9)$$

$$\text{HDOP} = (\sigma_y^2 + \sigma_z^2)^{1/2} / \sigma_0 = [\{ (H^T H)^{-1} \}_{22} + \{ (H^T H)^{-1} \}_{33}]^{1/2} \quad (4.10)$$

$$\text{TDOP} = \sigma_q / \sigma_0 = \{ (H^T H)^{-1} \}_{44}^{1/2} \quad (4.11)$$

で定義されることになる。

総合的な評価のために、以下の指数を使用することもある。

$$\text{PDOP} = (\text{VDOP}^2 + \text{HDOP}^2)^{1/2} \quad (3 \text{次元測位劣化指数}) \quad (4.12)$$

$$\text{GDOP} = (\text{PDOP}^2 + \text{TDOP}^2)^{1/2} \quad (\text{総合測位劣化指数}) \quad (4.13)$$

以上の測位劣化指数に対する定義は 3.6項の衛星選択の判定基準として既に使用している。以下では各測位方式の誤差方程式を示し、これより衛星測位精度の性質を概括的に表現できる解析的な関係式を導こう。

4.2 測位誤差要素

衛星測位の誤差要素には、測距電波源・移動局間レンジの測定誤差の要因となる要素の他に、2次元測位や実レンジ型測位で使用する高度情報やクロック同期情報等の誤差要素がある。これらを列記すれば、

- ①測距電波源（衛星）の位置ベクトル決定誤差
- ②測距電波源間のクロック同期誤差
- ③測距電波の電離層伝搬遅延
- ④測距電波の大気層伝搬遅延
- ⑤一般相対性理論的な効果によるクロック誤差
- ⑥測距電波伝搬時間測定誤差

等がレンジ測定の主要な誤差要素とみなされる。測位精度を高める情報として、測距データ以外の測定データが使用される場合を考慮すれば、

⑦地図データ、高度計測定等の誤差による高度決定誤差

⑧他の航法装置、基準位置（ベンチマーク）情報等の誤差による水平面位置決定誤差

⑨往復測距、双方向通信等でのクロックオフセット測定誤差

等も測位誤差の要因となる。以下では、①による衛星位置決定誤差を δL_i 、②～⑥によるレンジ測定誤差を δp_i として、位置誤差 δr との関係を導く。まず、実レンジ型においては、(2.12)式の変分を求めることにより、

$$(\delta L_i - \delta r) \cdot (L_i - r) = \delta p_i \cdot p_i \quad (i=1, 2, \dots) \quad (4.14)$$

であるから、(2.15)式を適用して整理すれば、

$$m_i \cdot \delta r = m_i \cdot \delta L_i - \delta p_i \quad (i=1, 2, \dots) \quad (4.15)$$

なる関係式が得られる。

つぎに、すべての測距電波源は同一の時刻基準に従うものとして、レンジ偏位 q なる擬似レンジ型測位における位置誤差 δr およびレンジ偏位誤差 δq と擬似レンジ測定誤差 δs_i および衛星位置決定誤差 δL_i との関係を求める。この場合、(2.1)式の定義により p_i は s_i と q の和であるから、(4.14)式は

$$(\delta L_i - \delta r) \cdot (L_i - r) = (\delta s_i + \delta q) \cdot (s_i + q) \quad (4.16)$$

に書き換えられる。従って、擬似レンジ型に対しては

$$m_i \cdot \delta r + \delta q = m_i \cdot \delta L_i - \delta s_i \quad (i=1, 2, \dots) \quad (4.17)$$

なる関係式が成立する。

このように、実レンジ型であれ擬似レンジ型であれ、測位誤差 δr 、 δq は測距誤差 δp_i 、 δs_i と測距電波源の位置決定誤差 δL_i の関係式で示されるが、衛星位置決定誤差の方向余弦ベクトル m_i に直角な成分は測位誤差に無関係であることが明かである。即ち、(4.15)式および(4.17)式の右辺はいわば実効的なレンジ誤差であり、衛星位置決定誤差がそのまま測位誤差に反映するのではない。このような実効レンジ誤差を以下では δZ_i と置く。

4.3 確定法の測位誤差方程式と測位特性関数

確定法では、測位誤差方程式は第3章で導出した測位ベクトルの変分を算出する関係式と同類の形式で表され、(4.1)式を用いて一般的に示せば、

$$\begin{aligned}\delta x &= (H^T H)^{-1} H^T \delta s \\ &= H^{-1} \delta s\end{aligned}\quad (4.18)$$

となる。それぞれの測位方式に対する誤差方程式を以下にまとめる。

【3次元実レンジ型測位】

実レンジ型測位ではレンジ偏位は既知であるため、測位ベクトル誤差 δx は位置誤差 δr に置き換えられる。このとき、レンジ測定誤差 δp_i および衛星位置決定誤差 δL_i との関係は、(4.15)式を参考にすれば、

$$\delta r = \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ m_3^T \end{pmatrix}^{-1} \delta z = H_R^{-1} \delta z \quad (4.19)$$

となる。ただし、

$$H_R^{-1} = V_R^{-1} \begin{pmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{pmatrix}^T \quad (4.20)$$

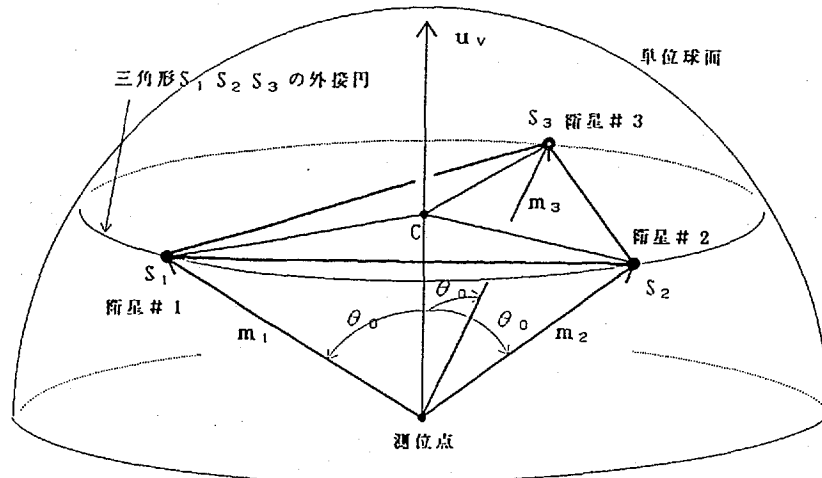
$$V_R = m_1 \cdot (m_2 \times m_3) \quad (4.21)$$

$$\delta z = \begin{pmatrix} m_1 \cdot \delta L_1 - \delta p_1 \\ m_2 \cdot \delta L_2 - \delta p_2 \\ m_3 \cdot \delta L_3 - \delta p_3 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

である。また、 δp_i にはレンジ偏位誤差が等しく含まれる。

以上の関係式より、測位誤差 δr は衛星・移動局間単位ベクトル m_i より計算される行列 H_R^{-1} に左右されるが、(4.20)式の右辺の行列のすべての成分の絶対値は1を越えない値であるから、特に関数 V_R に支配され、 $V_R=0$ では測位誤差が無限大になることがわかる。従って、単位ベクトル m_i と関数 V_R の関係から、測位誤差が著しく増大する衛星配置関係が明らかになる。

第4.1図は、3基の衛星が天頂を中心に概ね均等に分散して位置する場合に、(4.21)式の関数 V_R (このような関数を測位特性関数と呼ぶ) の大きさを、図



$$\begin{aligned}
 V_R &= m_1 \cdot (m_2 \times m_3) \\
 &= m_1 \cdot \{ (m_2 - m_1) \times (m_3 - m_1) \} \\
 &= m_1 \cdot (2 A_0 u_v) \\
 &= 2 A_0 \cos \theta_0, \quad A_0 = \text{三角形 } S_1 S_2 S_3 \text{ の面積}
 \end{aligned}$$

第4.1図 3次元実レンジ型の測位特性関数 V_R

中の太線で囲まれた四面体の体積として、幾何学的に表現したものである。これによれば、関数 V_R は3つの単位ベクトル m_i が構成する四面体の体積に比例しており、行列 H_R^{-1} の各要素の分母となる。このため、単位ベクトル m_i がお互いに直交する場合に最も良好な測位精度が得られ、お互いに接近したり、同一平面上に位置するようになると、測位精度や測位計算の収束性が著しく劣化することがわかる。

3基とも静止衛星であるために測位点から見た衛星の配置が偏っている場合、測位点緯度 ϕ での測位特性関数 V_R は(4.21)式に(2.15)式を代入することにより求められる。即ち、

$$\begin{aligned}
 V_R &\doteq \{ L_1 \cdot (L_2 \times L_3) - r \cdot (L_1 \times L_2 + L_2 \times L_3 + L_3 \times L_1) \} / \rho^3 \\
 &\doteq - \{ r_e \cdot r_s^2 / (r_s - r_e)^3 \} \sin \phi (\sin \phi_{12} + \sin \phi_{23} + \sin \phi_{31}) \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

となる。ただし、 r_s は衛星軌道半径、 r_e は地球半径、 $\rho = \rho_i = |L_i - r|$ 、 ϕ_i は衛星の静止経度で $\phi_{ij} = \phi_i - \phi_j$ である。ここで、 $\phi_1 = 120$ 度、 $\phi_2 = 180$ 度、 $\phi_3 = 150$ 度の測位特性関数を求めると、

$$V_R = -0.033 \sin \phi \quad (4.24)$$

となり、すべてが静止衛星の場合、3次元測位精度はやや不良となることがわかる。

【2次元実レンジ型測位】

移動局の高度を利用する2次元測位では、鉛直方向の位置（高度）の決定誤差が測位誤差の要因となる。この誤差はジオイド高や地球楕円体モデルの誤差等を含めた高度誤差であり、これを δr_{xm} とすれば、

$$m_x \cdot \delta r = -\delta r_{xm} \quad (4.25)$$

なる関係式が成立する。従って、測位誤差 δr は3次元の場合と同様に、

$$\delta r = \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ m_x^T \end{pmatrix}^{-1} \delta z = H_R^{-1} \delta z \quad (4.26)$$

$$H_R^{-1} = V_R^{-1} \begin{pmatrix} (m_2 \times m_x)^T \\ (m_x \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{pmatrix}^T \quad (4.27)$$

$$V_R = m_x \cdot (m_1 \times m_2) \quad (4.28)$$

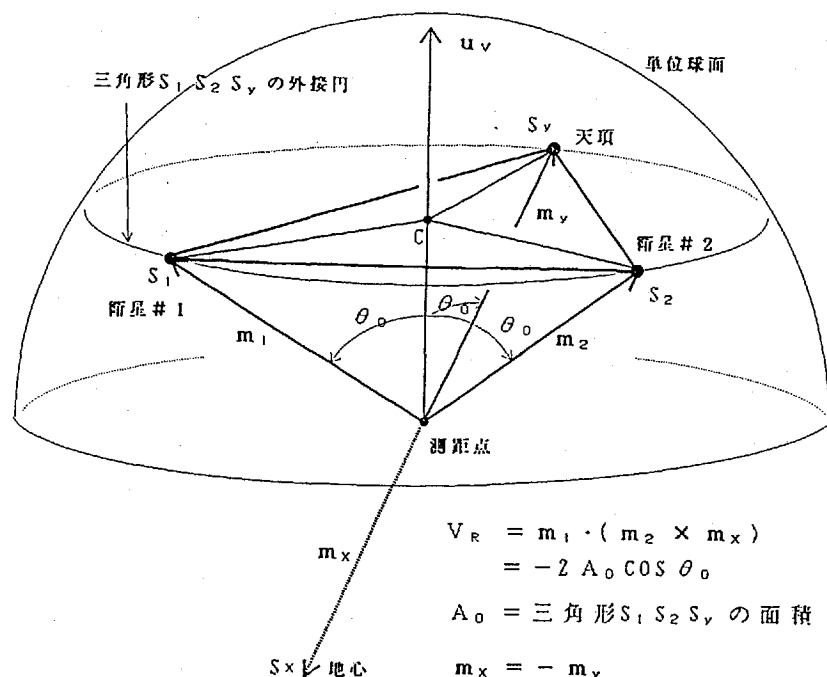
$$\delta z = \begin{pmatrix} m_1 \cdot \delta L_1 - \delta p_1 \\ m_2 \cdot \delta L_2 - \delta p_2 \\ -\delta r_{xm} \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

なる関係式で表される。

第4.2図は、第4.1図と同様に、(4.28)式の測位特性関数 V_R の大きさを幾何学的に表現したものである。しかし、この場合の単位ベクトル m_x は地球中心方向に一致しているため、測距電波の受信仰角を考慮に入れば、3つの単位ベクトル m_1 、 m_2 および m_x がお互いに直交することは有り得ない。2基の静止衛星を使用する場合、高緯度になるほど測位精度は良好となるが、高緯度になれば上述の受信仰角の点で制約が大きくなる。

3次元測位の場合と同様に、すべて静止衛星を使用した場合の V_R を求めるには、(4.28)式に(2.15)式および(2.25)式を代入すればよい。この場合、

$$\begin{aligned} V_R &\approx -r \cdot (L_1 \times L_2) / r_s \rho^2 \\ &= -\{r_s / (r_s - r_s)\}^2 \sin \phi \sin \phi_{12} \end{aligned} \quad (4.30)$$



第4.2図 2次元実レンジ型の測位特性関数 V_R

が近似解として得られる。参考のため、 $\phi_1 = 120^\circ$ 、 $\phi_2 = 180^\circ$ の測位特性関数を求めると、

$$V_R \approx -1.2 \sin \phi \quad (4.31)$$

となり、(4.24)式と比較して明らかなように、通常、3次元測位の場合の1/50程度にまで測位誤差を低減することができる。従って、静止衛星を使用する衛星測位では、移動局の高度情報を利用する2次元測位は、最小の衛星数で測位が可能となるだけでなく、測位精度を高める点でもメリットがある。

【3次元擬似レンジ型測位】

測位誤差 δr およびレンジ偏位誤差 δq と、擬似レンジ測定誤差 δs_i および衛星位置決定誤差 δL_i との関係は、4次元測位ベクトル x の誤差ベクトル

$$\delta x = (\delta r^T \quad \delta q)^T \quad (4.32)$$

を用いて、

$$\delta x = \begin{pmatrix} m_1^T & 1 \\ m_2^T & 1 \\ m_3^T & 1 \\ m_4^T & 1 \end{pmatrix}^{-1} \delta z = H_0^{-1} \delta z \quad (4.33)$$

となる。ただし、

$$H_0^{-1} = V_0^{-1} \begin{pmatrix} (n_{24} \times n_{34})^T & -V_{423} \\ (n_{34} \times n_{14})^T & -V_{431} \\ (n_{14} \times n_{24})^T & -V_{412} \\ (n_{12} \times n_{31})^T & V_{123} \end{pmatrix}^T \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} V_0 &= n_{14} \cdot (n_{24} \times n_{34}) \\ &= V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412} \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$V_{ijk} = m_i \cdot (m_j \times m_k) \quad (i, j, k=1, 2, 3, 4) \quad (4.36)$$

$$n_{ij} = m_i - m_j \quad (i, j=1, 2, 3, 4) \quad (4.37)$$

$$\delta z = \begin{pmatrix} m_1 \cdot \delta L_1 - \delta s_1 \\ m_2 \cdot \delta L_2 - \delta s_2 \\ m_3 \cdot \delta L_3 - \delta s_3 \\ m_4 \cdot \delta L_4 - \delta s_4 \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

であり、 δs_i は擬似レンジ s_i の不規則な測定誤差である。

ここで、擬似レンジ型測位の特徴的な性質として、測距電波源の時刻基準と移動局の時刻基準にクロックオフセットがあって、 δs_i に δs_0 なるバイアス値（レンジ偏位と同じ誤差）が加算される場合を考えてみよう。

いま、上記バイアス値 δs_0 が(4.38)式の δs_i に等しく加わったとして、(4.33)式を用いて δs_0 のみによって生じる δx を求めると、

$$\begin{aligned} \delta r &= (n_{24} \times n_{34} + n_{34} \times n_{14} + n_{14} \times n_{24} + n_{12} \times n_{31}) \cdot (-\delta s_0) / V_0 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} \delta q &= (V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412}) \cdot (-\delta s_0) / V_0 \\ &= -\delta s_0 \end{aligned} \quad (4.40)$$

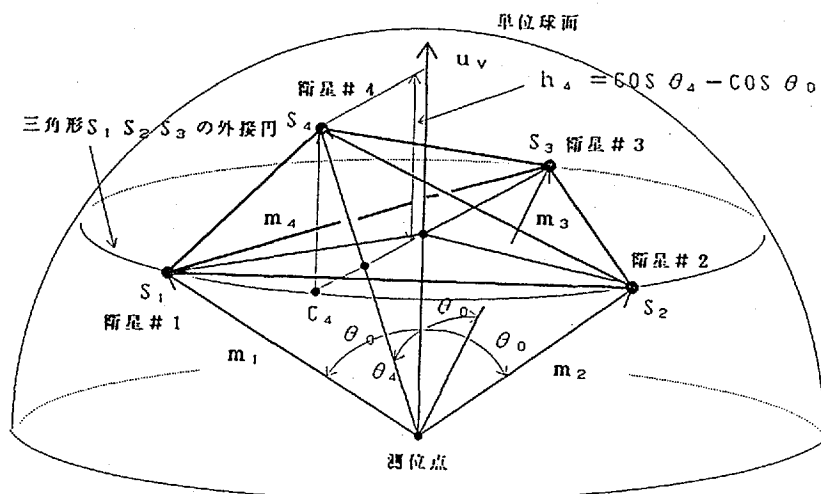
となる。従って、擬似レンジの各測定値に等しく加わるバイアス値は位置誤差

には無関係であり、レンジ偏位 q の推定値の一部としてのみ影響することがわかる。また、(4.40)式の極性は擬似レンジとレンジ偏位との関係の定義によるものである。このことは、(3.4)式の δZ_i が 0 に収束した時点で、

$$\delta s_i + \delta q = 0 \quad (4.41)$$

なる関係にあることより明かである。

擬似レンジ測位方式においても、(4.35)式の測位特性関数 V_0 は測位計算の収束性と測位精度を左右する主要な関数である。第4.3図は第4.1図と同様に、 V_0 の大きさを幾何学的に表現したものであるが、 V_0 の逆数が測距誤差を増幅する係数であることから判断すれば、3つの単位ベクトル m_i が均等に離れて水平線に近接し、かつ第4番目の単位ベクトル m_4 が天頂に接近する場合に測位精度が良好となる。また、これらの単位ベクトルがお互いに接近したり、4つの単位ベクトルの頂点が共に同一平面上に位置するようになると、測位精度や第3章で述べた測位計算の収束性が著しく劣化する。



$$\begin{aligned} V_0 &= V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412} \\ &= (m_4 - m_1) \cdot \{ (m_1 - m_2) \times (m_3 - m_1) \} \\ &= -2 A_0 h_4 \end{aligned}$$

A_0 = 三角形 $S_1 S_2 S_3$ の面積

第4.3図 3次元擬似レンジ型の測位特性関数 V_0

いま、関数 V_0 をベクトルの性質を利用して変型すれば、

$$\begin{aligned} V_0 &= n_{14} \cdot (n_{24} \times n_{34}) \\ &= n_{41} \cdot (n_{12} \times n_{31}) \end{aligned} \quad (4.42)$$

であるから、単位ベクトル m_1 、 m_2 および m_3 の頂点を結んだ三角形 $S_1S_2S_3$ の面積を A_0 、 m_4 の頂点から三角形 $S_1S_2S_3$ に垂れた垂線の長さを h_4 とすれば、 V_0 は以下のような簡単な式で表現される。

$$V_0 = -2A_0 h_4 \quad (4.43)$$

従って、4基とも静止衛星を用いた擬似レンジ型測位の場合、 h_4 は小さな値となり、測位精度は著しく低くなることが予想される。

ここで、静止経度 ϕ_4 なる第4番衛星を追加し、(4.23)式および(4.35)式を用いて、静止衛星を4基適用する場合の V_0 を計算すると、

$$\begin{aligned} V_0 &= V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412} \\ &= m_1 \cdot (m_2 \times m_3) - m_4 \cdot \{(m_1 \times m_2) + (m_2 \times m_3) + (m_3 \times m_1)\} \\ &= \{r_0 / (r_s - r_0)\} \sin \phi \{-(\sin \phi_{12} + \sin \phi_{23} + \sin \phi_{31}) \\ &\quad + (\sin \phi_{12} + \sin \phi_{24} + \sin \phi_{41}) + (\sin \phi_{23} + \sin \phi_{34} + \sin \phi_{42}) \\ &\quad + (\sin \phi_{31} + \sin \phi_{14} + \sin \phi_{43})\} \\ &= 0 \quad (\text{定義上 } \sin \phi_{ij} = -\sin \phi_{ji}) \end{aligned} \quad (4.44)$$

となる。従って、4衛星とも静止衛星の場合の測位精度の劣化は、衛星の静止経度や移動局の緯度に関わりがないことがわかる。

【2次元擬似レンジ型測位】

最後に、2次元擬似レンジ型測位の場合は、3次元擬似レンジ型測位の場合の第4番衛星に関する関係式、

$$m_4 \cdot \delta r + \delta q = m_4 \cdot \delta L_4 - \delta s_4 \quad (4.45)$$

の代わりに、(4.25)式を用いて(4.33)式～(4.38)式を書き換えることにより、誤差方程式が得られる。即ち、

$$\delta x = \begin{pmatrix} m_1^T & 1 \\ m_2^T & 1 \\ m_3^T & 1 \\ m_x^T & 0 \end{pmatrix}^{-1} \delta z = H_0^{-1} \delta z \quad (4.46)$$

$$H_0^{-1} = V_0^{-1} \begin{pmatrix} (m_x \times n_{23})^T - V_{x23} \\ (m_x \times n_{31})^T - V_{x31} \\ (m_x \times n_{12})^T - V_{x12} \\ (n_{12} \times n_{31})^T - V_{123} \end{pmatrix}^T \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} V_0 &= m_x \cdot (n_{12} \times n_{31}) \\ &= -V_{x23} - V_{x31} - V_{x12} \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$V_{ijk} = m_i \cdot (m_j \times m_k) \quad (i, j, k=1, 2, X) \quad (4.49)$$

$$\delta z = \begin{pmatrix} m_1 \cdot \delta L_1 - \delta S_1 \\ m_2 \cdot \delta L_2 - \delta S_2 \\ m_3 \cdot \delta L_3 - \delta S_3 \\ -\delta r_{xm} \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

が得られる。

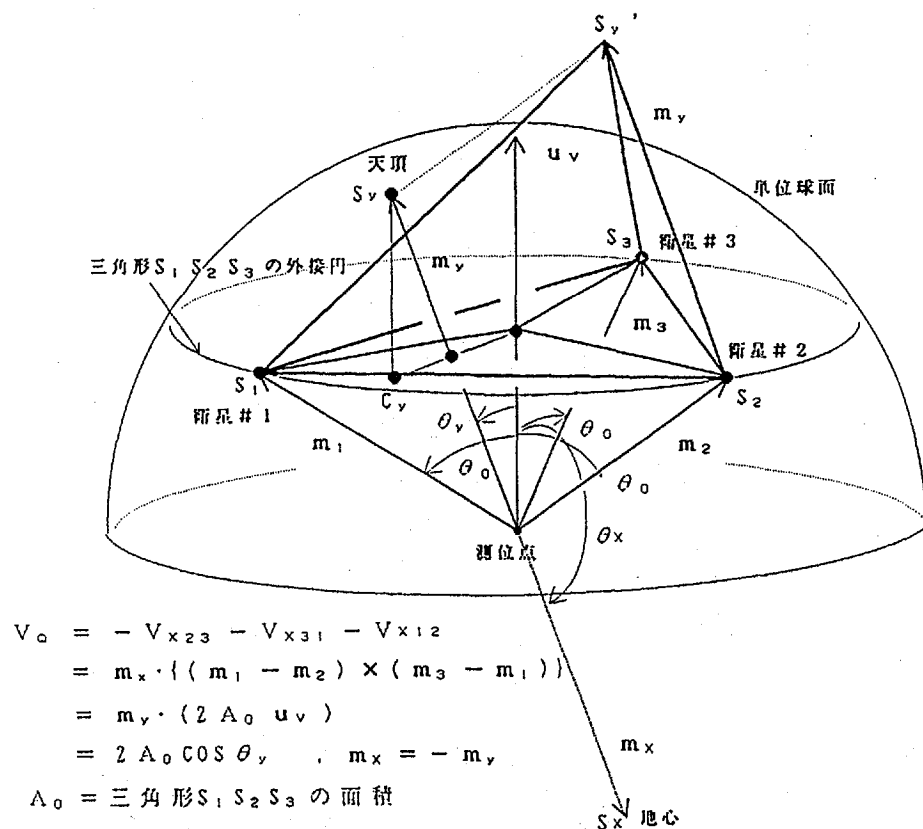
(4.48)式によれば、2次元擬似レンジ型測位方式の測位特性関数 V_0 は、3次元擬似レンジ方式の場合の単位ベクトル m_4 を m_x に置き換えただけの形式的な変型では求められない。第4.4図は第4.1図と同様に、 V_0 の大きさを幾何学的に表現したものである。これを参考にすれば、3次元の場合と類似した関係式、

$$\begin{aligned} V_0 &= m_x \cdot (n_{12} \times n_{31}) \\ &= 2A_0 h_x \end{aligned} \quad (4.51)$$

が得られる。ただし、 A_0 は三角形 $S_1 S_2 S_3$ の面積、 h_x は m_x の三角形 $S_1 S_2 S_3$ に直角な方向の成分である。従って、三角形 $S_1 S_2 S_3$ を通る平面と単位ベクトル m_x とのなす角度が適当に大きければ、測位精度は良好となることがわかる。

このように、2次元擬似レンジ型測位では、3つの単位ベクトル m_i が均等に離れて水平線に近接する場合に測位精度が良好となるが、これらの単位ベクトルが相互に接近したり、 m_x の方向が三角形 $S_1 S_2 S_3$ の平面方向に接近すると、測位計算の収束性や測位精度が著しく劣化することがわかる。

ここで、3基の静止衛星を用いた2次元擬似レンジ測位の測位特性関数の値を、(4.30)式および(4.48)式を用いて近似的に求めると、



第4.4図 2次元擬似レンジ型の測位特性関数 V_0

$$\begin{aligned}
 V_0 &= -m_x \cdot \{ (m_1 \times m_2) + (m_2 \times m_3) + (m_3 \times m_1) \} \\
 &= \{ r_s / (r_s - r_e) \}^2 \sin \phi (\sin \phi_{12} + \sin \phi_{23} + \sin \phi_{31}) \quad (4.52)
 \end{aligned}$$

が得られるから、3衛星に対してこれまでと同様の配置条件を適用すれば、

$$V_0 = 0.19 \sin \phi \quad (4.53)$$

となる。従って、移動局高度を利用した2次元擬似レンジ型測位では、4基の静止衛星を用いる3次元擬似レンジ型測位のような測位精度の著しい劣化は見られない。また、(4.24)式に比較すれば、3次元の実レンジ型測位方式の測位誤差のよりも1桁良好な測位精度が得られる。

擬似レンジ s_i に均等に含まれるバイアス値 δs_0 の影響については、3次元擬似レンジ型測位の場合と同様に、(4-50)式の δs_i を δs_0 で置き換え、

δs_0 のみによって生じる δx を求めると、 δr および δq は、

$$\begin{aligned}\delta r &= (m_x \times n_{23} + m_x \times n_{31} + m_x \times n_{12}) \cdot (-\delta s_0) / V_0 \\ &= 0\end{aligned}\quad (4.54)$$

$$\begin{aligned}\delta q &= (-V_{x23} - V_{x31} - V_{x12}) \cdot (-\delta s_0) / V_0 \\ &= -\delta s_0\end{aligned}\quad (4.55)$$

となる。従って、2次元擬似レンジ型測位方式の場合も、各測定値に均一に加わるバイアス値は測位誤差には無関係であり、レンジ偏位 q の推定値に組み込まれることがわかる。

4.4 最小自乗法の測位誤差方程式

第3章の(3.51)式に示された最小自乗法による測位計算では、レンジ等のいわば正規化された測定偏差ベクトル $\delta \rho$ と測位偏差ベクトル δx の関係は、

$$\delta x = (H^T H)^{-1} H^T \delta \rho \quad (4.56)$$

$$H^T = \begin{pmatrix} m_{11}/\kappa_1 & m_{21}/\kappa_2 & \cdots & m_{N1}/\kappa_N & 1/\kappa_x & 0 & 0 & 0 \\ m_{12}/\kappa_1 & m_{22}/\kappa_2 & \cdots & m_{N2}/\kappa_N & 0 & 1/\kappa_y & 0 & 0 \\ m_{13}/\kappa_1 & m_{23}/\kappa_2 & \cdots & m_{N3}/\kappa_N & 0 & 0 & 1/\kappa_z & 0 \\ 1/\kappa_1 & 1/\kappa_2 & \cdots & 1/\kappa_N & 0 & 0 & 0 & 1/\kappa_c \end{pmatrix} \quad (4.56a)$$

$$\begin{aligned}\delta \rho &= (\delta Z_1/\kappa_1 \quad \delta Z_2/\kappa_2 \quad \cdots \quad \delta Z_N/\kappa_N \\ &\quad \delta r_{xm}/\kappa_x \quad \delta r_{ym}/\kappa_y \quad \delta r_{zm}/\kappa_z \quad \delta q_m/\kappa_c)^T\end{aligned}\quad (4.56b)$$

で表されるが、4.1項で述べたように、上式は測定誤差による測位誤差を表現する関係式として用いることができる。ただし、行列 H 及び測定偏差ベクトル $\delta \rho$ は(3.50)式及び(3.52)式によって定義されているが、これらは誤差係数を用いて、(3.45)式～(3.49)式によって変換した正規化偏差ベクトルを適用した場合の形式である。そこで、前項の形式と合わせるために、3.8項で述べた重み付け最小自乗法を適用すれば、無変換の測定誤差 δz とこれに対する測位誤差ベクトル δx の関係は(3.131)式で示される。便宜のため再度記述すれば、

$$\delta x = (H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1} H_0^T R_0^{-1} \delta z \quad (4.57)$$

である。ただし、 N 個の測定レンジ誤差として δZ_i ($i=1,2,\dots,N$)、他の手段によって得られる測位較正データを利用する場合の位置誤差及びレンジ偏位誤差として δr_{xm} 、 δr_{ym} 、 δr_{zm} 及び δq_m を考慮すれば、行列 H_0 、 R_0 および測定誤差ベクトル δz は(3.132)式～(3.134)式と同一になる。便宜のため、これらの関係式を再度示せば、

$$H_0 = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{21} & \cdots & m_{N1} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & m_{22} & \cdots & m_{N2} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ m_{13} & m_{23} & \cdots & m_{N3} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (4.58)$$

$$R_0 = \begin{bmatrix} \kappa_1^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \kappa_N^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \kappa_x^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \kappa_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \kappa_z^2 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa_c^2 \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

$$\delta z = (\delta Z_1 \ \delta Z_2 \ \cdots \ \delta Z_N \ \delta r_{xm} \ \delta r_{ym} \ \delta r_{zm} \ \delta q_m)^T \quad (4.60)$$

である。しかし、次項に示す誤差解析においては、最小自乗測位のアルゴリズムはすべての測位方式を包括する一般的な性質を有しており、かつ正規化によって形式が最も単純となるため(4.56)式を用いることとし、行列 H の一般的な形式として(4.56a)式を、正規化誤差ベクトル δz には(4.56b)式を使用する。

また、3.7項で述べたように、最小自乗法の測位アルゴリズムは確定法を包括する一般的な表現であり、誤差方程式もまた同様である。即ち、(4.57)式に対して確定法の条件を適用すれば、(4.58)式及び(4.59)式の行列 H_0 及び R_0 は4行4列の正方行列となるから、(4.57)式は

$$\begin{aligned} \delta x &= \{H_0^{-1} R_0 (H_0^T)^{-1}\} H_0^T R_0^{-1} \delta z \\ &= H_0^{-1} \delta z \end{aligned} \quad (4.61)$$

となり、前項で求めた関係式と同一になる。従って、測定データに冗長がない場合、測位誤差 δx は測定誤差ベクトル δz の各要素の統計的性質には関係なく、計測毎の δz の値によって確定することがわかる。

4.5 測位劣化指数

前項の考察で、すべての測位方式に関する測位誤差方程式は、測定誤差ベクトル δz の標準偏差を正規化して得られる(4.56)式で表され、これは(4.57)式と同等であることが示された。従って、各測定データの誤差を統計的に独立な不規則変数とすれば、4.1項 で定義した δx の共分散行列 P は、(4.57)式および $A v\{\delta z \delta z^T\} = \sigma_0^2 R_0$ なる関係を用いて、

$$\begin{aligned} P &= A v\{\delta x \delta x^T\} \\ &= \sigma_0^2 (H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1} \{H_0^T (R_0^{-1})^T H_0\} \{(H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1}\}^T \\ &= \sigma_0^2 (H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1} \\ &= \sigma_0^2 (H^T H)^{-1} \end{aligned} \quad (4.62)$$

となり、(4.4)式 が得られる。さらに、測位誤差ベクトル δx 及び前項(4.59)式の行列 H_0 の要素を構成する方向余弦ベクトル m_i が局地水平座標系で定義されるならば、測位劣化指数に対して4.1項の(4.9)式～(4.11)式と同様の関係式が得られる。便宜のため、再度、鉛直方向位置、水平方向位置及びレンジ偏位に関する測位劣化指数VDOP、HDOP及びTDOPを示すと

$$VDOP = \{(H^T H)^{-1}\}_{11}^{1/2} \quad (4.63)$$

$$HDOP = [\{(H^T H)^{-1}\}_{22} + \{(H^T H)^{-1}\}_{33}]^{1/2} \quad (4.64)$$

$$TDOP = \{(H^T H)^{-1}\}_{44}^{1/2} \quad (4.65)$$

である。

さて、上記(4.63)式～(4.65)式は測位劣化指数の単なる数式的な記述であり、この形式では衛星配置の幾何学的条件と測位劣化指数の関係を見通せない。従って、以下では衛星の配置条件として“平均的な”配置という考えを前提として、解析的に見通しのよい関係式を導く。

いま、複数の可視衛星が観測点から見て、方位方向に関して均等に配置されているものとし、それらの見える方向の方位角の正弦及び余弦の平均値が零となるものとする。このとき、 $(H^T H)$ の逆行列が容易に求められ、以下に示すような測位精度上の特徴を端的に表現する関係式が得られる。

便宜のため、再び、(3.53)式～(3.63)式を以下に記述する。

$$G = H^T H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{12} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{13} & h_{23} & h_{33} & h_{34} \\ h_{14} & h_{24} & h_{34} & h_{44} \end{pmatrix} \quad (4.66)$$

$$h_{11} = \sum_{i=1}^N (m_{i1}/\kappa_i)^2 + 1/\kappa_x^2 \quad (4.67)$$

$$h_{22} = \sum_{i=1}^N (m_{i2}/\kappa_i)^2 + 1/\kappa_y^2 \quad (4.68)$$

$$h_{33} = \sum_{i=1}^N (m_{i3}/\kappa_i)^2 + 1/\kappa_z^2 \quad (4.69)$$

$$h_{44} = \sum_{i=1}^N (1/\kappa_i)^2 + 1/\kappa_c^2 \quad (4.70)$$

$$h_{14} = \sum_{i=1}^N (m_{i1}/\kappa_i) \quad (4.71)$$

$$h_{12} = \sum_{i=1}^N (m_{i1}m_{i2}/\kappa_i^2) \quad (4.72)$$

$$h_{13} = \sum_{i=1}^N (m_{i1}m_{i3}/\kappa_i^2) \quad (4.73)$$

$$h_{23} = \sum_{i=1}^N (m_{i2}m_{i3}/\kappa_i^2) \quad (4.74)$$

$$h_{24} = \sum_{i=1}^N (m_{i2}/\kappa_i) \quad (4.75)$$

$$h_{34} = \sum_{i=1}^N (m_{i3}/\kappa_i) \quad (4.76)$$

ここで、第4.5図を参考にして、移動局・衛星間の方向余弦ベクトルを局地水平座標系で表せば、

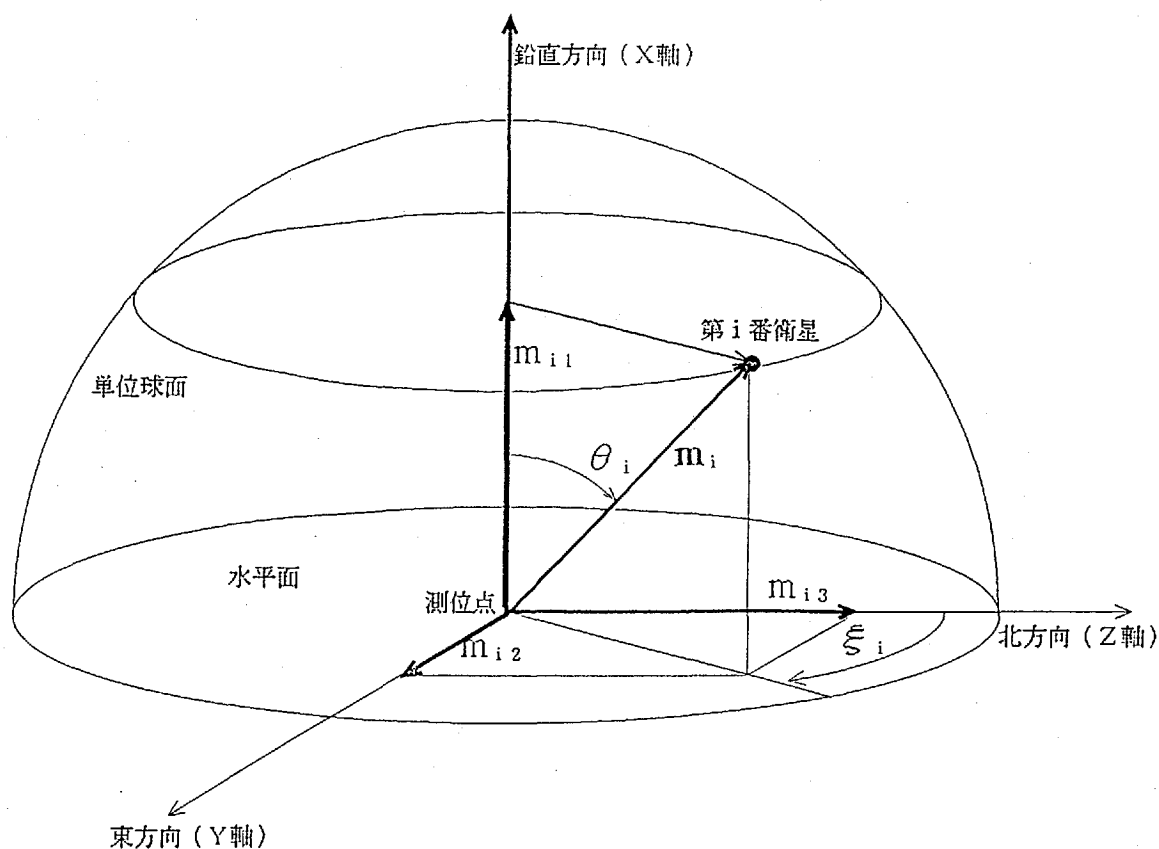
$$\begin{aligned} m_i &= (m_{i1} \ m_{i2} \ m_{i3})^T \\ &= (\cos\theta_i \ \sin\theta_i \sin\xi_i \ \sin\theta_i \cos\xi_i)^T \end{aligned} \quad (4.77)$$

である。ただし、添字 i は衛星の番号、 θ_i は衛星の天頂からの角度（仰角の余角、これを天頂角と呼ぶ）、 ξ_i は衛星の方位角とする。

つぎに、上述の如く衛星が天空に平均的に配置されており、

$$\sum_{i=1}^N \sin\theta_i \sin\xi_i = 0 \quad (4.78)$$

$$\sum_{i=1}^N \sin\theta_i \cos\xi_i = 0 \quad (4.79)$$



第4.5図 局地水平座標系での方向余弦ベクトルの定義

が成立するものとすれば、

$$G = \begin{pmatrix} h_{11} & 0 & 0 & h_{14} \\ 0 & h_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{33} & 0 \\ h_{14} & 0 & 0 & h_{44} \end{pmatrix} \quad (4.80)$$

となり、 G の逆行列が容易に計算できる。そして、その対角成分より、

$$\begin{aligned} \text{VDOP} &= (G^{-1})_{11}^{1/2} \\ &= \frac{1}{\{h_{11} - h_{14}^2/h_{44}\}^{1/2}} \end{aligned} \quad (4.81)$$

$$\begin{aligned} \text{HDOP} &= \{(G^{-1})_{22} + (G^{-1})_{33}\}^{1/2} \\ &= (1/h_{22} + 1/h_{33})^{1/2} \end{aligned} \quad (4.82)$$

$$\text{TDOP} = (G^{-1})_{44}^{1/2}$$

$$= \frac{1}{\{h_{44} - h_{14}^2/h_{11}\}^{1/2}} \quad (4.83)$$

が求められる。

つぎに、衛星配置条件と測位劣化指数の関係を具体的に表すために、すべての測距データ誤差の標準偏差 σ_i を基準値 σ_0 に等しい、即ち、 $\kappa_i=1$ とし、衛星の天頂角 θ_i の余弦の平均値

$$\alpha = (1/N) \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \quad (4.84)$$

および標準偏差

$$\beta = \{(1/N) \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i - \alpha^2\}^{1/2} \quad (4.85)$$

を導入して、上記の測位劣化指数を表現すれば、

$$\text{VDOP} = \frac{1}{\{N\beta^2 + 1/\kappa_v^2 + K_v\}^{1/2}} \quad (4.86)$$

$$\text{HDOP} = \frac{2}{\{N(1 - \alpha^2 - \beta^2) + 2/\kappa_h^2\}^{1/2}} \quad (4.87)$$

$$\text{TDOP} = \frac{1}{\{1/\kappa_c^2 + K_T\}^{1/2}} \quad (4.88)$$

となる。ただし、 $\kappa_v = \kappa_x, \kappa_h = \kappa_y = \kappa_z, K_v$ 及び K_T は以下の関係式で示される。

$$K_v = \frac{\alpha^2 / \kappa_c^2}{1 + 1/N\kappa_c^2} \quad (4.89)$$

$$K_T = \frac{N\beta^2 + 1/\kappa_v^2}{\alpha^2 + \beta^2 + 1/N\kappa_v^2} \quad (4.90)$$

以上の関係式は、確定法および最小自乗法のすべての測位方式に適用できる。参考に、(4.87)式のHDOPについては、 $\kappa_h \rightarrow \infty$ のとき、

$$\text{HDOP} = \frac{2}{\{N(1 - \alpha^2 - \beta^2)\}^{1/2}} \quad (4.91)$$

であり、 $N=4$ とすれば、確定法におけるHDOPの近似式が得られる。また、VDOPおよびTDOPについては、 $\kappa_c \rightarrow \infty$ のとき、

$$\text{VDOP} = \frac{1}{\{N\beta^2 + 1/\kappa_v^2\}^{1/2}} \quad (4.92)$$

$$\text{TDOP} = \frac{\{\alpha^2 + \beta^2 + 1/N\kappa_v^2\}^{1/2}}{\{N\beta^2 + 1/\kappa_v^2\}^{1/2}} \quad (4.93)$$

であり、さらに $\kappa_v \rightarrow \infty$ として、

$$\text{VDOP} = \frac{1}{\{N\beta^2\}^{1/2}} \quad (4.94)$$

$$\text{TDOP} = \frac{\{\alpha^2 + \beta^2\}^{1/2}}{\{N\beta^2\}^{1/2}} \quad (4.95)$$

となる。このように測位劣化指数は、衛星の配置条件である α および β と受信衛星数 N が定まれば、(4.86)式～(4.88)式より算出される。

第4.6図～第4.10図は、24基の衛星がGPS衛星と同じ軌道高度にあり、天空に均等に配置されたことを条件として、天空可視率と測位劣化指数の関係を(4.86)式～(4.68)式より求めたものである。ただし、天空可視率 γ と可視限界の天頂角 θ_L との関係は、

$$\gamma = 1 - \cos \theta_L \quad (4.96)$$

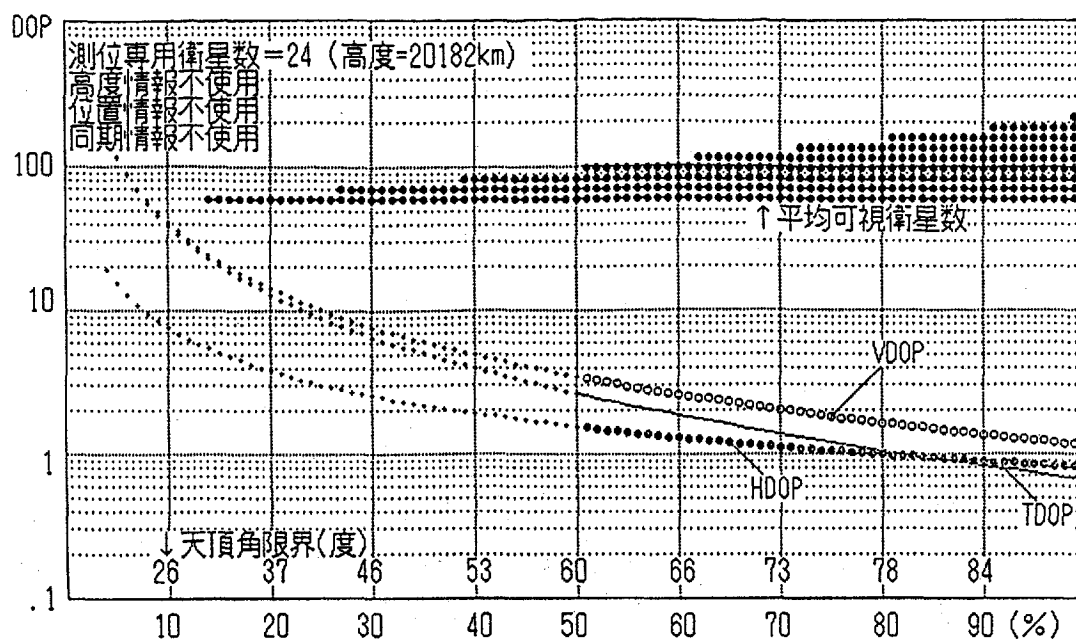
で表され、 $\theta_i < \theta_L$ なる範囲に複数の衛星が不規則かつ確率的に均一に配置されるものとすれば、 $\cos \theta_i$ の平均値 α 及び標準偏差 β は概ね、

$$\alpha = (1 + \cos \theta_L) / 2 = 1 - \gamma / 2 \quad (4.97)$$

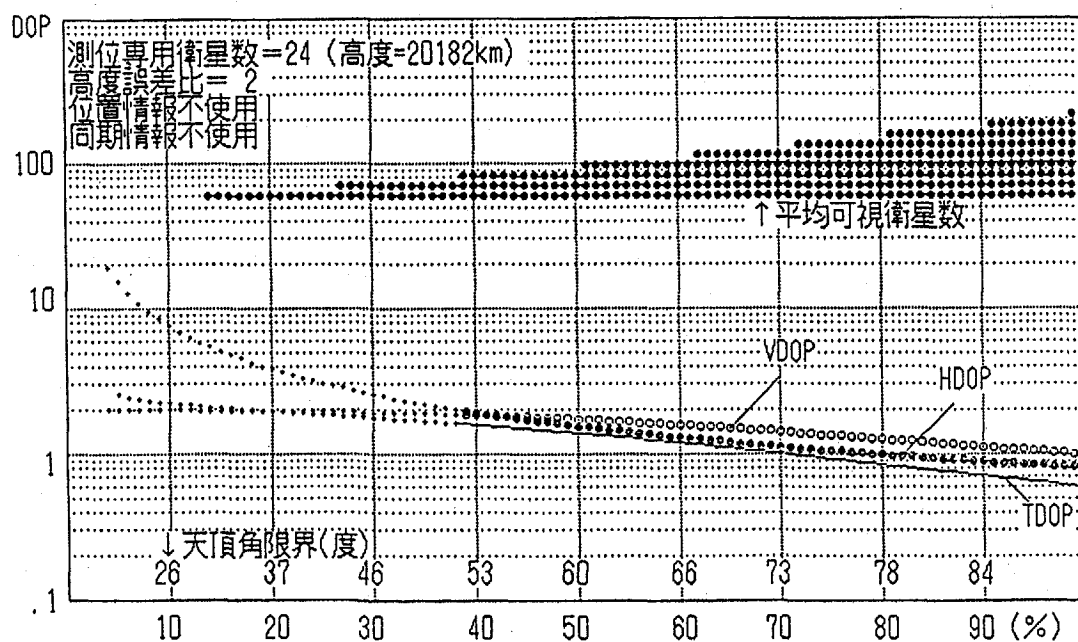
$$\begin{aligned} \beta &= \{(1/3)\{(1 + \cos \theta_L)^2 - \cos \theta_L\} - \alpha^2\}^{1/2} \\ &= (1 - \cos \theta_L) / 12^{1/2} = \gamma / 12^{1/2} \end{aligned} \quad (4.98)$$

となる。

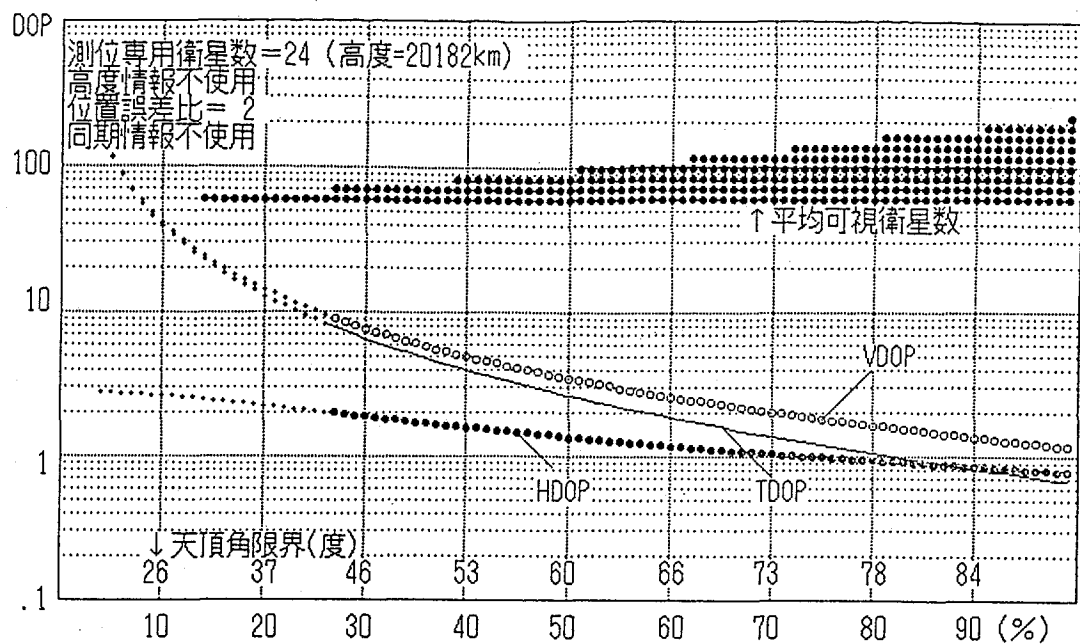
まず、第4.6図は測距データ以外の測定データを使用しない場合で、VDOPおよびTDOPは可視率に強く影響されることを示しているが、これは(4.94)式および(4.95)式からもわかる。第4.7図は高度情報を使用する場合で、VDOPおよびTDOPの改善がみられるが、HDOPは改善されない。第4.8図は水平面位置情報を使用する場合で、HDOPを改善する唯一の対策である。しかし、上記関係式に見られるとおり、VDOPおよびTDOPに対しては全く効果がない。第4.9図はクロック同期情報を使用する場合で、高度情報を使用する場合と同様に、VDOPおよび



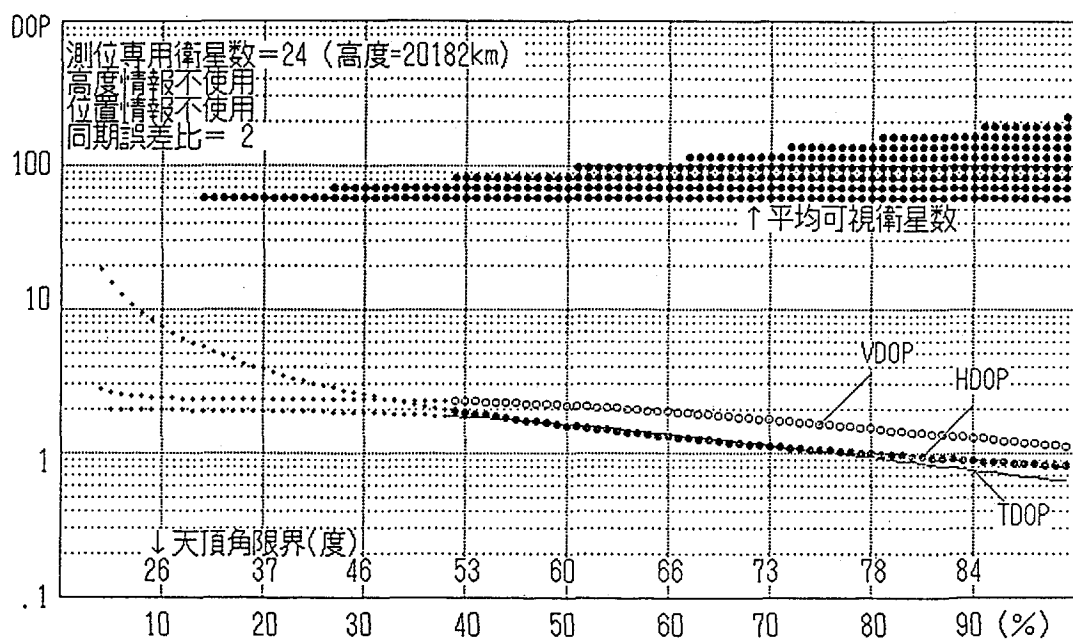
第4.6図 天空可視率と測位劣化指数（最小自乗測位、測距データのみ）



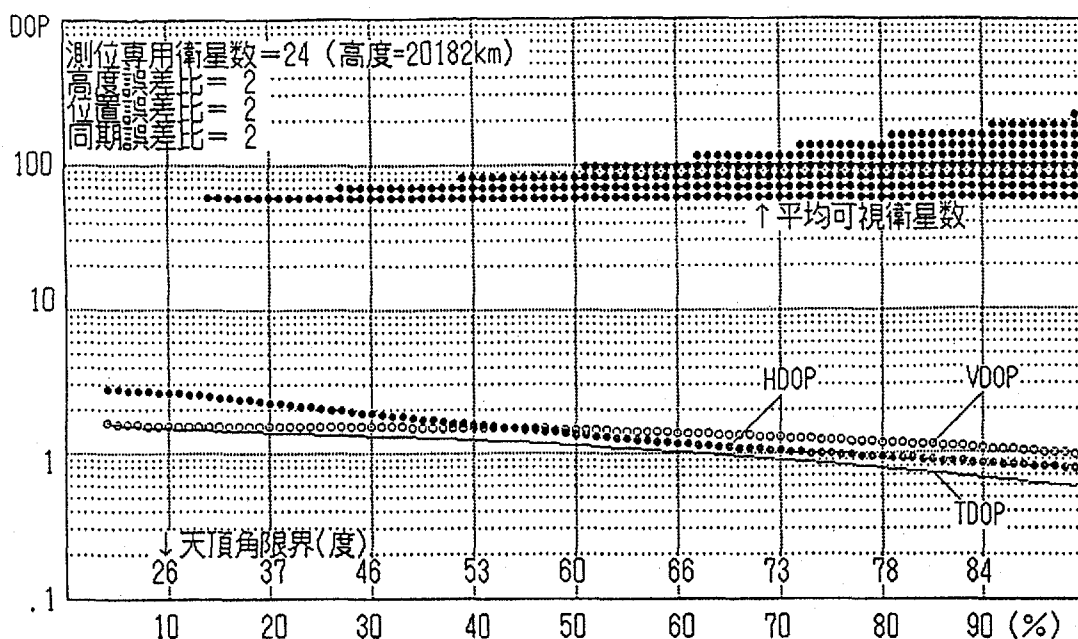
第4.7図 天空可視率と測位劣化指数（最小自乗測位、高度データ併用）



第4.8図 天空可視率と測位劣化指数（最小自乗測位、水平位置データ併用）



第4.9図 天空可視率と測位劣化指数（最小自乗測位、同期データ併用）



第4.10図 天空可視率と測位劣化指数（最小自乗測位、全測定データ使用）

HDOPの改善が見られる。これは(4.92)式および(4.92)式が示す傾向である。第4.10図はすべての測定データを使用する場合で、誤差係数が正しく設定されているとき、最も良好な測位が可能となる。

測位劣化指数に関する以上の解析的な記述から、衛星測位における測位較正データの最適な運用形態が明らかになった。このような測位較正データの使用による陸上運用での機能強化については第8章で議論する。

4.6 確定法における測位精度の性質

前項で求めた測位劣化指数に関する関係式は、GPSのように測距電波源として周回衛星を適用した全地球域衛星測位システムの平均的な測位精度を評価する上でたいへん便利である。しかし、例えば2、3基の静止衛星によって構成され、クロック同期情報を利用する実レンジ型測位や高度情報などを利用する2次元測位が行われる限定域測位システムでは、クロック同期情報（レンジ偏位）や高度情報はもはや測位較正のための補完的なデータではなく、測距デ

ータと同等の役割を持つ測定データとなる。従って、測位クロック同期誤差に起因するレンジ偏位誤差と測位誤差の関係、高度データ誤差と測位誤差の関係を解析的に記述することは、静止衛星利用の測位システムの設計、運用に欠かせない。

この項では、確定法の測位方式について、レンジ偏位誤差および高度データ誤差に起因する測位誤差を解析的に求める。

【レンジ偏位誤差と測位誤差の関係】

第4.11図を参考にすれば、方向余弦ベクトル m_i は m_i の頂点からなる三角形 $S_1S_2S_3$ の外接円に直交する成分 h_0 と並行な成分 r_i により、

$$m_i = r_i + h_0 \quad (4.99)$$

で表されるから、原点から見て外接円の円周と中心の成す角を θ 、 r_i と r_j の成す角を ϕ_{ij} とすれば、3次元実レンジ型測位では、(4.21)式より

$$m_i \times m_j = r_i \times r_j + (r_i - r_j) \times h_0 \quad (4.100)$$

$$\begin{aligned} V_R &= m_3 \cdot (m_1 \times m_2) \\ &= h_0 \cdot (r_2 \times r_3 + r_3 \times r_1 + r_1 \times r_2) \\ &= \cos \theta_0 \sin^2 \theta_0 (\sin \phi_{23} + \sin \phi_{31} + \sin \phi_{12}) \end{aligned} \quad (4.101)$$

である。従って、レンジ偏位の測定誤差 δq_m による測位誤差 δr は、外接円の直交方向の単位ベクトルを u_v とすれば、(4.19)～(4.20)式より、

$$\begin{aligned} \delta r &= -\delta q_m (r_2 \times r_3 + r_3 \times r_1 + r_1 \times r_2) / V_R \\ &= -(\delta q_m / \cos \theta_0) u_v \end{aligned} \quad (4.102)$$

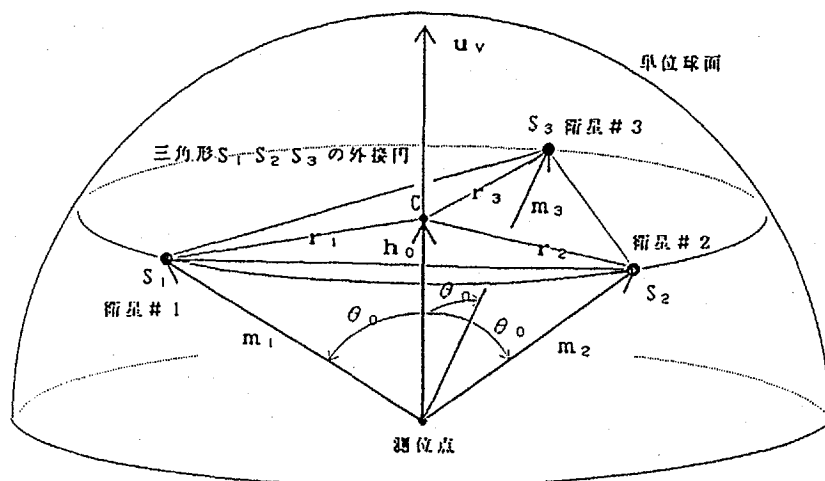
となり、レンジ偏位誤差による測位誤差は外接円に直交する成分のみとなる。

このように、3次元実レンジ型測位では、上記外接円の半径が増大するに従い、外接円に直交する方向の測位誤差が増大する。

2次元実レンジ型では、天頂方向と2衛星の成す角度をいずれも θ とすれば、(4.28)式より

$$m_i \times m_x = -r_i \times u_v \quad (4.103)$$

$$V_R = m_x \cdot (m_1 \times m_2)$$



第4.11図 典型的な衛星配置での幾何学的条件

$$\begin{aligned}
 &= -u_v \cdot (r_1 \times r_2) \\
 &= -\sin^2 \theta_0 \sin \phi_{12}
 \end{aligned} \tag{4.104}$$

となる。従って、 δr は(4.26)式～(4.29)式より、

$$\begin{aligned}
 \delta r &= -\delta q_m (m_2 \times m_1 + m_1 \times m_2) / V_R \\
 &= \delta q_m \{ (r_1 - r_2) \times u_v \} / \sin^2 \theta_0 \sin \phi_{12} \\
 &= \{ \delta q_m / \sin \theta_0 \cos(\phi_{12}/2) \} u_T
 \end{aligned} \tag{4.105}$$

が得られる。ただし、 u_T は水平面内にある単位ベクトルであり、測位誤差ベクトルは水平面に拘束される。

擬似レンジ型測位では、レンジ偏位誤差は当然ながら測位誤差の要因とはならない。

まず、(4.37)式および(4.99)より、一般的に

$$n_{ik} \times n_{jk} = r_i \times r_j + (r_i - r_j) \times r_k \tag{4.106}$$

が成立する。そこで、一様なレンジ誤差 δq_m が各測定レンジに加わっているとすれば、(4.34)~(4.38)式より、

$$\begin{aligned}\delta r &= \delta q_m [(n_{24} \times n_{34}) + (n_{34} \times n_{14}) \\ &\quad + (n_{14} \times n_{24}) + (n_{12} \times n_{31})] / V_0 \\ &= 0\end{aligned}\tag{4.107}$$

$$\begin{aligned}\delta q &= \delta q_m (V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412}) / V_0 \\ &= \delta q_m\end{aligned}\tag{4.108}$$

なる関係が求められる。従って、擬似レンジ型では、レンジ偏位誤差は位置誤差に何等影響しないで、レンジ偏位の推定誤差となる。

【2次元測位における高度データ誤差と測位誤差の関係】

実レンジ型測位方式では、高度データの測定誤差によって生じる測位誤差は(4.26)式より解析的に求められる。

いま、高度誤差 δr_{xm} を(4.26)式に代入すれば、(4.27)式を用いて、

$$\begin{aligned}\delta r &= -\delta r_{xm} (m_1 \times m_2) / V_R \\ &= -\delta r_{xm} \{r_1 \times r_2 + (r_1 - r_2) \times h_0\} / V_R \\ &= \delta r_{xm} \{u_v \sin^2 \theta_0 \sin \phi_{12} - u_T \sin 2\theta_0 \sin(\phi_{12}/2)\} / \sin^2 \theta_0 \sin \phi_{12} \\ &= \delta r_{xm} \{u_v - u_T / \tan \theta_0 \cos(\phi_{12}/2)\}\end{aligned}\tag{4.109}$$

が導かれる。従って、鉛直方向には高度データ誤差がそのまま現れ、かつ水平面内の測位誤差は衛星が天頂に接近したり($\theta_0 \rightarrow 0$)、相互に接近する($\phi_{12} \rightarrow 0$)場合に増大することが示される。

擬似レンジ型では、(4.48)式より、

$$\begin{aligned}V_0 &= -m_x \cdot (m_2 \times m_3 + m_3 \times m_1 + m_1 \times m_2) \\ &= u_v \cdot (r_2 \times r_3 + r_3 \times r_1 + r_1 \times r_2) \\ &= \sin^2 \theta_0 (\sin \phi_{23} + \sin \phi_{31} + \sin \phi_{12})\end{aligned}\tag{4.110}$$

が成立する。従って、(4.46)式を適用して、

$$\begin{aligned}
\delta r &= -\delta r_{xm} (n_{12} \times n_{31}) / V_0 \\
&= \delta r_{xm} (r_2 \times r_3 + r_3 \times r_1 + r_1 \times r_2) / V_0 \\
&= \delta r_{xm} u_v
\end{aligned} \tag{4.111}$$

が得られる。

また、 V_{123} は(4.101)式と同一の形式であり、

$$\begin{aligned}
V_{123} &= m_3 \cdot (m_1 \times m_2) \\
&= \cos \theta_0 \sin^2 \theta_0 (\sin \phi_{23} + \sin \phi_{31} + \sin \phi_{12})
\end{aligned} \tag{4.112}$$

であるから、 δr_{xm} によるレンジ偏位誤差 δq は、

$$\begin{aligned}
\delta q &= -(V_{123}/V_0) \delta r_{xm} \\
&= -\delta r_{xm} \cos \theta_0
\end{aligned} \tag{4.113}$$

となる。従って、擬似レンジ型測位で推定したレンジ偏位を用いて3次元実レンジ型測位を行うとすれば、レンジ偏位推定誤差による測位誤差は(4.113)式の δq を(4.102)式の δq_m に代入することによって、

$$\delta r = \delta r_{xm} u_v \tag{4.114}$$

となり、(4.111)式と同等の測位誤差が得られる。

このように、第4.11図の典型的な衛星配置を前提とした場合ではあるが、2次元擬似レンジ型測位の測位誤差は、2次元擬似レンジ型測位により推定されたレンジ偏位を使用した3次元実レンジ型測位の測位誤差と同等となることがわかる。

4.7 最小自乗法における測位精度の統計的性質

最小自乗法の測位方式では、測位劣化指数VDOP、HDOP及びTDOPは可視衛星の天頂角 θ_i の関数である α 及び β をまず算出して、つぎにこれらを(4.86)式～(4.88)式に代入することにより求められる。この項では、観測点での可視限界となる天頂角 θ_L (衛星の測距電波が受信できる天頂角の限界値、可視仰角限界の余角)と α 及び β の統計的な関係を導き、測位劣化指数に関するさらに簡便な関係式を求める。

いま、 N_T 個の衛星が地球を一様に被覆しているものとするれば、可視天頂角限界 θ_L 内にある可視衛星数 N の平均値は以下の関係式により求められる。

$$N = (N_T/2)(1 - \cos \eta) \quad (4.115)$$

$$\eta = \theta_L - \sin^{-1}[(r_e/r_s)\sin \theta_L] \quad (4.116)$$

ただし、 r_e は地球半径、 r_s は衛星軌道半径であるが、以下では $r_e/r_s \ll 1$ を前提に、(4.115)式の η を θ_L に置き換えて近似的に取り扱うものとする。

つぎに、衛星の様な配置を前提とすれば、 $A \nu \{ \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i \}$ 、 $A \nu \{ \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \}$ 及び $A \nu \{ \sum_{i=1}^N \sin^2 \theta_i \}$ は以下の如くなる。

$$A \nu \{ \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i \} = (N_T/6)(1 - \cos^3 \theta_L) \quad (4.117)$$

$$A \nu \{ \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \} = (N_T/4) \sin^2 \theta_L \quad (4.118)$$

$$A \nu \{ \sum_{i=1}^N \sin^2 \theta_i \} = (N_T/6)(2 - 3 \cos \theta_L + \cos^3 \theta_L) \quad (4.119)$$

従って、 $\alpha^2 + \beta^2$ 及び β^2 の平均値を ν^2 及び λ^2 とおけば、(4.115)～(4.119)式より以下の関係式が求められる。

$$\nu^2 = A \nu \{ \alpha^2 + \beta^2 \} = (1 + \cos \theta_L + \cos^2 \theta_L)/3 \quad (4.120)$$

$$\lambda^2 = A \nu \{ \beta^2 \} = (1 - \cos \theta_L)^2/12 \quad (4.121)$$

以上の関係式を(4.86)式～(4.90)式に代入すれば、 $\nu^2 > \lambda^2$ なる関係より、

$$VDOP^2 = \frac{1 + 1/N\kappa_c^2}{N\lambda^2 + \nu^2/\kappa_c^2 + (1 + 1/N\kappa_c^2)/\kappa_v^2} < \kappa_v^2 \quad (4.122)$$

$$HDOP^2 = \frac{4}{N(1 - \nu^2) + 2/\kappa_H^2} < 2\kappa_H^2 \quad (4.123)$$

$$TDOP^2 = \frac{\nu^2 + 1/N\kappa_v^2}{N\lambda^2 + \nu^2/\kappa_c^2 + (1 + 1/N\kappa_c^2)/\kappa_v^2} < \kappa_c^2 \quad (4.124)$$

となる。これは、測位誤差は高度データやレンジ偏位データなどの適用された補正データの誤差よりも小さいという当然の結論である。(上記の $\alpha^2 + \beta^2$ 及び β^2 の平均値 λ^2 及び ν^2 を適用した測位劣化指数は、厳密には測位劣化指数の平均値とはならない。便宜的に、‘起こり易い’値として使用している)

また、(4.122)～(4.124)式を変型すれば、

$$VDOP^2 < 1/\{N\lambda^2\} \quad (4.125)$$

$$HDOP^2 < 4/\{N(1-\nu^2)\} \quad (4.126)$$

$$TDOP^2 < \nu^2/\{N\lambda^2\} \quad (4.127)$$

となるから、上記3式の右辺はそれぞれ(4.94)式、(4.91)式および(4.95)式の自乗値と同一の形式である。従って、測距データだけでなく、高度データ、推測航法等から得られる水平面位置データ、クロック同期データ等の測定値を併用する最小自乗測位は、測距データのみを用いる3次元擬似レンジ型測位よりも測位精度が向上することになる。このように、最小自乗測位は測定条件に応じて最良の測位精度を達成するが、これは誤差比例係数が適切に設定された場合においてである。

参考に、上式を用いて3次元擬似レンジ型測位の場合の測位劣化指数を算出すると、 $1/\kappa_o \rightarrow 0$ 、 $1/\kappa_v \rightarrow 0$ 、 $1/\kappa_H \rightarrow 0$ であるから、

$$\begin{aligned} VDOP &= 1/(N^{1/2}\lambda) \\ &= 1/\{(N/12)^{1/2}(1-\cos\theta_L)\} \end{aligned} \quad (4.128)$$

$$\begin{aligned} HDOP &= 2/\{N(1-\nu^2)\}^{1/2} \\ &= 2/\{(N/3)(1-\cos\theta_L)(2+\cos\theta_L)\}^{1/2} \\ &< 2/\{(N(1-\cos\theta_L))\}^{1/2} \end{aligned} \quad (4.129)$$

$$\begin{aligned} TDOP &= \nu/(N^{1/2}\lambda) \\ &= VDOP\{(1+\cos\theta_L+\cos^2\theta_L)/3\}^{1/2} \\ &< VDOP \end{aligned} \quad (4.130)$$

となり、測位劣化指数は概ね衛星可視数 N と天頂角 θ の関数として表される。

また、 $VDOP$ と $TDOP$ は $N^{1/2}$ と $(1-\cos\theta_L)$ に反比例し、かつ $VDOP$ は常に $TDOP$ よりも大きい。しかし、 $HDOP$ は $(1-\cos\theta_L)^{1/2}$ に反比例するため、仰角限界が大きくなっても $VDOP$ や $HDOP$ よりも指数の発散は小さく抑えられる。

参考に、視界が遮られて天頂に集中する衛星を使用する場合、上記3式によれば鉛直方向及びレンジ偏位の測位誤差の増大が著しい。例えば、 $\theta = 70$ 度のとき $VDOP = 1.9$ 、 $HDOP = 1.0$ と測位精度は良好であるが、 $\theta = 40$ 度のときは $VDOP = 8.8$ 、 $HDOP = 2.6$ となり、特に $VDOP$ の劣化が激しい。

4.8 測位劣化指数の計算例

4.5項では、(4.78)式および(4.79)式が成立するような均一な衛星配置を前提として、測位劣化指数に関する近似的な関係式を導いた。そして4.7項では、天空の可視性を示す天頂角限界 θ_L なるパラメータを導入して、衛星が天空に対して不規則に配置された場合の可視性と測位劣化指数との統計的な関係を求めた。この項では、以上の解析的結果が測位精度の一般的な評価基準として適用できるかどうか、具体的な衛星配置を適用して数値的に検討する。

まず、主要な測距電波源としてはGPS衛星の衛星配置を用いる。第4.12図は、最終的に24基の衛星が配備されたときのある時刻での衛星の配置状態を緯度・経度で示したものである。各々のGPS衛星は55度の軌道傾斜角の約12時間周期の軌道上にあるため、地表を1周する1日の間に南北に2回移動することを繰り返す。

衛星の運動を地球上の観測点から見れば、これらの衛星の軌跡は第4.13図～第4.16図のようになる。円の中心は天頂であり、同心円は仰角10度毎に描かれている。観測点から見上げた実際の衛星配置は図中のNS軸に線対称な配置となるが、ここでは第4.12図との照合が容易となるように東西逆転の座標で表した。これにより、第4.12図の観測点近傍の衛星配置から第4.13図の天空配置状態を容易に予想することができる。

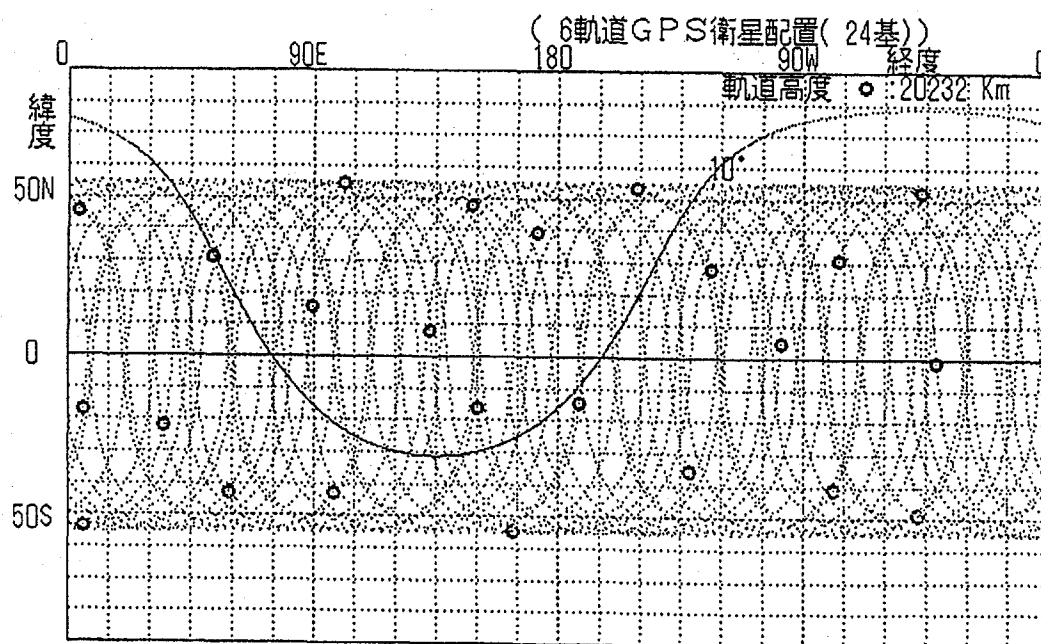
天空配置図の左端には、図中の●印によって示された衛星を選択した場合の各測位方式の測位劣化指数（VDOP、HDOPおよびTDOP）を記載している。また、図の右上には、高度情報やクロック同期情報だけでなく、推測航法など他の航法情報を適用した統合最適測位方式の測位劣化指数を示している。以下では、これらの計算結果を参考にして、測位精度の基本的な特徴を述べる。ただし、すべての測定レンジの精度は同じであり、高度情報、水平面位置情報、クロック同期情報など測位校正データのレンジ測定精度に対する誤差比は図の右上端に示されている。

まず、第4.13図には、確定法で3次元擬似レンジ型測位精度が最良となる4衛星を選択した場合の、第4.14図には、7基のすべての可視衛星を使用した場合の測位劣化指数が示されている。これらを比較すれば、使用する衛星数が増加するに従い測位精度は向上することがわかる。また、高度情報やクロック同期情報を使用する2次元あるいは実レンジ型の測位でも、適用する測定データがそれだけ増加することになるから、測位精度は向上している。

つぎに、第4.15図および第4.16図を参考にすれば、視界が制限されて低仰角の衛星を選択できない場合、どの測位方式でも測位精度の劣化することがわか

る。特に、VDOPおよびTDOPについては、3次元擬似レンジ型測位での視界の影響はたいへん大きい。しかし、これらは2次元測位や同期型測位を選択することにより、大幅に改善されることがわかる。HDOPについては、高度情報を用いる2次元測位や同期情報を用いる同期型測位の場合でも大幅な測位精度の改善は見られない。この改善には、統合最適測位のDOPから予想されるように、推測航法等から得られる水平面位置情報を併用する必要がある。この理由は、衛星天頂角の余弦の分散 $((1/N) \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i)$ が小さくならない限り、即ち第4.14図に見られるように低仰角の衛星が増加しない限り、HDOPは改善されないためであり、これは(4.87)式の意味するところである。

以上の測位劣化指数に関するシミュレーション結果は、4.5項の解析解ともよく一致している。例えば、第4.14図では天頂角限界は約70度となっている。そこで、第4.6図より天頂角70度での3次元擬似レンジ型の測位劣化指数を読み取ると、VDOP≒2.1、HDOP≒1.1、TDOP=1.4である。これらは第4.14図に記載された数値と良く一致している。また、第4.10図によれば、高度情報や位置情報を用いる統合最適測位の測位劣化指数は天頂角限界が70度でVDOP=1.3、HDOP=1.0、TDOP=0.9である。これらも第4.14図の結果と概ね一致している。



第4.12図 GPS衛星軌道とその配置状態

衛星時刻= 20時30分
観測位置= 35/135度
仰角限界= 10度

選択衛星：●

3次元擬似PP

VDOP= 2.52
HDOP= 1.43
TDOP= 1.57

2次元擬似PP

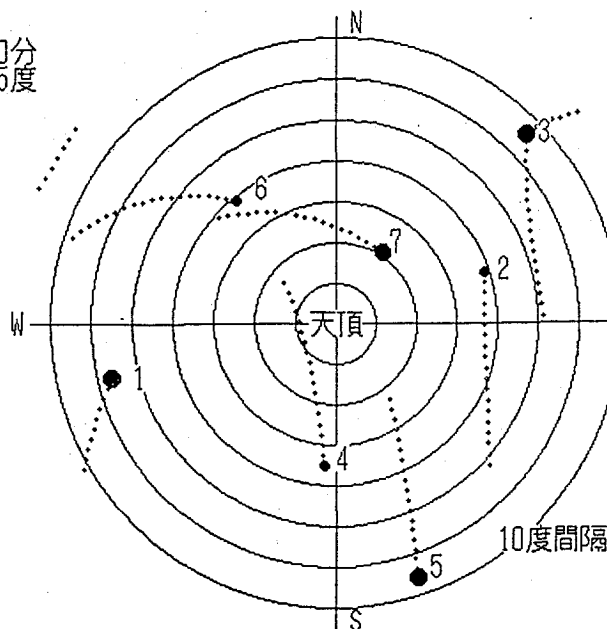
VDOP= 1.57
HDOP= 1.38
TDOP= 1.05

3次元実PP

VDOP= 2.05
HDOP= 1.39

2次元実PP

VDOP= 1.43
HDOP= 1.37
(最小自乗測位)



高度誤差比= 2.0
位置誤差比= 2.0
同期誤差比= 2.0

統合最適測位

VDOP= 1.42
HDOP= 1.22
TDOP= 0.92

衛星緯経度

1 : 15.5/ 89.5
2 : 38.9/ 172.7
3 : 53.4/-151.0
4 : 7.8/ 132.7
5 : -16.3/ 150.0
6 : 54.8/ 101.3
7 : 47.7/ 148.0

第4.13図 衛星配置状態と測位劣化指数（衛星4基、最小仰角23度）

衛星時刻= 20時30分
観測位置= 35/135度
仰角限界= 10度

選択衛星：●

3次元擬似PP

VDOP= 2.01
HDOP= 1.10
TDOP= 1.40

2次元擬似PP

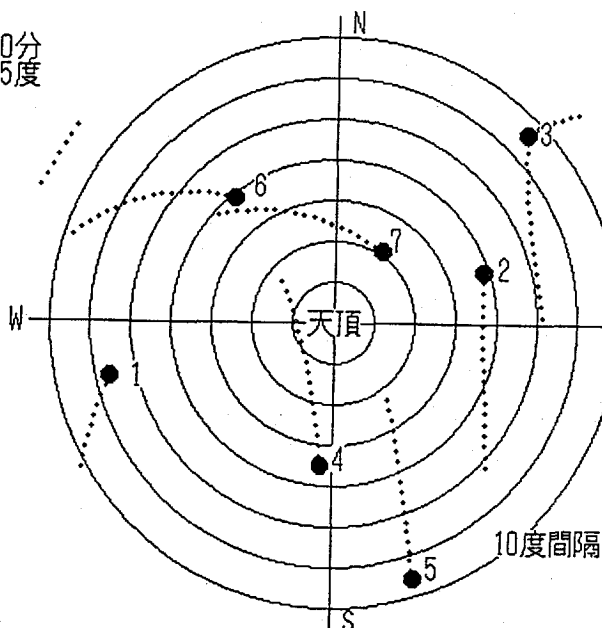
VDOP= 1.42
HDOP= 1.09
TDOP= 1.02

3次元実PP

VDOP= 1.67
HDOP= 1.09

2次元実PP

VDOP= 1.28
HDOP= 1.09
(最小自乗測位)



高度誤差比= 2.0
位置誤差比= 2.0
同期誤差比= 2.0

統合最適測位

VDOP= 1.28
HDOP= 1.01
TDOP= 0.91

衛星緯経度

1 : 15.5/ 89.5
2 : 38.9/ 172.7
3 : 53.4/-151.0
4 : 7.8/ 132.7
5 : -16.3/ 150.0
6 : 54.8/ 101.3
7 : 47.7/ 148.0

第4.14図 衛星配置状態と測位劣化指数（衛星7基、最小仰角23度）

衛星時刻= 20時30分
観測位置= 35/135度
仰角限界= 10度

選択衛星: ●

3次元疑似測位

VDOP= 7.84
HDOP= 1.87
TDOP= 6.48

2次元疑似測位

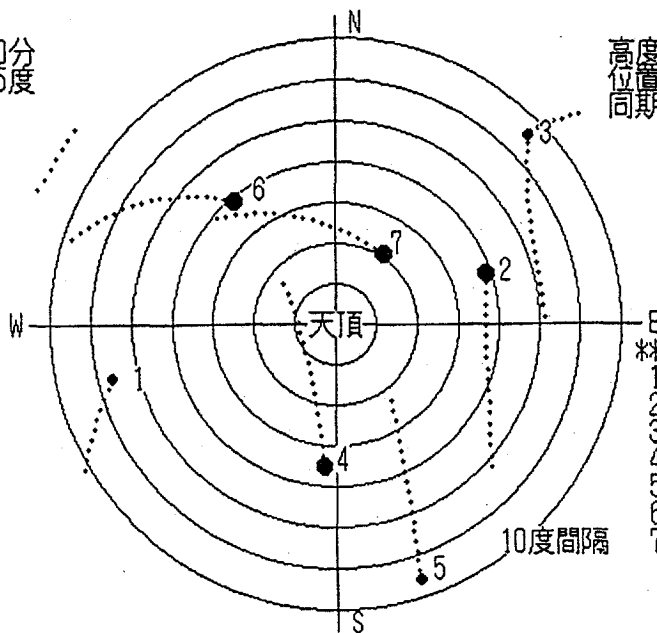
VDOP= 1.94
HDOP= 1.86
TDOP= 1.68

3次元実測位

VDOP= 2.39
HDOP= 1.86

2次元実測位

VDOP= 1.53
HDOP= 1.85
(最小自乗測位)



高度誤差比= 2.0
位置誤差比= 2.0
同期誤差比= 2.0

統合最適測位

VDOP= 1.53
HDOP= 1.55
TDOP= 1.29

衛星緯経度

1 : 15.5/ 89.5
2 : 38.9/ 172.7
3 : 53.4/-151.0
4 : 7.8/ 132.7
5 : -16.3/ 150.0
6 : 54.8/ 101.3
7 : 47.7/ 148.0

第4.15図 衛星配置状態と測位劣化指数 (衛星4基、最小仰角52度)

衛星時刻= 20時30分
観測位置= 35/135度
仰角限界= 10度

選択衛星: ●

3次元疑似測位

VDOP= 5.19
HDOP= 1.79
TDOP= 4.10

2次元疑似測位

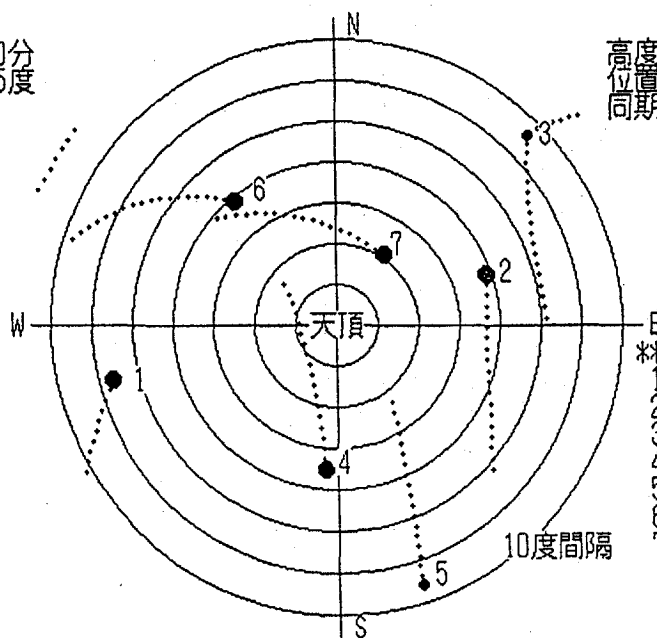
VDOP= 1.87
HDOP= 1.56
TDOP= 1.54

3次元実測位

VDOP= 2.33
HDOP= 1.57

2次元実測位

VDOP= 1.52
HDOP= 1.55
(最小自乗測位)



高度誤差比= 2.0
位置誤差比= 2.0
同期誤差比= 2.0

統合最適測位

VDOP= 1.51
HDOP= 1.35
TDOP= 1.21

衛星緯経度

1 : 15.5/ 89.5
2 : 38.9/ 172.7
3 : 53.4/-151.0
4 : 7.8/ 132.7
5 : -16.3/ 150.0
6 : 54.8/ 101.3
7 : 47.7/ 148.0

第4.16図 衛星配置状態と測位劣化指数 (衛星5基、最小仰角33度)

4.9 確定法における測位精度の幾何学的表現

4.3 項では、確定法における各型式の測位方式の測位誤差を行列の形式で定式化した。これにより、4.6 項ではこれらの誤差の性質を解析的に把握することができた。この項では、(4.33)～(4.38)式等で表される誤差方程式をさらにブレイクダウンして、衛星配置を示す幾何学的要素と測位精度の関係を導く。

第4.1図～第4.4図を参考にすれば、衛星の単位ベクトル m_i ($i=1,2,3,4$) 及び鉛直下方向の単位ベクトル m_x は、3 衛星の単位ベクトル m_1 、 m_2 、 m_3 または 2 衛星と鉛直上方向の単位ベクトル m_1 、 m_2 、 m_y ($=-m_x$) の頂点を通る三角形 $S_1S_2S_3$ または $S_1S_2S_y$ の平面に直角な単位ベクトル u_0 と平面に平行なベクトル r_i を用いて、

$$m_i = r_i + h_0 u_0 \quad (i=1,2,3) \quad (4.131)$$

$$m_j = r_j + h_j u_0 \quad (j=4 \text{ or } x) \quad (4.132)$$

で表すことができる。また、以下の解析の便宜のため、

$$m_y = -m_x = r_y + h_y u_0 \quad (4.133)$$

とし、2次元実レンジ型測位では、単位ベクトル m_1 、 m_2 及び m_y の頂点を通る三角形 $S_1S_2S_y$ の平面に直角方向の単位ベクトルを u_0 とするため、

$$h_x = h_0 \quad (4.134)$$

である。さらに、上記三角形の平面上にあり、 r_i に直角な単位ベクトル

$$u_i = (u_0 \times r_i) / |r_i| \quad (4.135)$$

を定義して、以下ではベクトル

$$s_{ij} = u_i - u_j \quad (4.136)$$

を用いる。従って、 $h_0 = \cos \phi_0$ 、 $|r_i| = \sin \phi_0$ である。

また、ベクトル m_i 、 m_j 及び m_k の頂点によって構成される三角形 $S_iS_jS_k$ の面積の2倍の値を A_{ijk} とすれば、 i 、 j 及び k が 1、2、3、4、 x または y となる場合に対して、

$$A_{ijk} = |r_i \times r_j + r_j \times r_k + r_k \times r_i| \quad (4.137)$$

が成立する。2つのベクトル m_i 及び m_j の頂点と外接円の中心点 C によって構成される三角形 CS_iS_j の面積の2倍の値 $A_{c,ij}$ は

$$A_{c,ij} = |r_i \times r_j| \quad (4.138)$$

で表される。

以下では、実レンジ型及び擬似レンジ型の測位誤差と測距誤差を関係づける逆行列 H_R^{-1} 及び H_Q^{-1} を

$$H_R^{-1} = [g_{R1} \ g_{R2} \ g_{R3}] \quad (4.139)$$

$$H_Q^{-1} = \begin{bmatrix} g_{Q1} & g_{Q2} & g_{Q3} & g_{Q4} \\ g_{T1} & g_{T2} & g_{T3} & g_{T4} \end{bmatrix} \quad (4.140)$$

で表し、これらを衛星配置に関する上記の幾何学的要素を用いて解析的に表現する。これらの行列の成分を用いれば、測位誤差 δr 、 δq と測定偏差 δZ_i との関係は次式によって表される。

$$\delta r = \sum_{i=1}^3 g_{Ri} \delta Z_i \quad (\text{実レンジ型測位}) \quad (4.141)$$

ただし、2次元測位では、 $\delta Z_3 = -\delta r_{xm}$ (高度較正データ偏差) となる。

$$\delta r = \sum_{i=1}^4 g_{Qi} \delta Z_i \quad (4.142)$$

$$\delta q = \sum_{i=1}^4 g_{Ti} \delta Z_i \quad (\text{擬似レンジ型測位}) \quad (4.143)$$

ただし、2次元測位では、 $\delta Z_4 = -\delta r_{xm}$ である。

【3次元実レンジ型測位】

(4.21)式の行列式 V_R に(4.131)式を代入すれば、

$$\begin{aligned} V_R &= V_{123} \\ &= (r_1 + h_0 u_0) \cdot \{(r_2 + h_0 u_0) \times (r_3 + h_0 u_0)\} \\ &= h_0 u_0 \cdot (r_1 \times r_2 + r_2 \times r_3 + r_3 \times r_1) \\ &= A_{123} \cos \phi_0 \end{aligned} \quad (4.144)$$

である。また、(4.20)式の行列成分 $(m_i \times m_j)$ は

$$\begin{aligned}
m_i \times m_j &= (r_i + h_0 u_0) \times (r_j + h_0 u_0) \\
&= r_i \times r_j - h_0 u_0 \times (r_i - r_j) \\
&= A_{0ij} u_0 - \sin \phi_0 \cos \phi_0 s_{ij}
\end{aligned} \tag{4.145}$$

で表される。従って、行列 H_R^{-1} の縦ベクトル g_{Ri} は

$$g_{R1} = \{A_{023}/(A_{123} \cos \phi_0)\} u_0 - (\sin \phi_0 / A_{123}) s_{23} \tag{4.146}$$

$$g_{R2} = \{A_{031}/(A_{123} \cos \phi_0)\} u_0 - (\sin \phi_0 / A_{123}) s_{31} \tag{4.147}$$

$$g_{R3} = \{A_{012}/(A_{123} \cos \phi_0)\} u_0 - (\sin \phi_0 / A_{123}) s_{12} \tag{4.148}$$

となる。

参考に、 $i = 1, 2, 3$ に対して、 $\delta Z_i = -\delta q_m$ とすれば、(4.141)式は

$$\delta r = -(\delta q_m / \cos \phi_0) u_0 \tag{4.149}$$

となる。従って、(4.146)～(4.148)式からも、(4.102)式と同様のクロックオフセットによるレンジ偏位誤差と法線方向の測位誤差との関係が導かれる。

【2次元実レンジ型測位】

高度データを使用する場合は、単位ベクトル m_3 の代わりに m_x が用いられる。ただし、鉛直下方向のベクトルでは幾何学的配置のイメージを捉えにくいため、 m_x は(4.133)式の $-m_y$ で置き換える方がよい。このとき、(4.146)～(4.148)式は以下の式に書き換えられる。

$$g_{R1} = \{A_{02y}/(A_{12y} \cos \phi_0)\} u_0 - (\sin \phi_0 / A_{12y}) s_{2y} \tag{4.150}$$

$$g_{R2} = \{A_{0y1}/(A_{12y} \cos \phi_0)\} u_0 - (\sin \phi_0 / A_{12y}) s_{y1} \tag{4.151}$$

$$g_{R3} = -\{A_{012}/(A_{12y} \cos \phi_0)\} u_0 + (\sin \phi_0 / A_{12y}) s_{12} \tag{4.152}$$

以上の関係式は(4.114)式の関係、即ち、高度データ誤差はそのまま鉛直方向の測位誤差となることを示している。いま、高度データ誤差 δr_{xm} のみによって生じる測位誤差を求めると、(4.141)式より、

$$\delta r = -g_{R3} \delta r_{xm} \tag{4.153}$$

である。従って、測位誤差の鉛直成分 δr_x は

$$\begin{aligned}
\delta r_x &= \delta r \cdot m_y \\
&= -(g_{R3} \cdot m_y) \delta r_{xm}
\end{aligned} \tag{4.154}$$

より求められるため、(4.134)式の関係を用いれば、

$$\begin{aligned}
\delta r_x &= -(g_{R3} \cdot m_y) \delta r_{xm} \\
&= [A_{c12}/A_{12y} - \{u_0 \times (r_1 - r_2)\} \cdot r_y] \delta r_{xm} \\
&= \{(A_{c12} + A_{c2y} + A_{cy1})/A_{12y}\} \delta r_{xm} \\
&= \delta r_{xm}
\end{aligned} \tag{4.155}$$

が導かれる。

【3次元擬似レンジ型測位】

(4.42)式に(4.131)式及び(4.132)式を代入すれば、

$$\begin{aligned}
V_0 &= n_{41} \cdot (n_{12} \times n_{31}) \\
&= \{(r_4 - r_1) + (h_4 - h_0) u_0\} \cdot \{(r_1 - r_2) \times (r_3 - r_1)\} \\
&= -A_{123}(h_4 - h_0)
\end{aligned} \tag{4.156}$$

が得られる。

次に、(4.34)式の行列の要素を $i, j=1, 2, 3$ に関して一般的に表現すれば、

$$\begin{aligned}
n_{14} \times n_{j4} &= (r_1 \times r_j + r_j \times r_4 + r_4 \times r_1) + (h_4 - h_0) u_0 \times (r_1 - r_j) \\
&= A_{41j} u_0 + (h_4 - h_0) \sin \phi_0 s_{1j}
\end{aligned} \tag{4.157}$$

$$n_{12} \times n_{31} = -A_{123} u_0 \tag{4.158}$$

$$\begin{aligned}
V_{41j} &= h_0 u_0 \cdot (r_1 \times r_j + r_j \times r_4 + r_4 \times r_1) \\
&\quad + (h_4 - h_0) u_0 \cdot (r_1 \times r_j) \\
&= A_{41j} h_0 + A_{c1j}(h_4 - h_0)
\end{aligned} \tag{4.159}$$

$$V_{123} = A_{123} h_0 \tag{4.160}$$

となる。従って、(4.140)式の各要素は次式で表される。

$$g_{01} = -\{(A_{423}/A_{123})/(h_4 - h_0)\} u_0 - (\sin \phi_0 / A_{123}) s_{23} \tag{4.161}$$

$$g_{02} = -\{(A_{431}/A_{123})/(h_4 - h_0)\} u_0 - (\sin \phi_0 / A_{123}) s_{31} \quad (4.162)$$

$$g_{03} = -\{(A_{412}/A_{123})/(h_4 - h_0)\} u_0 - (\sin \phi_0 / A_{123}) s_{12} \quad (4.163)$$

$$g_{04} = \{1/(h_4 - h_0)\} u_0 \quad (4.164)$$

$$g_{T1} = (A_{423}/A_{123})\{h_0/(h_4 - h_0)\} + A_{c23}/A_{123} \quad (4.165)$$

$$g_{T2} = (A_{431}/A_{123})\{h_0/(h_4 - h_0)\} + A_{c31}/A_{123} \quad (4.166)$$

$$g_{T3} = (A_{412}/A_{123})\{h_0/(h_4 - h_0)\} + A_{c12}/A_{123} \quad (4.167)$$

$$g_{T4} = -h_0/(h_4 - h_0) \quad (4.168)$$

参考に、 $i = 1, 2, 3, 4$ に対して、 $\delta Z_i = -\delta s_0$ とすれば、(4.142)式及び(4.143)式は

$$\begin{aligned} \delta r &= \delta s_0 u_0 [\{(A_{423} + A_{431} + A_{412})/A_{123}\} - 1]/(h_4 - h_0) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.169)$$

$$\begin{aligned} \delta q &= \delta s_0 \{1 - (A_{423} + A_{431} + A_{412})/A_{123}\} \{h_0/(h_4 - h_0)\} \\ &\quad - \delta s_0 (A_{c23} + A_{c31} + A_{c12})/A_{123} \\ &= -\delta s_0 \end{aligned} \quad (4.170)$$

となり、(4.39)～(4.40)式と同じ関係、即ち、レンジ偏位は測位誤差の要因とはならないことが示される。

【2次元擬似レンジ型測位】

(4.48)式に(4.131)式及び(4.132)式を代入すれば、

$$\begin{aligned} V_0 &= m_x \cdot (n_{12} \times n_{31}) \\ &= (r_x + h_x u_0) \cdot \{(r_1 - r_2) \times (r_3 - r_1)\} \\ &= A_{123} h_v \end{aligned} \quad (4.171)$$

が得られる。

次に、(4.47)式の行列の要素を $i, j = 1, 2, 3$ に関して一般的に表現すれば、

$$m_x \times n_{ij} = (r_x + h_x u_0) \times (r_i - r_j)$$

$$\begin{aligned}
&= (-r_i \times r_j - r_v \times r_i - r_j \times r_v + r_i \times r_j) \\
&\quad - h_v u_0 \times (r_i - r_j) \\
&= (A_{c1j} - A_{v1j}) u_0 - h_v \sin \phi_0 s_{1j}
\end{aligned} \tag{4.172}$$

$$\begin{aligned}
V_{x1j} &= -h_0 u_0 \cdot (r_i \times r_j + r_j \times r_v + r_v \times r_i) \\
&\quad - (h_v - h_0) u_0 \cdot (r_i \times r_j) \\
&= -(A_{v1j} - A_{c1j}) h_0 - A_{c1j} h_v
\end{aligned} \tag{4.173}$$

となる。従って、(4.140)式の各要素は次式で表される。

$$g_{a1} = \{(A_{c23} - A_{v23})/A_{123}/h_v\} u_0 - (\sin \phi_0/A_{123}) s_{23} \tag{4.174}$$

$$g_{a2} = \{(A_{c31} - A_{v31})/A_{123}/h_v\} u_0 - (\sin \phi_0/A_{123}) s_{31} \tag{4.175}$$

$$g_{a3} = \{(A_{c12} - A_{v12})/A_{123}/h_v\} u_0 - (\sin \phi_0/A_{123}) s_{12} \tag{4.176}$$

$$g_{a4} = -(1/h_v) u_0 \tag{4.177}$$

$$g_{T1} = \{(A_{v23} - A_{c23})/A_{123}\} (h_0/h_v) + A_{c23}/A_{123} \tag{4.178}$$

$$g_{T2} = \{(A_{v31} - A_{c31})/A_{123}\} (h_0/h_v) + A_{c31}/A_{123} \tag{4.179}$$

$$g_{T3} = \{(A_{v12} - A_{c12})/A_{123}\} (h_0/h_v) + A_{c12}/A_{123} \tag{4.180}$$

$$g_{T4} = h_0/h_v \tag{4.181}$$

参考に、 $i = 1, 2, 3$ に対して、 $\delta Z_i = -\delta s_0$ 、 $\delta Z_4 = 0$ (高度誤差) とすれば、(4.142)式及び(4.143)式は

$$\delta r = 0 \tag{4.182}$$

$$\delta q = -\delta s_0 \tag{4.183}$$

となり、(4.169)式、(4.170)式と同じ関係式が得られる。

また、高度データ誤差 δr_{xm} に対する鉛直方向の測位誤差についても、2次元実レンジ型測位の場合と同様に、

$$\begin{aligned}
\delta r_x &= -(g_{a4} \cdot m_v) \delta r_{xm} \\
&= \delta r_{xm}
\end{aligned} \tag{4.184}$$

が導かれる。

第5章 航法衛星のグローバル配置

5.1 航法衛星の配置軌道

第4章では、測距電波源である衛星の配置は測位精度に大きな影響を与えることが示された。この章では、より少ない衛星数によって、所定域の高精度で連続的な測位が行える数種の衛星配置形態を検討する。このような検討は効率的な衛星測位システムの構築と運用に欠かせないことである。

測距電波源として利用できる衛星の軌道には、大きく分けて静止／地球同期軌道と高軌道傾斜角の周回軌道がある。軌道の形状としては円軌道と長楕円軌道があるが、前者は測位性能のグローバルな均一性を提供するのに対して、後者はこれをあえて不均一にして、同一衛星数で限定域での測位性能を改善するものである。しかし、両者とも衛星測位の特徴を顕著にするものではないので、以下では円軌道に限定して衛星配置の問題を検討することとする。

静止軌道を適用する場合、日本の位置する緯度では、衛星は仰角40度程度、南側の方向に静止して見える。従って、限定域の測距電波源としてはたいへん効率的であり、2次元実レンジ型測位であれば、2基の静止衛星による最も簡易な測位システムを構築することができる。しかし、衛星・地上間の距離が3万6千kmと離れているため、衛星を静止軌道に投入するコストや測距電波の受信電力において、低高度の周回衛星よりも不利である。また、静止軌道は放送、通信などの固定通信には適しているが、衛星間の電波干渉を考えると衛星の配置間隔に制約がある。従って、無制限に利用できる軌道ではなく、これらの利用に関しては国際的に管理されることとなっている。

一方、周回軌道を適用する場合、測距電波源としての衛星は観測者から見え隠れしつつ、地球を周回する。このため、連続的な測位を可能とするには、同じ測位支援機能を持つ多数の周回衛星を配置しなければならない。しかし、静止軌道に較べて、利用できる軌道は豊富にあり、衛星の軌道投入、衛星との通信リンクの面でも有利である。従って、将来、衛星のコストダウンが進めば、周回軌道は多くの測位通信衛星に利用されるようになるものと思われる。

ところで、国際社会の情報ネットワーク化が進展するなかで、グローバルな衛星ミッションとして要請され、また国際的な事業として将来有望視されているものとして、全世界で利用可能なグローバル移動体通信がある。これは可視衛星数に対する要求の相違を除けば、衛星通信を利用する点で測位システムと統合しうるシステムである。従って、この章では測位通信複合衛星システムを念頭に入れ、これに適用する衛星配置について議論する。まず、適正な規模で

グローバル性が達成できる衛星軌道について検討を加え、つぎに、衛星配置と測位精度やその連続性について解析的に考察する。衛星配置数や配置軌道に対する測位からの要求は移動体通信からの要求よりも厳しいことから、ここでは測位性能と衛星配置の係わり合いに重点を置いて議論する。

5.2 衛星配置軌道の種類と適用例

現在、測位、通信、地球観測等で利用されている衛星配置軌道は、大きく分類して、静止軌道、極軌道及び通常の周回軌道である。以下では、グローバルミッションを可能とする衛星配置形態を静止軌道配置型、極軌道配置型及び中高度以上の周回軌道配置型に分類して、それらの実施例と特徴を議論しよう。システムまたは運営する組織名は第1.1表及び第1.2表に示されている。

【静止軌道配置型】

複数の静止衛星を配置して、個々に或いは連係して測位、通信または観測に利用する。衛星仰角の制約から、高緯度域での運用は不可であるが、3基程度の衛星配置で通信及び観測のグローバル性が達成できる。測位については、少なくとも2基の衛星が可視である限定域で2次元測位が可能である。

この配置型は衛星を通信手段として利用する場合の最も典型的な形式であり、INTELSAT、INMARSAT等の国際通信において既に馴染みが深い。地球観測の分野では、お互いに連係した運用ではないが、既に全世界の気象は3基の静止気象衛星によって観測される体制になっている。測位の分野では、局域の運用ではあるが、3基の静止衛星を測距電波の中継手段として、局域の測位サービスを提供する事業（米国のSTARFIX）が行われている。

この形式の特徴は、なによりも少数の衛星により連続した運用が可能な点にあるが、静止軌道は限られた貴重な資源であり、その利用には国際的な配慮が求められる。また、静止軌道は地表から遠距離にある点で、通信や観測には利用面の制約がある。

この配置型の派生として、静止軌道と同じ高度に30～60度の傾斜角を持たせた地球同期軌道を併用する衛星配置が考えられる。極域での通信や測位精度の向上に有効であるが、連続運用を行うには複数の地球同期衛星を配備する必要があり、実利用の実績はない。

【極軌道配置型】

複数の衛星を高度1千km前後の極軌道に配置して、移動体の近傍を通過する衛星を測位、通信または観測に利用する。高緯度域を含む全世界で利用できるが、低軌道高度であるために可視性（測位、通信では電波の送受信可能域、観測では走査域の広さ）が悪い。このため、高頻度を利用するには多数の衛星を配置する必要がある、連続測位には不向きな衛星配置型である。

この配置型では観測の地方時刻を同一とする太陽同期や、全地表を隈なく周期的に走査する回帰、準回帰の軌道が容易に採れるため、地球観測衛星のほとんどはこの配置型を適用している。また、測位の分野では、衛星が送信する電波のドップラー周波数変移を観測して、移動体の位置を求める米国の測位システム（NNSS）にも利用されている。しかし、ドップラー周波数変移の測定には低軌道が必要であるため、衛星の可視域が著しく制限される。また、このシステムでは衛星が通過した際の周波数の変化を測定する必要があるため、衛星通過毎に1回の間欠的な測位となる。従って、衛星配置数が5、6基であっても、測位が行える頻度は高々1時間に1回前後である。

この衛星配置は今後も主に地球観測衛星に利用されると思われるが、可視域が狭い範囲に限定されるため、多頻度かつ連続的な測位や通信を行うには多数の衛星を配置しなければならない。最近、多数の極軌道衛星を配置して、グローバルな移動体通信事業（Iridium計画と言われる）を展開しようとする企業が現れている。確かに、低高度の極軌道がとられる場合、衛星が1基であっても地球の自転により地球表面を隅なく移動するため、地球観測や間欠的な通信には有望である。しかし、グローバルな通信や連続的な測位の手段として利用するには、必要衛星数が膨大となる点で不利であると思われる。

【中高高度周回軌道配置型】

複数の衛星を高度1～2万kmの傾斜角50～60度の複数の周回軌道に配置して、全世界をまんべんなく被覆し、測位、通信に利用する。衛星数を増加させれば、全世界で常に複数の衛星が可視状態となるような衛星群が得られるから、多数の衛星を配置するのであれば、グローバルな測位及び移動体通信に対して有効な形態である。円軌道の代わりに楕円軌道を利用して、局域の可視性を改善することも実際に行われている。

この配置型は、衛星・地表間距離、衛星の可視性から判断して、連続的測位、移動体通信の双方に適合する形式である。米国のGPSは高度約2万kmの複数の円軌道に24基の衛星を配置して、連続的測位を可能とする測位システムであり、この形式の代表例である。旧ソ連にもGLONASSと呼ばれるGPSに類似し

た測位システムがあり、現在も継続して整備中である。

この形式の特徴は、適切な個数の衛星によって地球をまんべんなく被覆する軌道が採れ、静止軌道のような資源としての限界はほとんどないことである。また、移動体の高度を既知とする2次元測位が可能となるには、少なくとも3基の衛星が可視状態でなければならないが、このような衛星可視条件は移動体通信の条件をも満足するものである。移動体通信、観測ミッションに対しては、極軌道配置型のように地表に近接した観測とはならないために、前述したように受信電力や観測データの分解能等の点で用途は限定されるが、将来、広範囲にわたって迅速かつ間断なく観測・分析し、地球環境をグローバルに監視し、情報を提供する通信ネットワークの構築に適用できよう。

以上述べたように、グローバルな衛星配置形態は3つの基本的な形式に分類され、また、それぞれの特徴を生かした複合の形態も検討されている。しかし、複数の衛星が同時に運用されてグローバルな機能を達成する衛星システムとしては、現状では測位の分野の中高高度周回軌道配置型のGPSが唯一であり、通信や観測の分野では各衛星は未だ個別的或いは局域的に運用されている。

5.3 衛星可視性と配置衛星数

衛星を利用する測位・通信では、これらの機能の達成度は衛星の可視性に依存し、これは衛星の軌道高度と移動体側での可視仰角境界の関数で表される。

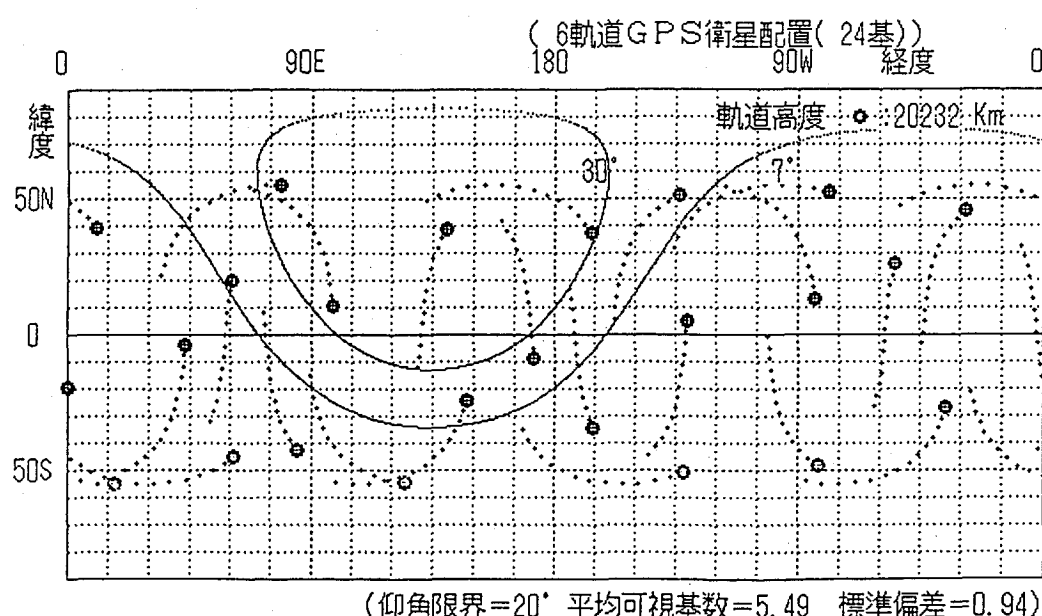
第5.1図は、移動体位置での可視仰角境界と高度2万kmにあるGPS衛星の可視範囲との関係を一例として示したものである。この例では、仰角境界7度のとき可視衛星は8基であるが、仰角境界が30度になると可視衛星数は半減する。従って、特に視界が遮られる陸上測位では測位不能の可能性が高まる。

第5.2図は、可視仰角境界を20度として、日本近辺での衛星の軌道高度と可視範囲との関係を示したものである。低軌道高度の衛星では可視範囲が著しく制限されるため、連続的な測位通信を行うには、上述のイリジウム(Iridium)計画のように多数の衛星を配置する必要のあることがわかる。

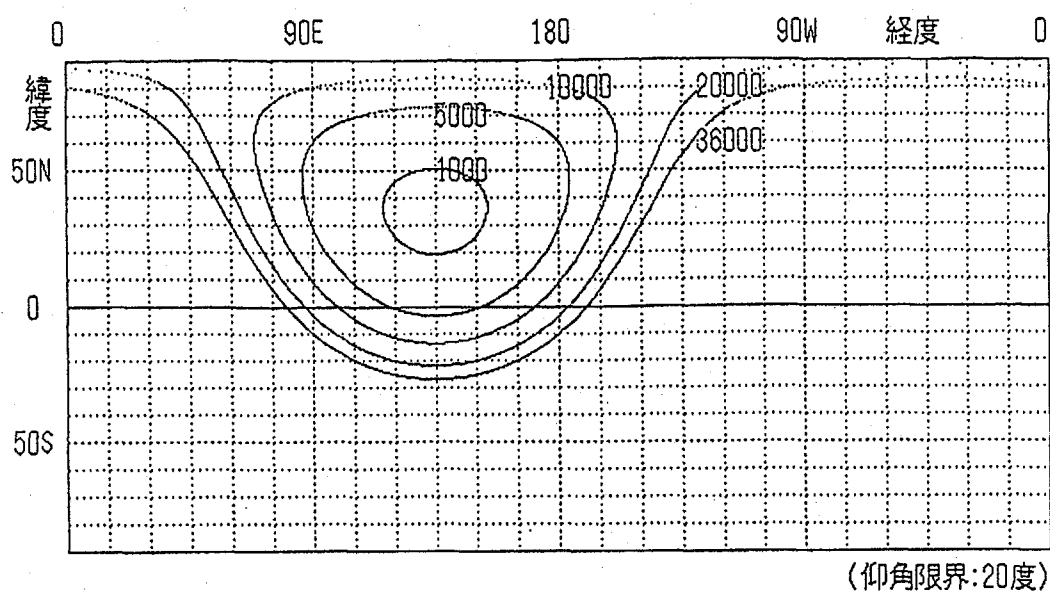
第5.3図は、軌道高度及び仰角境界(10度~60度)をパラメータとして、衛星可視率(地表での衛星可視域と全地球表面の面積の比の値、この逆数が衛星1基で地球全体を被覆するために必要な衛星基数となる)を示したものである。これを参考にして、少なくとも衛星1基が可視となる配置衛星数を求めると、均一に衛星が配置されたとして、高度1千kmの場合は仰角境界10度で28基、

30度で100基、高度2万kmの場合は仰角限界10度で3.3基、30度で6基となる。従って、低軌道高度での可視性はたいへん低いため、可視衛星が1基でも可能な通信の場合はともかくも、3基以上の衛星からの測距電波の受信が必要なGPS型測位を行うには、仰角限界が10度の場合でも必要衛星配置数は80基を超える。従って、連続的な測位情報を提供する測位システムに対して、測距電波源として低軌道衛星を適用することは効率的でない。また、市街地や山間部での運用においては、建物、樹木、地形等により衛星と移動体との電波リンクが遮断され、仰角限界が30度を越える頻度は高くなるだろう。このため、高度2万kmの軌道に24基の衛星が配備されるGPSにおいても平均可視衛星数は4基となり、3次元測位機能は頻繁に中断することになる。

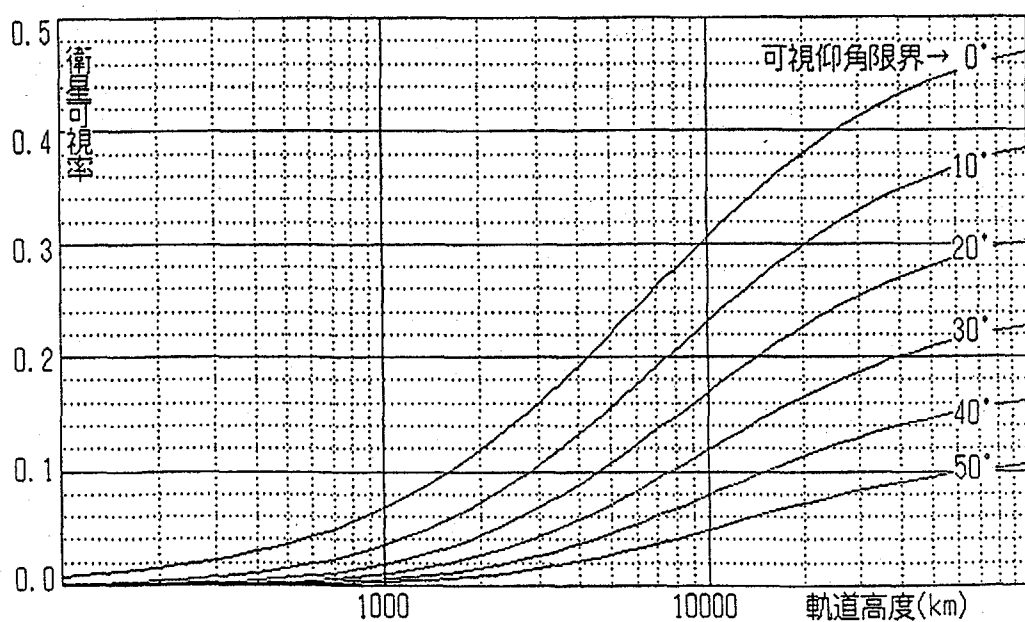
このように、GPS型の連続測位を達成するためには、移動体通信や地球観測よりも数倍の基数の衛星を配置しなければならない。しかし、静止衛星と周回衛星の併用により、必要衛星数の増加を抑えたり、利用者のニーズに応じた局域サービスの向上を図ることもできよう。以上の点を考慮して、次項では静止/地球同期軌道型、中高傾斜角の周回軌道型及び静止・周回軌道複合型の3種の衛星配置形態について、その配置条件や測位上の特徴を考察する。ただし、極軌道配置型や長楕円軌道については考慮しない。



第5.1図 GPS衛星配置状態とGPS衛星可視域(軌道高度2万km)



第5.2図 衛星可視域と軌道高度の関係 (仰角限界20度)



第5.3図 軌道高度及び仰角限界と衛星可視率の関係

5.4 衛星配置と測位精度

【静止／地球同期軌道配置型】

第3章で議論したように、衛星・移動体間の双方向通信により衛星・移動体間の実レンジが測定可能な場合は、衛星2基を用いて2次元の、衛星3基を用いて3次元の実レンジ型測位が可能である。従って、静止軌道に配置された2、3基の通信衛星を利用して、連続測位が可能な局域の測位システムを構築することができる。もちろん、衛星及び地上局の配置域を拡張すれば、グローバルな測位システムにまで発展させることができる。

しかし、静止衛星のみを測距基準点とする場合は、3次元の良好な測位精度を得ることは困難である。これはすべての衛星が赤道面上に位置するからであり、4.3項において各測位方式の測位特性関数を求めて、静止衛星利用の際の測位精度の劣化の程度を大まかに示した。以下では、これらの測位特性関数を活用して、静止衛星を用いた際の測位劣化指数を解析的な関係式で示そう。

●静止衛星利用3次元測位の測位劣化指数

いま、 i 番目の衛星と移動体を結ぶ方向の単位ベクトルを m_i 、レンジ測定誤差を δZ_i 、クロック同期誤差によるレンジ偏位誤差を δq とする。(3.104)式を参考にすれば、3次元実レンジ型の測位誤差 δr は

$$\delta r = \frac{1}{V_R} \begin{bmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ \delta Z_3 \end{bmatrix} + \frac{(m_1 - m_2) \times (m_3 - m_1)}{V_R} \delta q \quad (5.1)$$

$$V_R = m_1 \cdot (m_2 \times m_3) \quad (5.2)$$

で表される。そこで、地球中心を原点とした衛星及び移動体の位置ベクトルを L_i 及び r 、衛星・移動体間レンジを $p_i (= |L_i - r|)$ とすれば、

$$m_i = (L_i - r) / p_i \quad (5.3)$$

であるから、(5.1)式の分母 V_R は

$$V_R = \{ L_1 \cdot (L_2 \times L_3) - r \cdot (L_2 \times L_3 + L_3 \times L_1 + L_1 \times L_2) \} / p_1 p_2 p_3 \quad (5.4)$$

となる。さらに、衛星が静止軌道に配置される場合を考えると、すべての p_i

はほぼ等しく ρ とみなせるから、 $|r| = r_s$ 、 $|L_i| = r_s$ 、移動体の緯度を ϕ 、衛星の静止経度を ϕ_i とすれば、

$$V_R \approx -(r_s r_s^2 / \rho^3) \sin \phi (\sin \phi_{12} + \sin \phi_{23} + \sin \phi_{31}) \quad (5.5)$$

なる関係式が導かれる。ただし、式の簡素化のため、

$$\phi_{ij} = \phi_i - \phi_j \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (5.6)$$

とした。従って、(5.5)式を(5.1)式の右辺第1項に代入すれば、3次元実レンジ型測位のPDOPが近似的に以下の式で表されることがわかる。

$$\text{PDOP} \approx (\sin^2 \phi_{12} + \sin^2 \phi_{23} + \sin^2 \phi_{31})^{1/2} / |V_R| \quad (5.7)$$

ただし、レンジ偏位誤差は無視した。

参考に、静止衛星が30度間隔で配置され、ユーザの経度が中央の衛星の経度と一致するものとしてPDOPを概算すれば、 $\text{PDOP} \approx 34 / \sin \phi$ となる。

つぎに、擬似レンジ型測位では、 δr は(3.98)式を変形して以下の関係式より求められる。

$$\delta r = \frac{1}{V_0} \begin{bmatrix} (n_{24} \times n_{34})^T \\ (n_{34} \times n_{14})^T \\ (n_{14} \times n_{24})^T \\ (n_{12} \times n_{31})^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ \delta Z_3 \\ \delta Z_4 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$V_0 = n_{14} \cdot (n_{24} \times n_{34}) \quad (5.9)$$

$$n_{ij} = m_i - m_j \quad (i, j = 1, 2, 3, 4) \quad (5.10)$$

そこで、(5.5)式を導出した場合と同様の条件を適用すれば、

$$\begin{aligned} V_0 &= m_1 \cdot (m_2 \times m_3) - m_4 \cdot (m_2 \times m_3 + m_3 \times m_1 + m_1 \times m_2) \\ &\approx \{ L_1 \cdot (L_2 \times L_3) - L_4 \cdot (L_2 \times L_3 + L_3 \times L_1 + L_1 \times L_2) \} / \rho^3 \end{aligned} \quad (5.11)$$

なる関係式が導かれる。従って、4衛星とも静止軌道にある場合は、 L_i はすべて同一平面内にあるため、(5.11)式の右辺の{ }内は零となるから、

$$V_0 \approx 0 \quad (5.12)$$

となる。従って、PDOPの近似的な関係式を求めることはできない。

● 静止衛星利用 2 次元測位の測位劣化指数

移動体の高度が既知であるある場合、高度データの精度に相応した精度の 2 次元測位が可能である。

まず、移動体と地球中心を結ぶ単位ベクトル m_x を

$$m_x = -r / r_s \quad (5.13)$$

とすれば、(5.2)式及び(5.9)式は、

$$V_R = m_x \cdot (m_1 \times m_2) \quad (5.14)$$

$$V_Q = m_x \cdot (n_{12} \times n_{31}) \quad (5.15)$$

となる。従って、静止衛星が適用される場合は、

$$\begin{aligned} V_R &\doteq -r \cdot (L_1 \times L_2) / r_s \rho^2 \\ &= (r_s / \rho)^2 \sin \phi \sin \phi_{12} \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} V_Q &\doteq r \cdot (L_2 \times L_3 + L_3 \times L_1 + L_1 \times L_2) / r_s \rho^2 \\ &= -(r_s / \rho)^2 \sin \phi (\sin \phi_{12} + \sin \phi_{23} + \sin \phi_{31}) \end{aligned} \quad (5.17)$$

となる。従って、3 次元測位の場合と同様に、左右端にある静止衛星の経度差を ϕ 、ユーザの経度を衛星配置幅の中央の経度と一致するものとすれば、2 次元の実レンジ型および擬似レンジ型の PDOP は近似的に以下の式で表される。

・実レンジ型

$$\begin{aligned} \text{PDOP} &\doteq (p / r_s)^2 [1 / \{2 \sin^2(\phi / 2)\} \\ &\quad + \{(3 + \tan^2(\phi / 2)) / (2 \sin^2 \phi)\}]^{1/2} \\ &\doteq 0.8(7.5 + 1.5 / \sin^2 \phi)^{1/2} \quad (\phi = 30 \text{度のとき}) \end{aligned} \quad (5.18)$$

・擬似レンジ型

$$\begin{aligned} \text{PDOP} &\doteq (p / r_s)^2 [1 / \{2 \sin^2(\phi / 2)\} \\ &\quad + \{2 + 3 / (1 - \cos(\phi / 2))^2\} / (2 \sin^2 \phi)]^{1/2} \\ &\doteq 0.8(1.0 + 18.5 / \sin^2 \phi)^{1/2} \quad (\phi = 90 \text{度のとき}) \end{aligned} \quad (5.19)$$

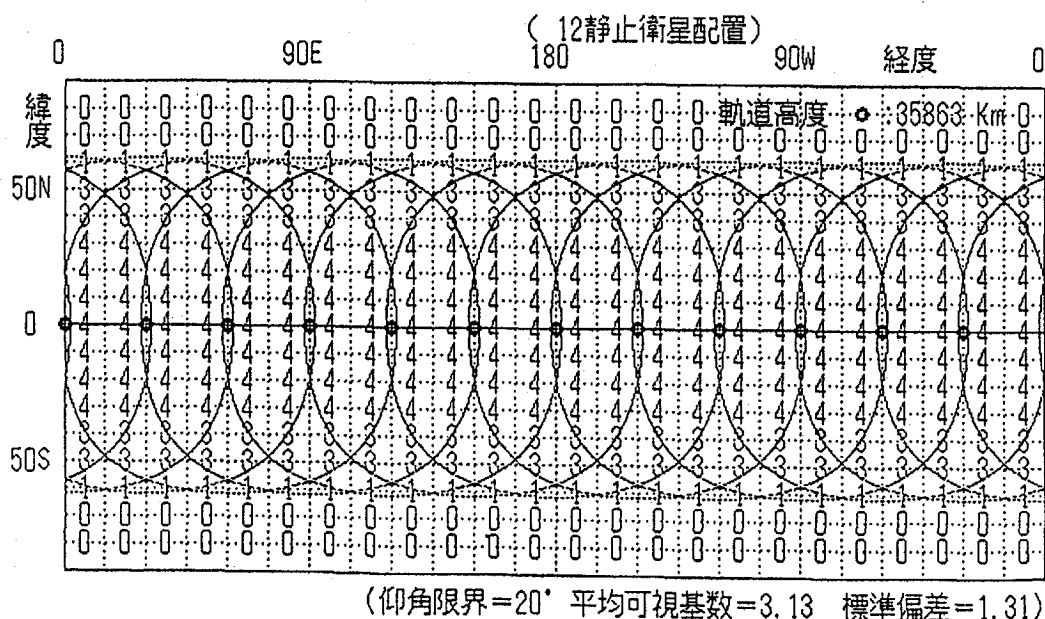
ただし、高度データ誤差の標準偏差はレンジ誤差の標準偏差に等しいとした。このように、2 次元測位の測位精度は衛星静止経度差に強く左右されるが、3 次元測位に比較して大幅に改善されることがわかる。

以上の解析より、静止衛星のみを測距基準点とする方式では高精度な3次元測位は困難であり、高度データの利用が適切であることがわかった。また、2次元測位であっても、移動体が赤道に接近すると特性関数 V_R 及び V_0 がともに零に近づくため、赤道近辺での測位精度は著しく不良となることも(5.18)式及び(5.19)式により明かである。

第5.4図は、12基の衛星を静止軌道に均一に配列して、極域を除くグローバルな被覆を可能とした衛星配置例で、図中には仰角限界20度の衛星可視域が示されている。2次元実レンジ型測位の可能域は、赤道近傍を除く衛星可視域が2重以上となる領域である。そこで、2衛星の静止経度をそれぞれ ϕ_1 及び ϕ_2 、移動体の測定高度及びクロック同期の誤差比例係数を κ_x 及び κ_c 、移動体は緯度 ϕ にあって、静止衛星のほぼ中央に位置するものとし、移動体位置での水平面内の測位劣化指数HDOPを求めれば、

$$\text{HDOP}^2 = \frac{(p/r_s)^2}{2\sin^2(\phi/2)} + \frac{(p/r_s)^2(1+2\kappa_c^2)}{2\sin^2\phi \cos^2(\phi/2)} + \frac{\kappa_x^2}{\tan^2\phi} \quad (5.20)$$

なる近似式が得られる。ただし、 $\phi = \phi_1 - \phi_2$ である。



第5.4図 静止衛星によるグローバル衛星配置と可視衛星数

また、第5.4図において衛星可視域が3重以上となる領域では、2次元擬似レンジ型測位が可能となる。そこで、上記の2衛星の中央に第3番目の静止衛星が配置され、移動体は緯度 ϕ にあって、第3番目の静止衛星と同じ経度に位置するものとするれば、HDOPは近似的に

$$\text{HDOP}^2 = \frac{(p/r_s)^2}{2\sin^2(\phi/2)} + \frac{3(p_0/r_s)^2}{2\nu^2\sin^2\phi} + \frac{\kappa_x^2}{\tan^2\phi} \quad (5.21)$$

$$\nu = 1 - (p_0/p)\cos(\phi/2) \quad (5.22)$$

となる。ただし、 $p_0 = r_s - r_0$ である。

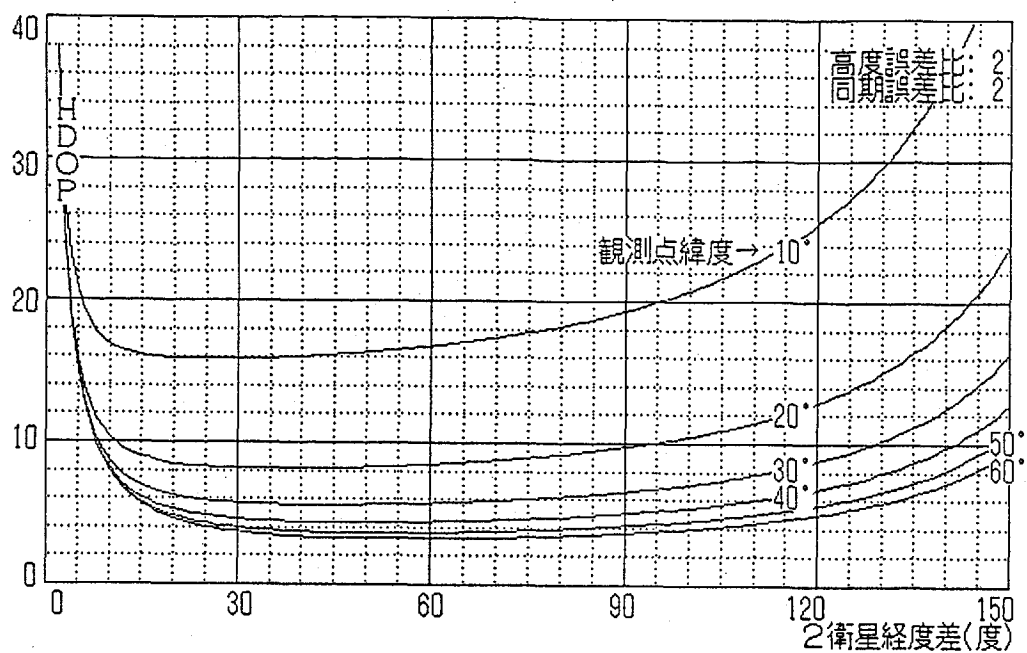
以上のHDOPに関する(5.20)式及び(5.21)式を比較すると、両右辺の第2項を除き同一である。即ち、第1項は衛星経度差に係わる測位劣化の程度を示しており、経度差 ϕ が30度でHDOPは2.3程度である。第3項は観測緯度に係わるもので、緯度30度でHDOPは $1.7\kappa_x$ である。しかし、第2項については両者の性質はやや異なる。いま、レンジ偏位の誤差比例係数を2、観測緯度を上記と同じように30度、衛星経度差も30度とすれば、実レンジ型では第2項によるHDOPは約4であるが、擬似レンジ型では50を越える。そこで、衛星経度差を60度にするれば、擬似レンジ型ではHDOPは約15まで減少する。このように、擬似レンジ型では衛星経度差がHDOPに大きな影響を与える。この性質は(5.18)式、(5.19)式からも窺える。

第5.5図及び第5.6図は、(5.20)式及び(5.21)式を用いて、 $\kappa_x=2$ 、 $\kappa_0=2$ のときのHDOPを観測点の緯度(10度～60度)をパラメータとして算出したものである。これによれば、2次元擬似レンジ型測位では、緯度30度でHDOPが8以上となる測位精度を得るには、3衛星経度差を90度程度(45度程度の経度差間隔で3基の静止衛星を配置)にする必要があり、可測位域が狭くなる。しかし、クロック同期データを使用する2次元実レンジ型測位では、経度差が20～30度でも、緯度30度でHDOP=6となっている。

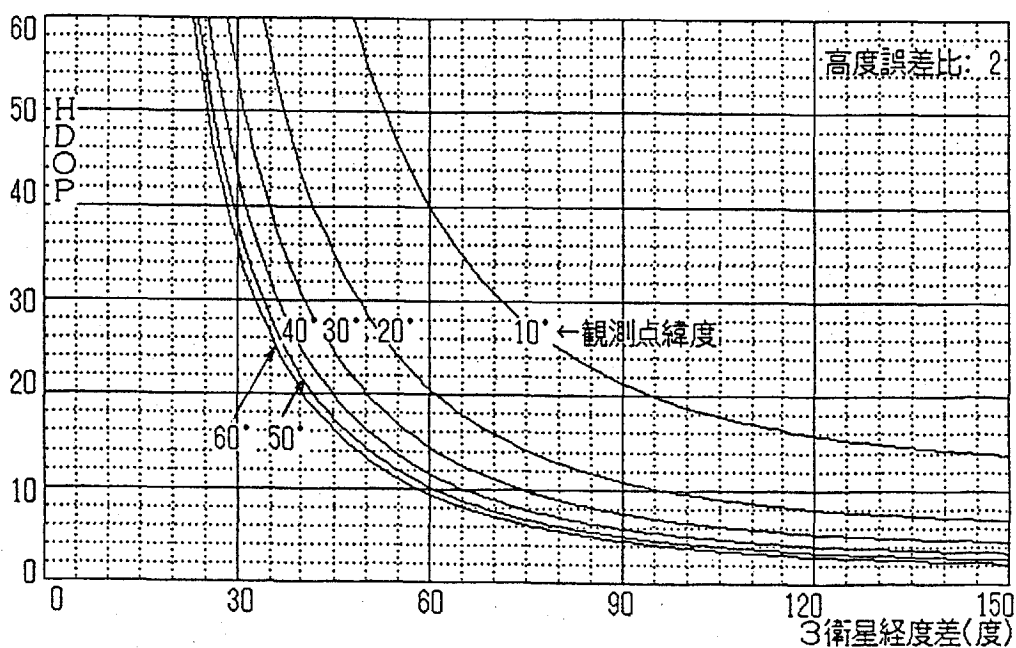
以上のHDOPに関する関係式は、4.3項に示された測位計算式を移動体位置での鉛直軸(x)、東西軸(y)及び北南軸(z)からなる局地水平座標軸で表現することによって導出される。

(4.46)式～(4.50)式を参考にして、2次元擬似レンジ型測位の位置誤差 δr を表現すれば、

$$\delta r = \frac{1}{V_0} \begin{pmatrix} (m_x \times n_{23})^T \\ (m_x \times n_{31})^T \\ (m_x \times n_{12})^T \\ (n_{12} \times n_{31})^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} m_1 \cdot \delta L_1 - \delta S_1 \\ m_2 \cdot \delta L_2 - \delta S_2 \\ m_3 \cdot \delta L_3 - \delta S_3 \\ -\delta r_{xm} \end{pmatrix} \quad (5.23)$$



第5.5図 2 静止衛星による2次元実レンジ型の測位精度



第5.6図 3 静止衛星による2次元擬似レンジ型の測位精度

である。そこで、(4.52)式よりも厳密な関係を得るために、 $p_1 \neq p$ とすれば、

$$V_0 = (r_s^2 / p_1 p_2 p_3) \sin \phi (p_1 \sin \phi_{23} + p_2 \sin \phi_{31} + p_3 \sin \phi_{12}) \quad (5.24)$$

が得られる。さらに、表現の簡素化のために移動体経度を ϕ_0 として、(5.23)式の行列の要素を求めると、

$$m_x \times n_{23} = - (r_s / p_2 p_3) \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \phi (p_2 \cos \phi_{30} - p_3 \cos \phi_{20}) \\ p_2 \sin \phi_{30} - p_3 \sin \phi_{20} \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

$$m_x \times n_{31} = - (r_s / p_3 p_1) \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \phi (p_3 \cos \phi_{10} - p_1 \cos \phi_{30}) \\ p_3 \sin \phi_{10} - p_1 \sin \phi_{30} \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

$$m_x \times n_{12} = - (r_s / p_1 p_2) \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \phi (p_1 \cos \phi_{20} - p_2 \cos \phi_{10}) \\ p_1 \sin \phi_{20} - p_2 \sin \phi_{10} \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

$$n_{12} \times n_{31} = - V_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1/\tan \phi \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

となるから、(5.23)式に(5.24)式～(5.28)式を代入することにより、レンジ及び高度の測定誤差に関する測位誤差関係式が導かれる。さらに $\phi_0 = \phi_3$ 、 $\phi/2 = \phi_{23} = \phi_{31}$ とし、水平2軸の成分のRSSをとれば、(5.21)式のHDOPが求められる。ただし、高度測定誤差はレンジ測定誤差の κ_x 倍であるから、(5.23)式の $n_{12} \times n_{31}$ を κ_x 倍、 $-\delta r_{xm}$ を $1/\kappa_x$ 倍して、正規化する必要がある。

また、2次元実レンジ型のHDOPを表す(5.20)式を導出する場合は、第3番目の衛星の測定レンジの代わりに測定レンジ偏位を適用する。従って、(5.23)式の行列に含まれる m_3 を零ベクトルに、第3行目の誤差項($m_3 \cdot \delta L_3 - \delta s_3$)を δq_m に置き換えられ、(5.24)～(5.26)式は以下の式に書き換えられる。

$$V_0 = (r_s^2 / p_1 p_2) \sin \phi \sin \phi_{12} \quad (5.29)$$

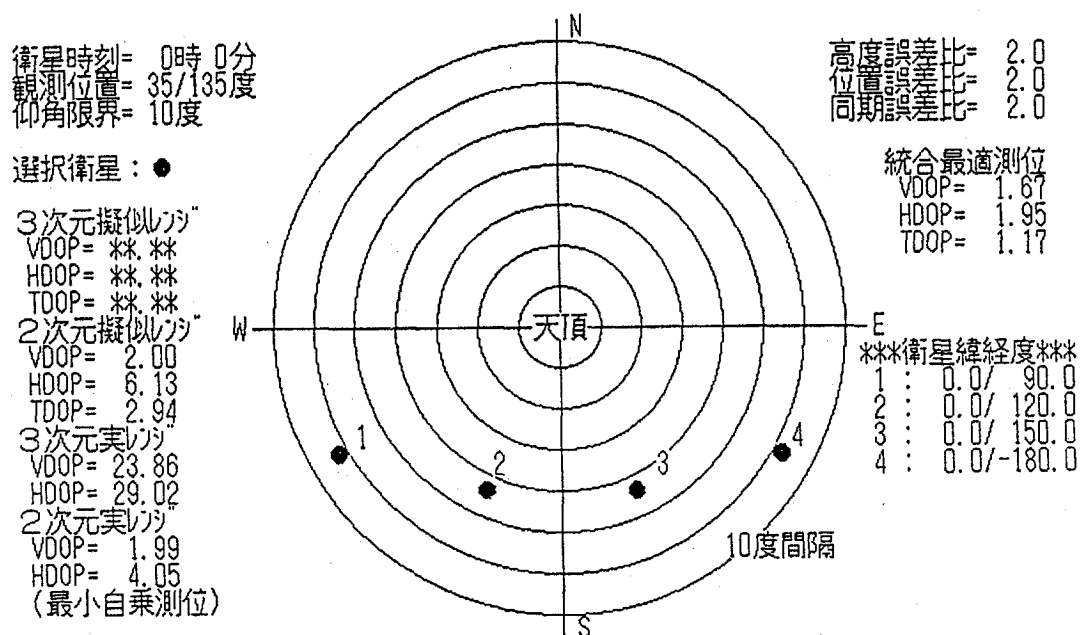
$$m_x \times n_{23} = (r_s / p_2) \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \phi \cos \phi_{20} \\ \sin \phi_{20} \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

$$m_x \times n_{31} = - (r_s / p_1) \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \phi \cos \phi_{10} \\ \sin \phi_{10} \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

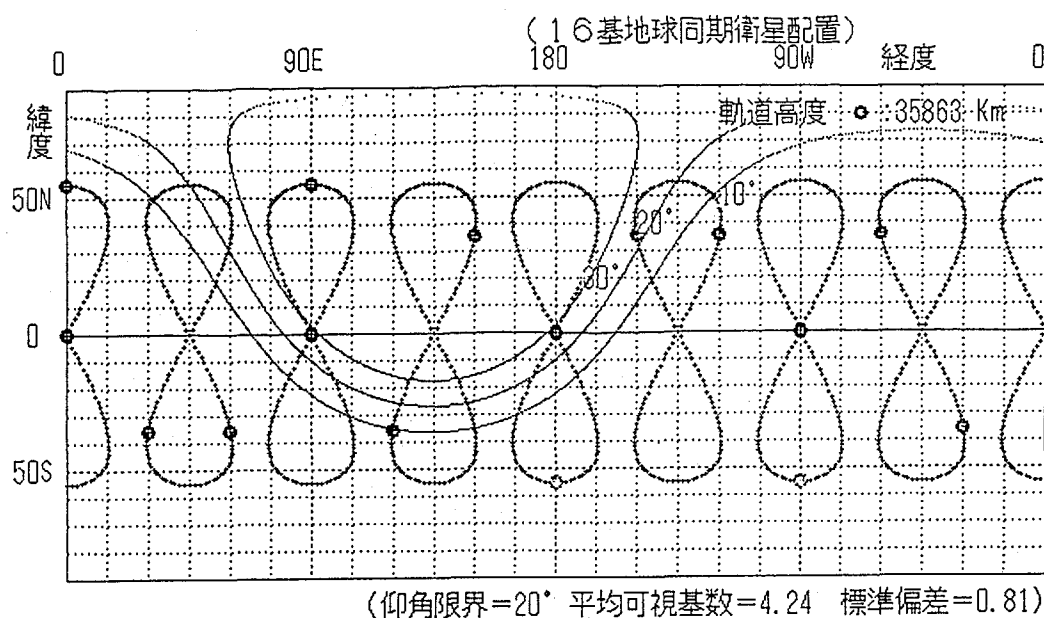
さらに、 $\phi_0 = (\phi_1 + \phi_2)/2$ 、 $\phi = \phi_{12}$ として、水平2軸の成分のRSSより(5.20)式のHDOPが求められる。ただし、レンジ偏位測定誤差はレンジ測定誤差の κ 倍であるから、(5.23)式の行列の要素 $m \times n_{12}$ を κ 倍し、第3行目の誤差項 δq_m を $1/\kappa$ 倍して、正規化する必要がある。

第5.7図には第5.4図の配置における北緯35度、東経135度でのDOPの計算例を示す。これによれば、2次元実レンジ型および2次元擬似レンジ型のHDOPはそれぞれ約4および6となっている。一方、第5.5図 及び第5.6図 の解析解では、静止経度差が30度～90度での実レンジ型のHDOPは約5、90度での擬似レンジ型のHDOPは約8である。従って、第5.7図 では(5.20)式及び(5.21)式の解析解に概ね一致した結果が得られている。また3次元測位については、(5.7)式及び(5.12)式に示すように測位特性関数が著しく小さくなるため、測位劣化指数が大きくなっている。特に擬似レンジ型測位の劣化は著しい。

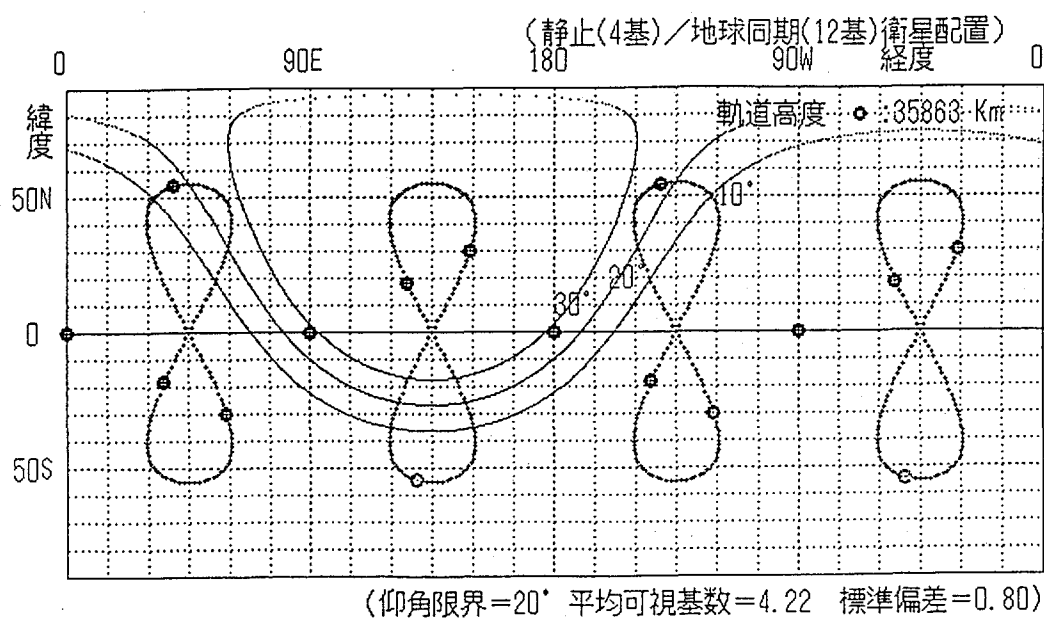
第5.8図 は、静止衛星だけでは極域での可視性は得られないため、16基の地球同期衛星を使用してグローバル性を高めた衛星配置例であり、仰角限界が20度の場合の平均可視衛星数4.22は第5.3図 から求められる結果ともほぼ一致している。また、第5.9図 のように4基の静止衛星と12基の地球同期衛星を併用する衛星配置も考えられる。このような地球同期衛星を利用すると、赤道上空から離れた衛星が利用できるため、極域や赤道近辺での測位が可能となる。



第5.7図 静止衛星利用測位の精度比較 (最小自乗法)



第5.8図 16基地地球同期衛星によるグローバル衛星配置



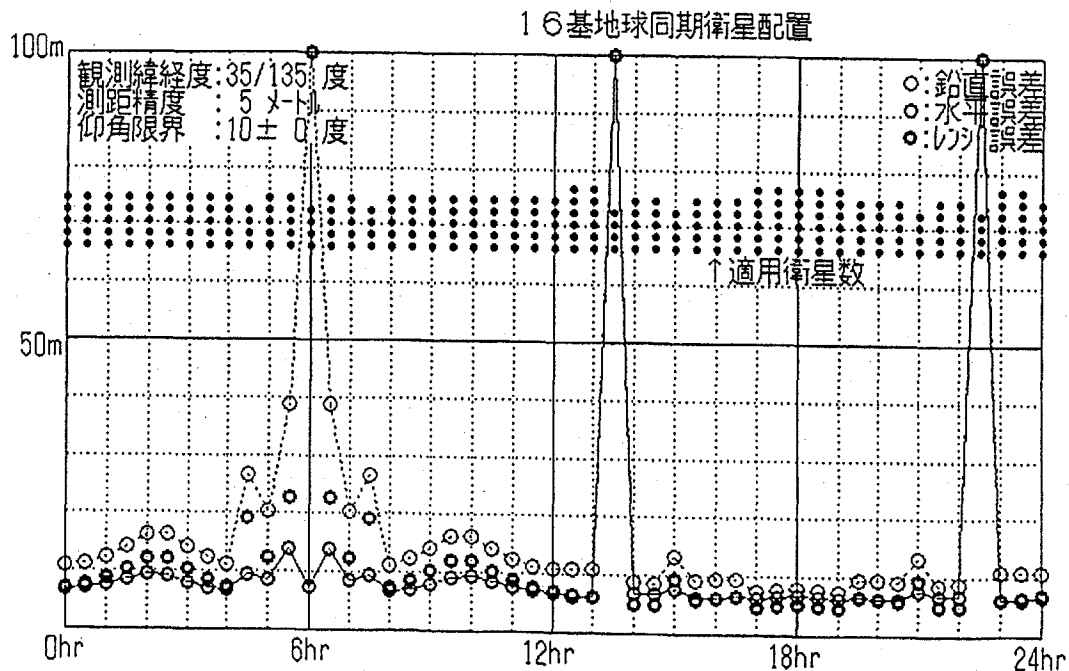
第5.9図 静止/地球同期衛星によるグローバル衛星配置

第5.10図～第5.12図には、移動体が北緯35度、東経135度において、可視仰角限界が10度及び20度の場合の16基地球同期衛星配置型（第5.8図）に対する3次元擬似レンジ型及び2次元擬似レンジ型の測位誤差を示す。

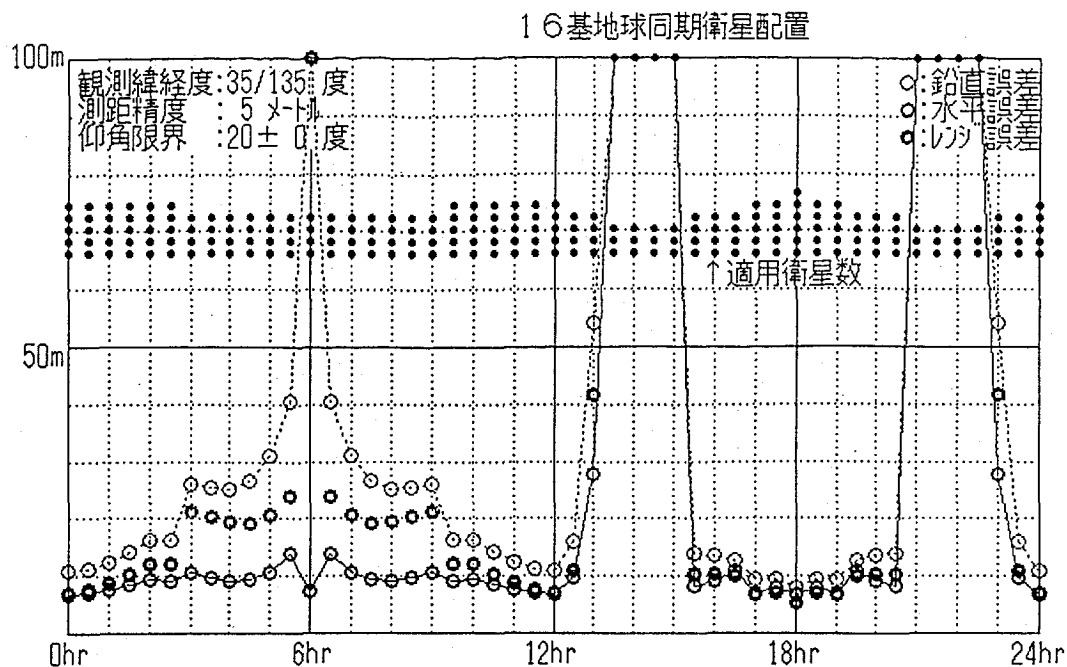
第5.10図の仰角限界が10度の場合、3次元擬似レンジ型測位精度は概ね良好である。しかし、第5.11図のように仰角限界が20度の場合は可視衛星数が3基となる時間帯が増加し、この間で測位不能となる。従って、高度データを併用する2次元擬似レンジ型測位を適用して、可視衛星数の低減に対応する必要がある。

第5.12図は2次元擬似レンジ型の測位精度である。この計算例では、測定高度誤差と測距誤差の比率を2としたため鉛直誤差は10m以下となる。また高度データ利用により、水平方向、レンジ偏位の精度も著しく向上している。

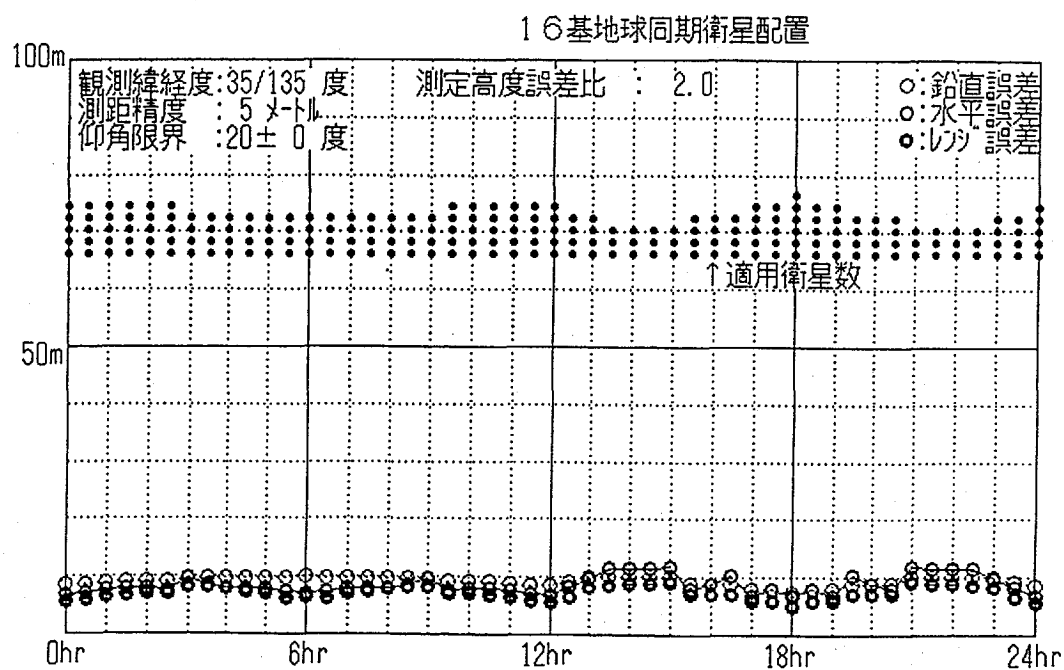
以上の静止／地球同期型では、次項の周回型に比較して衛星配置基数が少なくてすむ。また、数基の衛星により限定域の測位サービスが可能となるため、気象衛星や通信衛星に1、2基の地球同期衛星を加えて、小規模の複合衛星システムを構築することができる。



第5.10図 3次元擬似レンジ型測位精度(地球同期衛星16基、仰角限界10度)



第5.11図 3次元擬似レンジ型測位精度(地球同期衛星16基、仰角限界20度)



第5.12図 2次元擬似レンジ型測位精度(地球同期衛星16基、仰角限界20度)

【周回軌道配置型】

第5.3図に示されているように、周回軌道を用いてグローバルかつ連続的な測位機能を達成する場合、軌道高度が低くなるほど多数の衛星を配置しなければならない。また、全地表を常に均一に被覆するようにそれぞれの衛星軌道を設定する必要があるが、衛星配置数に応じて均一な配置の軌道条件を得る一般的な方法はない。

衛星配置パターンの繰り返し周期にわたって、より均一な衛星配置が得られるような軌道条件は、計算機シミュレーションによる試行錯誤の作業から見いださざるをえない。そして、得られた衛星配置条件が妥当であるかどうかについても、計算機シミュレーションにより全地表でのDOPを求めて評価することになるため、測位システムとしての評価は通信システムとしての評価と較べものならないほどに、たいへん手間のかかる作業である。

比較的容易に見通しの得られるものとして、地表に対して回帰性のある衛星軌道がある。例えば、12時間周期のGPS軌道や6時間周期の軌道は回帰日数1日の回帰軌道である。また、16時間周期の軌道では回帰日数は2日、18時間周期では3日となる。そこで、回帰日数を N_r 、回帰周回数を M_r 、衛星の周期を T_s （日）とすれば、整数 M_r が最小で、

$$N_r = M_r \times T_s / (1 - T_s) \quad (5.32)$$

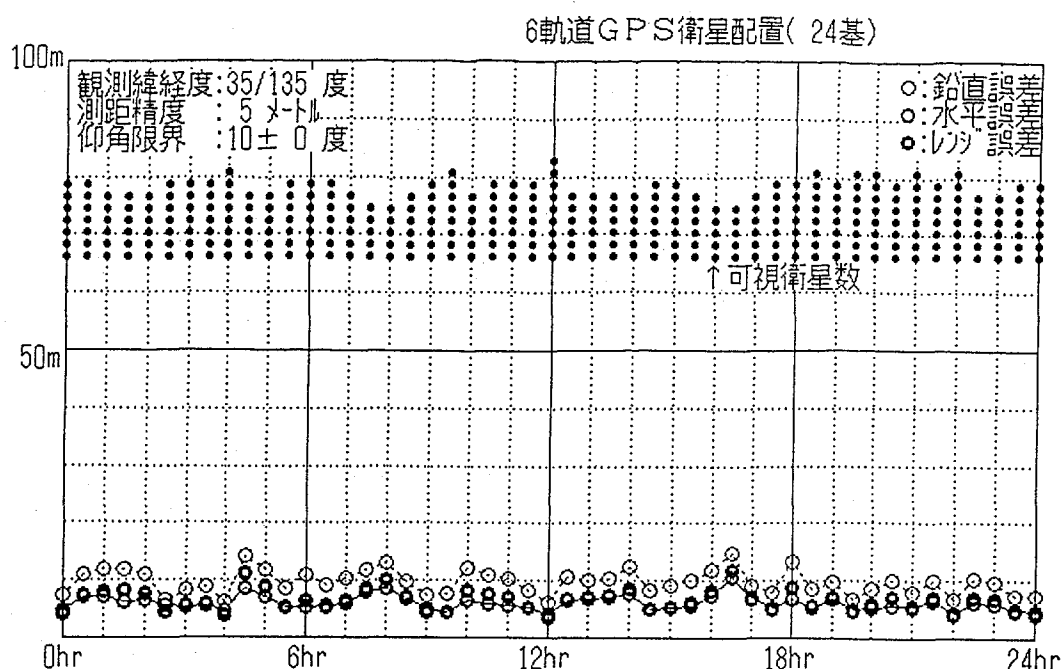
を満足する整数 N_r が回帰日数となる。

この回帰日数は測位精度の評価すべき時間間隔となる。また、地上局の位置が制限されていると、衛星軌道決定やクロック較正の時間間隔となる。

第4.12図には、NAVSTAR/GPSの最終形態として現在予定されている衛星配置が示されている。この主要な特徴は、周期約12時間、軌道傾斜角55度、昇交点赤経が60度間隔で増加する6つの円軌道にそれぞれ4基の衛星を配置するところにある。さらに詳しく見ると、ある時刻でのそれぞれの衛星の昇交点からの離角 f を適切に設定して、均一な衛星配置を得るように工夫されている。これらの大まかな関係は以下の式で表現される。

$$f(i, j) = \text{Mod}(160 \times i + 110 \times j + f_0, 360) \quad (5.33)$$

ただし、 i は $1 \leq i \leq 6$ で衛星軌道面番号、 j は $1 \leq j \leq 4$ で同一軌道面にある衛星の番号、 f_0 は基準とする時刻で定まる特定のバイアス角である。第2.4図は(5.33)式を条件として生成した衛星配置図である。



第5.13図 3次元GPS測位精度(仰角限界10度)

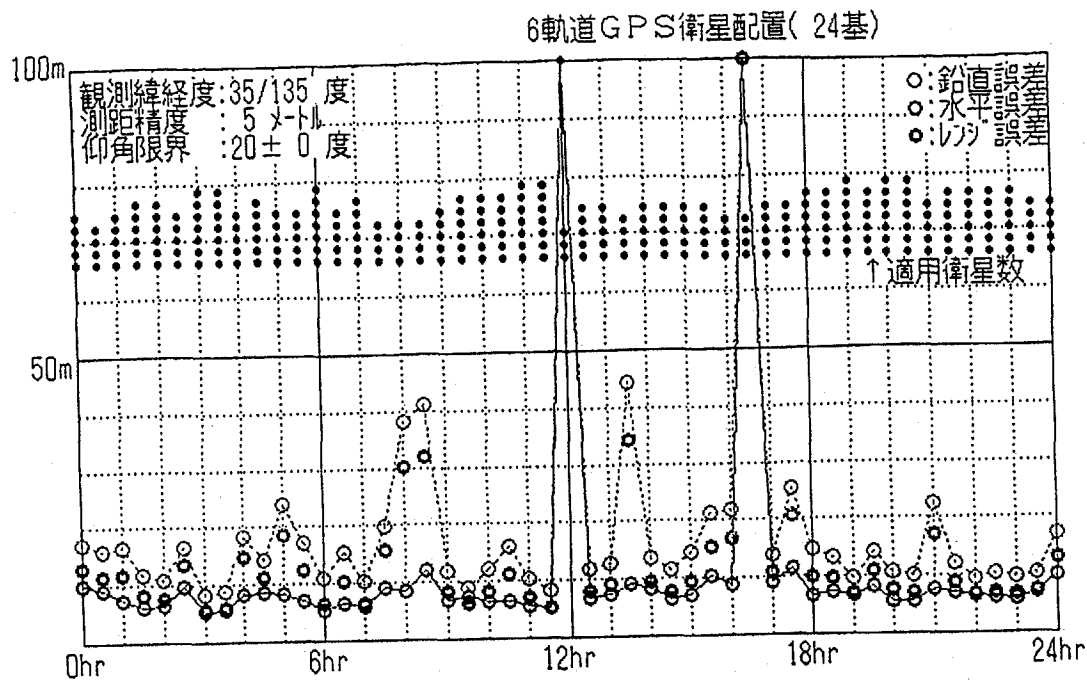
第5.13図および第5.14図には、第4.12図のGPSの衛星配置条件で、仰角限界10度と20度の場合の3次元擬似レンジ型の測位精度が示されている。これによれば、仰角限界10度での可視衛星数は5～8であり、極めて良好な測位が可能となっている。しかし、仰角限界20度では可視衛星数が4以下となる時間帯が増え、測位精度がやや低下している。

次に、配置衛星数は前項の静止/地球同期軌道配置型と同様の16基とし、数種のグローバル衛星配置形態と達成できる測位精度について検討する。

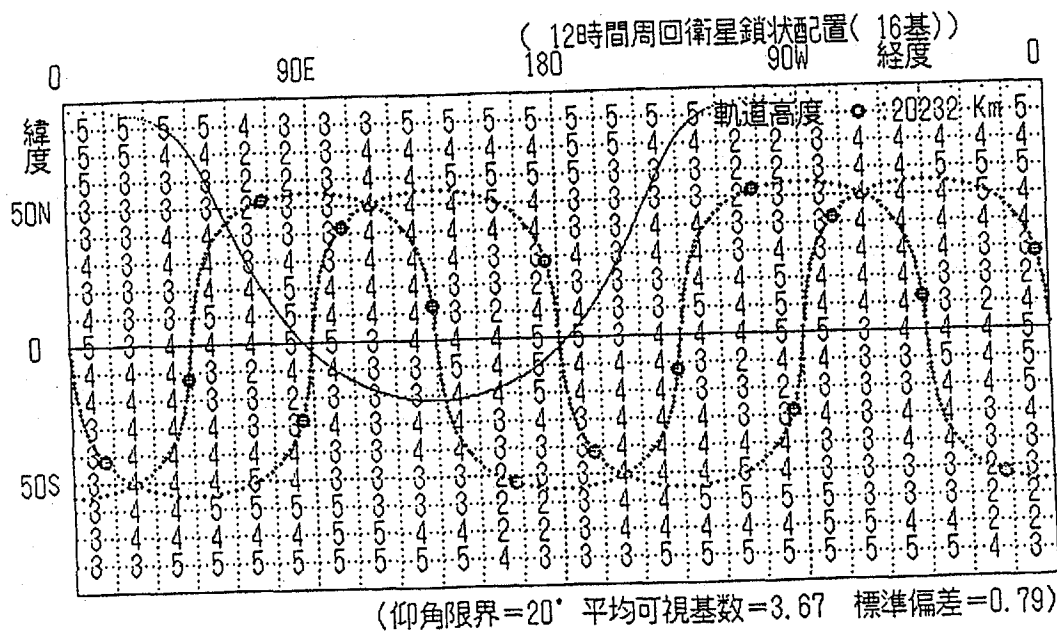
まず、配置条件が容易に得られ、その均一性が大まかに判断できるものとして、地表を蛇行して被覆する鎖状に連なる衛星配置の方法を採用し、その被覆状態を検討する。第5.15図及び第5.16図は、地表の軌跡が回帰的で適当な間隔で蛇行する衛星軌道と仰角限界20度での可視衛星数を示したものである。この蛇行鎖状軌跡を得るためには、それぞれの衛星の昇交点赤経 Ω および特定時刻での昇交点からの離角 f を次式により設定する。

$$\Omega(i) = (i-1) \times \omega_s / (\omega_s - \omega_e) \times (360/M) \quad (5.34)$$

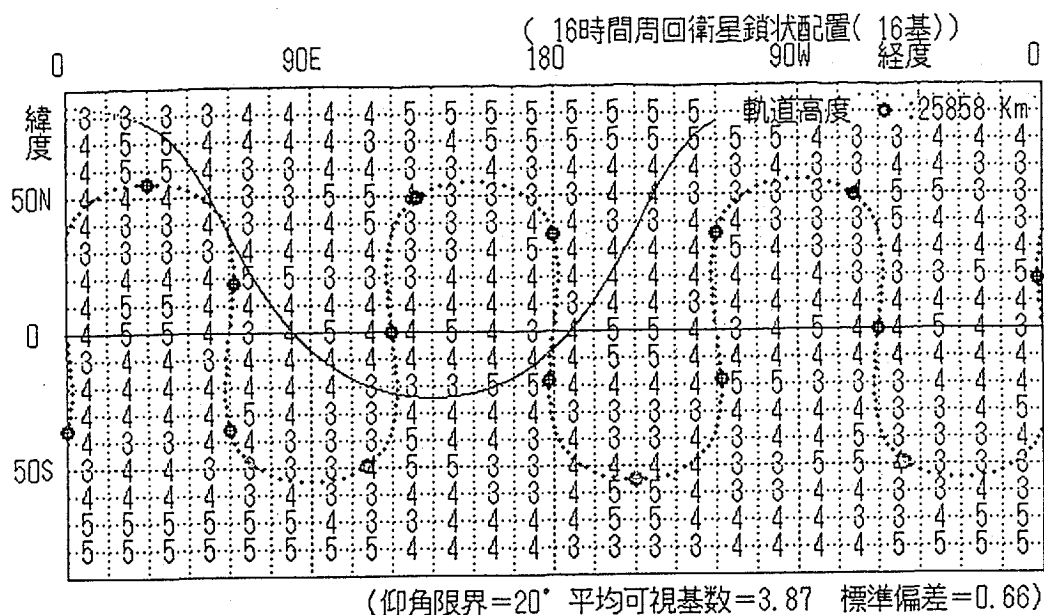
$$f(i) = -(i-1) \times \omega_s / (\omega_s - \omega_e) \times (360/M) \quad (5.35)$$



第5.14図 3次元GPS測位精度(仰角限界20度)



第5.15図 蛇行鎖状型の衛星配置例(12時間周回衛星16基)



第5.16図 蛇行鎖状型の衛星配置例 (16時間周回衛星16基)

ただし、 M は衛星配置基数、 i は衛星番号、 ω_e は地球自転角速度、 ω_s は衛星軌道角速度である。

以上の衛星配置例では、すべての衛星が地上に対して同一の軌跡を描くため、比較的容易に均一な衛星配置条件が見いだされ、特定域での可視衛星数の時間的変動も少ない。しかし、第5.15図の12時間周期の軌道では、仰角限界が20度のとき日本近辺で3～4基となっているため、配置衛星数が16基では3次元擬似レンジ型測位は頻繁に中断することになる。従って、海上での測位はともかくも、陸上測位では2次元擬似レンジ型または3次元実レンジ型の測位方式が効果的である。実際、第5.1図に見られるとおり、12時間周期の高度と静止高度や16時間周回衛星では衛星可視率がかなり異なる。従って、配置衛星数が同一であっても、良好な3次元擬似レンジ型測位が行えるかどうかは、衛星軌道高度と可視仰角限界に左右される。

測位精度の評価方法については、第4章の解析結果を利用することができる。前章での前提条件のとおり、衛星が方位角に関して概ね均等に配置されているとみなせる場合、測位劣化指数の平均的な値は(4.122)式～(4.124)式により求められた。この平均的という意味は、概ね2次の幾何学的平均の意味であっ

て、測位劣化指数XDOPにレンジ測定誤差の標準偏差 σ_0 を乗じて得られる測位誤差と測位誤差シミュレーションから得られる。例えばX座標軸方向の測位誤差 δr_x との関係は、この軸方向の測位劣化指数をXDOPとすれば、

$$\sigma_0 \cdot \text{XDOP} = [A \nu \{\delta r_x^{-2}\}]^{-1/2} \quad (5.36)$$

によって近似的に表現される。以下のシミュレーションにおいては、測位誤差の平均的な評価方法として上式を適用し、解析解の妥当性を検証する。

このように周回軌道配置型では、静止軌道配置型とは異なって、衛星配置関係が変化するため、測位精度については平均的な評価が必要になる。便宜のため、第4章の測位劣化指数に関する解析結果の要点を引用すると、

$$\text{VDOP}^2 = \frac{1 + 1/N \kappa_c^2}{N \lambda^2 + \nu^2 / \kappa_c^2 + (1 + 1/N \kappa_c^2) / \kappa_v^2} \quad (5.37)$$

$$\text{HDOP}^2 = \frac{4}{N(1 - \nu^2) + 2 / \kappa_H^2} \quad (5.38)$$

$$\text{TDOP}^2 = \frac{\nu^2 + 1 / N \kappa_v^2}{N \lambda^2 + \nu^2 / \kappa_c^2 + (1 + 1/N \kappa_c^2) / \kappa_v^2} \quad (5.39)$$

$$\nu^2 = A \nu \{\alpha^2 + \beta^2\} = (1 + \cos \theta_L + \cos^2 \theta_L) / 3 \quad (5.40)$$

$$\lambda^2 = A \nu \{\beta^2\} = (1 - \cos \theta_L)^2 / 12 \quad (5.41)$$

である。ただし、 $N (\geq 2)$ は測定擬似レンジ数、 θ_L は衛星可視範囲を示す天頂角であり、仰角限界の余角である。

以上の関係式を見ると、まずHDOPについては、推測航法等の水平面位置情報が利用できるならば、測位精度は当然ながらその精度に応じて向上する。この点については第8章で具体的に議論しているので、以下では $\kappa_H \rightarrow \infty$ の場合、即ち推測航法と複合しない場合の測位精度と仰角限界の関係を具体的に探ろう。

さて、(4.120)式を用いれば、

$$1 - (\alpha^2 + \beta^2) = 1 - (1/N) \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i = (1/N) \sum_{i=1}^N \sin^2 \theta_i \quad (5.42)$$

なる関係が得られる。従って、 $\kappa_H \rightarrow \infty$ 、 η を仰角限界とすれば、(5.38)式は

$$\text{HDOP} = 2 / \{N(1 - \nu^2)\}^{1/2}$$

$$= \frac{2}{[Av\{\sum_{j=1}^N \sin^2 \theta_j\}]^{1/2}} \geq \frac{2}{N^{1/2} \times \cos \eta} \quad (5.43)$$

となり、HDOPの下限值が得られる。参考に、 $N=4$ 、 $\eta=20$ 度とすれば、HDOPの平均値は1.4であり、下限値は1.06となる。

つぎにVDOP及びTDOPについて見ると、2次元あるいは実レンジ型測位の適用により測位劣化指数は大幅に改善され、高度データ及びクロック同期データの誤差係数 κ_x 及び κ_o を越えない値が得られる。従って、衛星配置に対する測位精度の評価では、高度データやクロック同期データを用いない3次元擬似レンジ型測位を対象とする。即ち、 $\kappa_x \rightarrow \infty$ 、 $\kappa_o \rightarrow \infty$ とすれば、(5.37)式および(5.39)式は(4.125)式および(4.127)式となる。便宜のため再度関係式を示す。

$$\begin{aligned} \text{VDOP} &= 1/(N^{1/2} \lambda) \\ &= (12/N)^{1/2}/(1 - \cos \theta_L) \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned} \text{TDOP} &= \nu/(N^{1/2} \lambda) \\ &= \{(4/N)(1 + \cos \theta_L + \cos^2 \theta_L)\}^{1/2}/(1 - \cos \theta_L) \end{aligned} \quad (5.45)$$

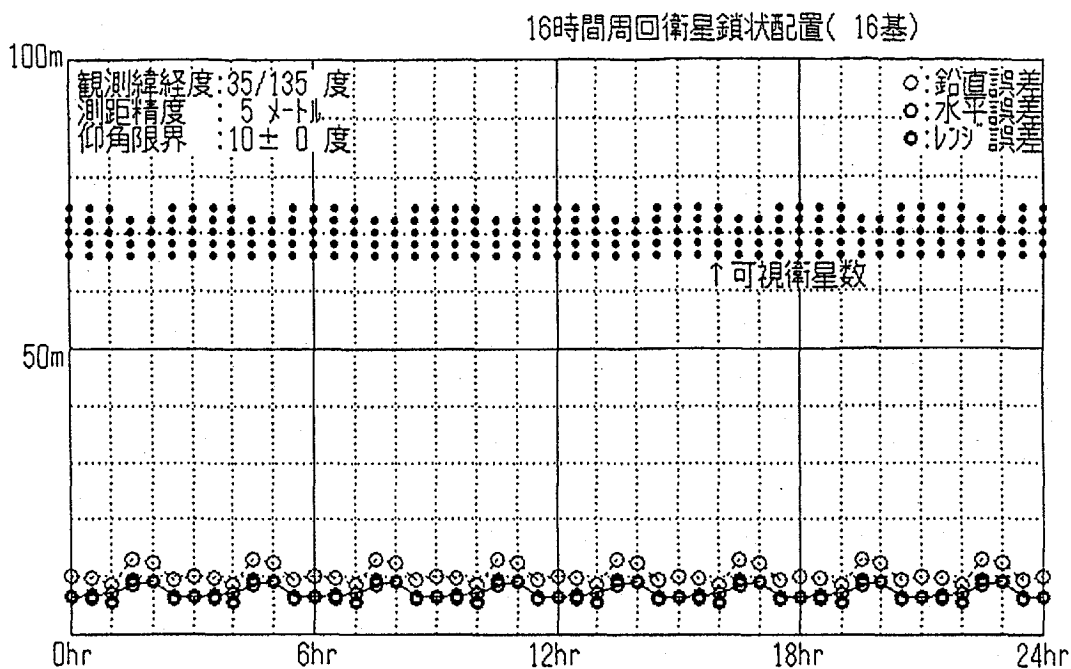
参考に、 $N=4$ 、 $\theta_L=70$ 度 ($\eta=20$ 度) の場合を考えると、VDOP 及びTDOPの平均値はそれぞれ、2.6 及び 1.8 となる。また、1基の衛星が天頂に($N-1$)基の衛星が同じ天頂角 θ にある典型的な衛星配置の場合、

$$\text{VDOP} = \{N/(N-1)\}^{1/2}/(1 - \cos \theta) \quad (5.46)$$

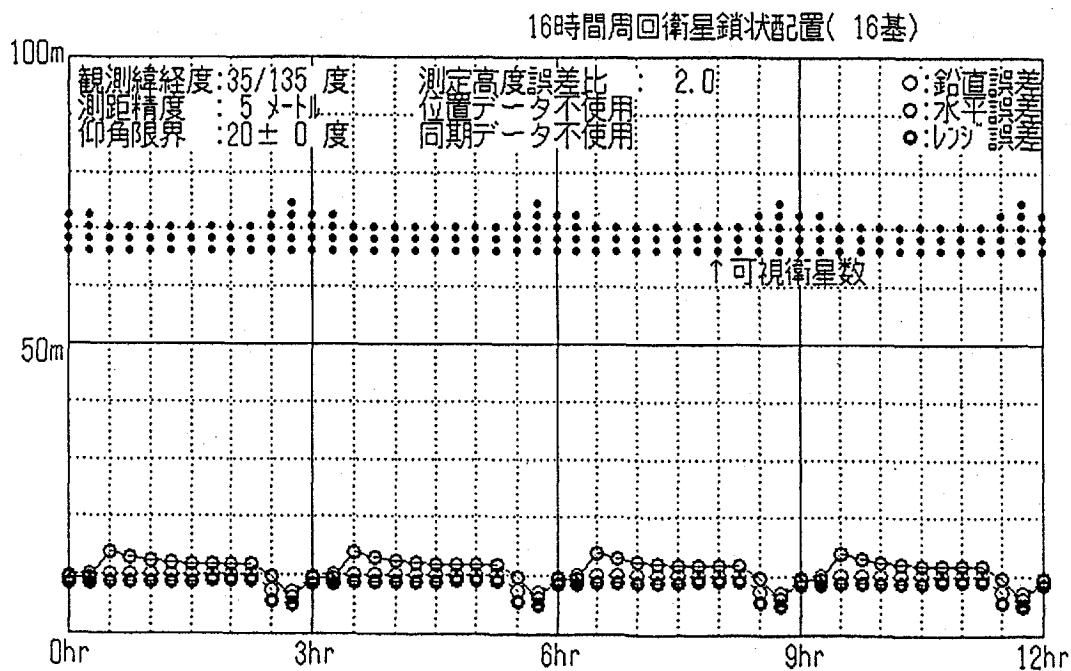
$$\text{TDOP} = \{1/(N-1) + \cos^2 \theta\}^{1/2}/(1 - \cos \theta) \quad (5.47)$$

となるから、 $N=4$ 、 $\theta=70$ 度でVDOP及びTDOPはそれぞれ 1.8及び 1.0となる。

第5.17図及び第5.18図には、第5.16図を衛星配置条件として、仰角限界10度での3次元擬似レンジ型の測位精度と、仰角限界20度での2次元擬似レンジ型の測位精度が示されている。この衛星配置では、第5.17図のように仰角限界が10度の場合は、精度の高い3次元擬似レンジ型測位が可能となっている。しかし、仰角限界が20度以上になると可視衛星数が3となる時間帯が増え、3次元擬似レンジ型測位は不可となる。このため、高度データを利用する2次元擬似レンジ型測位を選択する必要がある。これにより、第5.18図のように良好な測位精度が得られる。また、衛星配置が規則的であるために測位誤差も規則的になる。



第5.17図 3次元測位精度(16時間周回蛇行鎖状型、仰角限界10度)



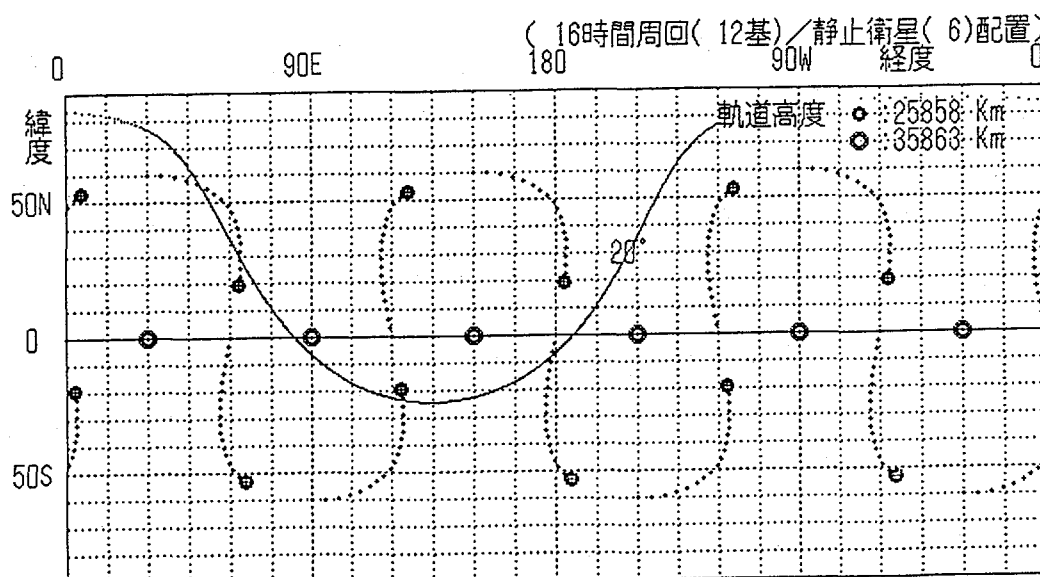
第5.18図 2次元測位精度(16時間周回蛇行鎖状型、仰角限界20度)

【周回・静止軌道複合配置型】

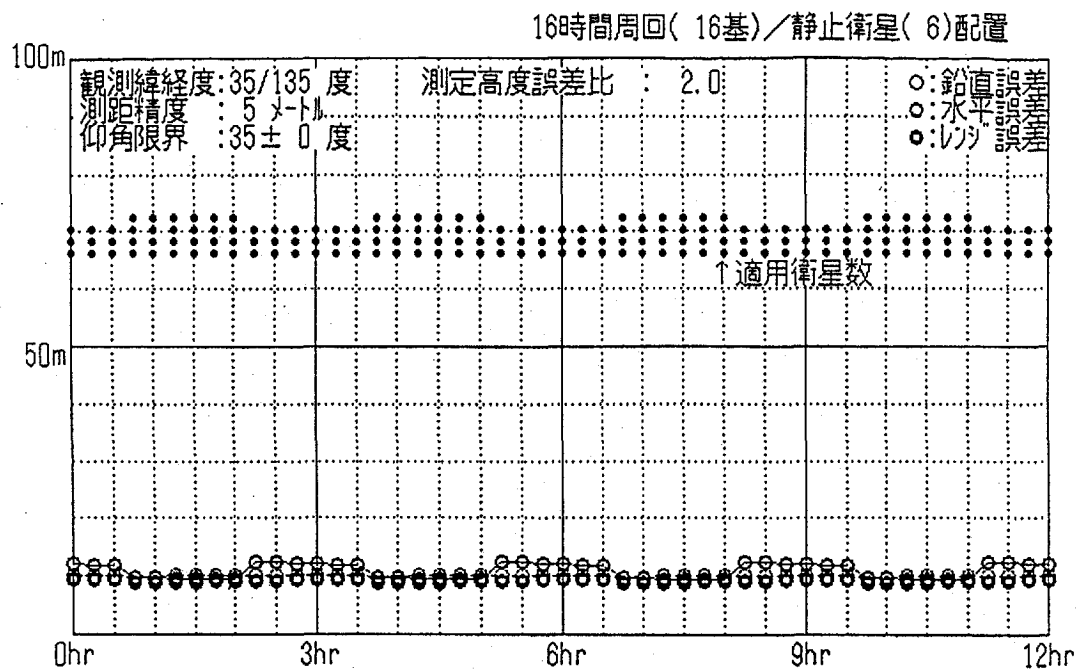
この複合配置型は、周回衛星によってグローバル性を達成し、静止衛星によって運用性を局域的に向上させる方式である。

前項に示した蛇行鎖状型の衛星配置では、比較的安定した測位精度が得られているが、観測緯経度によっては衛星が低仰角域に集中したり、測位精度上望ましくない衛星配置（例えば衛星が天空で直線的に並んだり、同一平面内に位置する配置等）となることがある。そこで、静止衛星を局域に1基追加することにより衛星配置関係を不揃いにし、(4.85)式の β の値が増加するようにすれば、鉛直方向の測位精度は改善される。また、静止衛星は局域で常時使用可能で、かつ一定仰角となるため、局域の運用性を大幅に高める衛星配置が考えられる。

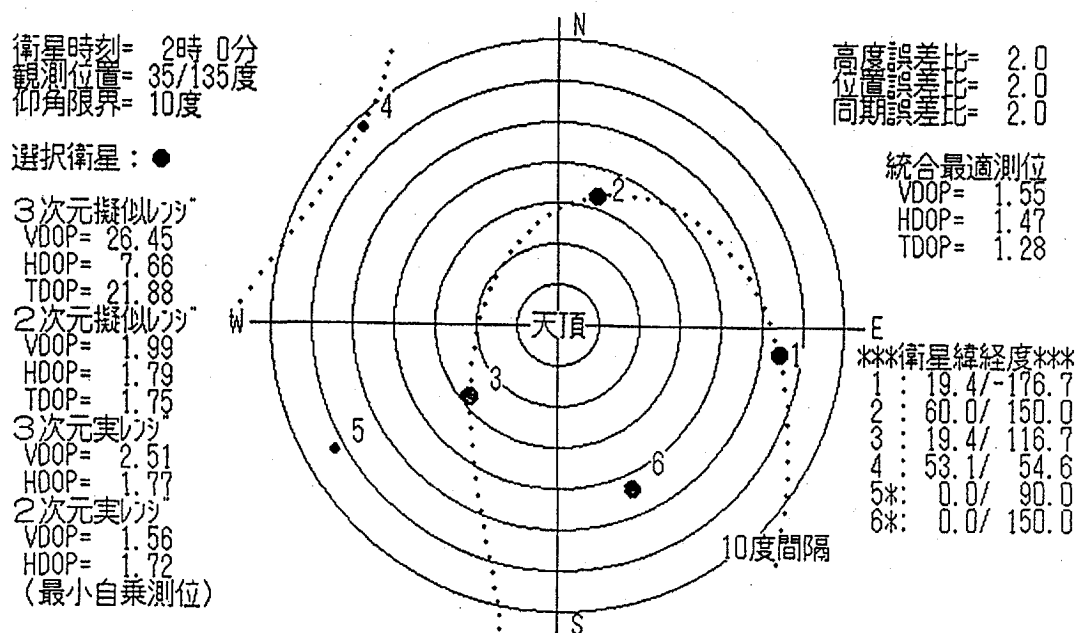
第5.19図は第5.16図の16時間周回軌道配置に6基の静止衛星を追加した衛星配置である。第5.20図には、第5.19図の衛星配置で仰角限界35度の場合の2次元擬似レンジ型の測位精度が示されている。可視衛星数は3～4で変動が少なく、良好な測位精度が得られている。第5.21図は、第5.19図の衛星配置を条件とした場合の衛星の天空配置図である。これを参考にして、仰角35度以下の衛星が可視でない場合のDOPを計算すれば、静止衛星1基を含む4衛星での3次元擬似レンジ型測位の精度は他の測位方式に比較してかなり劣化している。この傾向は衛星と観測点の位置関係に起因し、観測時刻を変えても変わらない。



第5.19図 16時間周回/静止衛星による混成配置例



第5.20図 16基周回/6基静止衛星混成配置の2次元測位精度



第5.21図 16基周回/6基静止衛星の天空配置とDOP

5.5 段階的衛星配置の検討

以上の検討より、周回衛星を使用するグローバル測位システムの構築においては、これが連続的に運用される形態となるには、多数の衛星が地球の表面を常にまんべんなく覆うように配置される必要のあることがわかった。例えば、仰角限界が20度程度となる陸上車両の運用環境において、連続かつ概ね4以下の測位劣化指数を達成するためには、GPS衛星のように高度2万kmの軌道に配置される場合には24基、高度1万kmの軌道（Odyssey計画の衛星高度と同じである）に配置される場合には36基が必要衛星配置数のおおよその基準となる。このことは、これまでの解析とシミュレーション結果からわかる。

いま、衛星の打上管制の能力から考えて、衛星配備を4基/年のペースで実施するとすれば、GPSのように24基の衛星を配置する場合には6年の整備期間を必要とする。このため、全整備完了までシステムを利用しない場合、衛星の軌道上寿命が10年であれば、初期に配備された衛星は運用開始時点で既に半分の寿命を消費していることになる。この点に着目すれば、衛星配置基数が膨大となる低高度の衛星軌道を利用することは運用上決して効率的とは言えない。特に高度1千km程度の極軌道を使用して、NNSS型ではなくGPS型の測位システムの構築をめざす場合、最終的に200基程度の衛星を配置しなければならないため、上記と同じ条件を達成するには、30基/年以上の衛星打上げを継続して実施することになる。従って、NNSSのようなドップラー周波数変移利用の測位システムでなければ、低高度衛星を利用することの利点は少ない。

利用できる衛星軌道の豊富さと上記運用上の問題点を考慮すれば、統合衛星システムには、前章で検討した高度1～3万km、軌道傾斜角50～60度の周回衛星を適用して、衛星配備基数を低減することが望ましい。その理由として、グローバル衛星ミッションの統合化が進めば、衛星重量は1、2トンになると予想されるため、衛星のコストと打上げ費用の増大する可能性もあげられる。

また、グローバル性や測位機能に制約が生じて、整備の初期段階より移動体通信及び地球観測に利用可能で、段階的に運用性を向上できるような衛星配置形態を選択することが効率的である。以下では、蛇行鎖状型の衛星配置を基本として、段階的衛星配置とその利用形態について検討しよう。

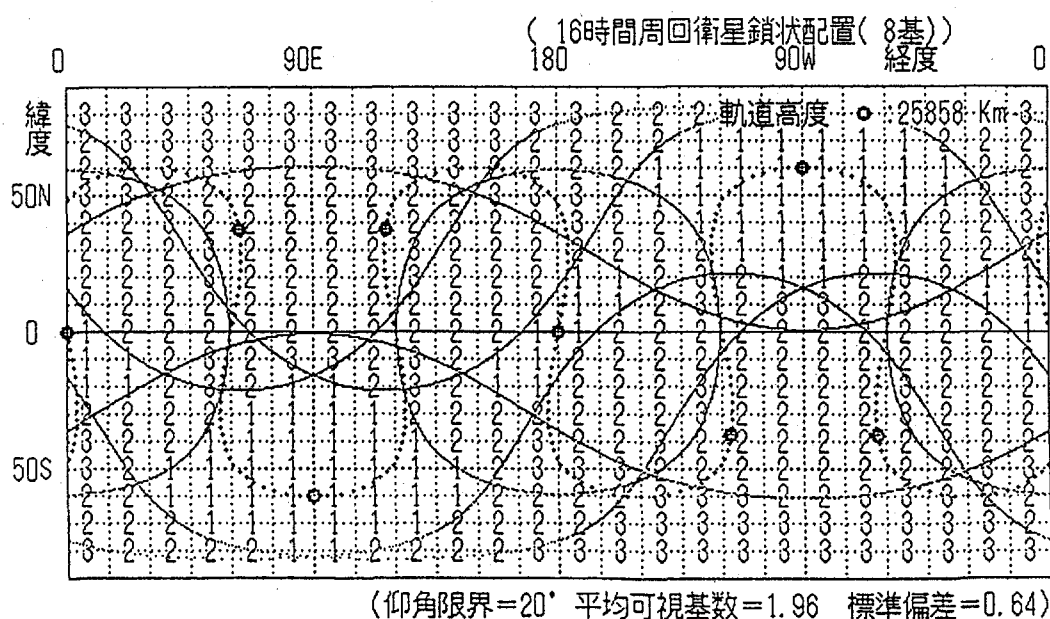
まず、初期整備段階として、第5.22図には高度2.6万kmの軌道に衛星8基を、第5.23図には高度1万kmの軌道に衛星12基を配置した場合の可視衛星数およびその標準偏差を示す。この配置例では、仰角限界が20度の場合でも、全地球表面を少なくとも1基の衛星が概ね連続して被覆するため、グローバルな移動体通信や地球観測に利用できるだろう。また、GPS測距電波を補完して、測位

精度を改善するためにも適用できる。第5.24図には第5.23図の衛星とGPSを併用した場合の仰角限界20度での測位精度が示されている。第5.14図と比較すれば、可視衛星数は平均2基増加し、測位精度も向上している。

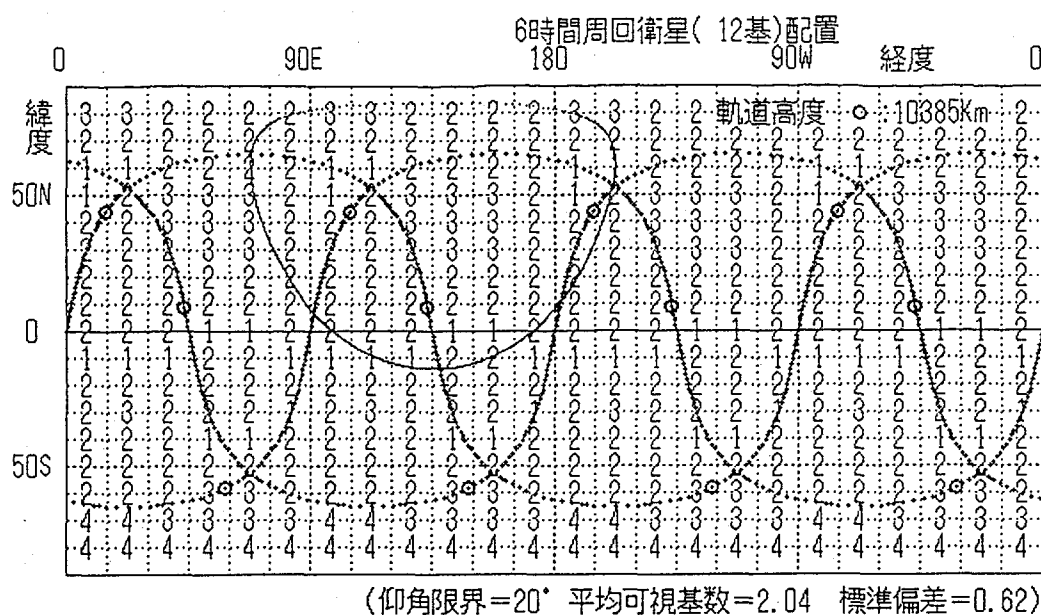
第5.25図及び第5.26図は衛星配置数をそれぞれ16基及び24基に増加した発展段階の衛星配置である。この段階では、通信・観測ミッションのグローバル性を高めるとともに、GPSの測位機能を補完することができる。2次元測位であれば、GPSを併用しなくても安定した測位精度を達成できる。第5.27図には、第5.26図の衛星配置を条件として、仰角限界が20度での2次元擬似レンジ型の測位精度が示されている。

第5.28図及び第5.29図は、衛星配置数をそれぞれ24基及び36基とする最終配備形態である。移動体通信及び地球観測の運用性はさらに向上し、測位機能においてはGPSに依存しない3次元擬似レンジ型測位が可能となる。第5.30図には、第5.29図の衛星配置を条件として、3次元擬似レンジ型の測位精度が示されている。第5.14図のGPS測位精度と比較すれば、この衛星配置ではGPSよりやや良好な測位精度が得られている。

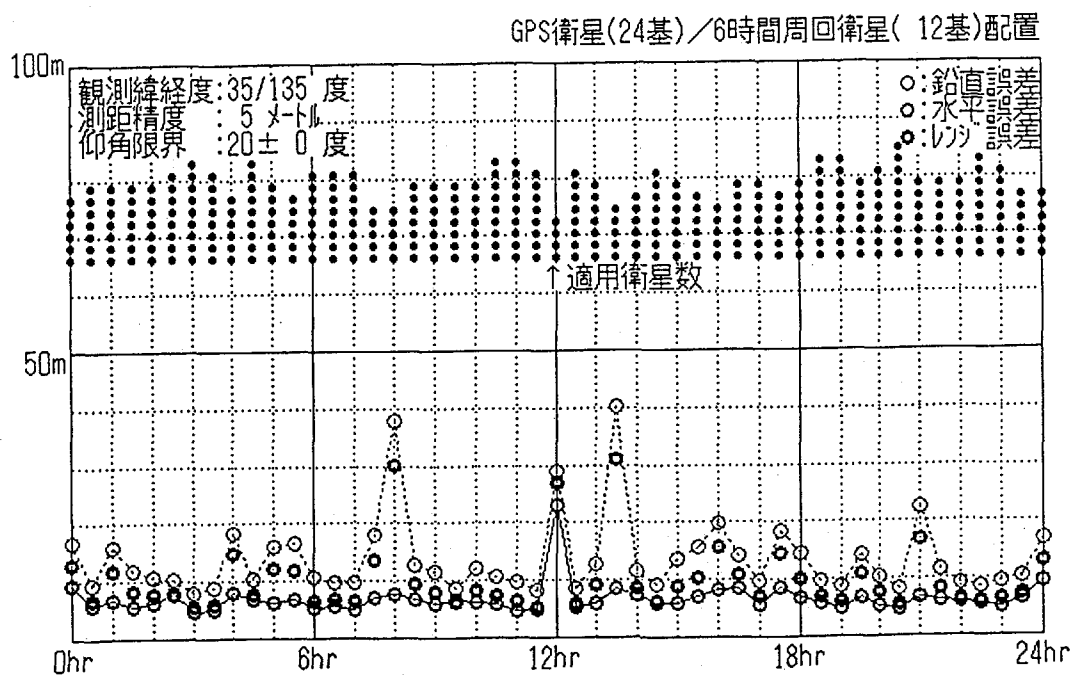
以上の段階的な衛星配置形態は一例に過ぎない。実際には、利用者のニーズと整備費用とのバランスを考慮して、開発整備構想を立てる必要がある。



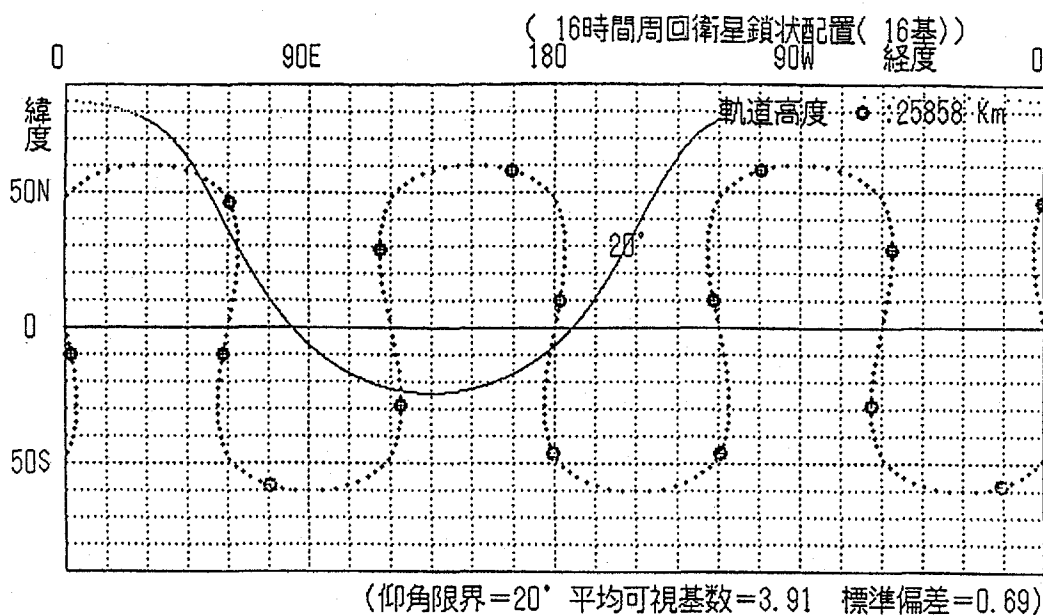
第5.22図 初期段階の衛星配置形態 (16時間周回衛星8基)



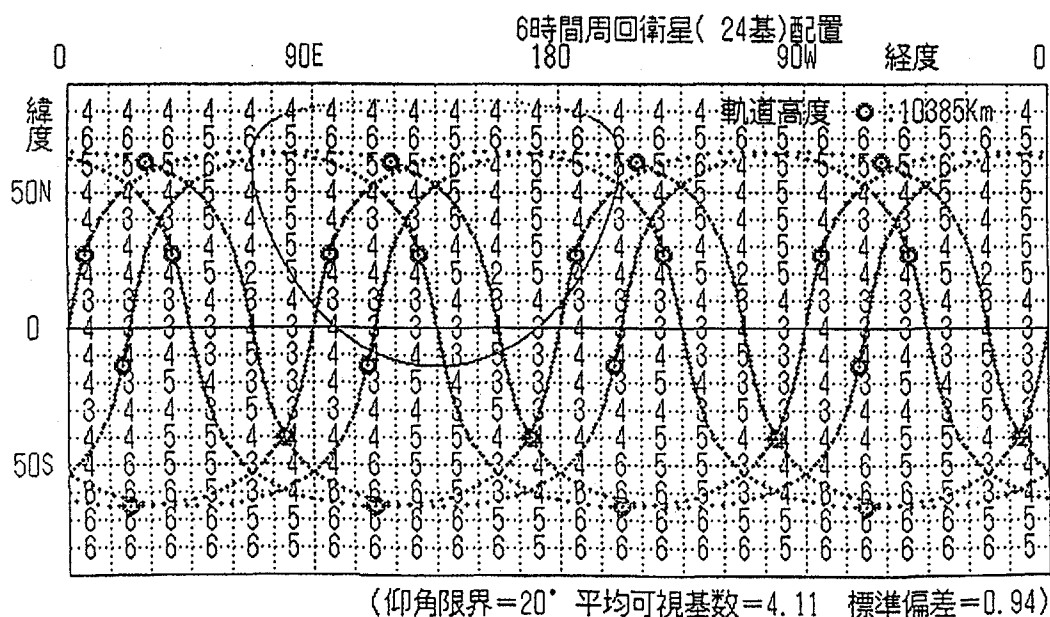
第5.23図 初期段階の衛星配置形態(6時間周回衛星12基)



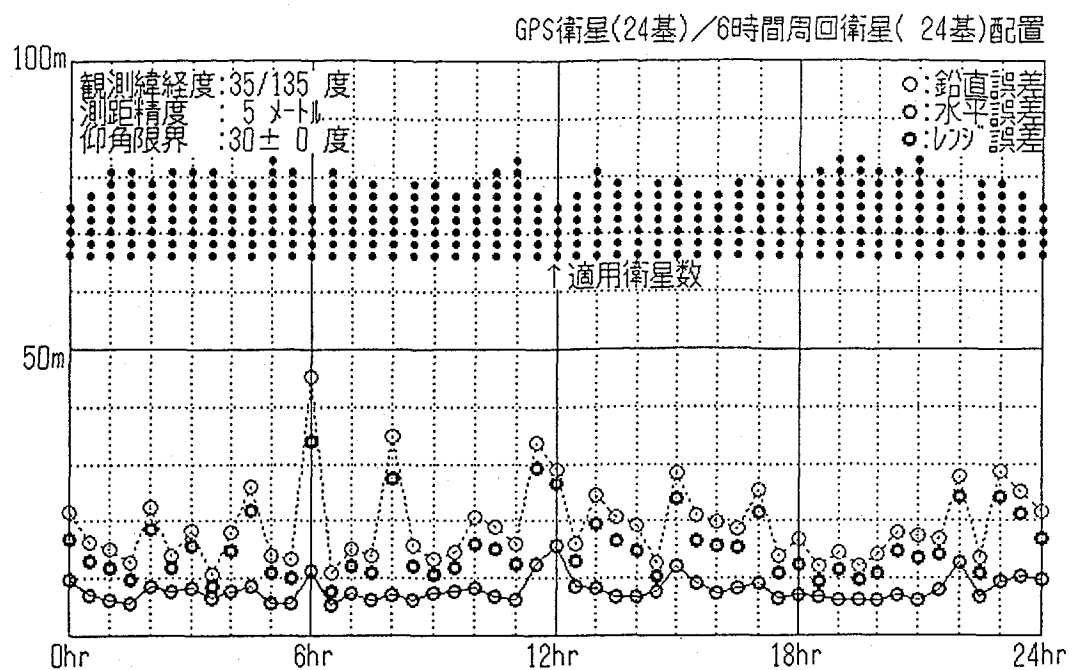
第5.24図 6時間周回(12基)/GPS併用の測位精度



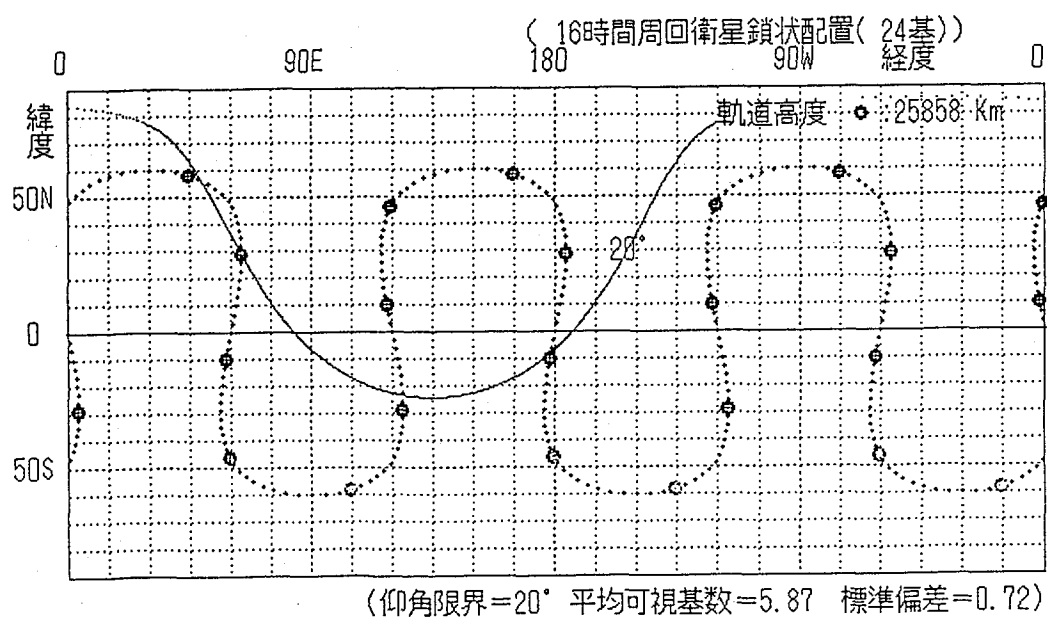
第5.25図 発展段階の衛星配置形態 (16時間周回衛星16基)



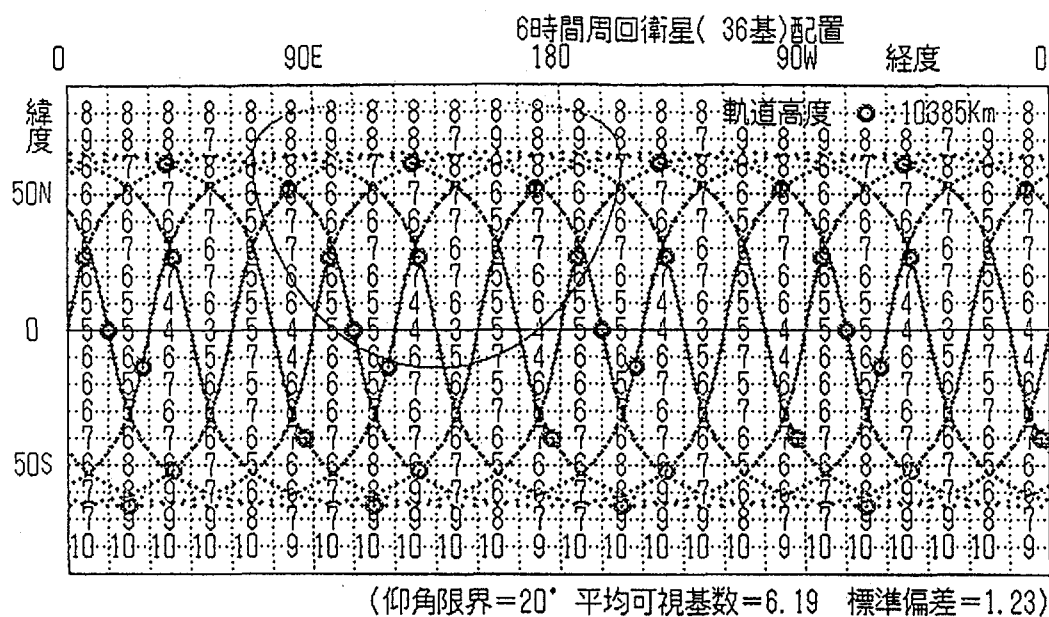
第5.26図 発展段階の衛星配置形態 (6時間周回衛星24基)



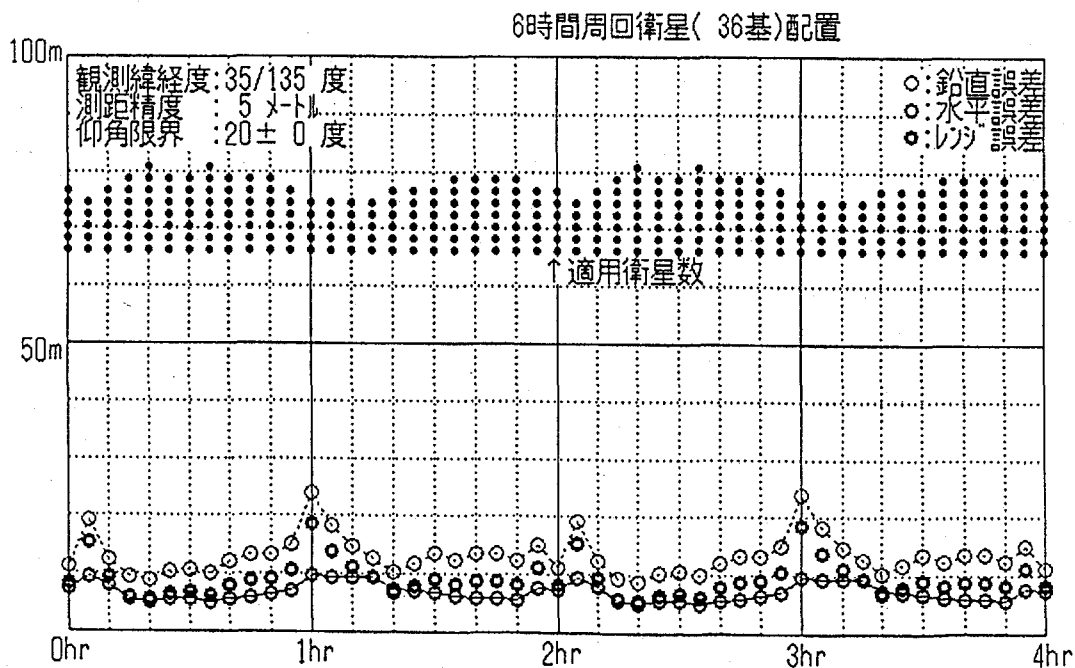
第5.27図 6時間周回(24基)/GPS併用の測位精度



第5.28図 最終段階の衛星配置形態(16時間周回衛星24基)



第5.29図 最終段階の衛星配置形態(6時間周回衛星36基)



第5.30図 6時間周回(36基)の測位精度

5.6 限定域衛星測位システム

24時間周期の静止衛星または地球同期衛星を測距電波源とする場合、測位可能域は限定されるものの、2、3基の衛星により測位衛星システムを構成することができる。特に、静止衛星を測距電波源とする場合は、GEOSTAR システムのように測距電波の往復伝搬時間とユーザ高度情報を用いる測位方式を適用することにより、2基の静止衛星で最小規模の測位システムの実現が可能となる。また、米国の民間企業が運営する現在稼働中のSTARFIX は、3基の静止通信衛星を利用した唯一の限定域衛星測位システムである。上記の例の如く、静止衛星を利用した測位システムは、民間の利用者を対象として運営または計画されてきたが、限定域運用ではあっても維持運営費が低く抑えられる形態であること、GPSの補完的な手段として利用することにより局域測位性能を向上し、同時に通信機能を実現する発展的な形態であること考慮すると、将来のインフラストラクチャとして検討するに充分値するシステム形態である。従って、ここでは限定域測位システムやこのシステムに補完されるGPSについて、その精度上の特徴を検討しよう。

まず、静止衛星を利用する測位システムでは、可視性の面で高緯度域での測位は不可能であり、測位精度については衛星配置が赤道面に限定されているため、赤道近傍での測位精度は著しく劣化する。また、5.4項の静止衛星の幾何学的配置関係と測位精度に関する解析より、3次元測位は測位精度、可視性の両面で適切でないことが明かである。

さて、レンジ偏位誤差、高度データ誤差およびすべての測定レンジ誤差の標準偏差をそれぞれ σ_r 、 σ_x および σ_0 とすれば、2次元実レンジ型測位方式における水平面測位誤差の標準偏差 σ_r は、静止経度差 ϕ とユーザ緯度 ϕ の関数(5.20)式より求められるから、 $\phi=30$ 度とすれば、以下の式が得られる。

《レンジ偏位誤差 σ_r による水平面測位誤差半径》

$$\sigma_r = \frac{\sigma_r}{\sin \phi \cos(\phi/2)} = (1.04/\sin \phi) \sigma_r \quad (5.48)$$

《高度データ誤差 σ_x による水平面測位誤差半径》

$$\sigma_r = \frac{\sigma_x}{\tan \phi} \quad (5.49)$$

《レンジ測定誤差 σ_0 による水平面測位誤差半径》

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{(P/r_s)\{1-\cos\phi+\sin^2\phi(1+\cos\phi)\}^{1/2}}{\sin\phi\sin\phi}\sigma_0 \\ &= (5.34+0.39/\sin^2\phi)^{1/2}\sigma_0\end{aligned}\quad (5.50)$$

ただし、 P はおよそ静止衛星の高度、 r_s は静止衛星の軌道半径であり、ユーザ経度は2静止衛星の中間の経度に等しいものとする。

2次元擬似レンジ型測位方式における各誤差要素に対する測位誤差に関しては(5.21)式が適用できる。この場合、高度データ誤差に関しては(5.48)式と同じ関係式が成立する。しかし、レンジ測定誤差については3衛星が使用されることからやや複雑な関係となる。そこで、両端に位置する静止衛星の経度差を60度とし、その中央に第3の衛星を配置するものとすれば、レンジ測定誤差による水平面測位誤差半径は概ね

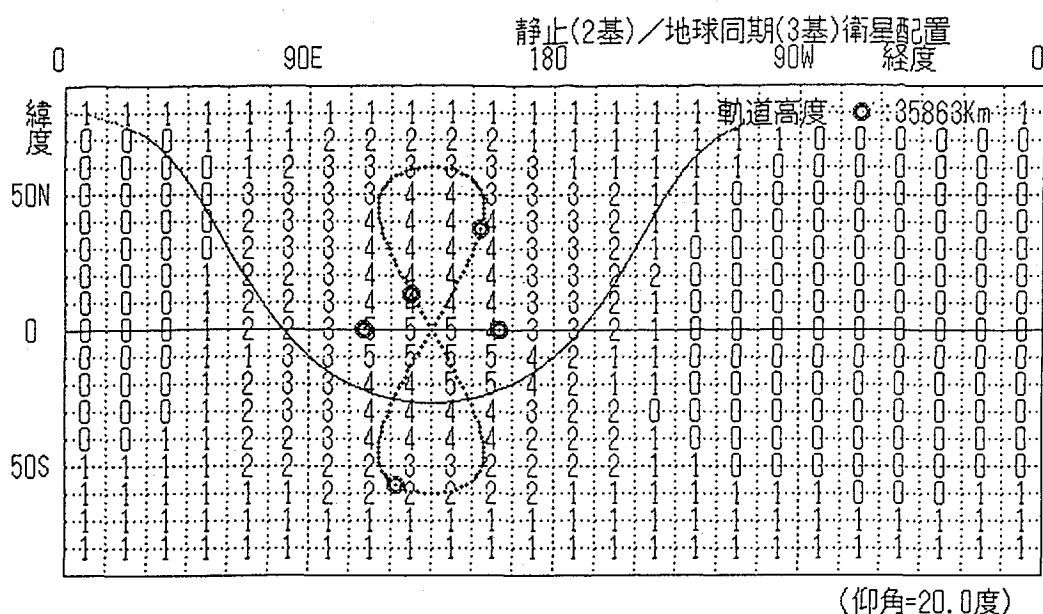
$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{(P/r_s)[3\sin^2\phi+\sin^2\phi\{1-\cos(\phi/2)\}^2]^{1/2}}{2^{1/2}\sin\phi\sin(\phi/2)\{1-\cos(\phi/2)\}}\sigma_0 \\ &= (13.5/\sin\phi)\sigma_0\end{aligned}\quad (5.51)$$

となり、(5.50)式に比較すればレンジ測定誤差による測位誤差は大きくなる。そこで、さらに静止経度差を120度にすれば、

$$\sigma_r = (0.48+4.33/\sin^2\phi)^{1/2}\sigma_0\quad (5.52)$$

となり、高緯度での測位でようやく2次元実レンジ型と同程度の測位精度となる。しかし、3衛星が可視となる領域は第2章の第2.1図のように狭められるため、測位可能域を拡大するには多くの衛星を配置しなければならない。これら限定域衛星測位システムの測位精度については第7章で再度考察する。

限定域衛星測位システムでは、静止衛星の他に軌道傾斜角60度程度の地球同期衛星を併用すれば、極域や赤道近辺での測位が可能となる。第5.31図には2基の静止衛星と3基の地球同期衛星からなる測位支援系の衛星配置状態を示す。また第5.32図に示すように、仰角限界20度での2次元実レンジ型測位の可能域は、概ね経度75度～195度、北緯70度～南緯50度に拡大し、赤道近辺においても良好な測位が可能となる。第5.33図は日本近辺での2次元擬似レンジ型の測位誤差を示すが、連続して安定した測位精度が得られる。第5.34図には、日本近辺のユーザから見た衛星配置状態と各測位方式の測位劣化指数が示されている。



第5.31図 2 静止／3 地球同期衛星の可視範囲

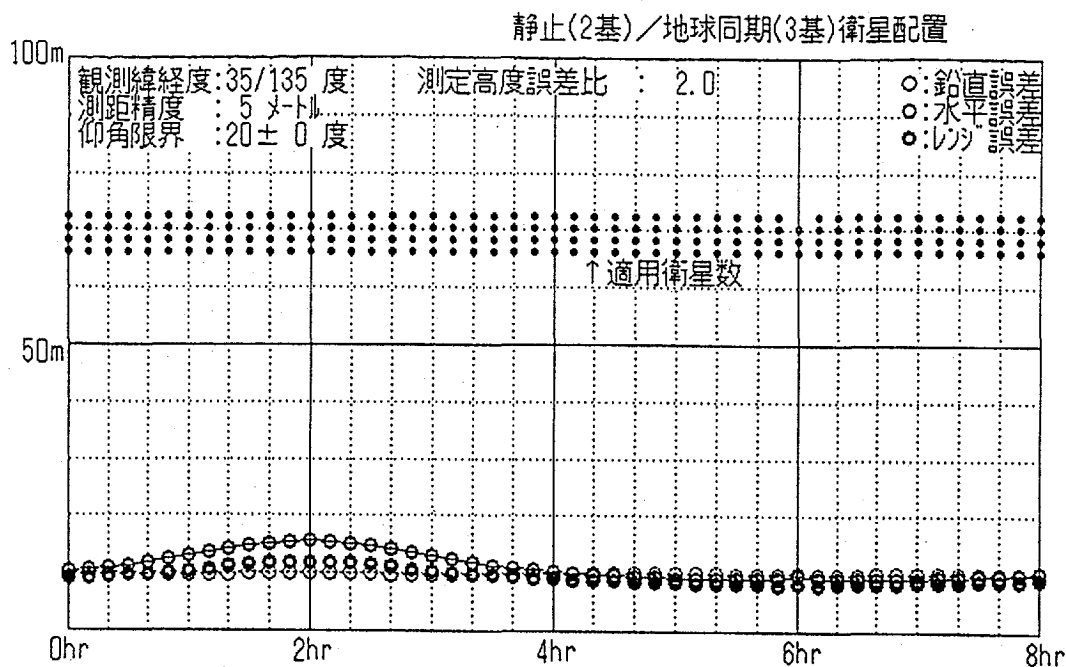
《衛星軌道》 静止(2基)／地球同期(3基)衛星配置 (9時 0分)

《誤差要素》 衛星軌道決定誤差: 3 m(半径), 20 m(東西), 20 m(北南)
 レンジ測定誤差: 5 m
 高度決定誤差: 10 m
 クロック同期誤差: 10 m(距離換算)

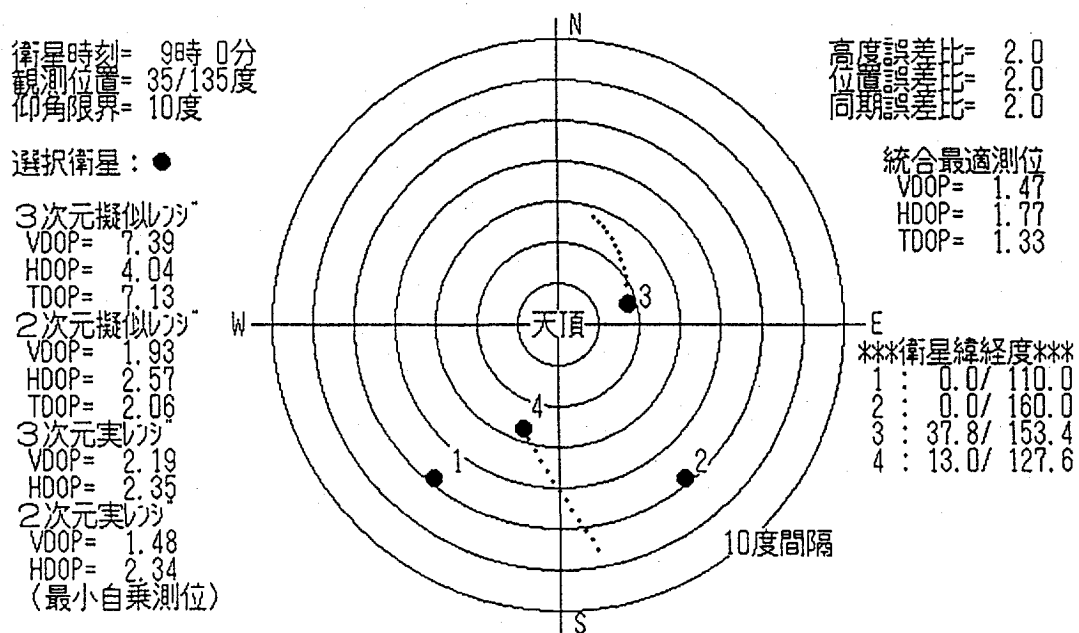
緯度 \ 経度	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210
70 水平:	--	--	23	25	27	30	35	41	--	--	--
70 鉛直:	--	--	10	10	10	10	10	10	--	--	--
60 水平:	--	21	22	22	26	35	21	20	86	--	--
60 鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	--	--
50 水平:	--	18	21	25	19	19	19	21	20	30	--
50 鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
40 水平:	--	19	22	29	22	22	22	24	22	27	22
40 鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
30 水平:	--	28	25	27	27	27	27	27	25	25	21
30 鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
20 水平:	--	31	29	21	25	39	39	38	31	24	20
20 鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
10 水平:	--	38	45	20	23	35	38	28	25	24	20
10 鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
0 水平:	--	53	74	19	23	32	22	22	22	25	--
0 鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
-10 水平:	--	19	25	21	27	31	23	18	20	27	--
-10 鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
-20 水平:	19	20	26	24	32	26	20	18	19	--	--
-20 鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--	--
-30 水平:	19	25	29	29	27	27	28	22	30	22	--
-30 鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
-40 水平:	21	26	39	56	22	22	22	46	29	22	18
-40 鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
-50 水平:	--	29	42	84	19	19	19	40	28	22	--
-50 鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
-60 水平:	--	--	--	82	444	--	54	37	--	--	--
-60 鉛直:	--	--	--	10	10	--	10	10	--	--	--

(仰角限界: 20 deg, 単位: メートル)

第5.32図 2 静止／3 地球同期衛星による2次元実レンジ型の測位精度



第5.33図 2 静止／3 地球同期衛星の測位誤差（2次元擬似レンジ型）

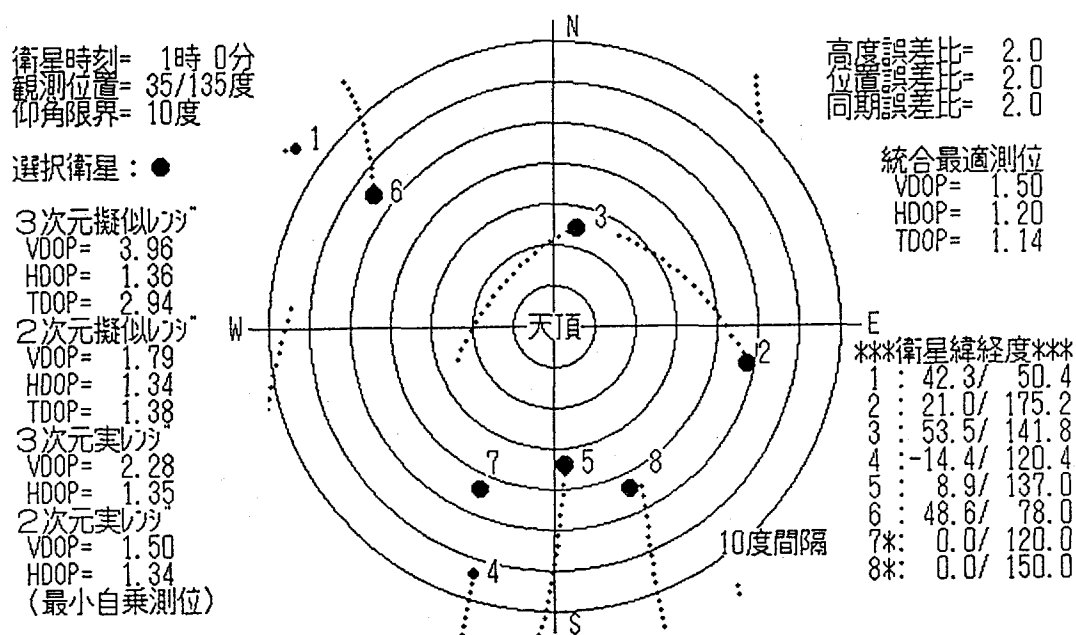


第5.34図 2 静止／3 地球同期衛星の天空配置図（観測点：日本近辺）

限定域衛星測位システムにおいて、静止衛星と周回衛星を併用することも、視界が遮られる運用環境での測位性能を向上する上で有効である。しかし、周回衛星の基数が少なければ、例えば測位の連続性を一様に向上させることにはならない。このため、多数の衛星が配置されるGPSのような衛星を補完的な測距電波源とする混成的な衛星システムが、測位支援系構築の条件として当初より考慮することも可能である。特に、通信機能に重点を置き、早期に測位通信複合衛星システムを実現する必要がある場合は、上記の静止衛星とGPSを個別に利用するのではなく、GPS衛星の測距電波も同様に受信処理できるようにシステム設計がなされることにより、静止衛星1基配備の段階から測位通信衛星システムとしての運用が可能となる。

第5.35図は、ある時刻におけるGPS衛星と2基の静止衛星の配置状態を示すものである。図中には仰角30度以上の衛星を選択した場合の各測位方式の測位劣化指数が示されている。もし2次元測位でよければ、第5.36図のように静止衛星1基、GPS衛星2基の選択で良好な測位精度が得られている。

第5.37図には、GPSを静止衛星1基で補完した場合の日本近辺での2次元擬似レンジ型測位精度が示されている。仰角限界が40度であっても安定した測位精度が得られていることから、視界が遮られる陸上航法では、静止衛星を測距電波源として補完的に利用することが運用性の向上に極めて効果的である。



第5.35図 GPS/静止2基の天空配置図と測位精度

衛星時刻= 1時 0分
観測位置= 35/135度
仰角限界= 10度

選択衛星: ●

2次元擬似レンジ

VDOP= 2.00

HDOP= 2.13

TDOP= 1.78

3次元実レンジ

VDOP= 2.56

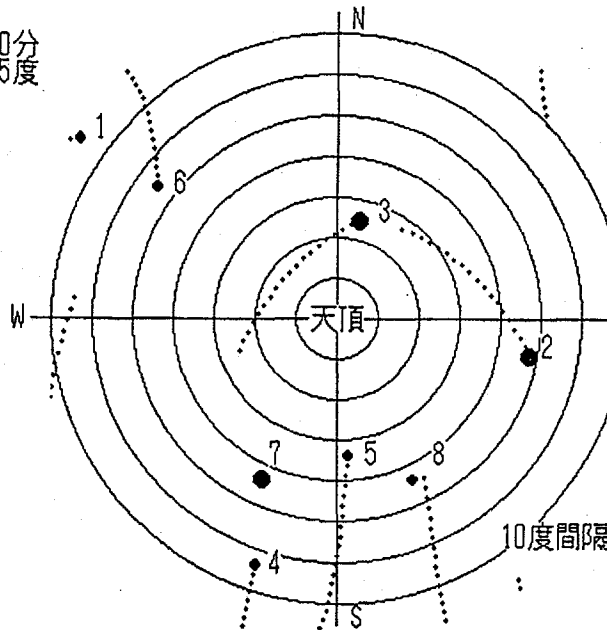
HDOP= 2.09

2次元実レンジ

VDOP= 1.58

HDOP= 2.05

(最小自乗測位)



高度誤差比= 2.0
位置誤差比= 2.0
同期誤差比= 2.0

統合最適測位

VDOP= 1.57

HDOP= 1.64

TDOP= 1.29

衛星緯経度

1 : 42.3/ 50.4

2 : 21.0/ 175.2

3 : 53.5/ 141.8

4 : -14.4/ 120.4

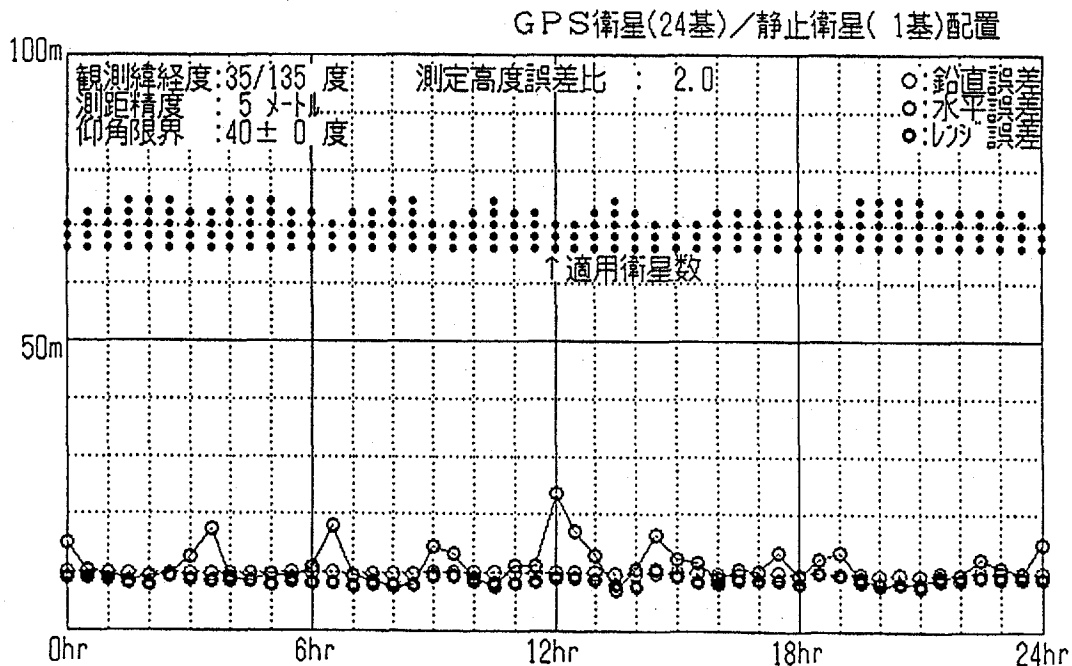
5 : 8.9/ 137.0

6 : 48.6/ 78.0

7* : 0.0/ 120.0

8* : 0.0/ 150.0

第5.36図 GPS 2基/静止衛星1基による測位例



第5.37図 GPS/静止衛星1基併用による2次元擬似レンジ型の測位精度

第6章 地上局の航法支援

6.1 地上局の役割

衛星測位において、測距電波の受信のみで高精度な測位を可能とするためには、衛星の精密な軌道要素と測距電波送信の時刻基準となるデータが与えられなければならない。

移動体に搭載されたユーザ受信機は、複数の衛星から通報された軌道要素と時刻基準の較正に係わるデータを用いて測距電波の伝搬時間を算出する。このため、測距電波の送信時刻を定める衛星の時刻基準と測距電波の受信時刻を測定する受信機の時刻基準とを正確に同期させる条件が既知でなければならないが、通常、衛星と個々の受信機との時刻基準のずれ（クロックオフセット）は定まった値ではなく、千差万別である。しかし、衛星間の時刻基準が正確に同期しておれば、それぞれの衛星の測距電波が受信機に到達する時刻の差から、いわゆる双曲線航法が可能であり、必要であれば衛星・受信機間のクロックオフセットも決定できる。このためには、地上局では衛星の時々刻々の位置ベクトルが決定する軌道要素と共に、それぞれの衛星の時刻基準を同期させるためのクロックオフセットやその時間変化率等を正確に測定する必要がある。

この章では、まず、複数の地上局を用いた衛星位置決定とクロックオフセット測定の原理について概説する。つぎに、地上局配置条件やレンジ測定誤差と衛星軌道等の推定誤差との関係を導き、これらの誤差の測位誤差への影響について検討しよう。また、位置が正確に知られたベンチマーク局で測定した位置誤差より測定レンジ誤差を推定して、それぞれの受信機での測定レンジの補正にこれらを使用した場合、どの程度測位精度が向上するかについて解析し、ベンチマーク局の配置間隔と測位補正精度の関係を求めよう。最後に、地上局・移動局間のユーザクロック同期化の方法について検討し、第7章でのクロック同期型測位方式の適用形態に関する議論に備えたい。

6.2 衛星位置決定

位置が正確に定められた4カ所の地上局において、1基の衛星から送信された測距電波の伝搬時間差が連続的に測定できるならば、時々刻々の衛星の位置とクロックオフセットが決定できる。これは衛星航法とは逆の原理である。この方法では、遠く隔てた地上局相互の時刻基準を精密に同期させ、維持する必

要があるが、このような時刻基準の同期化は、通信衛星を中継手段とした測距電波の地上局間双方向通信により、精度良く行うことができる。

衛星と個々の地上局との距離（以下ではレンジと呼ぶ）は、地上局→衛星→地上局と往復する測距電波の伝搬時間を測定することにより容易に求められる。従って、相互に隔てて位置する地上3局で、ほぼ同時に3つのレンジが測定されるならば、衛星の位置ベクトルが決定できる。このような往復伝搬時間によるレンジ測定では、前述の如き地上局間の精密なクロック同期化は不要であり、 10^{-4} 秒程度（この間に衛星が移動する距離は1 m以下である）で時刻基準が同期しておれば測定精度上問題はない。また、衛星が静止軌道にあっても、往復伝搬時間は0.3秒を越えることがないため、地上局には安定性が 10^{-10} 程度のクロックを準備すれば、十分に精度の高いレンジ測定が可能となる。

以下では、地上3局で測定した衛星・地上局間レンジを使用した簡単な衛星位置決定アルゴリズムを導き、その決定精度を予想しよう。ただし、ここでは第3章で述べたような最適推定の問題は論じない。また、レンジ測定は地上3局によって行われ、かつ衛星軌道ダイナミクスを含む軌道要素推定の最適化は考えないものとする。

いま、当該衛星と地上3局間の測距電波の往復伝搬時間より、衛星・地上局間レンジ Z_{N1} 、 Z_{N2} 及び Z_{N3} が同時刻に測定できるものとしよう。ただし、同時刻とは言っても、前述の如く 10^{-4} 秒程度の時刻のずれは精度上許容される。そして、当該衛星位置ベクトルを L 、3つの地上局位置ベクトルを r_{N1} 、 r_{N2} 及び r_{N3} とする。このとき、衛星と3地上局を結ぶ方向の単位ベクトル n_i は、

$$n_i = (r_{Ni} - L) / |r_{Ni} - L| \quad (i=1, 2, 3) \quad (6.1)$$

である。そこで、(3.16)式と同じ様に、(6.1)式を用いて衛星位置ベクトル偏差 δL と衛星レンジの偏差ベクトル δZ_N との関係を示すと、

$$\delta Z_N = H_N \delta L = \begin{pmatrix} n_1^T \\ n_2^T \\ n_3^T \end{pmatrix} \delta L \quad (6.2)$$

となる。従って、 δL は以下の式より求められる。

$$\delta L = V_N^{-1} \begin{pmatrix} (n_2 \times n_3)^T \\ (n_3 \times n_1)^T \\ (n_1 \times n_2)^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \delta Z_{N1} \\ \delta Z_{N2} \\ \delta Z_{N3} \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

$$V_N = n_1 \cdot (n_2 \times n_3) \quad (6.4)$$

以上の関係式はレンジ測定誤差と衛星位置誤差の関係を表現する場合もそのまま適用できる。以下では 4.5項の方法を踏襲して、測位劣化指数に相当する関係式を求める。

δL の共分散行列 W は、地上 3 局でのレンジ測定誤差の標準偏差をすべて等しく σ_N とすれば、(4.62) 式と同様に、

$$\begin{aligned} W &= A V \{ \delta L \delta L^T \} \\ &= H_N^{-1} A V \{ \delta z_N \delta z_N^T \} (H_N^{-1})^T \\ &= \sigma_N^2 (H_N^T H_N)^{-1} \end{aligned} \quad (6.5)$$

で表される。従って、衛星位置決定誤差は $(H_N^T H_N)^{-1}$ の対角成分の平方根と σ_N の積に比例するから、 $(H_N^T H_N)^{-1}$ の対角成分より、測位劣化指数と同じ意味を持つ軌道決定の劣化指数が求められる。そこで、(4.66) 式と同様に、

$$G = H_N^T H_N = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{12} & h_{22} & h_{23} \\ h_{13} & h_{23} & h_{33} \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

とし、行列 G の各要素を求めると、以下のようになる。

$$h_{11} = \sum_{i=1}^3 n_{i1}^2 \quad (6.7)$$

$$h_{22} = \sum_{i=1}^3 n_{i2}^2 \quad (6.8)$$

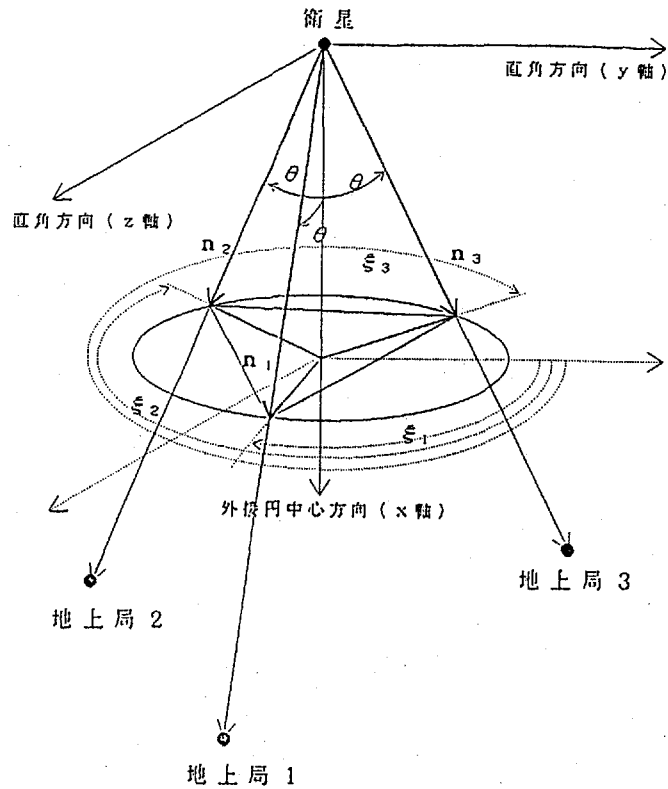
$$h_{33} = \sum_{i=1}^3 n_{i3}^2 \quad (6.9)$$

$$h_{12} = \sum_{i=1}^3 n_{i1} n_{i2} \quad (6.10)$$

$$h_{13} = \sum_{i=1}^3 n_{i1} n_{i3} \quad (6.11)$$

$$h_{23} = \sum_{i=1}^3 n_{i2} n_{i3} \quad (6.12)$$

ここで、第 6.1 図のように衛星の位置を始点として 3 地上局に向かう単位ベクトル n_i の先端を頂点とする三角形の外接円を考え、衛星とこの円の中心を通る方向に x 軸、これに直角な方向に y 軸及び z 軸をとり、これら 3 軸から成



第6.1図 地上局配置関係の幾何学的表現

る座標系を定義して、 n_i をこの座標系で表せば、

$$\begin{aligned} n_i &= (n_{i1} \ n_{i2} \ n_{i3})^T \\ &= (\cos\theta \ \sin\theta \sin\xi_i \ \sin\theta \cos\xi_i)^T \end{aligned} \quad (6.13)$$

となる。ただし、 θ は x 軸と外接円円周との成す角度、 ξ_i はベクトル n_i の x 軸回りの角度である。このとき、地上局の配置はお互いに同じ程度隔てて設置されるものと考えてよいので、近似的に

$$\sum_{i=1}^3 \sin\xi_i = \sum_{i=1}^3 \cos\xi_i = 0 \quad (6.14)$$

$$\sum_{i=1}^3 \cos^2\xi_i = \sum_{i=1}^3 \sin^2\xi_i = 3/2 \quad (6.15)$$

とすれば、(6.7)式～(6.12)式は以下の近似式で置き換えられる。

$$h_{11} = 3\cos^2\theta \quad (6.16)$$

$$h_{22} = (3/2)\sin^2\theta \quad (6.17)$$

$$h_{33} = (3/2)\sin^2\theta \quad (6.18)$$

$$h_{12} = 0 \quad (6.19)$$

$$h_{13} = 0 \quad (6.20)$$

$$h_{23} = 0 \quad (6.21)$$

従って、 G の逆行列は簡単に求められるため、レンジ（半径）方向およびこれに直角方向の軌道決定誤差の σ_N に対する比率、即ち軌道決定劣化指数（測位ではDOPに相当する）をそれぞれ κ_{NV} および κ_{NH} と定義すれば、

$$\begin{aligned} \kappa_{NV} &= 1/h_{11} \\ &= 1/(3^{1/2}\cos\theta) \end{aligned} \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{NH} &= 1/h_{22} + 1/h_{33} \\ &= 2/(3^{1/2}\sin\theta) \end{aligned} \quad (6.23)$$

が求められる。従って、(6.5)式より κ_{NV} および κ_{NH} に σ_N を掛け合わせれば、概ねレンジ（半径）方向および直角方向の位置決定誤差が求められる。

また、衛星軌道半径 r_s は地球半径 r_e に比較して充分小さい場合、

$$\theta \approx \chi r_e / r_s \quad (\chi < 1) \quad (6.24)$$

が成立する。従って、軌道決定劣化指数は

$$\begin{aligned} \kappa_{NV} &= 1/\{3^{1/2}\cos(\chi r_e / r_s)\} \\ &\approx 1/3^{1/2} \end{aligned} \quad (6.25)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{NH} &= 2/\{3^{1/2}\sin(\chi r_e / r_s)\} \\ &\approx (2/3^{1/2})(r_s / \chi r_e) \end{aligned} \quad (6.26)$$

となる。

参考に、GPS衛星と同じ軌道半径を想定して、 $r_s / r_e = 4.2$ 、地上局は広域に配置されるものとして、 $\chi = 0.7$ とすれば、レンジ方向に直角な方向の軌道決定誤差は(6.26)式よりレンジ測定誤差の約7倍であり、地上局の配置と衛

星軌道半径によって変わる。一方、レンジ（半径）方向の軌道決定誤差は地上局の配置や衛星軌道半径に係わりなく 約0.6倍となる。

第6.2図および第6.3図には、地上3局が概ね $\kappa = 0.7$ を満たすように地球上に広く配置されている場合と、地上3局が日本近辺に配置され、 $\kappa = 0.02$ 程度となる場合の軌道決定誤差の地上局位置誤差およびレンジ測定誤差に対する感度係数が示されている。ただし、どちらの場合も衛星の位置は緯度0度、経度150度、軌道高度約2万kmとする。第6.2図の広域配置では、レンジ誤差に関する感度係数のRSSは直角方向が6.6、レンジ方向が0.7であり、上記の解析結果と良く一致している。また第6.3図の日本近辺に配置する場合は(6.14)～(6.15)式が成立しなくなるため、(6.25)～(6.26)式は適用できない。この場合のレンジ誤差に関する感度係数のRSSは直角方向が45、レンジ方向が6となり、衛星位置決定精度が著しく劣化する。

以上の解析より、レンジに直角な方向の衛星軌道決定誤差はレンジ方向よりも一桁大きく現れることが明らかになったが、これらの軌道決定誤差のレンジ測定誤差に与える影響も大きく異なる。そこで、時々刻々の軌道決定誤差と測位誤差の解析的な関係を求め、軌道決定精度に対する要求を見直す。

4.2項の(4.17)式を参考にすれば、 $\#i$ の衛星位置決定誤差ベクトル δL_i によって生じる実効レンジ誤差 $\delta Z_{e,i}$ は以下の式で表される。

$$\delta Z_{e,i} = m_i \cdot \delta L_i \quad (6.27)$$

即ち、衛星位置決定誤差ベクトルのレンジ方向成分のみがレンジ測定誤差の実効値として測位精度に影響する。そこで、上式に(6.3)式を代入すれば、

$$\begin{aligned} \delta Z_{e,i} = \{ & m_i \cdot (n_2 \times n_3) \delta Z_{N1} + m_i \cdot (n_3 \times n_1) \delta Z_{N2} \\ & + m_i \cdot (n_1 \times n_2) \delta Z_{N3} \} / V_N \end{aligned} \quad (6.28)$$

となるが、これは衛星・ユーザ間を結ぶ単位ベクトル m_i と衛星・地上局間を結ぶ単位ベクトル n_j を稜とする4面体と n_1 、 n_2 および n_3 を稜とする4面体の体積比率 $m_i \cdot (n_2 \times n_3) / V_N$ 等に係わっている。そして、 n_1 、 n_2 、 n_3 の頂点に外接する円の中心と衛星を通る方向がベクトル m_i の方向とほぼ一致しており、地上3局が概ね等距離に離れて位置しているものとすれば、実効レンジ誤差 $\delta Z_{e,i}$ の標準偏差 σ_e は、外接円の成す角度 θ を用いることにより、

$$\begin{aligned} \sigma_e &= 3^{1/2} \sigma_N \cdot \sin^2 \theta / \{ (3 \cdot 3^{1/2} / 2) \sin^2 \theta \cos \theta \} \\ &= (2/3 \cos \theta) \cdot \sigma_N \end{aligned} \quad (6.29)$$

		半径方向	東西方向	南北方向
第1測距局	高度誤差:	-0.312	-1.489	1.858
	東西誤差:	-0.090	-0.430	0.536
	南北誤差:	0.322	1.540	-1.921
	レンジ誤差:	0.457	2.185	-2.726
第2測距局	高度誤差:	-0.333	-1.406	-2.231
	東西誤差:	-0.010	-0.042	-0.067
	南北誤差:	-0.330	-1.392	-2.208
	レンジ誤差:	0.469	1.979	3.140
第3測距局	高度誤差:	-0.039	1.807	0.181
	東西誤差:	0.081	-3.791	-0.380
	南北誤差:	0.002	-0.103	-0.010
	レンジ誤差:	0.090	-4.201	-0.421

《対象衛星位置》	緯度: 0.0度	経度: 150.0度	高度: 20231km
《第1測距局位置》	緯度: 35.9度	経度: 140.7度	地名: 鹿島
《第2測距局位置》	緯度: -35.0度	経度: 149.0度	地名: 豪州
《第3測距局位置》	緯度: 2.0度	経度: 202.0度	地名: クリスマス

第6.2図 衛星軌道決定劣化指数（広域配置）

		半径方向	東西方向	南北方向
第1測距局	高度誤差:	2.571	-0.805	18.589
	東西誤差:	0.742	-0.233	5.367
	南北誤差:	-2.658	0.833	-19.218
	レンジ誤差:	-3.772	1.182	-27.271
第2測距局	高度誤差:	0.354	-11.866	-0.615
	東西誤差:	0.221	-7.422	-0.385
	南北誤差:	-0.249	8.351	0.433
	レンジ誤差:	-0.486	16.298	0.845
第3測距局	高度誤差:	-4.253	14.123	-21.311
	東西誤差:	-0.894	2.970	-4.481
	南北誤差:	2.934	-9.741	14.699
	レンジ誤差:	5.244	-17.412	26.274

《対象衛星位置》	緯度: 0.0度	経度: 150.0度	高度: 20231km
《第1測距局位置》	緯度: 35.9度	経度: 140.7度	地名: 鹿島
《第2測距局位置》	緯度: 26.6度	経度: 128.3度	地名: 沖縄
《第3測距局位置》	緯度: 26.7度	経度: 142.2度	地名: 小笠原

第6.3図 衛星軌道決定劣化指数（日本近辺配置）

で表される。従って、衛星位置決定誤差によって生じる実効レンジ誤差は、衛星位置決定時のレンジ測定誤差の $(2/3\cos\theta)$ 倍であり、衛星位置決定誤差の直角方向成分が実効レンジ誤差にそのまま影響することはない。

第6.4図 には、衛星軌道決定誤差やレンジ測定誤差（距離換算ですべて10m）に対する測位誤差が示されている。この解析結果からもわかるように、レンジに直角な方向の衛星位置決定誤差はレンジ方向のそれよりも測位誤差に対する影響が小さい。従って、軌道決定においてレンジに直角方向の精度がレンジ方向に比較して多少悪くても問題はない。これは衛星測位の特徴的な性質である。

衛星位置	緯度(度)	経度(度)	高度(km)
No1 :	10.0	122.9	20231
No2 :	-3.4	178.1	20231
No3 :	32.4	142.2	20231
No4 :	54.7	77.6	20231

《測位条件》 測位位置： 35 度(北緯), 135 度(東経), 0 km(高度)
最小仰角： 21 度

誤差要素 (ERR)	鉛直誤差 (U/D)	東西誤差 (E/W)	北南誤差 (N/S)	レンジ偏位 (CLK)
SAT1R = 10.0	-1.1	-10.2	-12.2	1.8
SAT1E = 10.0	0.1	0.5	0.6	-0.1
SAT1N = 10.0	0.1	1.3	1.6	-0.2
SAT2R = 10.0	-9.9	5.1	-0.7	9.1
SAT2E = 10.0	-1.5	0.8	-0.1	1.4
SAT2N = 10.0	1.7	-0.9	0.1	-1.5
SAT3R = 10.0	19.6	8.7	6.8	-10.2
SAT3E = 10.0	0.6	0.3	0.2	-0.3
SAT3N = 10.0	-0.3	-0.1	-0.1	0.2
SAT4R = 10.0	-8.2	-3.5	6.1	8.9
SAT4E = 10.0	1.6	0.7	-1.2	-1.8
SAT4N = 10.0	-0.1	-0.0	0.1	0.1
MRNG1 = 10.0	1.1	10.3	12.3	-1.8
MRNG2 = 10.0	10.2	-5.2	0.7	-9.3
MRNG3 = 10.0	-19.6	-8.7	-6.8	10.2
MRNG4 = 10.0	8.3	3.6	-6.2	-9.1
EALTI = 10.0	0.0	0.0	0.0	0.0
EUCLK = 10.0	0.0	0.0	-0.0	0.0
(RSS)	33.4	21.1	21.8	23.5
			(単位：メートル)	

SAT1R = 半径方向衛星位置誤差
SAT1E = 東西方向衛星位置誤差
SAT1N = 北南方向衛星位置誤差
MRNGi = レンジ測定誤差
EALTI = ユーザ高度推定誤差
EUCLK = レンジ偏位誤差

第6.4図 衛星位置決定誤差及びレンジ測定誤差（10m）に対する測位誤差

6.3 衛星クロックの較正

衛星・地上局間のレンジが求められると、衛星から送信される測距電波の伝搬時間を用いて衛星の地上局に対するクロックオフセットが測定できる。

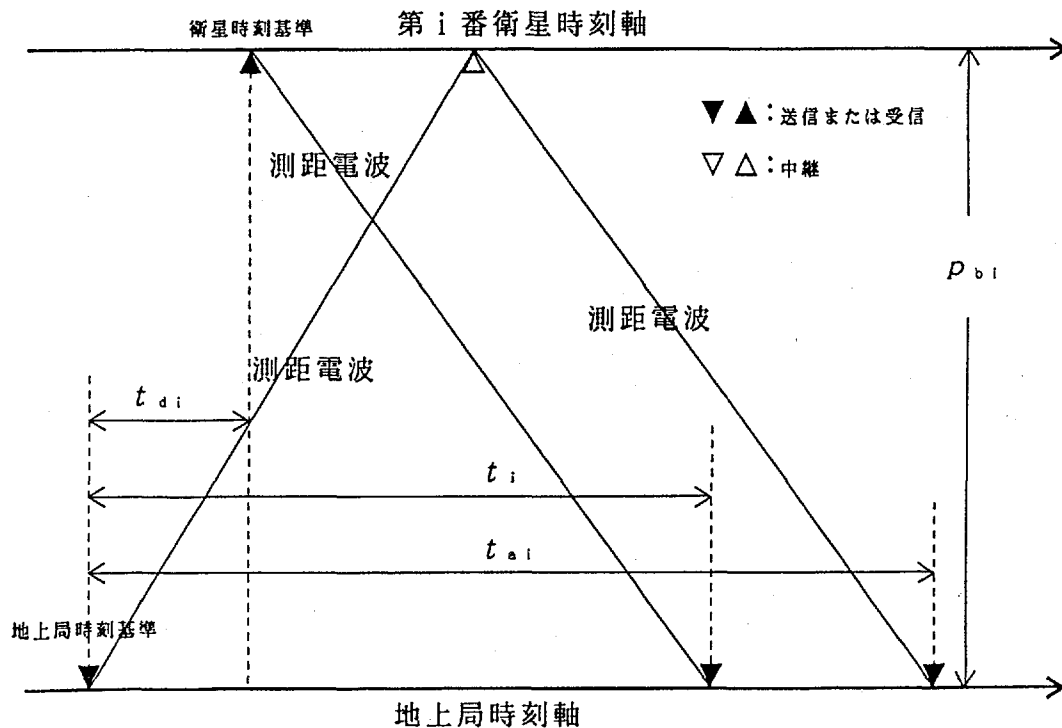
第6.5図を参考にするれば、地上局が測定する衛星# i の測距電波の伝搬時間 t_i には衛星の地上局に対するクロックオフセット t_{di} が含まれている。従って、測定された衛星・地上局間レンジ p_{bi} とすれば、

$$p_{bi} = C(t_i - t_{di}) \quad (6.30)$$

なる関係が成立するから、地上局の送信した測距電波が衛星# i を中継して再び地上局に到達する場合の往復伝搬時間 t_{ai} ($=2p_{bi}/C$) が測定されると、

$$t_{di} = t_i - t_{ai}/2 \quad (6.31)$$

が得られる。



第6.5図 衛星クロックの較正原理

以上の方法はクロックオフセット測定 of the most simple method and, continuously or once per revolution, the statistical processing of t_{di} allows the correction of the satellite clock standard using the parameters obtained.

The measurement accuracy of the clock offset is dependent on the measurement accuracy of the range and the satellite-ground station range, and the standard deviation of the measurement error is σ_{tm} , σ_{pb} and σ_{td} respectively. The standard deviation of the clock offset measurement error is given by the following equation.

$$\sigma_{td} = (\sigma_{tm}^2 + \sigma_{pb}^2 / c^2)^{1/2} \quad (6.32)$$

From this, the standard deviation of the satellite clock standard is σ_{td} , which contains the irregular component. The value obtained by multiplying the speed of light by the range measurement error is the irregular component.

Also, when the range measurement source is a stationary satellite, the measurement of the satellite position and the clock offset is continuous. Therefore, it is not necessary to carry a high-precision clock on the satellite. However, in the case of a revolving satellite, it is not possible to continuously measure the clock offset by placing ground stations all over the world. Therefore, the clock offset in (6.32) diverges with time.

Now, when the satellite is located within a certain latitude, the measurement of the clock offset is possible. Let N_r be the number of revolutions, τ_r be the measurement interval ($= N_r \times 3600 \times 24$), and ϵ_s be the drift of the satellite clock after correction (sec/sec). Then, after one revolution, the clock offset is given by

$$\delta Z_s = c \epsilon_s \tau_r \quad (6.33)$$

The range measurement error is δZ_s . ϵ_s is an irregular variable for each satellite. Since δZ_s is a statistical variable, it is an independent irregular variable. For reference, in the GPS orbit, the number of revolutions is 1 day, so $\epsilon_s = 3 \times 10^{-13}$ sec/sec, but the error is 7.8 meters just before correction. Therefore, even if the clock offset is measured with high accuracy, the stability of the satellite clock is low, and the effect is reduced. In this way, the satellite orbit and the stability of the satellite clock are affected by the ground station conditions and the satellite orbit determination conditions.

6.4 ベンチマーク局による測位補正

ユーザ受信機を使用して、位置が正確に測定されている基準点で測位を行えば、それぞれの測距電波源固有の誤差要素や電離層の影響等により、ユーザ受信機が示す位置と基準点位置にずれが生じる。このずれを衛星測位誤差の補正情報として利用する方式はディファレンシャル航法と呼ばれており、GPS利用の分野では馴染み深い方式である。

このような位置の正確に知られた基準点での測位情報から補正データを生成する設備をベンチマーク局と呼ぶことにし、ベンチマーク局利用による測位補正の効果やこれらの配置間隔の問題について解析的に検討しよう。

いま、地球中心に対する衛星# i 及びベンチマーク局の位置ベクトルをそれぞれ L_i 及び r_0 、衛星# i とベンチマーク局との擬似レンジを s_{i0} 、ベンチマーク局と衛星とのクロックオフセットによるレンジ偏位（実レンジから擬似レンジを差し引いた値として定義する）を q_0 とすれば、

$$(L_i - r_0)^2 = (s_{i0} + q_0)^2 \quad (6.34)$$

であるから、ベンチマーク局での位置ベクトル r_0 の測定誤差 δr_0 とレンジ測定誤差 δs_{i0} 及びレンジ偏位誤差 δq_0 の関係は以下の式で示される。

$$(L_i - r_0) \cdot (\delta L_i - \delta r_0) = (s_{i0} + q_0) \cdot (\delta s_{i0} + \delta q_0) \quad (6.35)$$

しかるに、ベンチマーク局と衛星を結ぶ方向の単位ベクトル m_{i0} は

$$m_{i0} = (L_i - r_0) / (s_{i0} + q_0) \quad (6.36)$$

であるから、(6.35)式は以下の関係式に書き換えられる。

$$\delta s_{i0} = m_{i0} \cdot \delta L_i - m_{i0} \cdot \delta r_0 - \delta q_0 \quad (6.37)$$

ところが、ベンチマーク局で既知或いは測定されるのは m_{i0} と δr_0 であるから、レンジ補正データとして移動体に提供できるデータは(6.37)式の δs_{i0} ではなく、以下の式より求められる δs_{ic} ((6.37)式右辺の第2項)である。

$$\delta s_{ic} = -m_{i0} \cdot \delta r_0 \quad (6.38)$$

つぎに、移動体の位置ベクトルを r 、衛星# i と移動体とのレンジを s_i 、移動体と衛星とのクロックオフセットによるレンジ偏位を q 、移動体と衛星を結

ぶ方向の単位ベクトル m_i を(6.36)式と同様に

$$m_i = (L_i - r) / (s_i + q) \quad (6.39)$$

とし、レンジ誤差を δs_i 、レンジ偏位誤差を δq とすれば、(6.38)式によるレンジ補正を行った後の測位誤差 δr は、(6.37)式を適用して、

$$\begin{aligned} m_i \cdot \delta r &= (m_i \cdot \delta L_i - \delta s_i - \delta q) + \delta s_{i0} \\ &= (m_i - m_{i0}) \cdot \delta L_i - (\delta s_i - \delta s_{i0}) - (\delta q - \delta q_0) \quad (6.40) \end{aligned}$$

となる。そこで、移動体・ベンチマーク局間の距離を d_B 、衛星位置誤差 δL_i のレンジ方向に直角な方向の成分 $|m_i \times \delta L_i|$ の標準偏差を σ_s 、レンジ測定誤差の変動分 $(\delta s_i - \delta s_{i0})$ の標準偏差を σ_M 、レンジ偏位誤差の変動分 $(\delta q - \delta q_0)$ の標準偏差を σ_q とし、天頂角が最大となる衛星の天頂角及びレンジを θ_L 及び s_L とする。このとき、(6.40)式の右辺は(4.14)式右辺の実効レンジ誤差に相当するため、測位劣化指数とレンジ誤差及び測位誤差の標準偏差 σ_k との一般的な関係から、以下の式が求められる。

$$\sigma_k \leq \text{DOP}_k \{ (d_B \cos \theta_L / s_L)^2 \sigma_s^2 + \sigma_M^2 + \sigma_q^2 \}^{1/2} \quad (6.41)$$

ただし、 DOP_k は第4章で定義されている実レンジ型測位の測位劣化指数 (VDOP、HDOP) である。擬似レンジ型測位が適用される場合は、(6.40)式右辺の第3項 $(\delta q - \delta q_0)$ は測位計算によって決定されることになり、(4.17)式に対する補正後の実効レンジ誤差が得られる。従って、(6.41)式において $\sigma_q = 0$ とし、 DOP_k には擬似レンジ型測位の測位劣化指数を適用すればよい。

参考に、 $s_L = 20000\text{km}$ 、 $d_B = 500\text{km}$ とすれば、

$$d_B \cos \theta_L / s_L \leq 0.025 \quad (6.42)$$

である。従って、 $\sigma_s = 100\text{メートル}$ 、 $\sigma_M = 3\text{メートル}$ 、 $\sigma_q = 3\text{メートル}$ であれば、半径500km以内にあるベンチマーク局のレンジ補正情報を利用することにより、

$$\sigma_k \leq 3.9 \times \text{DOP}_k \text{メートル} \quad (\text{擬似レンジ型測位}) \quad (6.43)$$

$$\sigma_k \leq 4.9 \times \text{DOP}_k \text{メートル} \quad (\text{実レンジ型測位}) \quad (6.44)$$

の測位精度が得られる。

このように、衛星軌道誤差やSA等により混入したレンジ誤差は、移動体近

傍のベンチマーク局での測位誤差から(6.38)式により近似的に算出可能であるから、これをレンジ補正量として用いることにより、測位誤差を低減することができる。しかし、(6.40)式の性質から、レンジ方向に直角な方向の衛星軌道誤差は補正されていないため、これによる測位誤差は移動体・ベンチマーク局間距離の増加と共に増大する。また、2局間での擬似レンジ測定のみによるレンジ偏位測定のみによる測位誤差の要因として残ることになる。

以上述べたレンジ誤差の測定において、ベンチマーク局で使用する測位方式は確定法でなければならない。最小自乗法では測距電波固有のレンジ誤差ではなく最適に平均化されたレンジ誤差となるからである。また、ベンチマーク局で次項に示すクロック同期が可能であれば、精度上、実レンジ型測位が有利である。

6.5 地上局によるユーザクロック同期化支援

測距衛星の一部が測距電波の送信だけでなく、ユーザ・地上局間で測距電波等の双方向通信を可能とする中継機能を有しているならば、衛星・ユーザ間のクロックオフセットを測定することが可能である。

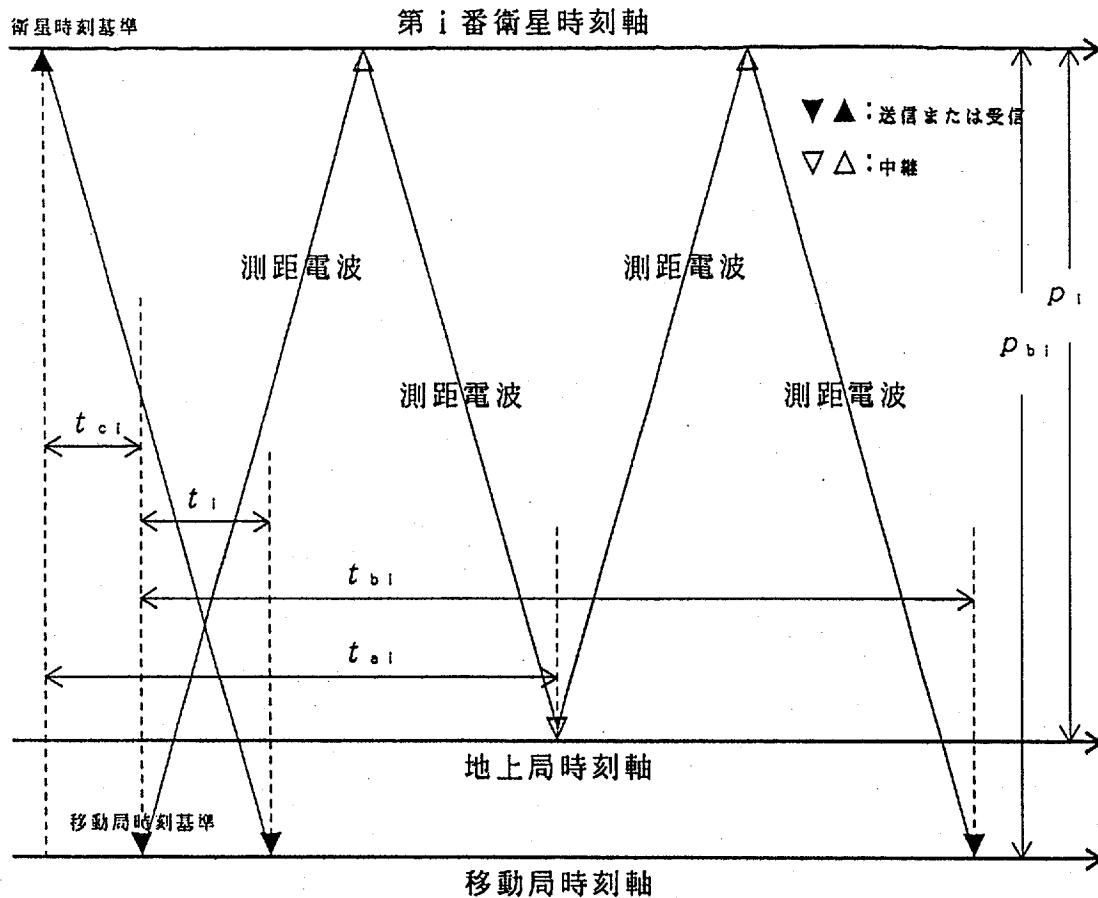
第4章で明らかになったように、低仰角にある衛星からの電波が受信できない場合、3次元擬似レンジ型での測位精度は悪くなる。当然、可視衛星数も少なくなるため、実レンジ型測位方式が適用できれば、測位精度の劣化を抑えることができるだろう。従って、以下では地上局の支援機能の1つとして、ユーザクロックの同期化支援について議論しよう。

衛星の瞬時瞬時の位置は衛星軌道要素より正確に求められるから、地上局の位置が正確に知られているものとすれば、衛星*i*・地上局間レンジ p_{bi} が正確に求められる。また、ユーザ局（移動局）は自分の時刻基準で測定した双方向通信が可能な特定の衛星*i*からの測距電波の伝搬時間 t_i を常時測定することができる。そこで一例として、第6.6図に示すようにユーザ局が送信する測距電波をユーザ局→衛星→地上局→衛星→ユーザ局と中継して、ユーザ局の時刻を基準として測距電波の伝搬時間 t_{bi} が測定されるならば、

$$p_i = C(t_i + t_{bi}) \quad (6.45)$$

$$2(p_i + p_{bi}) = C t_{bi} \quad (6.46)$$

なる関係が得られるため、ユーザ時刻基準の衛星時刻基準に対するクロックオ



第6.6図 ユーザクロック同期化支援の原理

フセット t_{ci} は、

$$t_{ci} = t_{bi}/2 - p_{bi}/C - t_i \quad (6.47)$$

となる。このように、地上局によるユーザクロックの同期化は、衛星の双方向通信手段を用いて行うことができる。また、このクロック同期化のための通信にはユーザ・地上局間の双方向メッセージ通信で行えばよいだろう。

以上の同期化支援の方法では、地上局はユーザ局の測距電波を所定の遅延時間で中継しさえすればよいが、地上局で1回、衛星で2回の中継によって生じる遅延時間のばらつきは同期化の誤差となり、測位精度を低下させる要因となる。もし、地上局と衛星との時刻基準が同期しており、ユーザ局が自分の時刻を基準として送信した測距電波のユーザ局→衛星→地上局での伝搬時間 t_{oi} を衛星時刻を基準として測定できるならば、

$$p_i + p_{bi} = C(t_{ai} - t_{ci}) \quad (6.48)$$

なる関係が得られる。従って、(6.45)式を用いれば、

$$t_{ci} = (t_{ai} - t_i)/2 - p_{bi}/C \quad (6.49)$$

が得られる。

この方法では、地上局は測距電波を中継する必要はなく、ユーザ局に対して t_{ai} を通報するだけでよい。ため、測位精度の点で有効である。

ユーザが高速で移動している場合は、ユーザ速度情報を用いて(6.47)式または(6.49)式のクロックオフセットに補正を加える必要がある。また、クロック同期化支援に地上に固定された地上局ではなく、高速で移動する衛星が使用される場合は、衛星軌道要素より衛星速度を算出する必要がある。ユーザの移動速度が不明な場合は測距電波のドップラー周波数変移より速度を算出することとなる。

第7章 双方向通信利用の衛星航法

7.1 移動体通信との統合

衛星を利用した測位システムのなかで、GPSは測位精度、測位の連続性及びグローバル性において卓越した性能を有している。また、GPS衛星から送信される測距電波を受信するだけで容易に測位が可能であるから、航空機、船舶、陸上車両の航法、航行管制、運行管理の手段としてたいへん重要なシステムになりつつある。

しかし、全地球域での連続測位を可能とするためには、第5章で考察したように、地球表面のあらゆる地点で少なくとも4基の衛星からの測距電波が常に受信できるよう、多数の衛星を複数の周回軌道に可能な限り均等に配置する必要がある。このため、システムの運用形態と維持経費を考えた場合、全地球域測位を第一義の課題とする現状のGPSが、将来とも最適なシステムであるとは断定できない。また、GPSの国際的運用が進むと、民生ニーズと費用対効果を反映した多角的なシステムへと脱皮することが望まれるように思われる。

グローバルな測位システムは移動体の航法、搜索救難、航行管制にとって希求のものであることは疑うべくもないが、簡便でグローバルな移動体通信システムも、これらを遂行するうえで不可欠なものである。そして、移動体の安全で経済的な活動は、測位と通信が上述の如き運用を支える情報通信のネットワークの両輪となることによって達成されるものである。このような将来において必要と思われる移動体情報通信ネットワークの効率的な運用を考慮した場合、測位手段としてGPSのような測位専用システムに依存することが果たして賢明であろうか、と言った検討課題が思い浮かぶ。

ところで、近年、衛星の民生利用の分野では、移動体衛星通信システムの開発が各国で活発になっている。最近、わが国においても、GPSの測位情報と移動体・地上センター間の双方向衛星通信ネットワークを利用して、トラック等の運行管理を行おうとする移動体測位通信複合サービス事業（OmniTRACS）が展開しつつある。このシステムでは静止衛星が通信手段として利用されるため、サービス域は限定されるものの、2、3基の衛星で最小規模の測位通信系の構築が可能となっている。また、これらの衛星を測距電波源として利用すれば、GPS併用による、或いはGPSを必要としない民生向きの測位システムの構築が可能である。

この章では、小規模の衛星システムで実現可能な測位通信システムに適合する測位方式として、ユーザクロック同期型測位方式について、特に測位アルゴ

リズム、クロックの同期化や較正法、測位精度に注目して検討しよう。この実現には、双方向通信手段の利用が不可欠であり、測位の連続性を達成するためには高安定クロックが重要な役割を果たす。また、将来の研究課題ではあるが、月・地球往還ミッションのための通信航法システムの測位方式として、クロック同期型測位方式は測位精度上有望であると思われる。従って、その衛星配置、測位精度、クロック同期の原理について議論しようと思う。

7.2 双方向通信利用の同期型測位方式

衛星測位においては、複数の衛星からの測距電波を同時に受信することが必要であるが、自動車等の運用環境では、建築物や地形によって、これらの受信に障害を受け、測距機能の中断されることが多い。このため、第8章で議論するように、推測航法等の併用によって精度的に補完することが必要となるが、ユーザ装置の利便性、低価格化を達成するには、測距電波の受信数が減少しても、衛星測位機能の連続性が独自で維持できる機能を有することが望ましい。

測位機能が中断する頻度を低減する方策として、まずGPS衛星と通信衛星の測距電波を併用することがあげられる。日本近辺では、静止衛星の仰角は40～50度であり、その位置が不変であるため、これらの併用は測位性能の向上に大変有効である。また、ユーザ高度情報の利用も考えられるが、これは地球中心にある仮想的な衛星を利用することと同義であるから、測距電波の必要受信数が1つ減少するとともに、通常、測位精度の向上にも効果がある。

第3章で議論したように、上述の如き測距電波源の増強や高度情報の併用は、最小自乗法や2次元測位の適用で対応できるが、これらはこの項で具体的に検討するクロック同期型測位方式を含めて、3.4項の最小自乗推定に基づく統計的測位アルゴリズムに集約される。そして、第8章でも考察するように、運用条件に照らし合わせて誤差比例係数を適切に設定すれば、第3章で分類した各種の測位方式に帰着する。以下では、双方向通信と融合した測位方式であるクロック同期型測位方式のシステム形態とその利用形態について議論しよう。特に、5.4項で考察した静止衛星利用の限定域測位システムの中で最小規模となるシステム形態が主要な検討対象となる。

【同期型測位方式の原理】

クロック同期型測位方式では、衛星を中継手段とした移動局・地上局間の双方向通信により、双方の時刻基準を同期させるための同期化データを得て、衛

星・移動局間の実レンジを決定する。従って、3次元測位では必要な測距電波源数は3つであり、一般に擬似レンジ型測位に比較して良好な測位精度が得られる。

まず、クロック同期化のための測定は、静止衛星の電波中継機能を利用して、地上局と移動体との測距電波の双方向通信により行われる。地上局で測定されたユーザ測距電波の伝搬時間に関する測定データは、衛星からの測距電波に重畳して各ユーザに通報される。クロックオフセット及びこれに起因するレンジ偏位はユーザ側で計算され、次項に示す測位計算に使用される。第7.1図には、クロック同期型測位方式の通信処理シーケンスが示されている。

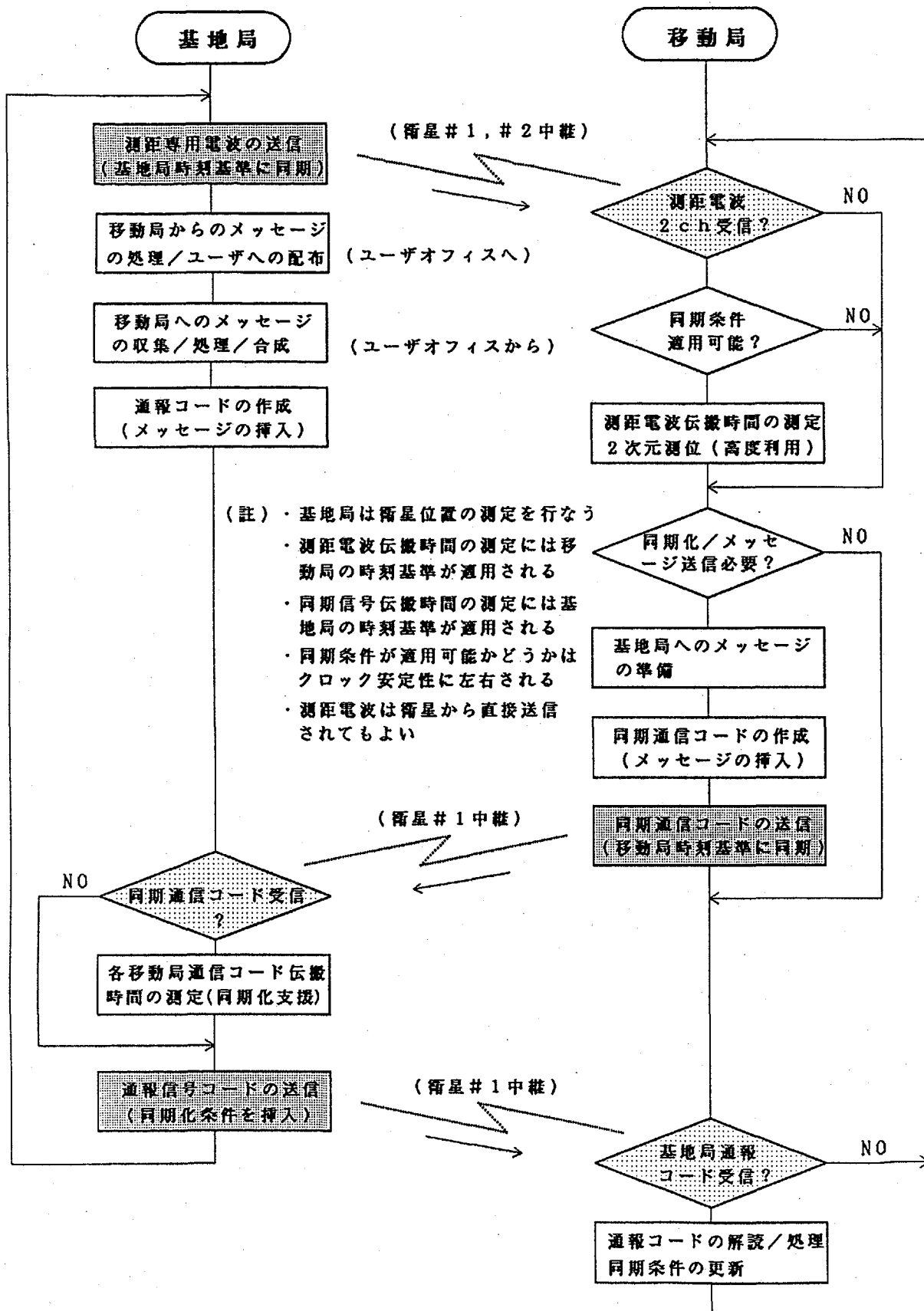
【往復測距型測位方式との比較】

第7.2図は GEOSTARのような往復測距型測位方式の通信処理シーケンスを示したものである。以下ではこれらの図を比較しつつ、クロック同期型測位方式の性能上の特徴を概略述べよう。

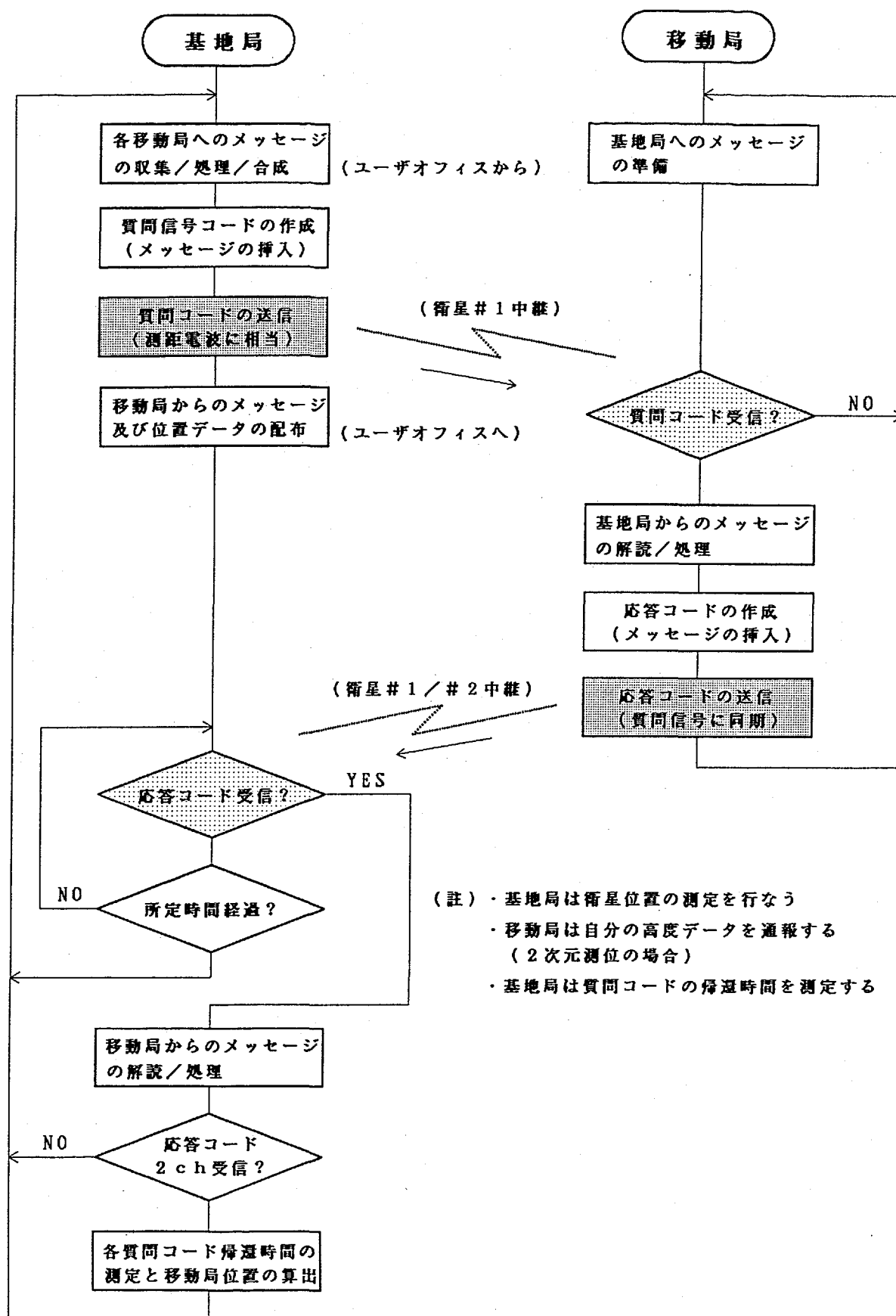
クロック同期型測位方式では、衛星を測距電波の中継手段または送信源として、少なくとも2基の衛星からの測距電波を連続して受信する。ユーザと基地局の時刻基準が同期しておれば、測距電波の受信だけで連続測位が可能である。双方の時刻基準がずれている場合、ユーザは自分の時刻基準に合わせて測距電波を衛星に送信する。基地局は衛星中継によりこれを受信し、自分の時刻基準から受信までの時間間隔を測定すれば、クロック同期化が可能となる。従って、第7.2図の往復測距型とは異なって、測距電波の連続受信によって連続測位が可能となるが、双方向通信によって間欠的にクロック同期を行う必要がある。

ユーザクロックとして、どの程度の高安定クロックを使用するかは、クロック同期の頻度、連続測位における測位精度を左右する重要な問題である。例えば、長時間にわたって衛星3基による3次元測位を行う必要がある場合は、測位の要求精度に見合った精度の高安定クロックを使用しなければならない。もし、連続測位が必要でなく、双方向通信毎に測位情報が得られるのであれば、高安定クロックは不要である。

第2章 2.4項では、2基の静止衛星を利用した同期型測位方式におけるクロックの安定性と測位誤差の発散性との関係を考察している。第2.10図は、クロック安定性を 3×10^{-11} とし、20分および1時間経過後にクロック同期化を行った場合の測位誤差の発散傾向を示したものである。測位誤差はレンジ測定誤差、高度誤差、クロック同期誤差、クロック安定性によるオフセットドリフトのRSSより求めているが、これらの中で、クロックオフセットドリフトはクロック安定性に起因するものであり、経過時間とともに発散する。



第7.1図 クロック同期型測位方式の通信処理シーケンス

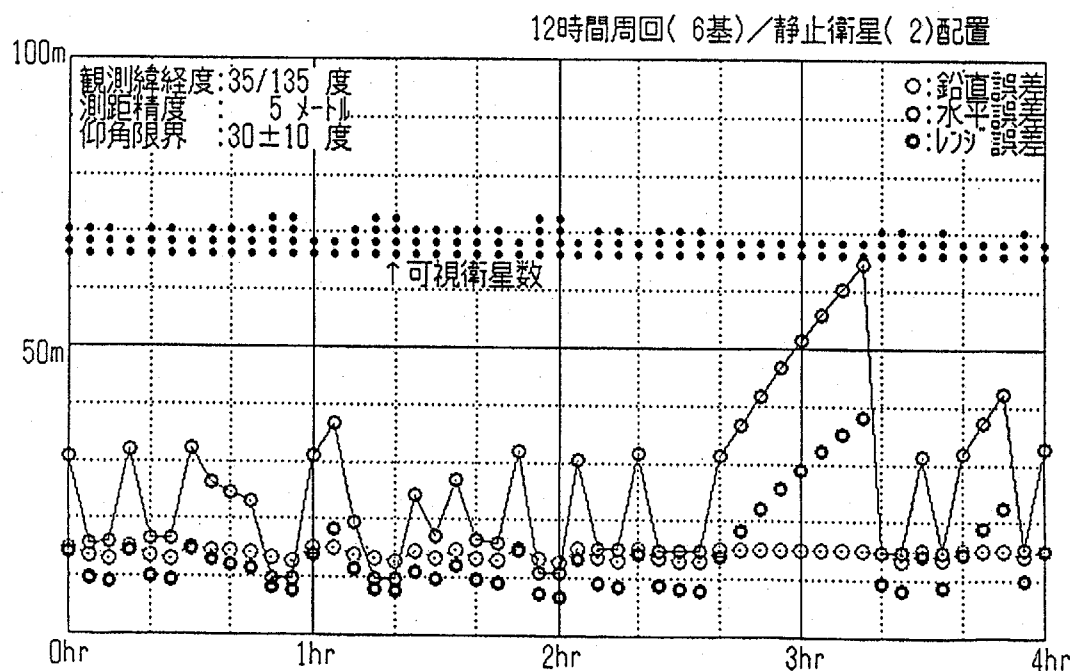


第7.2図 往復測距型測位方式の通信処理シーケンス

【測距専用衛星併用によるクロック同期化】

静止衛星2基の他にGPS衛星のような測距電波源を併用できるならば、移動体・基地局間の双方向通信を行わなくても、ユーザクロックの同期化が可能である。もし、GPSと静止衛星の測距電波の時刻基準が同期化されており、静止衛星2基とGPS衛星1基の測距電波が受信可能であれば、2次元擬似レンジ型測位が可能となり、測定されたレンジ偏位からクロックオフセットが推定できることになる。従って、ユーザクロックとして高安定クロックが使用されておれば、時折、GPS衛星測距電波の受信を追加することにより、静止衛星2基による同期型測位方式が可能となる。このような運用形態もクロック同期型測位方式の利用形態であり、これらの形態は第8章で述べる重み係数可変最小自乗法による測位端末の高機能化によって統合されることになる。

第7.3図は、第2.10図と同様に配置した静止衛星2基に加えて、地表にほぼ均等に配置された12時間周回衛星6基が適用できる場合の測位誤差を示したものである。仰角限界は30度を中心として±10度変動するものとした。可視衛星数2基の状態が持続すると、線形的及びランダム的な同期誤差が増大するため、レンジ偏位誤差と水平方向誤差も時間と共に増大するが、高度情報と高安定クロックによって、可視衛星が2基に減少しても測位可能となっている。加えて、クロック同期化が適時行われれば、さらに測位誤差の低減が可能であろう。



第7.3図 12時間周回衛星(6基)/静止(2基)併用の同期型測位精度

(高度誤差: 15m、同期誤差: 2.8×10^{-11} s/s, 2.2×10^{-9} s/s^{1/2})

7.3 同期型測位方式の定式化

測定値の統計的性質を考慮した最適な測位アルゴリズムは 3.4項に示されている。これを参考にして、高度データと同期データ（レンジ偏位）を測定値として使用する測位アルゴリズムを整理すると、以下の通りになる。

$$\begin{aligned} X &= X_0 - \delta X \\ &= X_0 - (H^T H)^{-1} H^T \delta \rho \end{aligned} \quad (7.1)$$

$$H^T = \begin{pmatrix} m_{11}/\kappa_1 & m_{21}/\kappa_2 & \cdots & m_{N1}/\kappa_N & 1/\kappa_x & 0 \\ m_{12}/\kappa_1 & m_{22}/\kappa_2 & \cdots & m_{N2}/\kappa_N & 0 & 0 \\ m_{13}/\kappa_1 & m_{23}/\kappa_2 & \cdots & m_{N3}/\kappa_N & 0 & 0 \\ 1/\kappa_1 & 1/\kappa_2 & \cdots & 1/\kappa_N & 0 & 1/\kappa_c \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

$$\begin{aligned} \delta \rho &= (\delta \rho_1 \ \delta \rho_2 \ \cdots \ \delta \rho_N \ \delta \rho_x \ \delta \rho_c)^T \\ &= (\delta Z_1/\kappa_1 \ \delta Z_2/\kappa_2 \ \cdots \ \delta Z_N/\kappa_N \ \delta r_{xm}/\kappa_x \ \delta q_m/\kappa_c)^T \end{aligned} \quad (7.3)$$

ただし、 $\kappa_i (i=1,2,\dots,N)$ 、 κ_x 及び κ_c は測定レンジ誤差、高度データ誤差及びレンジ偏位の誤差比例係数であり、これらはそれぞれの標準偏差 σ_i 、 σ_x 及び σ_c の基準標準偏差 σ_0 （通常、測定レンジ誤差の標準偏差で、 $\sigma_i = \sigma_0$ とする）に対する比の値である。

同期型測位方式において、最小規模の衛星システムを前提とすれば、高度情報を利用しない3次元測位では必要衛星数は3基であり、高度情報を利用する2次元測位では2基である。このようなレンジ測定に冗長のないシステム形態では誤差比例係数は消去され、擬似レンジ測定値を s_i 、レンジ偏位測定値を q_m とすれば、位置ベクトル偏差 δr に関する以下のアルゴリズムが得られる。

【3次元同期型測位】

$$\delta r = \frac{1}{m_3 \cdot (m_1 \times m_2)} \begin{pmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{pmatrix}^T \delta z \quad (7.4)$$

$$\delta z = \begin{pmatrix} s_1 + q_m - |L_1 - r_0| \\ s_2 + q_m - |L_2 - r_0| \\ s_3 + q_m - |L_3 - r_0| \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

【2次元同期型測位】

$$\delta r = \frac{1}{m_x \cdot (m_1 \times m_2)} \begin{pmatrix} (m_2 \times m_x)^T \\ (m_x \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{pmatrix}^T \delta z \quad (7.6)$$

$$\delta z = \begin{pmatrix} s_1 + q_m - |L_1 - r_0| \\ s_2 + q_m - |L_2 - r_0| \\ p_x - |r_0| \end{pmatrix} \quad (7.7)$$

ただし、 r_0 はユーザ位置ベクトルの更新前の値であり、 p_x はユーザ高度から求められるユーザ・地球中心間距離である。

測位計算が連続的に行われる場合は、レンジ偏位 q_m はユーザクロックの較正データを用いてユーザ装置内で更新される。即ち、時刻 t_0 においてレンジ偏位 $q_m(t_0)$ が測定されたとすれば、時刻 t におけるレンジ偏位 $q_m(t)$ はクロックオフセットの時間変化率 ε_T を用いて次式により計算される。

$$q_m(t) = q_m(t_0) + c\varepsilon_T(t - t_0) \quad (7.8)$$

ここで、 ε_T は測位誤差の発散傾向から推定可能であり、例えばユーザ局が停止した状態であれば、測位誤差の時間変化率は ε_T に比例する。ユーザクロックの較正法は 7.5項で考察する。

このように、クロック同期型測位では、ユーザクロックの安定性が低い場合は q_m の誤差の増大により測位誤差が増大するため、レンジ偏位の測定頻繁を高めなければならない。

7.4 クロックオフセットの測定

測距電波送信型の衛星測位システムにおいて、ユーザクロックの同期化とはユーザ・地上局間の双方向通信により、ユーザと衛星との時刻基準のずれ（クロックオフセット） t_e を測定して、ユーザのレンジ偏位を更新することである。クロック同期化の原理は既に6.5項に示されているので、ここではユーザからの測距電波のみを使用する同期化の方法について、やや詳細に検討する。

【衛星とのクロックオフセットの測定】

まず、衛星・地上局間のクロックオフセット t_e は、6.3項によって測定されているものとする。そして、ユーザは測距電波の送信を自分の時刻基準に

同期して行い、地上局は衛星中継されたユーザからの測距電波と衛星からの測距電波の到達時間差を測定する。第7.4図を参考にすれば、ユーザが測定する衛星測距電波の擬似伝搬時間 t_u は、

$$t_u = p/c - t_c + \delta t_1 \quad (7.9)$$

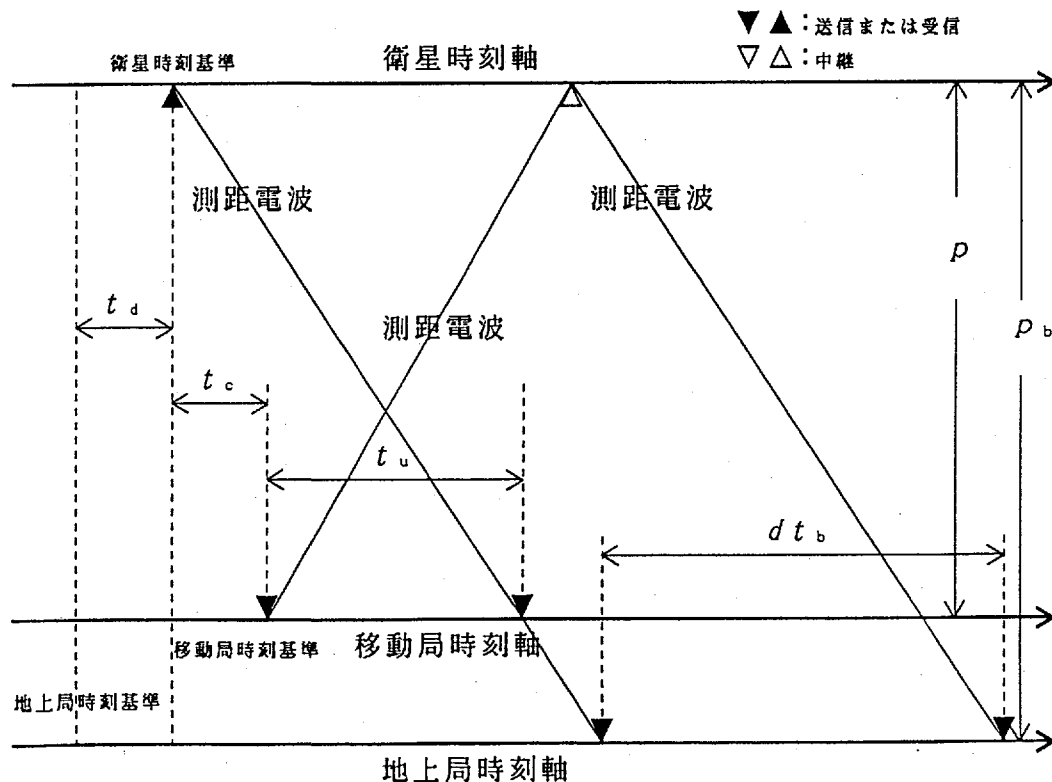
で表され、地上局が測定するユーザ測距電波と衛星測距電波の到達時間差 dt_b は以下の式で表される。

$$\begin{aligned} dt_b &= (p_b/c + p/c + t_c + t_d + \delta t_1 + \delta t_2) - (p_b/c + t_d + \delta t_2) \\ &= p/c + t_c + \delta t_1 \end{aligned} \quad (7.10)$$

ただし、衛星・地上局間距離を p_b 、衛星・ユーザ間距離を p 、 δt_1 を衛星・ユーザ間の測距電波の規則的な伝搬時間誤差、 δt_2 を衛星・地上局間の測距電波の規則的な伝搬時間誤差とする。また、衛星中継器や装置内部機器が要因となる統計的に不規則な伝搬時間誤差は上記の関係式に含めていない。

従って、(7.9)式及び(7.10)式より、

$$t_c = (dt_b - t_u)/2 \quad (7.11)$$

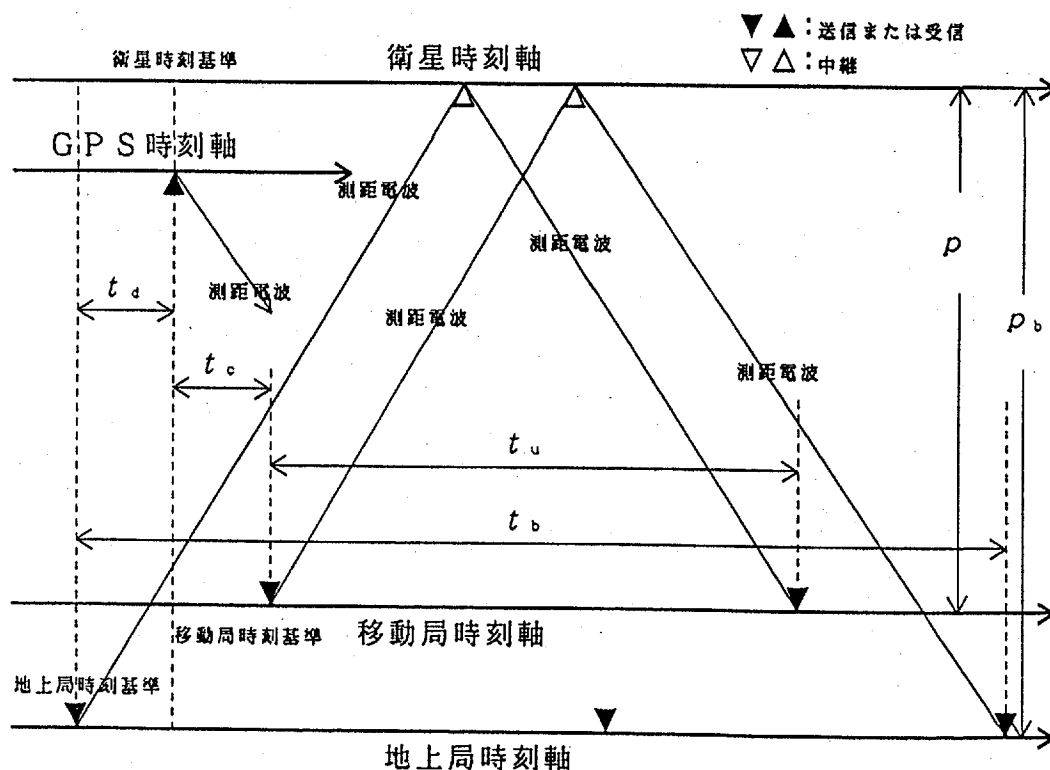


第7.4図 移動局／測位通信衛星間クロックオフセットの測定

となり、 t_e の測定には電離層や大気中を伝搬する際の規則的な伝搬誤差は相殺される。また、はじめは衛星・地上局間のクロックオフセット t_e が既知であると仮定したが、この方式では t_e の精密な測定は不要となる。以上が測距電波源と同期化のための通信手段として同一の衛星が適用される場合である。

【地上局とのクロックオフセットの測定】

一方、測距電波源としてGPS衛星を使用する場合、GPS衛星のクロックとユーザクロックの同期化は通信専用の静止衛星を利用して行うことができる。この場合、地上局はまず自分の時刻基準とGPS衛星の時刻基準とのクロックオフセット（これまでの記号を用いてこれを t_e としよう）を測定しておかなければならない。通常、すべてのGPS衛星の時刻基準は一致しているものと考えられるから、地上局は測距電波の受信可能なGPS衛星の軌道データと電波到達時刻より、絶えず地上局に対するGPS衛星クロックオフセット t_e を更新することができる。従って、6.3項と同様に、ユーザ・地上局間の双方向通信により、ユーザクロックの同期化は可能となる。



第7.5図 移動局／地上局間クロックオフセットの測定

第7.5図 に示されているように、衛星・地上局間距離を p_0 、衛星・ユーザ間距離を p とすれば、ユーザ側で測定される地上局測距電波の擬似伝搬時間 t_u と、地上局側で測定されるユーザ測距電波の擬似伝搬時間 t_b は以下の関係式で表される。

$$t_u = p/C + p_0/C - (t_c + t_d) + \delta t_1 + \delta t_2 \quad (7.12)$$

$$t_b = p/C + p_0/C + (t_c + t_d) + \delta t_1 + \delta t_2 \quad (7.13)$$

従って、(7.12)式及び(7.13)式より次式が得られる。

$$t_c = (t_b - t_u) / 2 - t_d \quad (7.14)$$

このように、ユーザクロックの測距電波源クロックに対するオフセットの推定においては、衛星の軌道データは不要であることがわかる。

以上の簡単な解析によって明らかになったように、ユーザクロックの同期化は、衛星あるいは地上局からの測距電波のユーザ側での受信処理に加えて、ユーザ測距電波の地上局側での受信処理を行なうことにより容易に行える。もちろん、上記の t_c を求めるには、地上局はユーザに対して t_c または dt_c を通報しなければならないから、同期型測位方式ではユーザ・地上局間双方向通信は必須のものである。

クロック同期において衛星の位置情報は不要であることは明らかになったが、ユーザや衛星の移動速度はクロックオフセットをシフトさせる要因となる。ユーザ速度が不明である場合に関しては 7.7項で再度議論することとして、以下ではこれらの補正式を求めよう。

【衛星移動速度によるクロックオフセット誤差の補正】

静止衛星のように衛星と地上局を結ぶ距離がほとんど変化しない場合でも、衛星から送信した電波が地上局に到達するまでの伝搬時間と、地上局から送信した電波が衛星に到達するまでの伝搬時間には差異がある。

いま、地上局が電波を送信する時刻 t_0 での地球中心と静止衛星を結ぶベクトルを $L(t_0)$ 、地球中心と地上局 i を結ぶベクトルを $r_i(t_0)$ 、地上局と衛星を結ぶベクトルを $p_i(t_0)$ 、この電波が衛星に到達する時刻 $t_1 (= t_0 + \Delta t_0)$ での地球中心と静止衛星を結ぶベクトルを $L(t_1)$ とすれば、第7.6図より、

$$L(t_1) = L(t_0) + \omega_e \times L(t_0) \times \Delta t_0 \quad (7.15)$$

$$L(t_0) = p_i(t_0) + r_i(t_0) \quad (7.16)$$

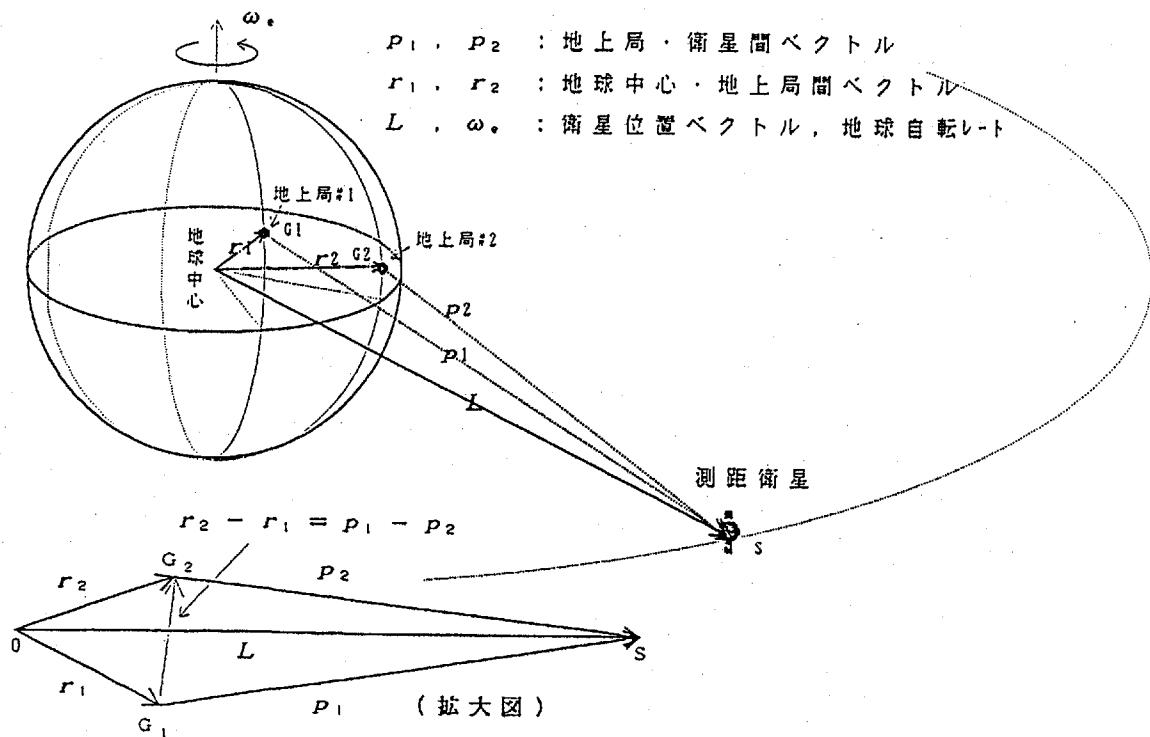
が成立する。ただし、 ω_e は地球自転角速度ベクトルを示す。従って、実際の電波の伝搬距離と地球自転を考慮しない場合の伝搬距離との差 Δp_{ri} は、以下の近似式によって表現される。

$$\begin{aligned} \Delta p_{ri} &= |L(t_1) - r_i(t_0)| - |p_i(t_0)| \\ &= p_i(t_0) \cdot (\omega_e \times L(t_0)) \times \Delta t_0 / |p_i(t_0)| \end{aligned} \quad (7.17)$$

ここで、伝搬時間 Δt_0 は $|p_i(t_0)|/c$ 、地球自転による地上局 #i から衛星までの電波伝搬時間のシフト量 Δt_{ri} は $\Delta p_{ri}/c$ に等しいから、

$$\begin{aligned} \Delta t_{ri} &= p_i(t_0) \cdot (\omega_e \times L(t_0)) / c^2 \\ &= -\omega_e \cdot (L(t_0) \times r_i(t_0)) / c^2 \end{aligned} \quad (7.18)$$

なる関係式が得られる。



第7.6図 衛星・地上局間電波伝搬経路の幾何学的関係

同様の考えで、地球自転による衛星から地上局までの電波伝搬時間のシフト量 $\Delta t_{r1}'$ を求めよう。

いま、衛星から電波が送信される時刻 t_1' での地球中心と静止衛星を結ぶベクトルを $L(t_1')$ 、地上局と衛星を結ぶベクトルを $p_i(t_1')$ とすれば、時刻 t_1' での地球中心と地上局 # i を結ぶベクトル $r_i(t_1')$ と、衛星から送信された電波が地上局に到達する時刻 $t_2' (= t_1' + \Delta t_1')$ での地球中心と地上局 # i を結ぶベクトル $r_i(t_2')$ は近似的に以下の式で表わされる。

$$r_i(t_1') = L(t_1') - p_i(t_1') \quad (7.19)$$

$$r_i(t_2') = r_i(t_1') + \omega_e \times r_i(t_1') \times \Delta t_1' \quad (7.20)$$

で表わされる。従って、実際の電波の伝搬距離と地球自転を考慮しない場合の伝搬距離との差 $\Delta p_{r1}'$ は以下の関係式によって表現される。

$$\begin{aligned} \Delta p_{r1}' &= |L(t_1') - r_i(t_2')| - |p_i(t_1')| \\ &= -p_i(t_1') \cdot (\omega_e \times r_i(t_1')) \times \Delta t_1' / |p_i(t_1')| \quad (7.21) \end{aligned}$$

ここで、伝搬時間 $\Delta t_1'$ は $|p_i(t_1')|/C$ 、地球自転による衛星から地上局 # i までの電波伝搬時間のシフト量 $\Delta t_{r1}'$ は $\Delta p_{r1}'/C$ に等しいから、

$$\begin{aligned} \Delta t_{r1}' &= -p_i(t_1') \cdot (\omega_e \times r_i(t_1')) / C^2 \\ &= \omega_e \cdot (L(t_1') \times r_i(t_1')) / C^2 \quad (7.22) \end{aligned}$$

なる関係式が得られる。

さて、上記の解析では、地上局及び衛星から電波が送信される時刻を一般的な値に設定したが、静止衛星を測距電波の中継手段と仮定した場合、(7.18)式及び(7.22)式の右辺は時刻に無関係な値である。従って、これらの式の時刻の表示を省略すれば、地上局 # 1 から衛星を中継して地上局 # 2 に到達する時間 T_{12} のシフト量 ΔT_{12} と、地上局 # 2 から衛星を中継して地上局 # 1 に到達する時間 T_{21} のシフト量 ΔT_{21} は、

$$\begin{aligned} \Delta T_{12} &= \Delta t_{r1} + \Delta t_{r2}' \\ &= \omega_e \cdot (L \times (r_2 - r_1)) / C^2 \quad (7.23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta T_{21} &= \Delta t_{r2} + \Delta t_{r1}' \\ &= \omega_e \cdot (L \times (r_1 - r_2)) / C^2 \quad (7.24) \end{aligned}$$

となり、 $\Delta T_{12} = -\Delta T_{21} (= \Delta T_r)$ となる。

以上の解析より、地上局#2をユーザ装置とみなせば、GEOSTARのように往復伝搬時間を使用する測位方式では、地球自転による電波伝搬時間のシフト量は相殺されて零になることが分かる。また、同期型測位方式のように双方向通信によってクロック同期化を行う場合、上記の ΔT_r なる時間シフト量はユーザ及び地上局で測定された伝搬時間にそれぞれ加算及び減算されることになるから、(7.14)式の t_0 に以下の修正を加えた t_0' を適用することになる。

$$t_0' = t_0 + \omega_e \cdot (L \times (r_2 - r_1)) / c^2 \quad (7.25)$$

また第7.4図 の場合のように、衛星・ユーザ間の片道伝搬時間を用いた同期化手順では、衛星・ユーザ間での伝搬時間シフトのみが現われるから、(7.11)式の t_0 に以下の修正を加えた t_0' を適用すればよい。

$$t_0' = t_0 + \omega_e \cdot (L \times r_2) / c^2 \quad (7.26)$$

ここで、地球自転による電波伝搬時間のシフトの持つ意味について考察する。まず、地球中心に電波の発信源があるものとし、地上局#1、衛星、地上局#2を経由して、再び地球中心に戻って来る伝搬経路での時間シフトを考えると、地球中心と両地上局を結ぶ経路での伝搬時間シフトは地球自転に影響なく零であるから、上記の閉じた伝搬経路での時間シフトは ΔT_{12} に等しい。従って、両地上局及び衛星の座標点を、地球自転角速度ベクトルに直交し、かつ地球中心を通る平面に垂直に移動させ（静止衛星の場合は既にこの面上にある）、これらの3点と地球中心からなる四角形の面積 A を考えると、(7.23)、(7.24)式は次式のように書き換えられる。

$$\Delta T_{12} = 2A\omega_e / c^2 \quad (7.27)$$

$$\Delta T_{21} = -2A\omega_e / c^2 \quad (7.28)$$

従って、閉じたリング上を双方向に伝搬する電波の伝搬時間には、リングに加わる角速度とこの角速度ベクトルに直交する平面に写影したリングの面積との積に比例する時間差が発生することになる。これはリングレーザジャイロの角速度測定原理と同じである。

以上の関係式より ΔT_r がどの程度の値になるかを概算すると、例えば、地球表面上にあって、3000Km離れたユーザ、地上局を仮定すると、100nsec程度と

なり、これをレンジ誤差に換算すると30メートル程度となる。

さて、上記の(7.23)式及び(7.24)式は、静止衛星を電波伝搬の中継手段として利用した際の、慣性空間に対する衛星及び地上局の回転運動による伝搬時間のシフト量を示すものであるが、中継手段が周回衛星の場合、まず地球自転による地上局#iから衛星までの電波伝搬時間のシフト量 Δt_{r1} を示す(7.18)式は以下の式に書き換えられなければならない。

$$\Delta t_{r1} = -\omega_s \cdot (L(t_0) \times r_1(t_0)) / c^2 \quad (7.29)$$

ただし、 ω_s は衛星の軌道角速度ベクトルとする。

次に、衛星から地上局#iまでの電波伝搬時間のシフト量 $\Delta t_{r1}'$ については、地上局#iの回転運動は衛星に無関係であるから、(7.22)式を適用する。即ち、

$$\Delta t_{r1}' = \omega_e \cdot (L_1(t_1') \times r_1(t_1')) / c^2 \quad (7.30)$$

であるから、地上局#1から衛星を中継して地上局#2に到達する時間のシフト量 ΔT_{12} は、衛星での中継時の時間遅れを零、即ち、 $t_1 = t_1'$ とすれば、

$$\begin{aligned} \Delta T_{12} &= \Delta t_{r1} + \Delta t_{r2}' \\ &= \{\omega_e \cdot (L(t_1) \times r_2(t_1)) - \omega_s \cdot (L(t_0) \times r_1(t_0))\} / c^2 \end{aligned} \quad (7.31)$$

となる。

上記の場合と同様に、地上局#2から衛星を中継して地上局#1に到達する時間のシフト量 ΔT_{21} は、時刻 t_2 において地上局#2より送信された電波が時刻 $t_3 (= t_2 + \Delta t_2)$ において衛星により受信され、時間遅れなく地上局#1に送信されるものとすれば、

$$\begin{aligned} \Delta T_{21} &= \Delta t_{r2} + \Delta t_{r1}' \\ &= \{\omega_e \cdot (L(t_3) \times r_2(t_3)) - \omega_s \cdot (L(t_2) \times r_1(t_2))\} / c^2 \end{aligned} \quad (7.32)$$

となる。従って、両地上局が電波を送信する時刻が概ね一致している、即ち $t_0 = t_2$ とすれば、(7.26)式の右辺の第2項に相当する修正値 $\Delta Tr'$ は、

$$\begin{aligned} \Delta Tr' &= (\Delta T_{12} - \Delta T_{21}) / 2 \\ &= (\omega_s + \omega_e) \cdot \{L \times (r_2 - r_1)\} / 2c^2 \end{aligned} \quad (7.33)$$

となる。ただし、 $\omega_s \cdot \omega_e \cdot \Delta t_1 / |(\omega_s + \omega_e)| < 10^{-4}$ より、 $\omega_e \cdot \omega_e \cdot \Delta t_1$ 、

$\omega_s \cdot \omega \cdot \Delta t_2$ 等の項については無視した。

以上より、軌道周期が24時間以下の周回衛星を中継手段として使用する場合、伝搬時間のシフト量は増加し、静止衛星を使用する場合は、 $\omega_s = \omega$ であるから、(7.33)式は(7.23)式に一致することがわかる。

【ユーザ移動速度によるクロックオフセット誤差の補正】

クロック同期化の対象が固定地上局でなく移動体ユーザである場合、同期化のための双方向通信中のユーザの移動は伝搬時間のシフト量に影響を与える。以下では検討を容易にするため、静止衛星の場合に限定して、伝搬時間のシフト量を算出しよう。

いま、時刻 t_0 において、地球中心と静止衛星を結ぶベクトルを $L(t_0)$ 、地球中心と地上局及びユーザを結ぶベクトルをそれぞれ $r_1(t_0)$ 及び $r_2(t_0)$ 、地上局及びユーザと衛星を結ぶベクトルをそれぞれ $p_1(t_0)$ 及び $p_2(t_0)$ とし、ユーザと地上局が時刻 t_0 において同時に測距電波を送信したとすれば、ユーザから地上局への電波伝搬時間 T_{21} は以下の式で示される。

$$T_{21} = (|L(t_1) - r_2(t_0)| + |L(t_1) - r_1(t_2)|) / C \quad (7.34)$$

ただし、 t_1 及び t_2 はユーザが送信した電波の衛星及び地上局への到達時刻であるが、(7.15)式及び(7.18)式を適用し、角速度ベクトル ω の2乗の項は無視すれば、以下の関係式が求められる。

$$\begin{aligned} T_{21} &= \{ |p_2(t_0)| + |p_1(t_1)| \\ &\quad + \omega \cdot (L(t_0) \times p_2(t_0) - r_1(t_1) \times p_1(t_1)) / C \} / C \\ &= \{ |p_2(t_0)| + |p_1(t_1)| \} / C \\ &\quad + \omega \cdot \{ L(t_0) \times (r_1(t_0) - r_2(t_0)) \} / C^2 \end{aligned} \quad (7.35)$$

よって、静止衛星の場合 $|p_1(t_1)| = |p_1(t_0)|$ であるから、(7.35)式は全伝搬経路を光速で割った値に(7.24)式の時間シフト量を加えた値となっている。

同様に、地上局からユーザへの電波伝搬時間 T_{12} は、

$$T_{12} = (|L(t_1') - r_1(t_0)| + |L(t_1') - r_2(t_2')|) / C \quad (7.36)$$

となる。ただし、 t_1' 及び t_2' はユーザが送信した電波の衛星及び地上局への到達時刻である。ここで、時刻 t_0 から t_2' でのユーザの平均速度ベクトルを

v とすれば、(43)式と類似した以下の関係式が得られる。

$$T_{12} = \{ |p_1(t_0)| + |p_2(t_1')| \} / C + \omega_e \cdot \{ L(t_0) \times (r_2(t_0) - r_1(t_0)) \} / C^2 - k p_2(t_0) \cdot v / C^2 \quad (7.37)$$

ただし、 $k = \{ |p_1| + |p_2| \} / |p_2|$ である。

よって、(7.35)式の場合と類似して、(7.37)式は全伝搬経路を光速で割った値に(31)式の時間シフト量とユーザ移動速度の影響項を加えた値となっている。

以上の解析より、ユーザの移動速度の影響が無視できない場合、(7.25)式または(7.26)式に示す補正の他に、以下の補正を加えなければならない。

$$t_c'' = t_c' - \{ (p + p_b) / 2C^2 \} v \cos \eta \quad (7.38)$$

ただし、 p = 衛星・ユーザ間レンジ、 p_b = 衛星・基地局（地上主局）間レンジ、 v = ユーザ速度、 η = ユーザ速度方向と衛星方向のなす角である。

参考に、(7.38)式の補正項について説明を加えれば、これは基地局からの測距電波の伝搬中にユーザが移動することによって生じた衛星・ユーザ間レンジの変化量を光速で割った値にすぎない。ユーザの移動速度を100m/secとすれば、この値は静止衛星を適用した場合で40nsec以下であるから、自動車の通常の走行では10nsecを越えることは少ない。もちろん、ユーザ移動速度によるクロック同期化誤差はユーザの移動量が既知であれば補正可能である。(7.38)式によれば、補正項は測距電波のユーザ・基地局間伝搬時間 $(p + p_b) / C$ にユーザ速度の衛星方向成分を乗じた値（即ちユーザ移動距離）を光速の2倍で割った値に等しい。従って、上記伝搬時間中のユーザの移動距離が1~2mの精度で平均的に算出されておれば、この補正誤差は3nsecを越えることはない。

7.5 ユーザクロックの較正

7.2項で議論したように、ユーザクロックの安定性は同期型測位方式における測位精度と運用性に影響する重要な要求項目である。この項では、クロック安定性と測位誤差の定量的な関係を明らかにし、ユーザクロック較正の方法とその精度について考察しよう。また参考に、クロック較正の適切な効果を得るために、ユーザクロックに求められる基本性能の概要を規定する。

第4章4.3項の定義を参考にすれば、測位誤差 δr と衛星位置誤差 δL_i 及びレンジ誤差 δp_i の関係は、

$$m_1 \cdot \delta r = m_1 \cdot \delta L_1 - \delta p_1 \quad (7.39)$$

で示される。従って、確定法の3次元同期型測位方式では、(7.4)式が成立し、

$$\delta r = \frac{1}{m_3 \cdot (m_1 \times m_2)} \begin{pmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} m_1 \cdot \delta L_1 - \delta p_1 \\ m_2 \cdot \delta L_2 - \delta p_2 \\ m_3 \cdot \delta L_3 - \delta p_3 \end{pmatrix} \quad (7.40)$$

となる。また、ユーザ高度情報を使用する場合は、ユーザ高度誤差を δr_{xm} とすれば、

$$\delta r = \frac{1}{m_x \cdot (m_1 \times m_2)} \begin{pmatrix} (m_2 \times m_x)^T \\ (m_x \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} m_1 \cdot \delta L_1 - \delta p_1 \\ m_2 \cdot \delta L_2 - \delta p_2 \\ -\delta r_{xm} \end{pmatrix} \quad (7.41)$$

以下の議論では、5.4項で述べたように、静止衛星利用の場合に効果的な2衛星同期型測位方式に限定して検討する。

さて、時刻 t_0 及び時刻 $t_1 (= t_0 + \Delta t)$ での測位誤差をそれぞれ $\delta r(t_0)$ 及び $\delta r(t_1)$ 、誤差要素ベクトルをそれぞれ $\delta z(t_0)$ 及び $\delta z(t_1)$ とする。また、ユーザは移動しない、あるいは移動してもその地点でのユーザ位置が正確に測定されているために測位基準座標系に対する上記の測位誤差 $\delta r(t)$ が正確に決定できるものとする。また、 m_1 、 δL_1 は時刻 t_0 から t_1 の間でほとんど一定であるものとする。実際、静止衛星を使用しユーザの移動が数百 km に達しなければ、 m_1 は不変であるとみなして問題はない。このとき、測位誤差の変化分 $\delta r_0 (= \delta r(t_1) - \delta r(t_0))$ は近似的に以下の式で示される。

$$\delta r_0 = \frac{1}{m_x \cdot (m_1 \times m_2)} \begin{pmatrix} (m_2 \times m_x)^T \\ (m_x \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \delta p_1(t_0) - \delta p_1(t_1) \\ \delta p_2(t_0) - \delta p_2(t_1) \\ \delta r_{xm}(t_0) - \delta r_{xm}(t_1) \end{pmatrix} \quad (7.42)$$

ここで、衛星搭載の両クロックはユーザクロックに比較して十分な安定性を持っており、かつ測距電波が電離層などを通過する際に発生する伝搬時間誤差やユーザ装置内部の遅延時間などは短時間で変動するものとするれば、レンジ誤差 δp_1 が変動する主要な要因はユーザクロックの安定性にあるとみなすことができる。そこで、ユーザクロックオフセットの時間的変化率の総合値を ε_T とし、これが一定であるとするれば、

$$\delta p_1(t_0) - \delta p_1(t_1) = -c \varepsilon_T \Delta t \quad (7.43)$$

となるから、 ε_T は以下の関係式より求められる。

$$\varepsilon_T = - \sum_{i=1}^2 m_i \cdot \delta r_i / 2(C \Delta t) \quad (7.44)$$

また、測位誤差の変動分 δr_i が Δt にわたって等間隔に複数回観測されるならば、 ε_T の算出には最小自乗法が適用される。この場合、 Δt の間に観測した δr_i のサンプル数を N_m 、 $m_i \cdot \delta r_i$ の誤差（これは等価レンジ測定誤差と同義である）の標準偏差を ε_m とすれば、 ε_T の推定誤差 $\delta \varepsilon_T$ は、

$$|\delta \varepsilon_T| \leq (12/N_m)^{1/2} \varepsilon_m / (C \Delta t) \quad (7.45)$$

となる。従って、 $N_m=12$ 、 $\Delta t=20\text{min}$ 、 $\varepsilon_m=3\text{m}$ では、 $|\delta \varepsilon_T| \leq 0.83 \times 10^{-11}$ となり、良好な推定が可能であることがわかる。

つぎに、ユーザ装置の時刻基準となるクロックの性能として具現性のある性能諸元を前提とし、クロック較正の効果を解析する。

いま、ユーザ装置のクロックとして比較的低コストの水晶発振器等を使用するものとし、以下の性能が達成されたとする。

- | | |
|---------------------------|--|
| (1) 短期安定性（作動20分間隔の標準偏差） | … 1×10^{-11} 以下 |
| (2) オンオフ安定性（作動毎の変動分の標準偏差） | … 3×10^{-11} 以下 |
| (3) 長期安定性（作動毎の変動の傾き） | … $6 \times 10^{-11}/\text{月}$ 以下 |
| (4) 加速度感応安定性 | … $3 \times 10^{-11}/\text{G}$ 以下 |
| (5) 振動感応安定性 | … $1 \times 10^{-11}/\text{G}_{\text{RMS}}$ 以下 |
| (6) 温度感応安定性（作動後の変動分の標準偏差） | … $1 \times 10^{-11}/^\circ\text{C}$ 以下 |

まず、項目(2)、(3)及び(6)は前述のクロック較正を運用前、運用中に適用することによって、全体で 2×10^{-11} に低減できるだろう。また、並進加速度の平均値を 0.3G 、振動加速度を 1G_{RMS} とすれば、クロックオフセット総合変化率 ε_T の標準偏差は $2.6 \times 10^{-11}(\text{RSS})$ となる。

次に、 ε_T による経過時間 Δt での測位誤差の変化分 δr_i は、(7.42)式および(7.43)式をより、

$$\delta r_i = \{(m_1 - m_2) \times m_x / (m_x \cdot (m_1 \times m_2))\} \times (C \varepsilon_T \Delta t) \quad (7.46)$$

なる関係式で表される。そこで、2基の静止衛星が統計110度と160度に配置され、ユーザは緯度35度、経度135度に位置するものとして、上式{ }内のベクトルの絶対値を求めれば 1.7となるから、測位誤差の時間変化率 $\delta r_i / \Delta t$ の

絶対値は

$$|\delta r_s|/\Delta t = 1.7C\varepsilon_T \quad (7.47)$$

となる。従って、 $\varepsilon_T = 2.6 \times 10^{-11}$ とすれば、これによる測位誤差半径の時間変化率は 48m/hr となる。この誤差発散率は慣性航法装置等の従来の航法装置（測位精度は 1～3 km/hr）と比較すればたいへん小さい。

以上の解析より、同期型測位方式においては、クロックの安定性は連続測位性能を左右する要素であり、ユーザクロックに 10^{-11} 級の安定性があれば、同期化の頻度も妥当なものとなることがわかる。

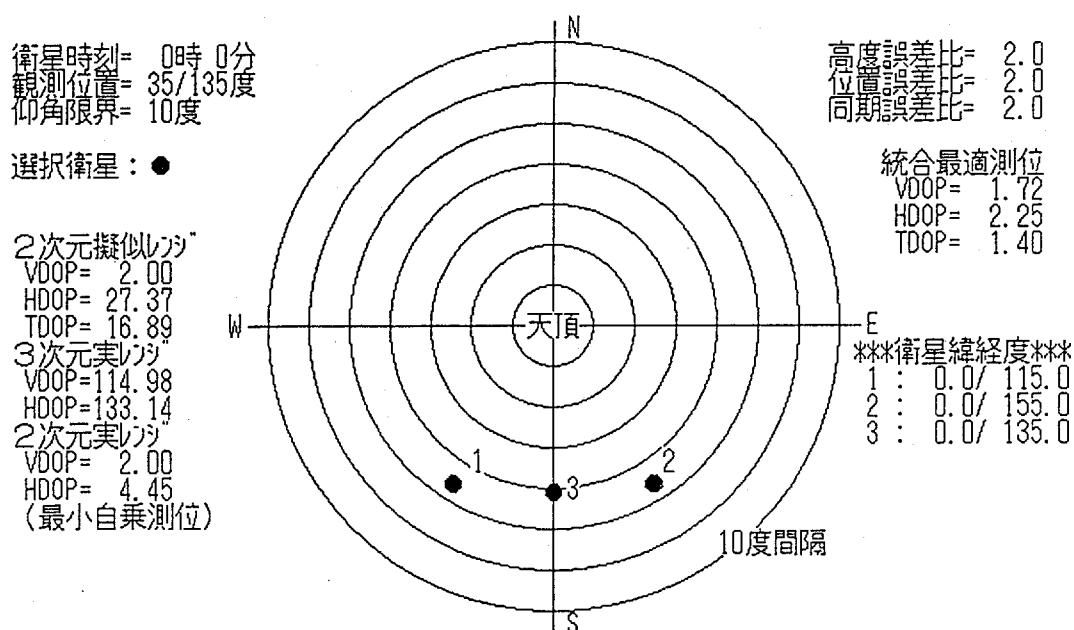
7.6 測位通信複合衛星システムへの応用

これまでの解析的な検討により、視界が限定される陸上運用においても、クロック同期型測位方式により高精度な測位が行えることが示された。そして、この方式はユーザ・地上局間の双方向通信を用いて直接にクロックオフセットによるレンジ偏位を測定し、必要測距電波数を減少させるところに特徴があった。従って、測位と通信の双方をグローバルに運用するために必要とされる衛星配置基数に関する双方の必要条件を調和させ、測位通信複合衛星システムとしての規模の拡大を抑制するためには、クロック同期型測位方式を採用することが有効であると思われる。この項では、クロック同期型測位方式の適用により、衛星配置数をどの程度にまで低減できるか、2、3の衛星配置例を用いて測位精度の観点から考察する。また、静止衛星を用いた場合は、衛星数基で局域の測位通信システムの構築が可能であるから、これによりどの程度の測位精度が達成できるかについて、測位方式の違いを考慮して解析しよう。第7.1表には、以下の解析において共通して使用する条件が示されている。

第7.7図は、最小基数の静止衛星を用いて限定域測位通信システムを構成した場合の日本近辺での衛星配置状態を示したものである。図中の左には、誤差比例係数（図中右上参照）が2の高度情報または同期情報を用いる各種測位方式の測位劣化指数を記す。図中の右には、誤差比例係数が2の水平位置情報を併用した統合最適測位の測位劣化指数を記す。これによれば、3静止衛星を用いた3次元実レンジ（同期）型及び2次元擬似レンジ（非同期）型では、2次元実レンジ（同期）型のような高い測位精度は得られない。

第7.1表 限定域測位システム精度解析条件

配置衛星条件	
• 衛星種類	: 測距電波送信または中継可能な通信衛星 (少なくとも1基は双方向通信可能なこと)
• 衛星数	: 3基(2次元同期型では最小2基)
• 衛星軌道	
第1衛星	: 静止軌道、経度115度
第2衛星	: 静止軌道、経度155度
第3衛星	: 静止軌道、経度135度
誤差要素	
• 衛星・ユーザ間レンジ測定誤差	: 5メートル
• ユーザ高度決定誤差	: 10メートル
• 衛星位置決定誤差	
軌道半径方向	: 3メートル
軌道面直角方向	: 20メートル
軌道接線方向	: 20メートル
• クロックオフセット誤差(距離換算)	: 10メートル



第7.7図 限定域測位システムの衛星配置と測位精度

第7.8a図には、第1及び第2衛星を用いた2次元同期（実レンジ）型測位の測位精度を示す。図中の数値は、仰角7度以上を測位可能域として、緯経度10度毎に算出した測位誤差である。この場合、鉛直方向誤差は高度情報の誤差に等しい。また、2次元測位では静止経度差が20度程度であっても、測位精度の大きな劣化は見られない。比較のため、第7.8b図には、第1及び第3衛星を使用した場合の測位精度を示す。

緯度 \ 経度	85	95	105	115	125	135	145	155	165	175	185
65 水平:	29	29	28	28	28	28	28	29	29	--	--
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--	--
55 水平:	30	29	28	28	28	28	28	29	30	32	--
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
45 水平:	33	31	29	29	28	29	29	31	33	35	--
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
35 水平:	37	34	32	31	30	31	32	34	37	40	44
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
25 水平:	47	42	39	37	36	37	39	42	47	52	57
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
15 水平:	73	64	58	54	52	54	58	64	73	82	92
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
5 水平:	209	183	163	150	146	150	163	183	209	239	269
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

(仰角限界: 7 deg, 単位: メートル)

第7.8a図 静止衛星による2次元同期型測位精度 (経度差:40度, 単位:m)

緯度 \ 経度	85	95	105	115	125	135	145	155	165	175	185
65 水平:	--	--	18	18	18	18	18	18	18	--	--
鉛直:	--	--	10	10	10	10	10	10	10	--	--
55 水平:	--	19	19	19	19	19	19	19	19	19	--
鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
45 水平:	--	22	21	21	21	21	21	21	21	22	--
鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
35 水平:	26	25	25	24	24	24	24	24	25	25	26
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
25 水平:	34	33	32	32	32	32	32	32	32	33	34
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
15 水平:	54	53	51	51	51	51	51	51	51	53	54
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
5 水平:	159	154	150	149	149	149	149	149	150	154	159
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

(仰角限界: 7 deg, 単位: メートル)

第7.8b図 静止衛星による2次元同期型測位精度 (経度差:20度, 単位:m)

第7.9図 及び第7.10図には、さらに第3衛星を用いて、3次元同期型測位及び2次元非同期（擬似レンジ型）測位を行った場合の測位精度を示すが、5.4項で考察したように、全体的に測位精度は劣化し、赤道近辺ではさらに著しく劣化する。この傾向は第7.7図 に記す測位劣化指数にも見られる。

緯度 \ 経度	85	95	105	115	125	135	145	155	165	175	185
65 水平:	--	--	264	249	239	235	239	249	264	--	--
鉛直:	--	--	808	803	799	798	799	803	808	--	--
55 水平:	--	447	424	407	396	392	396	407	424	447	--
鉛直:	--	795	784	775	770	768	770	775	784	795	--
45 水平:	--	648	617	594	580	575	580	594	617	648	--
鉛直:	--	774	759	747	740	737	740	747	759	774	--
35 水平:	977	923	879	846	825	818	825	846	879	923	977
鉛直:	777	755	736	721	711	707	711	721	736	755	777
25 水平:	1459	1376	1307	1255	1222	1211	1222	1255	1307	1376	1459
鉛直:	764	739	716	698	686	682	686	698	716	739	764
15 水平:	2525	2377	2251	2155	2094	2074	2094	2155	2251	2377	2525
鉛直:	755	727	701	681	667	662	667	681	701	727	755
5 水平:	7708	7245	6850	6546	6355	6289	6355	6546	6850	7245	7708
鉛直:	751	721	694	672	657	652	657	672	694	721	751

（仰角限界：7 deg, 単位：メートル）

第7.9図 3 静止衛星による3次元同期型測位精度（単位：m）

緯度 \ 経度	85	95	105	115	125	135	145	155	165	175	185
65 水平:	--	--	130	130	130	130	130	130	130	--	--
鉛直:	--	--	10	10	10	10	10	10	10	--	--
レンジ:	--	--	120	119	119	118	119	119	120	--	--
55 水平:	--	132	133	134	134	135	134	134	133	132	--
鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
レンジ:	--	118	117	115	114	114	114	115	117	118	--
45 水平:	--	139	142	144	145	146	145	144	142	139	--
鉛直:	--	10	10	10	10	10	10	10	10	10	--
レンジ:	--	115	113	111	109	109	109	111	113	115	--
35 水平:	148	155	161	165	168	169	168	165	161	155	148
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
レンジ:	116	113	109	107	105	104	105	107	109	113	116
25 水平:	176	191	203	211	215	216	215	211	203	191	176
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
レンジ:	115	110	106	103	101	100	101	103	106	110	115
15 水平:	254	289	313	328	336	338	336	328	313	289	254
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
レンジ:	114	109	104	100	98	97	98	100	104	109	114
5 水平:	701	820	901	950	975	983	975	950	901	820	701
鉛直:	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
レンジ:	113	108	103	99	96	95	96	99	103	108	113

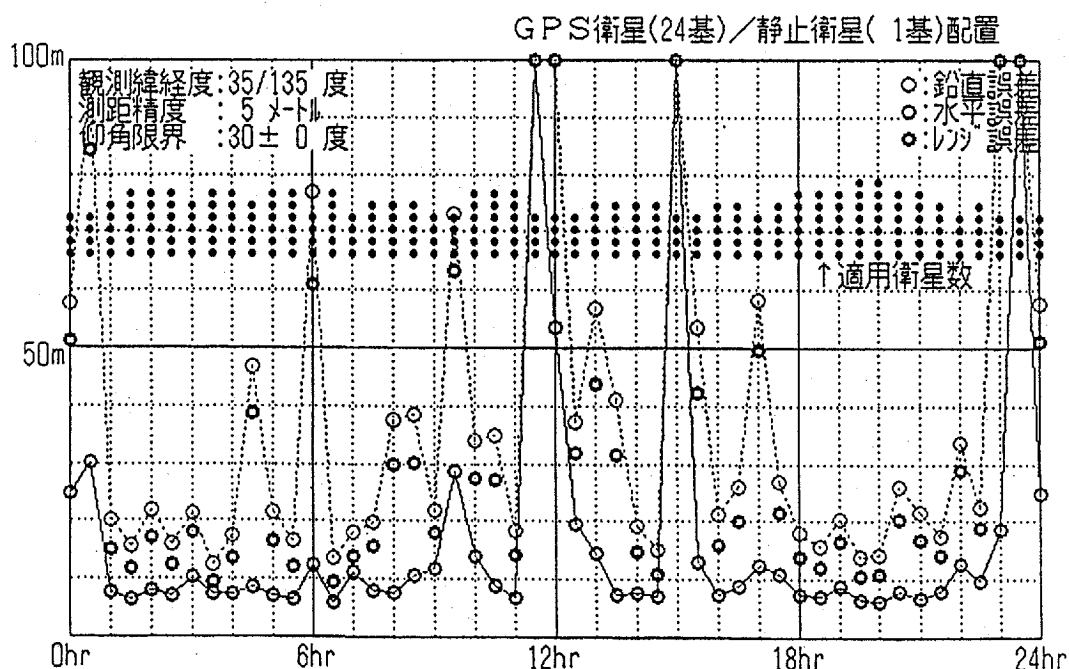
（仰角限界：7 deg, 単位：メートル）

第7.10図 3 静止衛星による2次元非同期型測位精度

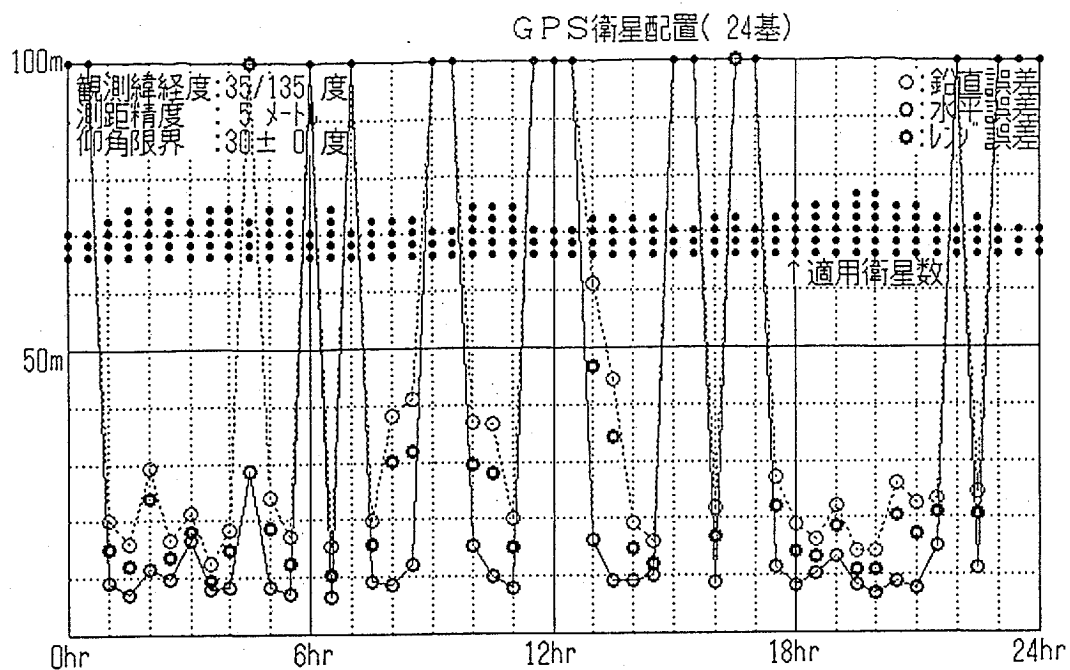
測距電波源としてはGPS衛星を用い、かつ静止衛星1基を測距電波源及びクロック同期支援を含む通信手段として利用する場合、視界が遮られがちな陸上運用においても安定した測位性能が得られる。第7.11図～第7.14図は、このような場合の日本近辺（北緯35度、東経135度）での測位誤差の時間的推移を示したものである。ただし、この解析ではレンジ測定誤差として、第7.1表の衛星位置決定誤差に起因するレンジ誤差を含めたRSS（Root Sum Square）を適用するものとし、その標準偏差を5mとした。また、測位方式としては可視範囲にあるすべての測距電波を用いる最小自乗測位方式を適用した。

まず第7.11図には、第7.1表の第3衛星を併用し可視仰角限界を30度とした場合の3次元擬似レンジ型の測位精度が示されている。比較のため、第7.12図には、静止衛星を併用しないGPS衛星のみによる測位の精度を示すが、これらを比較すれば、静止衛星による補完効果がよく認められる。

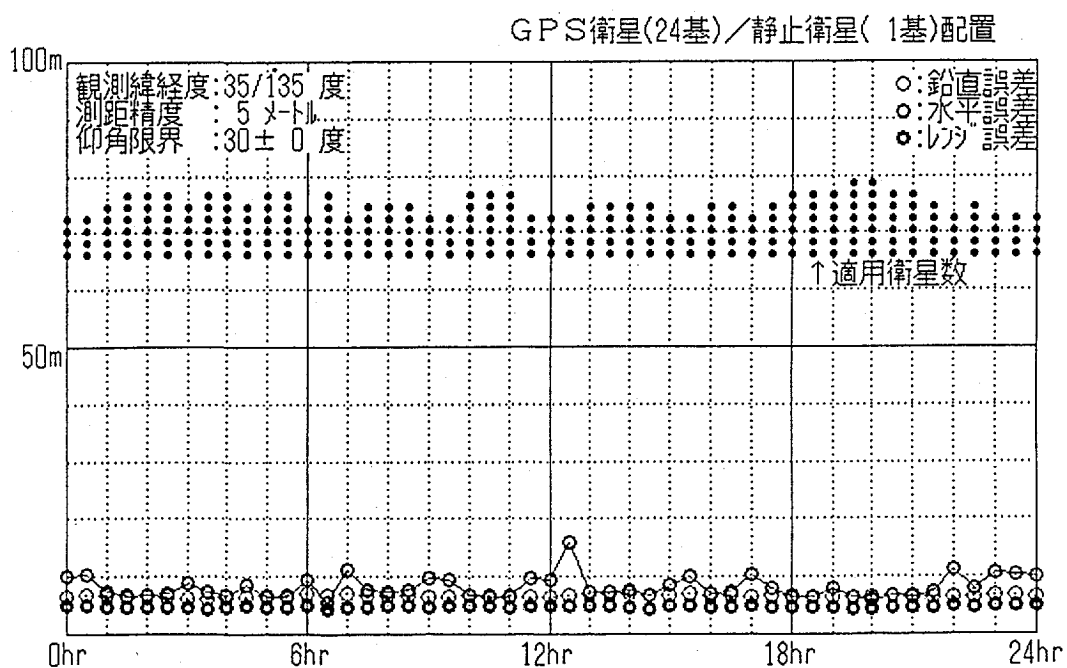
第7.13図には、静止衛星の通信機能を用いて推定された地上局・ユーザ間のクロックオフセットを使用する同期型測位方式の測位精度が示されている。クロックオフセットによるレンジ偏位の誤差は、クロック同期を適当な頻度で行うことにより、5mに保たれるものとしている。この方式では測位精度のばらつきは少なく、極めて安定した測位精度が得られている。第7.14図は可視仰角が40度の場合の測位精度であるが、可視衛星数3基でも安定している。



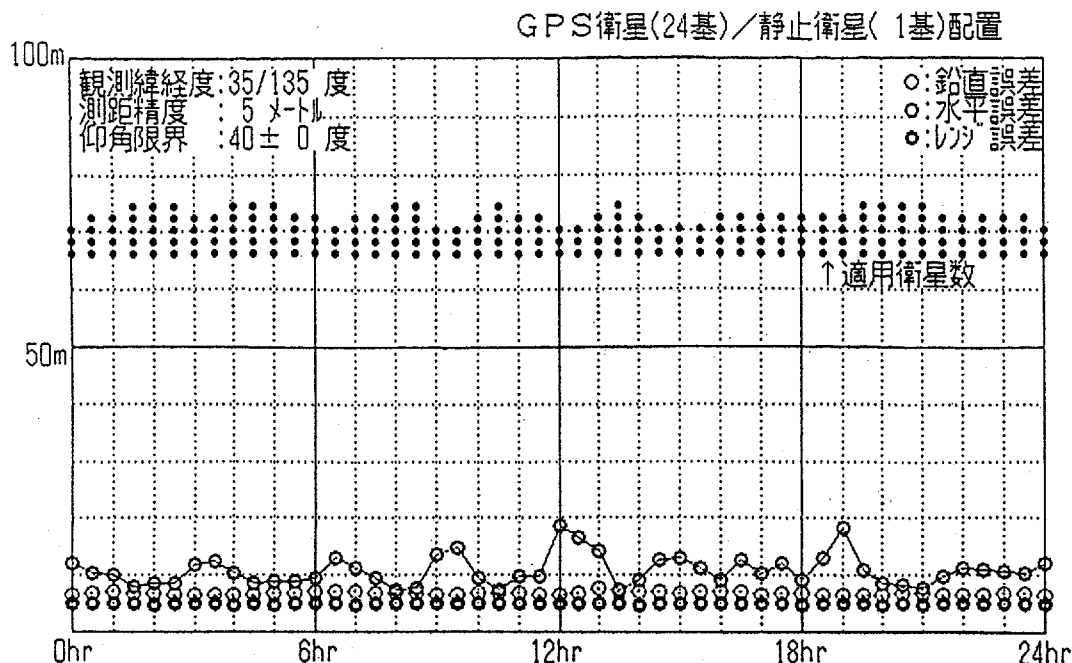
第7.11図 3次元擬似レンジ型測位精度（静止衛星併用、可視仰角30度）



第7.12図 3次元擬似レンジ型測位精度 (GPSのみ使用、可視仰角30度)



第7.13図 3次元同期型測位精度 (静止衛星併用、可視仰角30度)



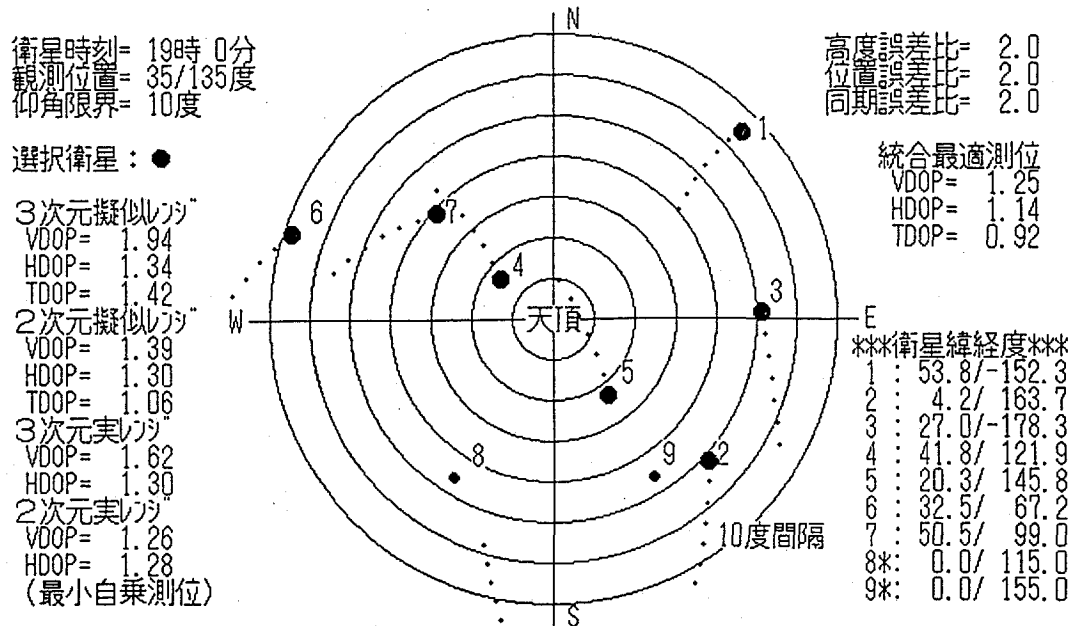
第7.14図 3次元同期型測位精度（静止衛星併用、可視仰角40度）

第7.15図～第7.18図は、特定の時刻でのGPS衛星と静止衛星の配置状態を示したものである。衛星配置と測位精度の関係を示すために、この衛星配置図から特定の衛星を選択して各種測位方式の測位劣化指数が計算されている。

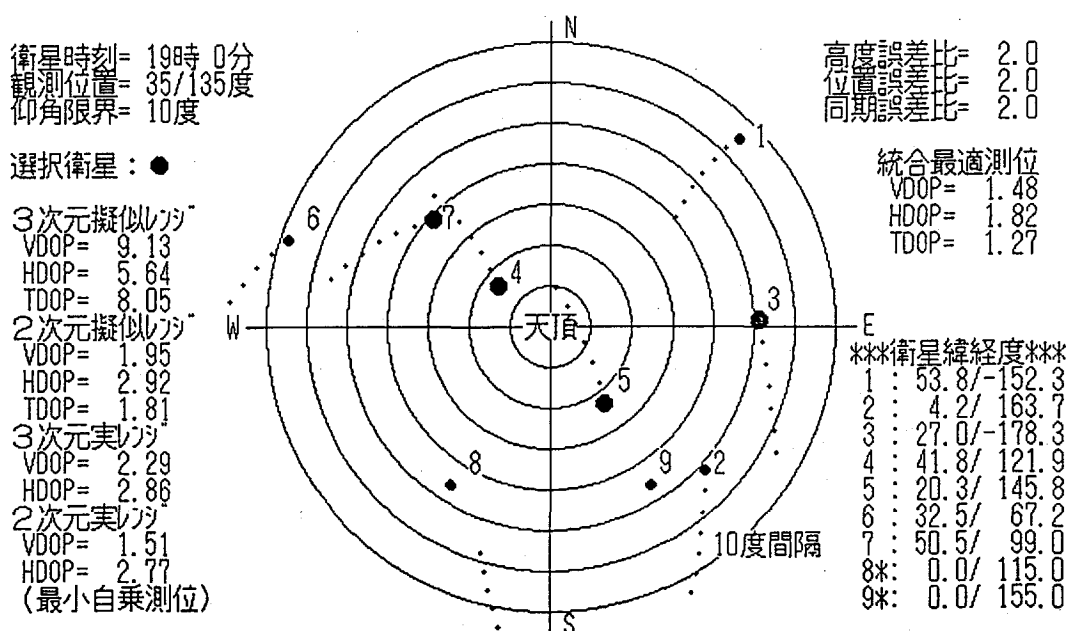
まず第7.15図は、視界が良好な運用環境にあり、図中の●で示される衛星が選択された場合である。静止衛星が使用されなくても、3次元擬似レンジ型の測位精度も良好である。しかし、第7.16図のように高仰角にある衛星のみが使用可能な場合は、特に3次元擬似レンジ型測位の鉛直成分の測位誤差が大きくなる。従って、高度情報あるいは同期情報を用いて、2次元測位あるいはクロック同期型測位を行う必要がある。図中の測位劣化指数を比較すれば、高度情報は同期情報とほとんど同じ補完効果を持つものであることが明かである。

第7.17図及び第7.18図は、適用できる衛星の配置関係が不良であるために、測位精度が低下する例と、第7.1表に示す静止衛星（第1及び第2、図中の8番及び9番の衛星に対応する）が利用できることによる補完効果を示したものである。第7.17図のように可視衛星がほぼ一直線に並ぶような場合、4基以上の衛星が可視であっても測位精度は著しく低下する。このような場合に静止衛星が併用できると、第7.18図のように測位精度の低下は免れる。

従って、静止衛星などによる測距電波の増強やクロック同期型測位を導入することが測位精度の向上と測位中断頻度の低減に効果的であると思われる。



第7.15図 衛星可視状態と測位精度の関係 (可視仰角10度)



第7.16図 衛星可視状態と測位精度の関係 (可視仰角40度)

衛星時刻= 19時 0分
観測位置= 35/135度
仰角限界= 10度

選択衛星: ●

3次元疑似レンジ

VDOP= 7.93

HDOP= 31.08

TDOP= 5.89

2次元疑似レンジ

VDOP= 1.94

HDOP= 17.66

TDOP= 1.58

3次元実レンジ

VDOP= 2.69

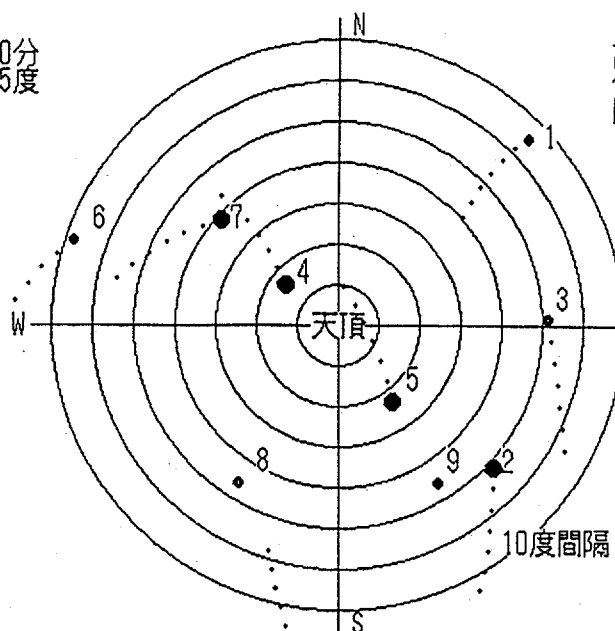
HDOP= 20.18

2次元実レンジ

VDOP= 1.60

HDOP= 17.65

(最小自乗測位)



高度誤差比= 2.0
位置誤差比= 2.0
同期誤差比= 2.0

統合最適測位

VDOP= 1.46

HDOP= 2.16

TDOP= 1.23

衛星緯経度

1 : 53.8/-152.3

2 : 4.2/163.7

3 : 27.0/-178.3

4 : 41.8/121.9

5 : 20.3/145.8

6 : 32.5/67.2

7 : 50.5/99.0

8*: 0.0/115.0

9*: 0.0/155.0

第7.17図 衛星配置不良による測位精度劣化の一例

衛星時刻= 19時 0分
観測位置= 35/135度
仰角限界= 10度

選択衛星: ●

3次元疑似レンジ

VDOP= 4.05

HDOP= 2.01

TDOP= 3.39

2次元疑似レンジ

VDOP= 1.79

HDOP= 1.90

TDOP= 1.57

3次元実レンジ

VDOP= 2.13

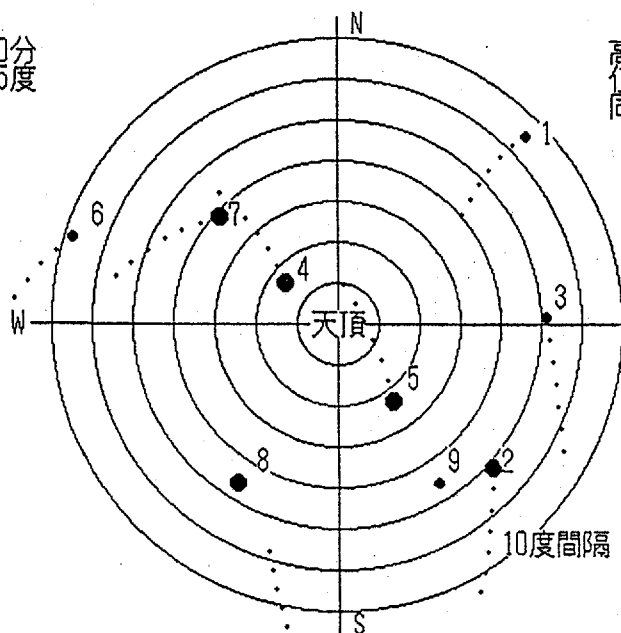
HDOP= 1.88

2次元実レンジ

VDOP= 1.46

HDOP= 1.87

(最小自乗測位)



高度誤差比= 2.0
位置誤差比= 2.0
同期誤差比= 2.0

統合最適測位

VDOP= 1.45

HDOP= 1.52

TDOP= 1.22

衛星緯経度

1 : 53.8/-152.3

2 : 4.2/163.7

3 : 27.0/-178.3

4 : 41.8/121.9

5 : 20.3/145.8

6 : 32.5/67.2

7 : 50.5/99.0

8*: 0.0/115.0

9*: 0.0/155.0

第7.18図 衛星配置不良時の静止衛星利用の効果

7.7 月航行のための衛星測位への応用

1970年代前半より今日まで、GPSは全世界に散在するすべての移動体に適用できる航法手段として検討されており、これを人工衛星や宇宙往還輸送機等の宇宙航行体の航法手段として利用しようとする研究も当初より並行して進められている。しかし、その利用は地球のごく周辺にある宇宙機に限られており、月航行用の測位手段としては、これまで具体的に検討された形跡はない。将来、月の開発が進み、地球・月間を大量の物資が輸送されることとなれば、宇宙機側、地上管制側双方での航法が必要となるから、これらは今後の興味深い研究課題であると思われる。

さて、GPSが地球観測衛星やスペースシャトル等の比較的低軌道の宇宙航行体の航法に適用される場合、高速飛行中での測距電波処理の追従性と慣性飛行中での軌道ダイナミクスの精密モデリングがユーザ機器の開発における新たな課題となる。しかし、航空機や船舶のGPS受信機に比較して、宇宙用GPS受信機としての設計要求条件が極端に厳しくなることはない。また、GPS衛星の配置条件や測距電波の送信条件に関しても、大きな変更の必要性はない。

しかし、宇宙航行体（以下では宇宙機と呼ぶ）がGPS衛星の軌道半径を半径とする球面を越えて地球よりはるかに離れる場合は、測距電波が全方向に均一でないことや受信電力が距離の2乗に反比例して弱くなることから、衛星・宇宙機間レンジの測定が困難となる。また、地球から離れるに従って、すべてのGPS衛星が地球の周辺に集中して見えることになる。従って、第5章において既に検討したように、4基以上の衛星からの測距電波が受信できる場合でも、衛星配置の幾何学的関係によって測位精度が著しく劣化するという問題が生じる。

この項では、GPSのように地球の周辺に配備された衛星群を測距基準点として、地球より遠く隔てた位置での衛星航法の精度について議論しよう。特に、地球・月間宇宙航行のための衛星航法においては、測位精度は測距衛星の受信可能（可視）数や配置関係だけでなく、地球・宇宙機間レンジの衛星軌道半径に対する比率 γ （以下ではこれを離隔率と呼ぶ）に左右されることに注目して、測位精度の尺度となる測位劣化指数と上記の離隔率 γ との関係を導く。

次に、離隔率 γ は測位精度を左右する要素であり、これを小さく抑えるために、例えば地球同期衛星のような高高度衛星を測距電波源として利用する必要がある。しかし、取り得る軌道半径にも制約があるから、例えば $\gamma > 5$ となるような場合の測位方式としては、クロック同期型測位方式が高精度測位に有効である。このことを解析的に考察すると共に、この方式を可能とする衛星・

宇宙機間のクロック同期化（クロックオフセット測定）の原理について述べる。

また、測距衛星の軌道決定精度と測位精度の関係を求め、軌道高度が例えば10万kmとなっても測位精度の向上に必ずしも有効ではないことを示す。測距衛星群としては、24時間周期の地球同期衛星及びGPS衛星に限定し、離隔率の大きい月周辺での測位精度に関する解析的な関係をシミュレーションによって確認する。ただし、上述の受信電力等の通信回線の問題については論じない。

【クロック同期型測位アルゴリズム】

第3章の最小自乗法を適用した測位アルゴリズムを参考にすれば、N個の擬似レンジ s_i ($i=1,2,\dots,N$) とクロックオフセットに起因するレンジ偏位 q_m を測定値として適用するクロック同期型測位アルゴリズムは、宇宙機の3次元位置ベクトル r とレンジ偏位 q を合成した4次元測位ベクトル x の偏差ベクトル δx ($=(\delta r^T \ \delta q)^T$) と、測定値 s_i および q_m の計算値に対する偏差 δs_i および δq_m を用いて、以下の式により表される。

$$\delta x = (H^T H)^{-1} H^T \delta s \quad (7.48)$$

$$H = \begin{bmatrix} m_{1x} & m_{2x} & \cdots & m_{Nx} & 0 \\ m_{1y} & m_{2y} & \cdots & m_{Ny} & 0 \\ m_{1z} & m_{2z} & \cdots & m_{Nz} & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1/\kappa_c \end{bmatrix}^T \quad (7.49)$$

$$\delta s = (\delta s_1 \ \delta s_2 \ \cdots \ \delta s_N \ \delta q_m/\kappa_c)^T \quad (7.50)$$

ただし、ここでは説明を簡単にするために、擬似レンジ測定誤差の標準偏差はすべて等しいとしたが、これは概ね現実的な仮定である。 κ_c はレンジ偏位 q_m の測定誤差と擬似レンジ s_i の測定誤差の標準偏差の比の値である。クロック同期データが間欠的に測定される場合は、後述するように、 κ_c をクロック安定性と経過時間に係わる関数として与え、最新のレンジ偏位をこの間の測定値の補完に用いる。行列 H に含まれるベクトル m_i は、宇宙機の位置ベクトルを r 、衛星の位置ベクトルを L_i として、以下の関係式で示される。

$$\begin{aligned} m_i &= (m_{ix} \ m_{iy} \ m_{iz})^T \\ &= (L_i - r) / |L_i - r| \quad (i=1,2,\dots,N) \end{aligned} \quad (7.51)$$

クロック同期データの途切れる時間が増加して、レンジ偏位の誤差比例係数 κ_c が増大する場合、上記の測位アルゴリズムは3次元非同期型（擬似レンジ型）測位の性質に近づく。この場合、(7.49)式と(7.50)式は以下の簡易な3次

元非同期型測位アルゴリズムで置き換えられる。

$$H = \begin{pmatrix} m_{1x} & m_{2x} & \cdots & m_{Nx} \\ m_{1y} & m_{2y} & \cdots & m_{Ny} \\ m_{1z} & m_{2z} & \cdots & m_{Nz} \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}^T \quad (7.52)$$

$$\delta s = (\delta s_1 \ \delta s_2 \ \cdots \ \delta s_N)^T \quad (7.53)$$

衛星搭載クロックと同様に、宇宙機側にも高安定クロックが使用される場合は、いったん同期化された宇宙機の時刻基準が衛星の時刻基準から急速にシフトすることはない。従って、レンジ偏位が測定されない場合でも、宇宙機側クロックのドリフト特性に応じた補正を加えることにより、時々刻々のレンジ偏位偏差 δq_m を模擬的に生成することができる。即ち、最新の測定レンジ偏位を $q_m(0)$ 、最新の測定からの経過時間を t_o 、 t_o での補正値を $q_d(t_o)$ とすれば、模擬レンジ偏位 $q_m(t_o)$ ($= q_m(0) + q_d(t_o)$) が算出される。従って、最新の計算レンジ偏位 q より、

$$\delta q_m(t_o) = q_m(0) + q_d(t_o) - q \quad (7.54)$$

が得られ、(7.50)式の δq_m として代用できる。

ここで、クロックの補正値 $q_d(t_o)$ にはクロック安定性に応じた誤差が含まれており、時間経過と共に増加することに注目すれば、誤差比例係数 κ_o は時間関数として与えられる。従って、 κ_o の数学的モデルとして、

$$\kappa_o(t_o) = \{\kappa_{o0}^2 + \kappa_{or}^2 t_o + \kappa_{op}^2 t_o^2\}^{1/2} \quad (7.55)$$

が適用できる。ただし、 κ_{o0} はレンジ偏位測定誤差の標準偏差、 κ_{or} は経過時間の平方根に比例して増大する誤差（ランダムウォーク）、 κ_{op} は経過時間に比例して増大する誤差（バイアス変動）に対応する誤差係数とする。

(7.55)式は最小自乗測位の重み係数となる。この重み係数は、レンジ偏位の測定値と推定値の精度を比較することにより管理されるが、この係数管理の方法については第8章で考察する。

【測位劣化指数の解析的モデル】

宇宙機が測距衛星の軌道半径内にあって、衛星が全天空に概ね均等に配置されている場合の測位劣化指数（Dilution of Precision）は第4章で求められている。宇宙機が測距衛星から大きく離れる場合も、4.5項に記載されている

関係式を適用することができる。

いま、測位計算の座標系として、第7.19図のように、x軸を宇宙機から地球中心の方向に、y軸及びz軸をx軸に直角でかつ各々に直角な方向に定義し、(7.51)式の m_i を上記座標系で表せば、測位劣化指数は

$$P = (P_{ij}) = (H^T H)^{-1} \quad (7.56)$$

の対角成分から求められ、x軸方向（レンジ方向）、x軸に直角な方向（y軸及びz軸の合成）及びレンジ偏位の測位劣化指数をそれぞれRDOP、NDOPおよびTDOPと定義すれば

$$\text{RDOP} = (P_{11})^{1/2} \quad (7.57)$$

$$\text{NDOP} = (P_{22} + P_{33})^{1/2} \quad (7.58)$$

$$\text{TDOP} = (P_{44})^{1/2} \quad (7.59)$$

となる。そこで、第7.19図に示すように、ベクトル m_i とx軸との成す角度を θ_i 、 m_i のx軸まわりの回転角を ξ_i とし、宇宙機から見て衛星が均等に配置されているものとすれば、4.5項と同様の測位劣化指数の解析モデルが得られる。便宜上、再度これらを記載すれば、

$$\text{RDOP} = \frac{1}{\{h_{11} - h_{14}^2 / h_{44}\}^{1/2}} \quad (7.60)$$

$$\text{NDOP} = (1/h_{22} + 1/h_{33})^{1/2} \quad (7.61)$$

$$\text{TDOP} = \frac{1}{\{h_{44} - h_{14}^2 / h_{11}\}^{1/2}} \quad (7.62)$$

である。ただし、高度や水平面位置に該当する情報は利用できないとして、誤差比例係数 κ_x 、 κ_y 、 κ_z は無限大とみなすため、

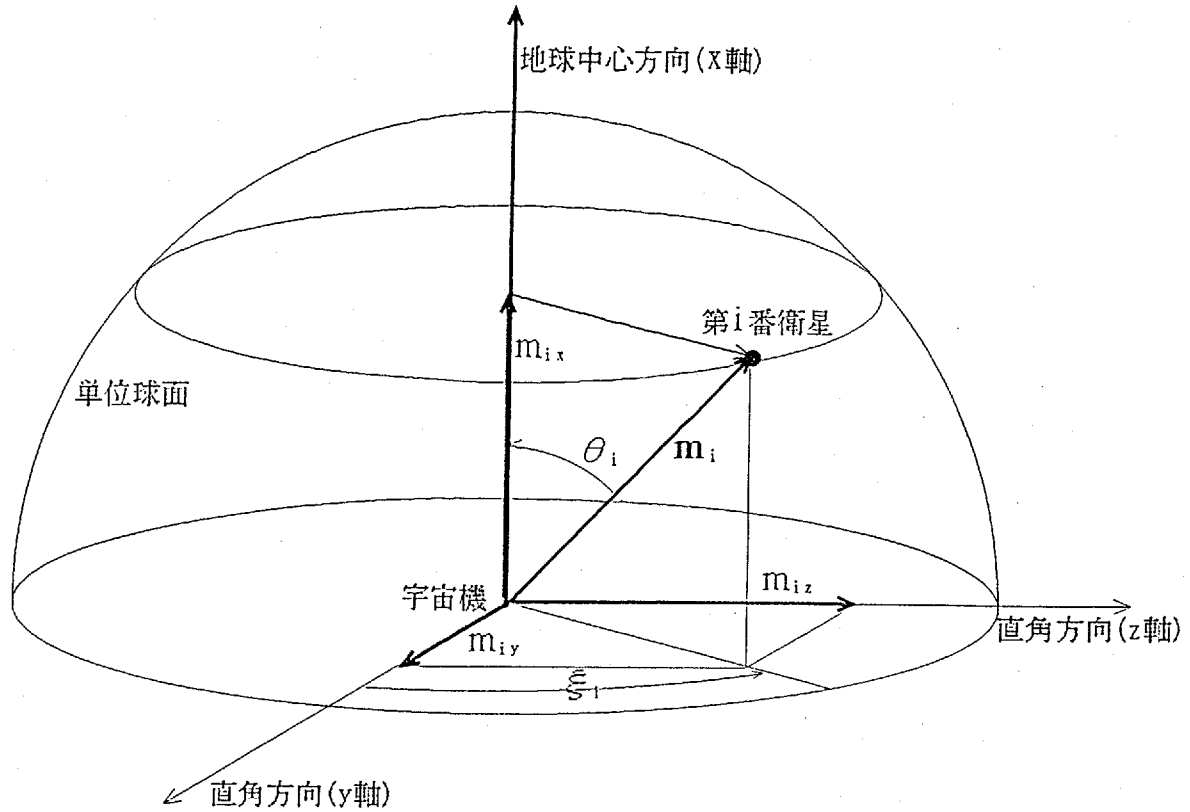
$$h_{11} = \sum_{i=1}^N m_{ix}^2 = \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i \quad (7.63)$$

$$h_{22} = \sum_{i=1}^N m_{iy}^2 = \sum_{i=1}^N \sin^2 \theta_i (1 + \cos 2\xi_i) / 2 \quad (7.64)$$

$$h_{33} = \sum_{i=1}^N m_{iz}^2 = \sum_{i=1}^N \sin^2 \theta_i (1 - \cos 2\xi_i) / 2 \quad (7.65)$$

$$h_{44} = N + 1/\kappa_c^2 \quad (7.66)$$

$$h_{14} = \sum_{i=1}^N m_{ix} = \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \quad (7.67)$$



第7.19 測位誤差を表現するための座標系の定義

となる。従って、さらに(7.64)式及び(7.65)式の θ_i に関する平均値を考慮すれば、(7.60)式～(7.62)式は、

$$RDOP = \frac{(1 + 1/N \kappa_c^2)^{1/2}}{\{N \beta^2 + (\alpha^2 + \beta^2)/\kappa_c^2\}^{1/2}} \quad (7.68)$$

$$NDOP = \frac{2}{\{N(1 - \alpha^2 - \beta^2)\}^{1/2}} \quad (7.69)$$

$$TDOP = \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}}{\{N \beta^2 + (\alpha^2 + \beta^2)/\kappa_c^2\}^{1/2}} \quad (7.70)$$

$$\alpha = (1/N) \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \quad (7.71)$$

$$\beta^2 = (1/N) \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i - \alpha^2 \quad (7.72)$$

となり、測位劣化指数は $\cos \theta_i$ の平均値と標準偏差、衛星可視基数 N 、及び誤差係数 κ_c の関数として示されることになる。

ここで、第7.20図を参考にして、測距衛星が衛星軌道半径を半径とする球面上に一様に分布するものとし、地球・宇宙機間レンジ r の衛星軌道半径 L に対する比率を離隔率 γ ($= r/L \gg 1$) に関する測位劣化指数を求めよう。

まず、上記 α 及び β^2 の平均値 $\bar{\alpha}$ 及び $\bar{\beta}^2$ は以下の計算より求められる。

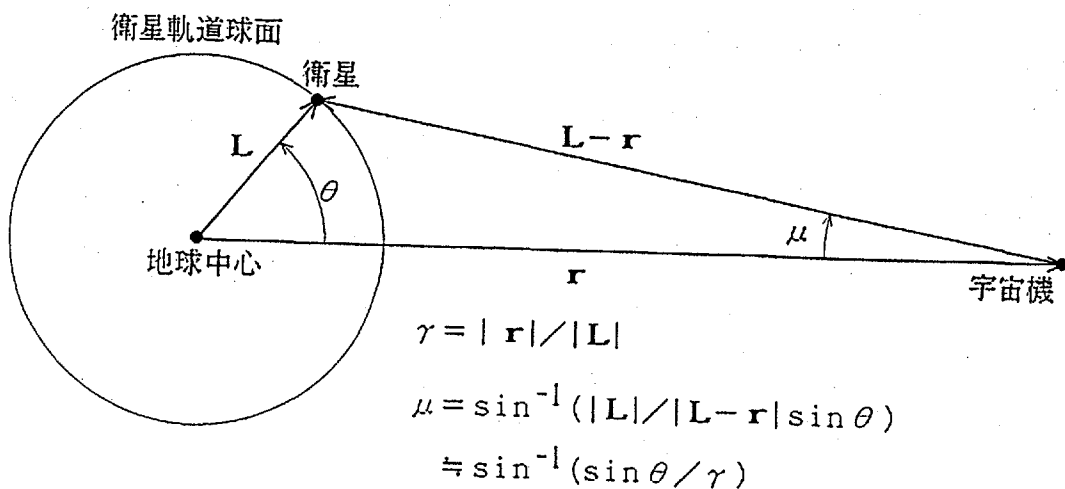
$$\begin{aligned}\bar{\alpha} &= \int_0^{\pi} (1/2) \sin \theta \cos \{ \sin^{-1}(\sin \theta / \gamma) \} d\theta \\ &\doteq 1 - \{1/(4\gamma^2)\} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta - \{1/(16\gamma^4)\} \int_0^{\pi} \sin^5 \theta d\theta \\ &= 1 - 1/(3\gamma^2) - 1/(15\gamma^4)\end{aligned}\quad (7.73)$$

$$\begin{aligned}\bar{\beta}^2 &= \int_0^{\pi} (1/2) \sin \theta \cos^2 \{ \sin^{-1}(\sin \theta / \gamma) \} d\theta - \bar{\alpha}^2 \\ &\doteq 1 - \{1/(2\gamma^2)\} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta - \bar{\alpha}^2 \\ &= \{1 - 2/(3\gamma^2)\} - \{1 - 1/(3\gamma^2) - 1/(15\gamma^4)\}^2 \\ &\doteq 1/(45\gamma^4)\end{aligned}\quad (7.74)$$

となる。従って、測定レンジ偏位が利用できない場合、即ち $\kappa_0 \gg 1$ のとき、RDOP及びTDOPの平均値は近似的に

$$\text{RDOP} = 1/(N\bar{\beta}^2)^{1/2} = \gamma^2/(N/45)^{1/2} \quad (7.75)$$

$$\text{TDOP} = \gamma^2 \{1 - 2/(3\gamma^2)\}^{1/2} / (N/45)^{1/2} \quad (7.76)$$



第7.20 地球と宇宙機の幾何学的関係

となる。また、測定レンジ偏位が利用できる場合は

$$RDOP = \frac{(\kappa_c^2 + 1/N)^{1/2}}{\{1 - 2/(3\gamma^2)\}^{1/2}} \approx (\kappa_c^2 + 1/N)^{1/2} \quad (7.78)$$

$$TDOP = \frac{\kappa_c}{\{1 + N\kappa_c^2/(45\gamma^4)\}^{1/2}} \approx \kappa_c \quad (7.79)$$

となる。

NDOPについては、測定レンジ偏位の有無に関わらず、以下の式が成立する。

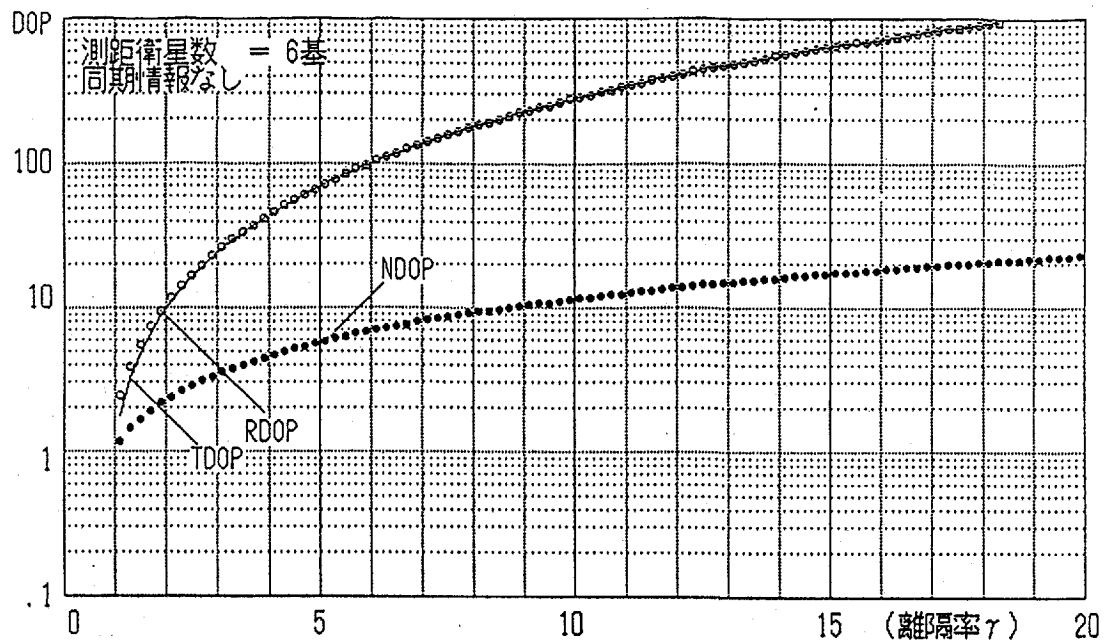
$$NDOP = \frac{\gamma}{(N/6)^{1/2}} \quad (7.80)$$

以上の解析より、レンジ方向に直角な測位誤差は離隔率 γ に比例して増大することから、 $\gamma = 10$ であっても測位精度は著しく劣化しないと予想される。例えば、衛星軌道高度が地球同期高度であれば、月周辺での γ は約9であるから、配置衛星6基の場合で測位劣化指数NDOPは約9となる。しかし、レンジ方向測位誤差やレンジ偏位誤差は、従来の非同期型測位方式では概ね γ の2乗に比例して増大するため、月周辺での測位劣化指数RDOP及びTDOPは200以上となる。このように離隔率が大きくなると、特にレンジ方向測位誤差が大きくなり、同期型測位方式が有効となる。この場合、RDOP及びTDOPは概ねレンジ偏位の誤差係数 κ_c に比例した値となる。

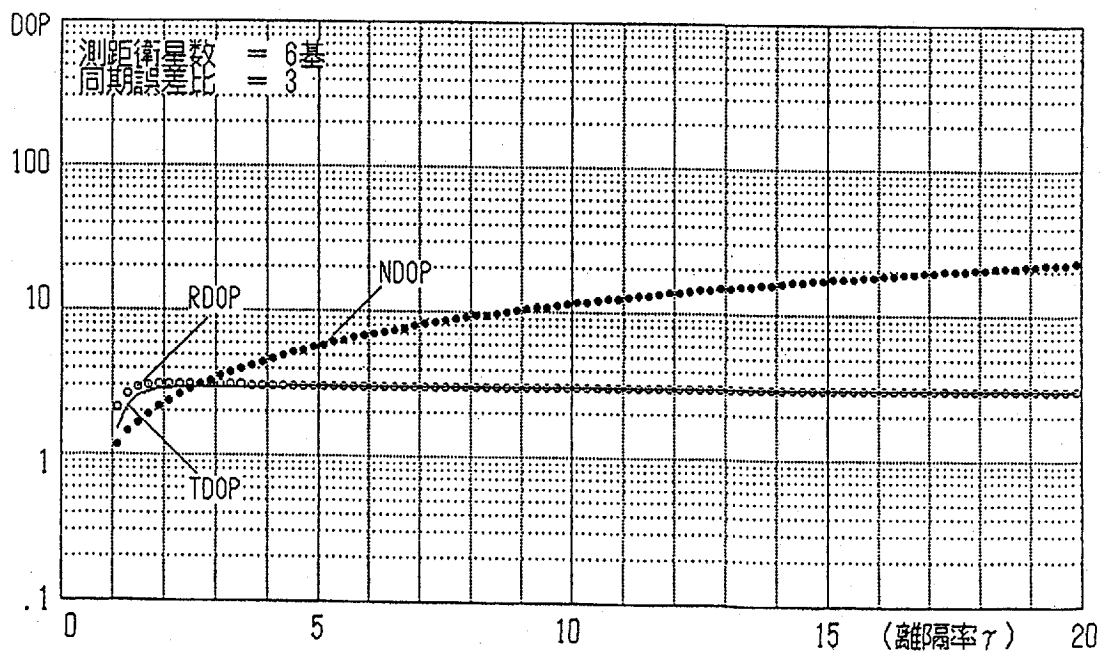
第7.21図～第7.23図は配置衛星数を6基として、(7.68)～(7.72)式より算出した測位劣化指数のグラフであるが、離隔率 γ や測位方式との関係が明らかになっている。

まず、第7.21図は κ_c を無限大、即ち測定レンジ偏位が使用できない場合の測位劣化指数であり、非同期型の測位方式ではx軸方向の測位精度は γ の増大とともに急激に劣化することが示されている。第7.22図および第7.23図では、 κ_c をそれぞれ3及び10とした場合であり、x軸に直角方向の測位精度は非同期型測位方式の場合と変わらないが、x軸方向の測位精度はレンジ偏位の測定精度と同等の精度にまで改善されている。

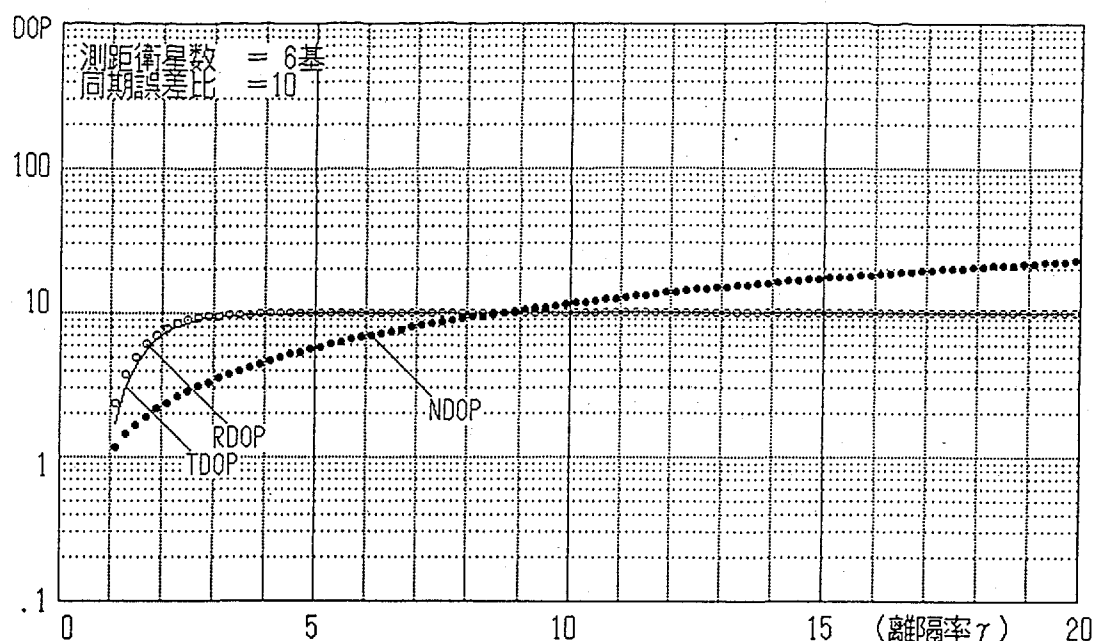
このように、月近傍では離隔率 γ が大きくなる場合、軌道半径10万km以上の高高度衛星を使用しない限り、擬似レンジのみを使用する測位方式では高精度な測位精度ができないため、地球・月間の衛星航法では、測定レンジ偏位を併用するクロック同期型の測位方式が精度上有利であることがわかる。



第7.21図 非同期型測位方式 (κ_c :無限大) の測位劣化指数



第7.22図 同期型測位方式 ($\kappa_c = 3$) の測位劣化指数



第7.23図 同期型測位方式 ($\kappa_c=10$) の測位劣化指数

【測距衛星の配置と測位精度】

地球・月間で連続的な3次元同期型測位が可能であるためには、常時、3基以上の衛星が相互に離れて位置していなければならない。従って、局所に集中することのないように、半径約4万2千kmの球面上にほぼ均等に配置した6基の衛星を測距電波源とする。第7.24図の配置例では、白道面に平行な軌道面と、これに対して60度傾斜した2つの軌道面にそれぞれ2基の衛星を配置した。補完的な測距電波源として、地球上にある地上局やGPS衛星を利用することも考えられるが、ここではこの議論はしないことにしよう。

第7.25図は地球・宇宙機間距離 r が10万kmの場合の非同期型の測位精度である。このように離隔率 γ が3以下では、同期型測位でなくても、月航行に必要な300m程度の測位精度は得られている。しかし、(7.75)式を参考にすれば、レンジ方向距離誤差は離隔率の2乗に比例して増大するため、宇宙機が地球から大きく離れる場合は、クロック同期型測位方式を適用することが望ましい。

第7.26図および第7.27図には、 $r=25$ 万kmおよび月近傍 ($r=38$ 万km) での同期型の測位精度が示されている。ただし、同期誤差は距離換算で30mとした。このように、6基の地球同期衛星により安定した測位が可能であると思われる。

衛星時刻= 7時 0分
観測位置= 20/135度(20.0万km)
陰影角度= 1.8度

同期誤差比= 3.0
軌道半径 = 4.2万km

選択衛星: ●

3次元擬似レンジ

RDOP=100.17

NDOP= 6.06

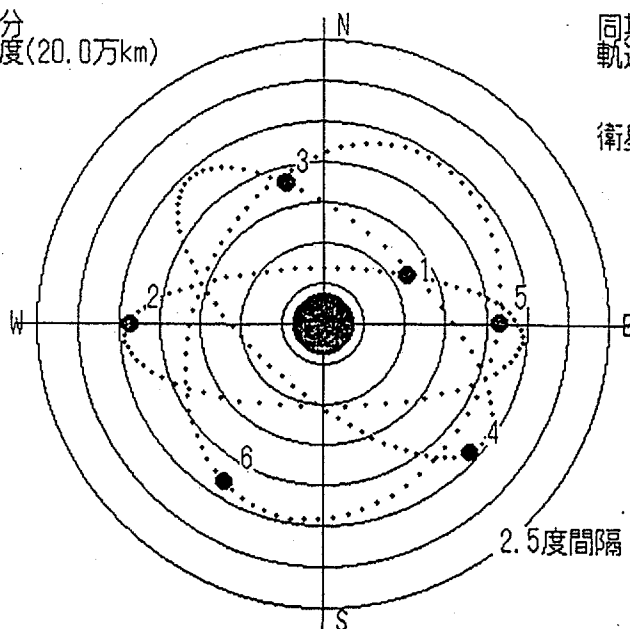
TDOP= 98.57

3次元実レンジ

RDOP= 3.08

NDOP= 4.72

(最小自乗測位)



衛星緯経度(6)

1*: 0/-75

2*: 0/45

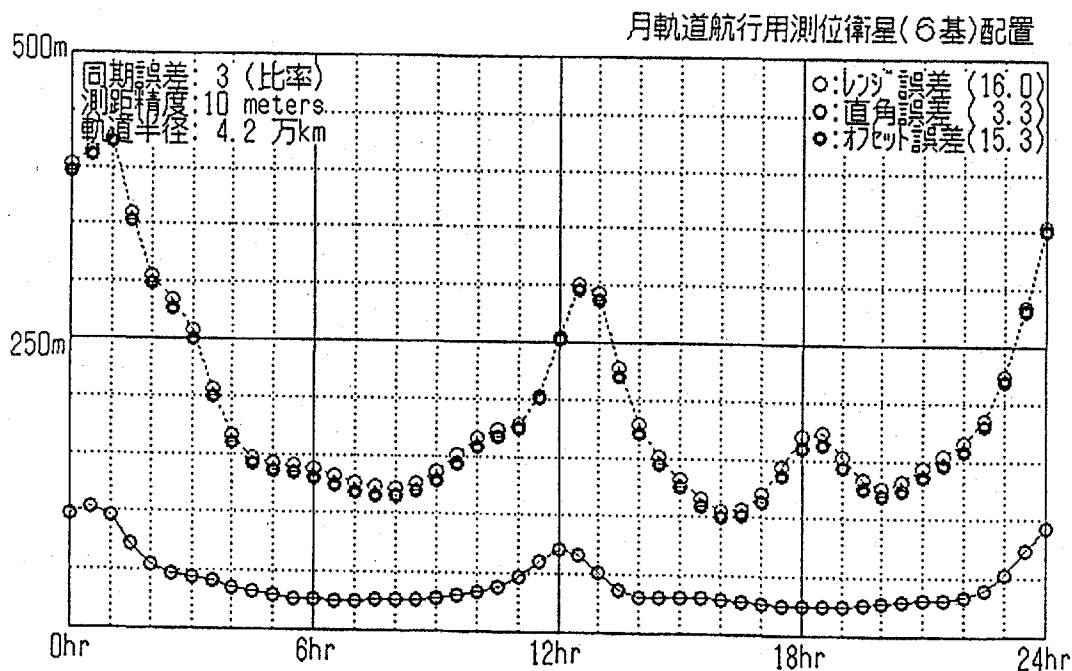
3*: 57/118

4*: -38/-153

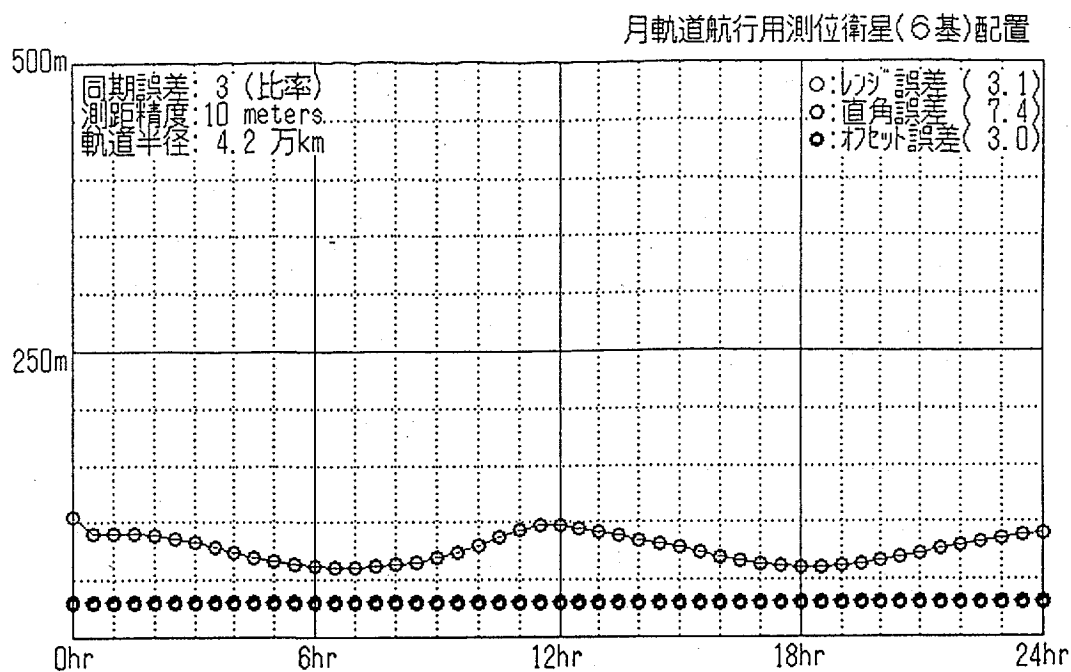
5*: 13/-172

6*: -57/62

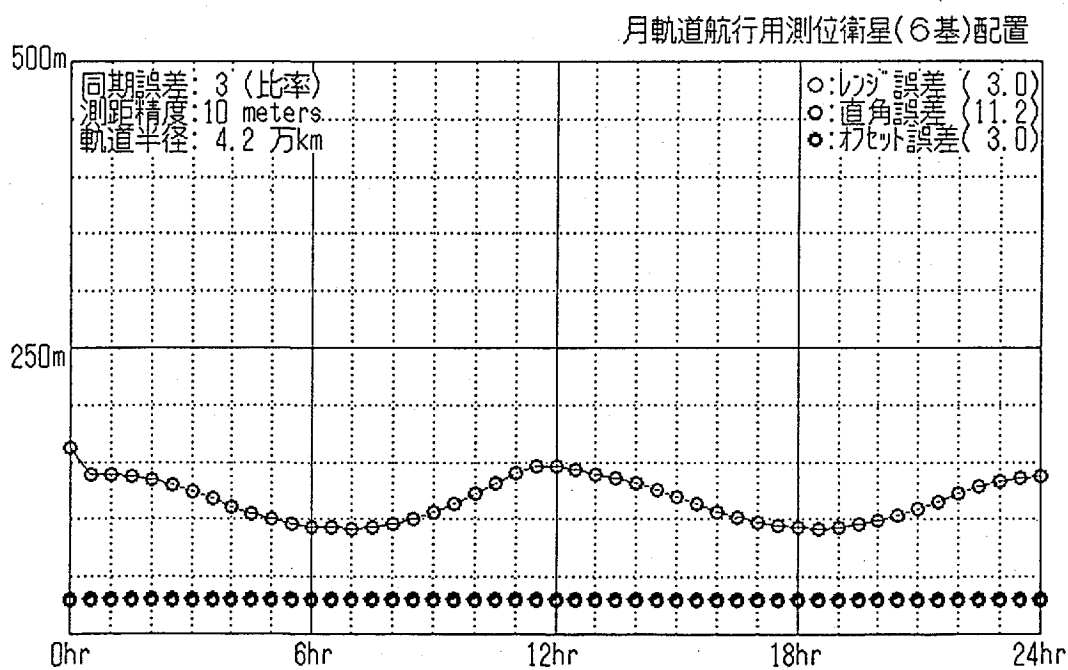
第7.24図 地球・月間衛星航法のための衛星配置例(6基)



第7.25図 非同期型測位方式の測位精度(測距衛星6基、 $r=10$ 万km)



第7.26図 同期型測位方式の測位精度 (測距衛星 6 基、 $r = 25$ 万 km)



第7.27図 同期型測位方式の測位精度 (測距衛星 6 基、 $r = 38$ 万 km)

【クロックオフセットの測位精度への影響】

測距電波源である衛星と宇宙機との双方向通信を利用して、擬似レンジ測定
の時刻基準と衛星の時刻基準とのクロックオフセット t_0 が測定できるならば、
これに光速 C を乗じて、(7.54) 式の測定レンジ偏位 $q_m(t_0) (= Ct_0)$ を算出
することができる。従って、(7.48)～(7.50) 式を用いて、宇宙機の位置ベクト
ルとレンジ偏位を更新することができるが、クロックオフセットが測定されな
い場合でも、 κ_0 を無限大とするか、クロック誤差特性が既知であれば(7.54)
式及び(7.55) 式を適用して、(7.48) 式により測位計算を行うことができる。

クロックオフセットの測位精度に及ぼす影響を検討するために、まず擬似レ
ンジ測定数が3である場合を考えよう。この場合も測位計算式(7.48)～(7.50)
式が一般的に適用できて、 δr 及び δq は以下の如く解析的に求められる。

$$\delta r = V_R^{-1} \begin{bmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta s_1 - \delta q_m \\ \delta s_2 - \delta q_m \\ \delta s_3 - \delta q_m \end{bmatrix} \quad (7.81)$$

$$\delta q = \delta q_m \quad (7.82)$$

$$V_R = m_1 \cdot (m_2 \times m_3) \quad (7.83)$$

従って、これは擬似レンジの測定値よりレンジ偏位の成分を取り除いた場合の
3次元実レンジ型測位の解となっている。

また、擬似レンジ測定数が4以上であっても、離隔率の大きな場合は、擬似
レンジの測定値がレンジ偏位の推定精度の向上に大きく寄与しない。このため、
(7.49) 式のような4次元ベクトル δx に関する擬似レンジ型回帰モデルは不要
である。従って、 δx よりレンジ偏位 δq を削除した3次元位置ベクトル偏差
 δr に関する最小自乗推定の実レンジ型回帰モデル

$$H = \begin{bmatrix} m_{1x} & m_{2x} & \cdots & m_{Nx} \\ m_{1y} & m_{2y} & \cdots & m_{Ny} \\ m_{1z} & m_{2z} & \cdots & m_{Nz} \end{bmatrix}^T \quad (7.84)$$

$$\delta s = (\delta s_1 - \delta q_m \quad \cdots \quad \delta s_N - \delta q_m)^T \quad (7.85)$$

を適用しても測位精度に大差はない。このような性質は、第7.22図、第7.23図
の $\gamma \geq 5$ でのTDOPの値が κ_0 に等しいことから妥当であると判断される。従
って、測定値 δq_m を回帰モデルに組み入れず、(7.85) 式の如く擬似レンジの
補正值として使用しても精度上変わらない。

つぎに、クロックオフセットが間欠的に測定される場合を想定して、クロッ

クオフセット誤差の測位誤差に対する影響を解析的に検討しよう。

いま、(7.81)式を参考にして、クロックオフセット測定誤差 δt_c による位置誤差ベクトル δr を求めると、

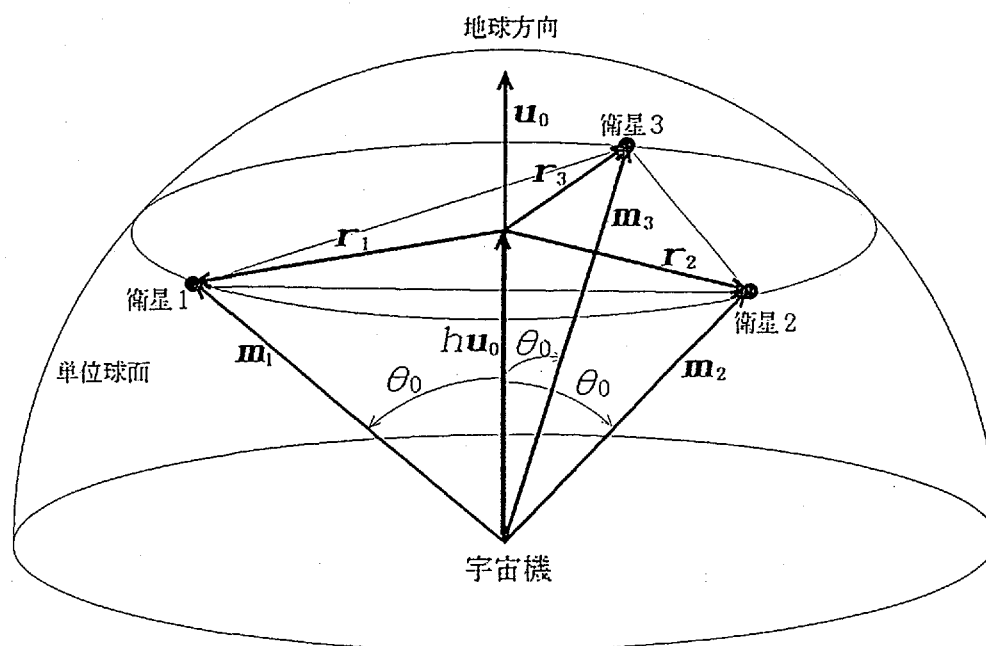
$$\delta r = (C\delta t_c / V_R)(m_1 - m_2) \times (m_3 - m_1) \quad (7.86)$$

となる。そこで、第7.28図を参考にして、単位ベクトル m_i を外接円の中心を通る方向と、これに直角な方向の成分に分解すれば、

$$m_i = h u_0 + r_i \quad (7.87)$$

となる。従って、3つの単位ベクトル m_i の頂点から成る3角形の面積を A_s 、単位ベクトル m_i と単位ベクトル u_0 のなす角を θ_0 とすれば、

$$\begin{aligned} V_R &= h u_0 \cdot (r_1 \times r_2 + r_2 \times r_3 + r_3 \times r_1) \\ &= h u_0 \cdot \{(r_1 - r_2) \times (r_1 - r_3)\} \\ &= 2A_s \cos \theta_0 \end{aligned} \quad (7.88)$$



第7.28図 宇宙機・測距衛星間単位ベクトル m_i の幾何学的関係

となるから、(7.86)式は

$$\begin{aligned}\delta r &= (C\delta t_c / V_R)(r_1 - r_2) \times (r_3 - r_1) \\ &= -(C\delta t_c / \cos \theta_0) u_0\end{aligned}\quad (7.89)$$

となる。このように、離隔率の大きな衛星配置では、クロックオフセット誤差は概ね x 軸方向の測位誤差にのみ影響を与える。また、使用するクロックの安定性が 1×10^{-10} とすれば、クロックオフセット誤差による x 軸方向誤差は 1 時間当たり約 110m 増加する。従って、x 軸方向誤差として 100m 程度が許容されるならば、クロックオフセットの測定は 1 時間に概ね 1 回でよいことになる。

【クロックオフセットの推定方法】

上記の測位劣化指数に関する解析的表現から、離隔率の大きい衛星配置においても、同期型測位方式により高精度な測位が可能であることが示された。この方式では、宇宙機の衛星に対するクロックオフセット t_c を正確に推定する必要があるが、これは宇宙機の時刻基準に同期して送信した測距電波を特定の測距衛星（あるいは地上局）により受信し、その伝搬時間を測定することによって可能である。

クロックオフセットの推定方法については、既に 7.4 項で詳細に考察したが、宇宙機のクロック同期においてはその速度の影響はたいへん大きく、かつ他の自立航法手段では測定できない可能性が高い。従って、以下では第 7.29 図を参考にして、ドップラー周波数変移を用いるクロック同期の方法を議論しよう。

いま、宇宙機及び衛星の地球を原点とする位置ベクトルをそれぞれ r 及び L 、速度を v_P 及び v_S とし、宇宙機が自己の時刻を基準として測定した衛星測距電波（時刻 t_0 に送信）の伝搬時間を t_P 、衛星が自己の時刻を基準として測定した宇宙機からの測距電波（時刻 $t_0 + t_c$ に送信）の伝搬時間 t_S とすれば、

$$C(t_P + t_c) = |r(t_0 + t_P + t_c) - L(t_0)| \quad (7.90)$$

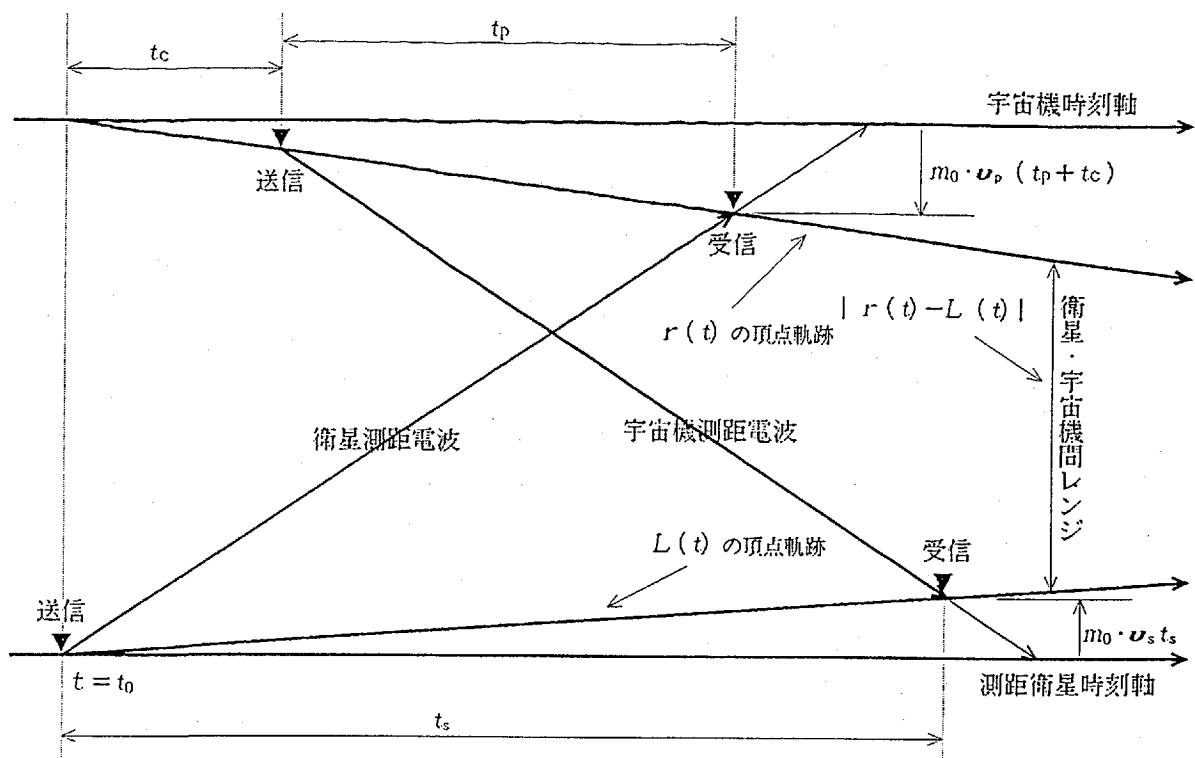
$$C(t_S - t_c) = |L(t_0 + t_S) - r(t_0 + t_c)| \quad (7.91)$$

$$r(t_0 + t_P + t_c) = r(t_0) + v_P(t_P + t_c) \quad (7.92)$$

$$L(t_0 + t_S) = L(t_0) + v_S t_S \quad (7.93)$$

$$r(t_0 + t_c) = r(t_0) + v_P t_c \quad (7.94)$$

なる関係が成立するから、近似的に



第7.29図 衛星・宇宙機相対速度を考慮したクロック同期化の原理

$$C(t_p + t_c) = S_0 + m_0 \cdot v_p(t_p + t_c) \quad (7.95)$$

$$C(t_s - t_c) = S_0 + m_0 \cdot (v_p t_c - v_s t_s) \quad (7.96)$$

となる。ただし、

$$s_0 = |r(t_0) - L(t_0)| \quad (7.97)$$

$$m_0 = \{r(t_0) - L(t_0)\} / s_0 \quad (7.98)$$

である。従って、(7.95)式及び(7.96)式より、

$$t_c = (t_s - t_p)/2 + t_p(m_0 \cdot v_p)/2C + t_s(m_0 \cdot v_s)/2C \quad (7.99)$$

が求められる。ここで、(7.99)式の宇宙機の速度 v_p の m_0 方向成分は、測距衛星からの測距電波の周波数 f_0 のドップラー周波数変移量 δf より求める。即ち、

$$m_0 \cdot v_p = -(\delta f / f_0)C + (1 + \delta f / f_0)m_0 \cdot v_s \quad (7.100)$$

となり、(7.99)式は以下の式に書き換えられる。

$$t_c = (t_s - t_P)/2 - t_P(\delta f / f_0)/2 \\ + \{t_P(1 + \delta f / f_0) + t_s\}(m_0 \cdot v_s)/2C \quad (7.101)$$

このように、衛星側より軌道要素と t_s が与えられたならば、宇宙機の測距衛星に対するクロックオフセットは宇宙機側で推定可能である。

第8章 航法性能の改善策

8.1 航法システムとしてのGPSの問題点と課題

次世代の汎用的な航法援助システムとして米国が長年にわたって開発を進めてきたGPSは、測位精度や動的性能の点で他の測位手段とは比較にならない程に優れており、かつ安価な受信機を搭載するだけで全世界で測位情報が得られるため、様々な移動体の航法と管制に係わる国際的なインフラストラクチャに成り得るものとして、多方面のユーザから注目されてきた。そして、GPSに追従する計画も多くあり、旧ソ連ではGPSと類似したGLONASSが打ち上げられ、欧州ではNAVSAT、GRANAS等の測位衛星システム構想が発表されている。

しかし、GPSの完備性と開発資金規模の大きさを考慮すれば、GPSと重複する新たなシステムの開発に踏み込むことは難しいため、実用的な測位システムの開発整備は現在、米国一国の先行するところとなっている。特にわが国では、GPSを利用する技術の開発に極めて積極的な企業が多く、既に廉価なGPS受信機が開発され、これらの関連商品を含めて自動車搭載の情報機器として大きな市場を形成しつつある。しかし、GPSのような測位システムそのものを自らのインフラストラクチャとして構築することには、あまり積極的ではないようであり、そのような計画が世間を騒がすようなことはない。

ところで、GPSは米国のみによって運営され、かつ軍事的要請を第一義とするシステムであるため、GPSの民生利用においては運用上の危惧すべき問題の生じることが予想される。そして近き将来には、民生利用に適した測位システムとして再構成すると共に、地球観測、移動体情報通信など他のグローバル・インフラストラクチャとの効率的な統合化を考慮して、これらを国際的な要請と管理のもとで運営することを考える必要が生じるように思われる。

これまで述べてきたGPSの測位システムとしての卓越性と、現状では無料で利用できることもあって、GPSがさらに普及することは疑うべくもない。しかし、GPSの今後の民生利用においては、危惧すべき問題が数点ある。

まず第1は、米国が実施する予定であるSA (Selective Availability、軍事的要請等により必要に応じて測位精度を意図的に変更することができる機能であり、ここでは単に性能管理とも言う)の問題があげられる。これはGPS測位情報への信頼度の程度に制限を加えるものであり、例えば航空機の管制においては運用上の著しい制約になると予想される。しかし、測距電波の受信のみで測位が可能となる方式である限り、国際的な安全保障の観点からも、このような対応が必要とされている。このため、制約無しに常時安定した測位情報

が提供される保証はない。(もっとも、冷戦体制が解消した現在、測位精度を安全保障の観点から低下させる必要性は少ないように思われる。このSA問題には、米国の利害、特にGPSの長期運営資金の問題が根底にある。この資金が国際的に拠出されるようになれば、SA問題は解消するかもしれない。)

第2は、視界が遮られる市街地での運用においては、必要な数の測距電波を受信できない頻度が高くなる点である。そればかりか、ほとんどの可視衛星が高仰角に位置するために測位精度が著しく低下する。このため、利用者の最も多いと予想される自動車航法の分野では、利用面での制約が多く、これを解決するためのハードウェア、ソフトウェア両面での対応が必要である。

第3は、陸上利用においては、地球上の緯経度情報よりも、地図と照合して道路や建物との地理的関係を示す情報が求められることである。特に市街地では、地図照合からの精度要求は20~40メートルとたいへん厳しく、上記のSAによる測位劣化を考慮すれば、ますます地図情報と整合をとるための較正手段を併用する必要がある。

最後に、測位情報が移動体の運行管理、交通管制、捜索救難等の民生利用に有効であるためには、簡便な移動体通信手段が同時に利用できる必要がある。このため、移動体端末は測位のための測距電波の受信だけでなく、送信の可能な双方向通信の機能を備えていることが望まれる。

本書では、このような測位システムとしての基本的な課題に取り組むために、第5章では衛星配置の問題を、第6章では測位支援の地上局の問題を、そして第7章では視界が制限される市街地運用に有効なクロック同期型測位に係わる技術的問題を議論した。この章では、これらに引き続き、陸上航法の機能強化の方法として、測位端末装置自体の高機能化について議論しよう。

まず、可変重み付け最小自乗測位アルゴリズムとその重み係数の設定方法について述べる。この測位アルゴリズムでは、移動体の不確定な移動の程度に応じて、外部位置データの代用として生成される測位較正データの誤差の程度を示す重み係数を時間的に変化させる最小自乗法を適用しており、例えばGPS受信機に高安定クロックを適用したり、正確な高度データが得られるか、または高度が急激に変化しない船舶や陸上車両での運用に効果的である。このアルゴリズムは多数の測定データの最適な処理に便利であるが、推定すべき状態変数の実際的な挙動を参考にして重み係数を適当な時間関数とするため、計算処理内容はカルマンフィルタよりもずっと簡単である。

つぎに、移動体測位に係わる手段とその利用形態が多様になってきたため、上記の不安定要素に具体的に対応できる方法として、GPS受信機自体の高機能化、GPS衛星以外の測距電波源の併用、推測航法系との複合化等について

考察する。ベンチマーク局等の地上局を利用した測位誤差補正やクロック同期化支援も機能強化の実用的な方法であるが、これらは地上局による測位支援の課題として、既に第6章で議論している。

また、測位端末の高機能化の効果を評価するために、重み係数可変の最小自乗法を適用した測位アルゴリズムによるシミュレーションを行い、その測位精度を示そう。この方式では、重み係数の管理のみにより最適な測位精度が得られるので、2次元、3次元等の各種測位方式から最適な方式を選定したり、過剰な測距データより取捨選択する必要がない。即ち、重み係数の適切な設定により、同一形式の測位アルゴリズムを適用することができる。

8.2 重み係数可変最小自乗測位とカルマンフィルタ

測距電波源と受信機との時刻基準が非同期である場合、測距データは擬似レンジとなり、擬似レンジ型（非同期型）測位方式が適用される。一方、これらの時刻基準が同期している場合は実レンジ型（同期型）測位方式となるが、レンジ偏位や位置ベクトルも観測値として組み込まれる重み付け最小自乗法では、どちらの測位方式も同一形式のアルゴリズムで表現される（3.4項参照）。この項では、受信機クロックの誤差特性や受信機を搭載する移動体の運動状態を考慮して、重み係数を時間の関数として与える重み係数可変型最小自乗測位とその効果について議論しよう。

【重み付け最小自乗測位アルゴリズム】

便宜のため、第3章の記述を再度整理して、さらに一般的に記述するならば、推定されるべき測位ベクトルは、移動体の3次元位置ベクトル r とクロックオフセットによって生じるレンジ偏位 q を合成した4次元ベクトル

$$x = (r^T \quad q)^T \quad (8.1)$$

で表すことができる。そして、この測位ベクトル x の偏差

$$\delta x = (\delta r^T \quad \delta q)^T \quad (8.2)$$

と N 個の移動体・衛星 i 間レンジの測定値 Z_i の偏差 δZ_i （測定レンジと最新の測位ベクトル x より算出される計算レンジとの差）は

$$\begin{aligned}\delta Z_i &= (m_i, 1) \cdot (\delta r^T \delta q) \\ &= h_i \cdot \delta x \quad (i=1, 2, \dots, N)\end{aligned}\quad (8.3)$$

で示される。ただし、ベクトル h_i は移動体と測距基準点である衛星 i とを結ぶ方向の基準点単位ベクトル m_i の成分を含む 4 次元ベクトル $(m_i, 1)^T$ であり、これを回帰係数ベクトルと呼ぶことにしよう。

いま、一次独立である 4 つ以上の回帰係数ベクトルに対する測定値が存在するとして、測定値の偏差 δZ_i を成分とする測定偏差ベクトル及び回帰係数ベクトル h_i を成分とする回帰係数行列をそれぞれ

$$\delta z = (\delta Z_1 \ \delta Z_2 \ \dots \ \delta Z_N)^T \quad (8.4)$$

$$H_0 = (h_1 \ h_2 \ \dots \ h_N)^T \quad (8.5)$$

とすれば、残差ベクトル ε を導入して、

$$\delta z = H_0 \delta x + \varepsilon \quad (8.6)$$

なる回帰モデルを構成することができる。そこで、 δZ_i の測定誤差の平均値を零、標準偏差を σ_i とし、ある特定の標準偏差 σ_0 に対して、 σ_i が

$$\sigma_i = \kappa_i \sigma_0 \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (8.7)$$

なる比例関係にあるとして、

$$W = \sigma_0^{-2} \begin{pmatrix} \kappa_1^2 & & & 0 \\ & \kappa_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \kappa_N^2 \end{pmatrix} \quad (8.8)$$

なる行列を定義すれば、重み付け最小自乗推定の解として、測定値の偏差ベクトル δz に対する測位ベクトルの偏差 δx が以下の式により求められる。

$$\delta x = (H_0^T W^{-1} H_0)^{-1} H_0^T W^{-1} \delta z \quad (8.9)$$

つぎに、(8.3)式の測定レンジ偏差以外に、ある特定の座標軸に沿って測定された位置データの偏差（推測航法等によって測定された位置データから最新の位置計算値を引いた値）と、クロックオフセットに起因するレンジ偏位の偏差（測定値と最新の計算値との差、測定されない場合はクロックの特性より算

出されるレンジ偏位と最新のレンジ偏位推定値との差) を活用する場合の最小自乗推定アルゴリズムを導く。

以下議論を簡単にするために、衛星・受信機間擬似レンジ偏差 δZ_i の測定誤差の平均値を零、その標準偏差を σ_0 、即ち(8.7)式で導入した重み係数 κ_i をすべて1とする。さらに、上述の位置データの偏差として、特定の x 、 y 及び z 軸に関する3方向の位置データ及びレンジ偏位の測定誤差をそれぞれ δr_{xm} 、 δr_{ym} 、 δr_{zm} 及び δq_m 、これらの平均値を零、標準偏差をそれぞれ σ_{xm} 、 σ_{ym} 、 σ_{zm} 及び σ_{cm} として、第4章と同様に、

$$\kappa_x = \sigma_{xm} / \sigma_0 \quad (8.10)$$

$$\kappa_y = \sigma_{ym} / \sigma_0 \quad (8.11)$$

$$\kappa_z = \sigma_{zm} / \sigma_0 \quad (8.12)$$

$$\kappa_c = \sigma_{cm} / \sigma_0 \quad (8.13)$$

なる σ_0 に対する比例係数(誤差係数)を定義する。

以上の如く各測定誤差の標準偏差の σ_0 に対する誤差関係が定められると、上記外部位置データ及びレンジ偏位の測定偏差は、測定レンジ偏差と同一の標準偏差をもつ不規則変数で置き換えられ、(8.3)式と同じ形式の

$$\delta \rho_x = \delta r_{xm} / \kappa_x = h_x \cdot \delta x \quad (8.14)$$

$$\delta \rho_y = \delta r_{ym} / \kappa_y = h_y \cdot \delta x \quad (8.15)$$

$$\delta \rho_z = \delta r_{zm} / \kappa_z = h_z \cdot \delta x \quad (8.16)$$

$$\delta \rho_c = \delta q_m / \kappa_c = h_c \cdot \delta x \quad (8.17)$$

なる関係式を導くことができる。また、 σ_i はすべて等しく、 $\sigma_i = \sigma_0$ とすれば、 $\kappa_i = 1$ ($i=1, 2, \dots, N$) であるから、

$$\delta \rho_i = \delta Z_i = h_i \cdot \delta x \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (8.18)$$

となる。従って、(8.4)式及び(8.5)式は、

$$\delta \rho = (\delta \rho_1 \dots \delta \rho_N \delta \rho_x \delta \rho_y \delta \rho_z \delta \rho_c)^T \quad (8.19)$$

$$H = (h_1 \ h_2 \dots h_N \ h_x \ h_y \ h_z \ h_c)^T \quad (8.20)$$

のように次元が拡張され、(8.9)式の行列 W は

$$W = \sigma_0^2 I \quad (I: \text{単位行列}) \quad (8.21)$$

となる。

以上より、測位ベクトル偏差に対する回帰モデルは

$$\delta \rho = H \delta x + \varepsilon \quad (8.22)$$

となり、この最小自乗推定解は

$$\delta x = (H^T H)^{-1} H^T \delta \rho \quad (8.23)$$

で表される。このように、重み付け最小自乗法はすべての測定値の偏差を任意の基準標準偏差で割ることにより、重み付けなしの最小自乗法に変換される。上記の場合、すべての測定値の偏差が測定レンジ誤差の標準偏差によって“正規化”されたと言えるから、(8.23)式を正規化最小自乗推定測位アルゴリズム、 $\delta \rho_i$ を正規化測定偏差と呼ぶこととする。

以上の測位アルゴリズムは、3次元測位や高度情報を利用する2次元測位、擬似レンジ型（非同期型）やクロック同期情報を利用する実レンジ型（同期型）の測位アルゴリズムを包括するものである。

いま、(8.3)式で導入した基準点の単位ベクトル m_i を

$$m_i = (m_{ix} \ m_{iy} \ m_{iz})^T \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (8.24)$$

で表現し、かつ、 m_i 及び(8.14)～(8.17)式で定義した回帰係数ベクトル $h_x \sim h_c$ の成分を、前述の x 軸を鉛直、 y 軸を東西、 z 軸を北南方向とする局地水平座標系に関する方向余弦で表すならば、

$$h_x = (1/\kappa_x \ 0 \ 0 \ 0)^T \quad (8.25)$$

$$h_y = (0 \ 1/\kappa_y \ 0 \ 0)^T \quad (8.26)$$

$$h_z = (0 \ 0 \ 1/\kappa_z \ 0)^T \quad (8.27)$$

$$h_c = (0 \ 0 \ 0 \ 1/\kappa_c)^T \quad (8.28)$$

$$H^T = \begin{pmatrix} m_{1x} & m_{2x} & \cdots & m_{Nx} & 1/\kappa_x & 0 & 0 & 0 \\ m_{1y} & m_{2y} & \cdots & m_{Ny} & 0 & 1/\kappa_y & 0 & 0 \\ m_{1z} & m_{2z} & \cdots & m_{Nz} & 0 & 0 & 1/\kappa_z & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1/\kappa_c \end{pmatrix} \quad (8.29)$$

となる。そして、各測位方式のアルゴリズムは(8.29)式の行列の重み係数を適切に設定して得られる。例えば、外部位置データやレンジ偏位データが利用できない場合は、当該の重み係数を無限大に設定すればよい。 $1/\kappa_x$ や $1/\kappa_r$ の大きさは高度データ或いは同期データへの依存度を示しており、これらの値を小さくするに従い、前者では2次元から3次元の測位へ、後者では同期型から非同期型の測位へと移行すると考えられる。従って、(8.29)式に含まれる重み係数は、各種測定データの有無、測定精度に応じて適切に設定されるべきパラメータであり、測位計算の最適化はこの重み係数の調整に依存する。

【最小自乗測位の重み係数管理】

第4章のシミュレーション結果からも明らかなように、衛星測位精度は衛星の配置関係や受信できる測距電波数によって著しく変動する。しかし、高安定クロックを使用する場合や、移動体の運動状態がある程度予想される場合は、測位劣化指数が良好となる衛星配置で決定された測位ベクトルを有効に利用することにより、良好な測位精度を維持することができる。カルマンフィルタはこのような観測と運動の条件を考慮した最適推定アルゴリズムである。

通常、重み付け最小自乗法では、重み係数行列 W は不変であり、カルマンフィルタのように推定を重ねるにしたがって測位精度が向上するようなことはない。このような最小自乗法の欠点は、以下に述べる重み係数管理を行うことにより改善できる。

(8.23)式を用いて測位ベクトルの偏差 δx の共分散行列 P を求めると、 $\delta \rho$ は標準偏差値 σ 。によって正規化された測定偏差ベクトルであるから、

$$P = A v \{ \delta x \delta x^T \} = \sigma^2 (H^T H)^{-1} \quad (8.30)$$

となる。従って、(8.20)式を構成する回帰係数ベクトル h_i が、基準点単位ベクトル m_i を含めて、鉛直、東西および北南方向から成る局地水平座標系で表現されているならば、鉛直方向、東西方向、北南方向及びレンジ偏位に関する測位劣化指数VDOP、EDOP、NDOP及びTDOP は行列 $(H^T H)^{-1}$ の対角成分より算出され、

$$VDOP = [\{ (H^T H)^{-1} \}_{11}]^{1/2} \quad (8.31)$$

$$EDOP = [\{ (H^T H)^{-1} \}_{22}]^{1/2} \quad (8.32)$$

$$NDOP = [\{ (H^T H)^{-1} \}_{33}]^{1/2} \quad (8.33)$$

$$\text{TDOP} = [\{(H^T H)^{-1}\}_{44}]^{1/2} \quad (8.34)$$

となる。

つぎに、移動体の速度データ或いは先験的な情報により求められる局地水平座標軸に関する位置偏差 δr_{xs} 、 δr_{ys} 、 δr_{zs} の推定誤差、及び予め測定されている受信機クロックの誤差特性により求められるレンジ偏位の偏差 δq の推定誤差がお互いに統計的に独立な不規則変数であり、それらの標準偏差が更新時点からの経過時間 t_x 、 t_y 、 t_z 及び t_c の関数 $\sigma_x(t_x)$ 、 $\sigma_y(t_y)$ 、 $\sigma_z(t_z)$ 及び $\sigma_c(t_c)$ で与えられるものとして、

$$\kappa_x = \sigma_x(t_x) / \sigma_0 \quad (8.35)$$

$$\kappa_y = \sigma_y(t_y) / \sigma_0 \quad (8.36)$$

$$\kappa_z = \sigma_z(t_z) / \sigma_0 \quad (8.37)$$

$$\kappa_c = \sigma_c(t_c) / \sigma_0 \quad (8.38)$$

なる時間経過と共に増大する重み係数を定義する。

ところで、(8.31)式～(8.34)式の測位劣化指数は、現在の測定条件により達成できる測位精度の指標であり、(8.35)式～(8.38)式の重み係数は、外部位置データやレンジ偏位データの誤差特性により推定される測位精度の指標である。従って、両者を比較して前者の測位劣化指数が後者の重み係数よりも小さい場合は、前者を後者の初期値として置き換えると共に経過時間をリセットし、最小自乗推定における重み係数を適切な値に維持することができる。例えば、鉛直方向に関して具体的に示せば、

$$\text{VDOP} < \kappa_x \quad (8.39)$$

であれば、 $t_x = 0$ と置くと共に、

$$\sigma_x(0) = \sigma_0 \text{VDOP} \quad (8.40)$$

として、(8.35)式の $\sigma_x(t_x)$ を初期値設定する。

また、他の航法手段により鉛直方向の外部位置データ r_{xm} が測定され、この測定誤差の標準偏差を σ_{xm} として、

$$\sigma_{xm} < \kappa_x \sigma_0 \quad (8.41)$$

が成立するならば、 $t_x = 0$ と置くと共に、

$$\sigma_x(0) = \sigma_{xm} \quad (8.42)$$

として、(8.35)式の $\sigma_x(t_x)$ を初期値設定する。

このように、(8.29)式の回帰係数行列 H に含まれる重み係数を測位劣化指数または外部データの測定状態に応じて適切に調整することにより、測定データ及び推定データを最適に利用することができる。また、更新間隔毎の予測不可な要素を考慮して、適切に重み付けしたレンジ偏位等の状態変数を測定データとして利用することは、更新間隔毎の状態変数の可能な振る舞いを考慮することとなり、測距電波源の幾何学的配置関係によって測位精度が大きく変動することへの改善策として有効であると考えられる。

【重み係数可変最小自乗法とカルマンフィルタ】

最小自乗法による測位計算では、測位ベクトル x の最適な更新は(8.9)式の観測更新によってのみ行われ、カルマンフィルタのような状態変数（ここでは測位ベクトル）の時間更新や観測更新時の共分散行列の更新がなされない。これは、時間更新時のシステムノイズによって生じる状態変数の推定誤差が観測ノイズによって生じる状態変数の誤差に比較して著しく大きい、即ち、システムの振る舞いが予測できないとして、時間更新後の状態変数の共分散行列を常に発散した状態（大きな値）とする場合と同じである。言い換えれば、観測毎に推定される状態変数は、お互いに全く関連性のないものとして取り扱われるものと解釈される。このように、通常の最小自乗法はカルマンフィルタにおいて状態変数の時間的性質を無視したケースとなる。

一方、上述の時間関数で与えられる重み係数を導入し、測定状態や状態変数の推定状態に応じた係数管理を行うと、カルマンフィルタと類似した推定特性が得られる。

重み係数可変型の最小自乗推定アルゴリズムとカルマンフィルタとの数式上の関連性を導くために、まず以下の行列とベクトルを定義する。

$$H_M^T = \begin{pmatrix} m_{1x} & m_{2x} & \cdots & m_{Nx} \\ m_{1y} & m_{2y} & \cdots & m_{Ny} \\ m_{1z} & m_{2z} & \cdots & m_{Nz} \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (8.43)$$

$$R_M = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} \kappa_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \kappa_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \kappa_N^2 \end{pmatrix} \quad (8.44)$$

$$P_B = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} \kappa_x^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_c^2 \end{pmatrix} \quad (8.45)$$

$$\delta z_M = (\delta z_1 \ \delta z_2 \ \cdots \ \delta z_N)^T \quad (8.46)$$

$$\delta z_P = (\delta r_{xm} \ \delta r_{ym} \ \delta r_{zm} \ \delta q_m)^T \quad (8.47)$$

そして、(8.29)式をさらに一般化して

$$H = \begin{pmatrix} m_{1x}/\kappa_1 \cdots m_{Nx}/\kappa_N & 1/\kappa_x & 0 & 0 & 0 \\ m_{1y}/\kappa_1 \cdots m_{Ny}/\kappa_N & 0 & 1/\kappa_y & 0 & 0 \\ m_{1z}/\kappa_1 \cdots m_{Nz}/\kappa_N & 0 & 0 & 1/\kappa_z & 0 \\ 1/\kappa_1 \cdots 1/\kappa_N & 0 & 0 & 0 & 1/\kappa_c \end{pmatrix}^T \quad (8.48)$$

で表される回帰係数行列を持つ最小自乗推定アルゴリズム(8.23)式を、上記の(8.43)～(8.47)式を用いて変型すれば、

$$\begin{aligned} \delta x &= (H^T H)^{-1} H^T \delta \rho \\ &= P' (H_M^T R_M^{-1} \delta z_M + P_B^{-1} \delta z_P) \end{aligned} \quad (8.49)$$

$$P' = (P_B^{-1} + H_M^T R_M^{-1} H_M)^{-1} \quad (8.50)$$

となる。そこで、(8.47)式に関して観測値がなく、観測値として最新の推定値を代用するものとすれば、

$$\delta z_P = 0 \quad (8.51)$$

であるから、

$$\begin{aligned} \delta x &= (P_B^{-1} + H_M^T R_M^{-1} H_M)^{-1} H_M^T R_M^{-1} \delta z_M \\ &= P_B H_M^T (H_M P_B H_M^T + R_M)^{-1} \delta z_M \end{aligned} \quad (8.52)$$

となり、拡張カルマンフィルタと同一形式の観測更新アルゴリズムが求められる。そして、重み係数可変型最小自乗法の重み係数管理では、(8.50)式の対角成分より求められる測位劣化指数を用いて重み係数を更新する。

一方、カルマンフィルタでは、誤差共分散行列 P を観測更新によって P' に更新するアルゴリズムは時間更新時のシステムノイズの共分散行列 Q を用いて、

$$P' = P - P H_M^T (H_M P H_M^T + R_M)^{-1} H_M P + Q \quad (8.53)$$

で表される。これは、逆行列補題の関係式を用いて上式を変型すれば、

$$P' = (P^{-1} + H_M^T R_M^{-1} H_M)^{-1} + Q \quad (8.54)$$

となるから、誤差共分散行列 P は、その対角成分のみに注目すれば、 P^* にシステムノイズの共分散行列 Q が加わって更新されることがわかる。従って、カルマンフィルタと重み係数可変型最小自乗法の差異は共分散行列の時間更新にあり、共分散行列の対角成分は両者ともシステムノイズまたは測位劣化指数により更新するが、後者の非対角成分については常に零としていることになる。

参考に、(8.54)式右辺の第1項の行列の非対角成分を無視して、(8.50)式と同等であるとみなせば、 P^* の対角成分 P_{11}^* はそれぞれの測位劣化指数に σ_0 を乗じた値の自乗となっている。従って、例えば共分散行列 P' の成分 P_{11}' (鉛直成分) を求めると、時間更新毎に標準偏差 σ_{sx} なるシステムノイズを加えて、

$$P_{11}' = P_{11}^* + \sigma_{sx}^2 \quad (8.55)$$

となるから、 P_{11}^* の初期値を $(\sigma_0 \text{VDOP})^2$ 、初期化の後に n 回の時間更新が行われるとすれば、

$$P_{11}' / \sigma_0^2 = \text{VDOP}^2 + n (\sigma_{sx} / \sigma_0)^2 \quad (8.56)$$

となる。これは(8.35)式等の重み係数の1つの具体的な形式であり、

$$\kappa_x = \{ \kappa_{x0}^2 + \kappa_{x1}^2 \cdot t_x \}^{1/2} \quad (8.57)$$

なる数学的モデルが導かれる。従って、(8.57)式は移動体の運動やクロックオフセットの主要な変動成分が不規則ノイズの積分 (random walk) とみなされる場合の重み係数モデルとして適用できる。

また、時間に比例して増大する誤差要素が支配的な場合は、(8.57)式の替わりに、

$$\kappa_x = \{ \kappa_{x0}^2 + (\kappa_{x1} \cdot t_x)^2 \}^{1/2} \quad (8.58)$$

なる重み係数の数学的モデルが使用できるであろう。

このように、重み係数可変型の最小自乗法では、各種誤差要素の性質を考慮して、重み係数の数学的モデルを適切に選定すればよい。

8.3 測位端末の高機能化

衛星や地上局に係わりなく、ユーザ端末装置独自で機能を向上させる方法として、高安定クロックの利用と測距電波のドップラー周波数変移の利用があげられる。前者では、一時的に可視衛星数が不足したり、衛星配置関係が不良となった場合に、同期型測位の性質を強めて対応することができる。また、後者でも、ドップラー周波数変移から求められるデルタレンジより移動体の移動距離が決定できるため、最小自乗測位の有力な測定値として利用できる。

【高安定クロックによる高機能化】

測位端末装置の基準クロックとして高安定クロックを使用すれば、一時的に擬似レンジ測定数が4未満となっても、継続して3次元測位が可能となる。

いま、較正後のクロックの誤差によるレンジ偏位誤差の標準偏差 $\sigma_c(t_c)$ の数学的モデルとして、バイアス誤差と経過時間の平方根に比例して増大する誤差のRSS（2乗和の平方根）を適用して、

$$\sigma_c(t_c) = (\sigma_{c0}^2 + \sigma_{c1}^2 \cdot t_c)^{1/2} \quad (8.59)$$

とし、重み係数 κ_c を(8.38)式より算出する。そして、鉛直方向の場合と同様に、

$$\text{TDOP} < \kappa_c \quad (8.60)$$

であれば、 $t_c = 0$ と置くと共に、

$$\sigma_{c0} = \sigma_c(0) = \sigma_0 \text{TDOP} \quad (8.61)$$

として、(8.59)式を初期値設定する。

また、双方向通信手段によりクロックオフセットが測定され、測定レンジ偏位 q_m が得られる場合、この測定誤差の標準偏差を σ_{cm} として、

$$\sigma_{cm} < \kappa_c \sigma_0 \quad (8.62)$$

が成立するならば、 $t_c = 0$ と置くと共に、

$$\sigma_{c0} = \sigma_{cm} \quad (8.63)$$

として初期値設定される。

つぎに、初期化された時点で推定または測定されたレンジ偏位は $q_s(t_c)$ の初期値 q_{s0} とする。これには受信機のクロック特性に応じた較正值 $q_d(t_c)$ を

加えて、

$$q_s(t_c) = q_{s0} + q_d(t_c) \quad (8.64)$$

として保存すると共に、最新の計算されたレンジ偏位 q を用いて、レンジ偏位に関する正規化測定偏差

$$\delta \rho_c = \delta q_s / \kappa_c = \{q_s(t_c) - q\} / \kappa_c \quad (8.65)$$

を算出するために使用する。クロックオフセットが測定され、(8.62)式が成立する場合は、 $t_c = 0$ 、 $q_{s0} = q_m$ として、(8.64)式を初期化すればよい。

以上の測位アルゴリズムでは、3次元測位は擬似レンジ測定数が3以上であれば可能である。

いま、外部位置データを利用しないものとして、 κ_x 、 κ_y 及び κ_z を無限大とすれば、(8.29)式及び(8.19)式は

$$H = \begin{bmatrix} m_{1x} & m_{2x} & \cdots & m_{Nx} & 0 \\ m_{1y} & m_{2y} & \cdots & m_{Ny} & 0 \\ m_{1z} & m_{2z} & \cdots & m_{Nz} & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1/\kappa_c \end{bmatrix}^T \quad (8.66)$$

$$\delta \rho = (\delta \rho_1 \delta \rho_2 \cdots \delta \rho_N \delta \rho_c)^T \quad (8.67)$$

となる。さらに、擬似レンジ測定数が3のとき、 δr の解析的な解が求められ、

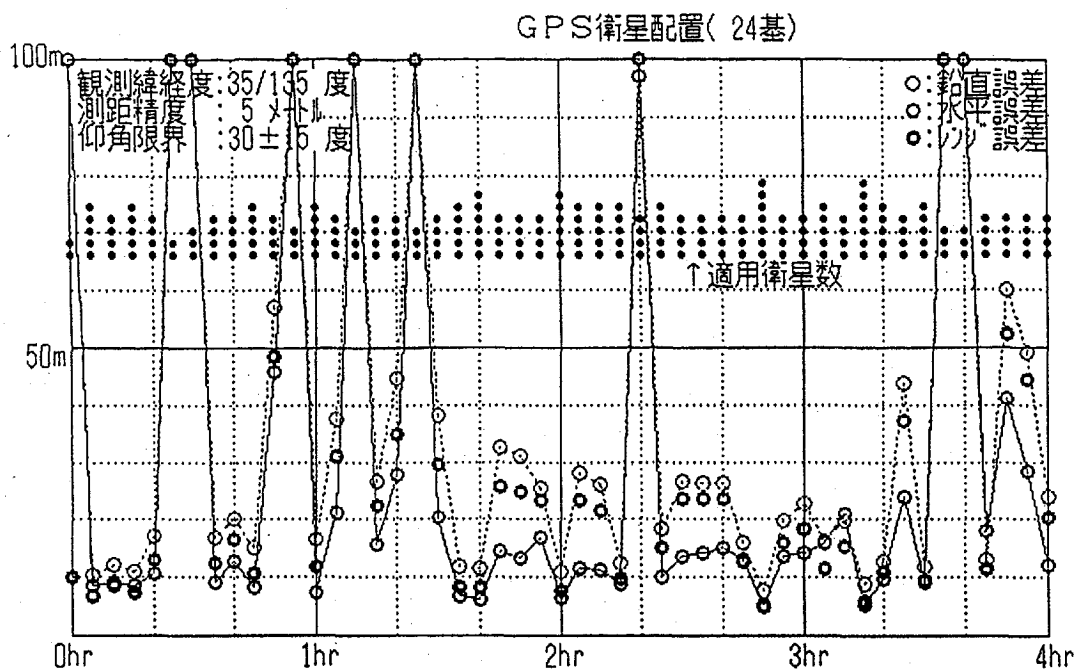
$$\begin{aligned} \delta r = & \frac{1}{m_1 \cdot (m_2 \times m_3)} \begin{bmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ \delta Z_3 \end{bmatrix} \\ & + \frac{(m_1 - m_2) \times (m_3 - m_1)}{m_1 \cdot (m_2 \times m_3)} \kappa_c \delta \rho_c \end{aligned} \quad (8.68)$$

$$\delta q = \kappa_c \delta \rho_c \quad (8.69)$$

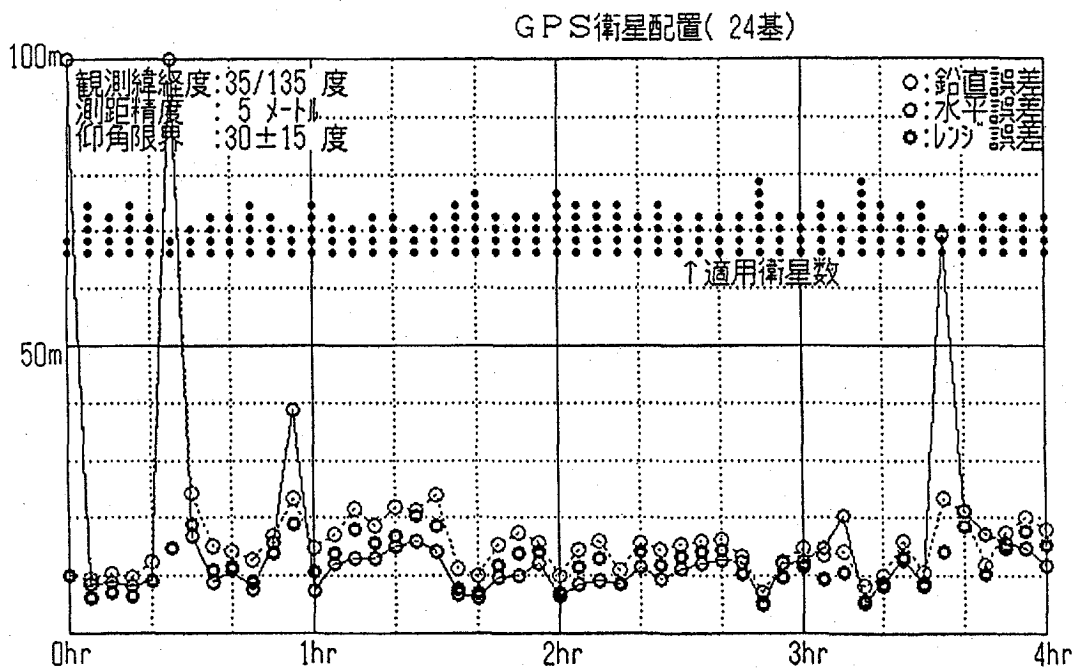
となる。これは3次元実レンジ型測位の解に(8.65)式のレンジ偏位の補正誤差による項が加わった解となる。

では、高安定クロックが衛星測位においてどのような精度上の効果をもたらすか、計算機シミュレーションによって具体的に示そう。

第8.1図及び第8.2図には、GPSの通常の市街地運用を想定して行った3次元擬似レンジ型の測位誤差が示されている。ただし、市街地走行を考慮して、仰角限界は30度±15度とした。±15度は測距のたびの仰角限界の変動幅である。



第8.1図 市街地運用でのGPS測位精度 (10^{-8} 級通常クロック)



第8.2図 市街地運用でのGPS測位精度 (10^{-11} 級高安定クロック)

これらのシミュレーション結果では、測距の時間間隔は測位誤差の算出する間隔（5分）となっているため、クロック安定性の測位誤差に及ぼす影響は測距の時間間隔に概ね比例する。

まず、第8.1図はクロック安定性が 3×10^{-8} 程度の通常精度のクロックを使用した場合であり、測位精度はかなり劣化するとともに測位中断も頻繁に発生する。しかし、第8.2図は 3×10^{-11} 程度の安定性で、かつレンジ誤差に換算して $5\text{m}/\text{min}^{1/2}$ 程度のランダムウォークに抑えられる高安定クロックを適用した場合であり、測位精度の著しい劣化が避けられている。また、この論文では、共通して移動体の緯度及び経度をそれぞれ35度、135度とし、レンジ測定誤差の標準偏差は5mとした。

【デルタレンジ利用による高機能化】

測距衛星# i の測距電波の搬送周波数を追尾して、擬似レンジの時間変化率、即ちデルタレンジ d_i を測定する機能が測位端末に追加されると、移動体の速度ベクトル v が容易に得られる。これにより、位置だけでなく、速度や進行方向のデータを提供できることになり、航法の手段として強化されるが、第3章で述べた測位較正データを作成することにも利用できる。以下では、まず移動体の速度ベクトルを求め、(8.14)～(8.16)式に相当する正規化測定偏差ベクトルを示そう。

いま、測距衛星# i の速度ベクトルを v_i とすれば、

$$d_i = m_i \cdot (v_i - v) \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (8.70)$$

で表されるから、最小2乗法を適用すれば、

$$v = (H_d^T H_d)^{-1} H_d^T d \quad (8.71)$$

となる。ただし、行列 H_d 及びベクトル d は

$$H_d = (m_1 \ m_2 \ \dots \ m_N)^T \quad (8.72)$$

$$d = \begin{pmatrix} m_1 \cdot v_1 - d_1 \\ m_2 \cdot v_2 - d_2 \\ \vdots \\ m_N \cdot v_N - d_N \end{pmatrix} \quad (8.73)$$

で表され、 d_i の測定誤差の標準偏差はすべて等しいとする。

ここで、基準点単位ベクトル m_i の成分が局地水平座標軸（鉛直軸 x 、東西軸 y 及び北南軸 z ）に関する方向余弦で定義されるならば、速度ベクトルは局

地水平座標軸で表され、

$$\boldsymbol{v} = (v_x \ v_y \ v_z)^T \quad (8.74)$$

となる。そこで、各速度成分の誤差の標準偏差 σ_{vx} 、 σ_{vy} および σ_{vz} は、デルタレンジ測定誤差の標準偏差を σ_d とすれば、

$$\sigma_{vx}^2 = \sigma_d^2 \{ (H_d^T H_d)^{-1} \}_{11} \quad (8.75)$$

$$\sigma_{vy}^2 = \sigma_d^2 \{ (H_d^T H_d)^{-1} \}_{22} \quad (8.76)$$

$$\sigma_{vz}^2 = \sigma_d^2 \{ (H_d^T H_d)^{-1} \}_{33} \quad (8.77)$$

で表される。従って、更新時間間隔を t_d とすれば、速度の標準偏差に関する重み係数は

$$\kappa_x = \sigma_{vx} t_d / \sigma_0 \quad (8.78)$$

$$\kappa_y = \sigma_{vy} t_d / \sigma_0 \quad (8.79)$$

$$\kappa_z = \sigma_{vz} t_d / \sigma_0 \quad (8.79)$$

より求められ、(8.19)式の $\delta \rho_x$ 、 $\delta \rho_y$ 及び $\delta \rho_z$ は、

$$\delta \rho_x = v_x t_d / \kappa_x \quad (8.80)$$

$$\delta \rho_y = v_y t_d / \kappa_y \quad (8.81)$$

$$\delta \rho_z = v_z t_d / \kappa_z \quad (8.82)$$

となる。よって、上記の3式と(8.65)式を適用すれば、(8.19)式及び(8.29)式が定められるため、市街地運用にさらに強い測位端末となる。また、自動車のような移動体の場合は急激な速度変化はないと考えられるから、 $\sigma_{vx} t_d$ 等の値は σ_0 程度である。従って、水平面測位精度の向上にも効果がある。

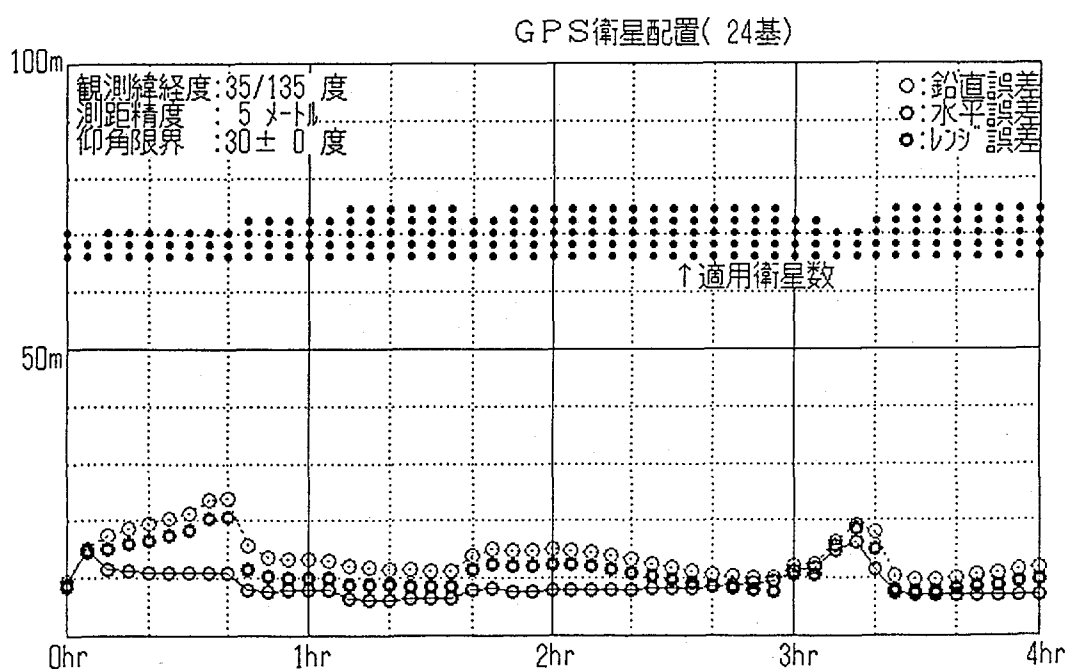
第8.3図 及び第8.4図 には、デルタレンジを利用した場合の測位精度に関するシミュレーション結果を示す。測距電波源はGPSであり、観測点は日本近辺（北緯35度、東経135度）、測定レンジ誤差の標準偏差は5メートルとする。速度ベクトルを算出することから、可視仰角限界は30度±0度の変動の少ない運用環境を前提とした。デルタレンジを使用しない場合は擬似レンジ型測位となり、例えば図中の可視衛星数が3以下になると、測距電波源不足により測位機能が途切れる（このシミュレーションの結果は省略した）。また、デ

ルタレンジ利用の効果は、(8.80)式～(8.82)式より測位較正データが得られることにあり、得られた位置偏差の標準偏差 σ_i には以下の数学的モデルを適用することとした。

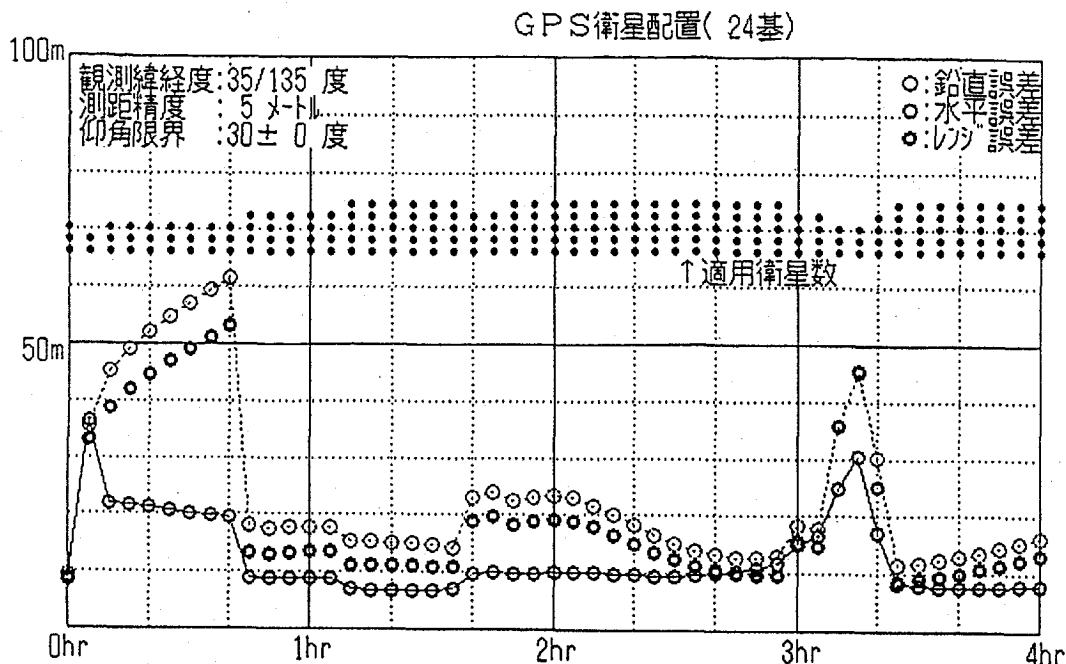
$$\sigma_i = (\sigma_{i0}^2 + \sigma_{ir}^2 t_i + \sigma_{ip}^2 t_i^2)^{1/2} \quad (i=x, y, z) \quad (8.83)$$

ただし、 t_i は最新更新からの経過時間(分)、 σ_{i0} は位置偏差測定誤差の標準偏差であり、この初期値はどちらも10m、以後は位置偏差の測定はないから測位劣化指数によってのみ更新、 σ_{ir} は更新毎に生じる不規則ノイズの積分値の性質を持つ誤差の標準偏差であり、それぞれ $5\text{m}/\text{min}^{1/2}$ 及び $15\text{m}/\text{min}^{1/2}$ 、 σ_{ip} は経過時間に比例して生じる誤差の標準偏差であり、それぞれ $0.5\text{m}/\text{min}$ 及び $1.5\text{m}/\text{min}$ とした。

以上の計算例と第8.1図を比較すれば、デルタレンジを用いて更新毎の移動量を求め、これを測位較正データとして利用するならば、測位誤差の変動を抑えるだけでなく、測距電波源の一時的な不足にも対応できることがわかる。



第8.3図 市街地運用でのデルタレンジ利用の効果 ($\sigma_{ir}=5\text{m}/\text{min}^{1/2}$)



第8.4図 市街地運用でのデルタレンジ利用の効果 ($\sigma_{1r} = 15\text{m}/\text{min}^{1/2}$)

8.4 測距電波源の増強

通常、陸上運用では、建物や樹木などの障害物により、測距電波源の位置や受信数が移動と共に頻繁に変わり、測位精度は頻繁に激しく変動する。しかし、GPS以外の衛星を測距電波源として併用できるならば、安定した測位が可能となるだけでなく、測位精度の著しく劣化する頻度を低減することができる。

第5章の第5.3図に示した衛星可視率は、衛星1基が地球表面を被覆できる比率を衛星軌道高度と可視仰角限界との関係で表したものであるから、この衛星可視率の逆数は全地球表面において平均1基の衛星が可視となるに必要な衛星配置数となる。第8.5図には、衛星可視率の逆数である被覆に必要な衛星数が示されている。これらの図を参考にすれば、可視仰角限界30度の場合、衛星可視率はGPS軌道と同様の高度2万kmで0.17、高度1万kmで0.12となる。従って、24基の衛星を均等に配置したとすれば、前者では約4基、後者では約3基の衛星が可視状態となる。このように、軌道高度が高い通信衛星等は測距電波源の補強として有効である。さらに長楕円軌道を採用すれば、限定域の衛星可視率をさらに向上させることができる。

しかし、高度1千kmの衛星では可視仰角限界30度で衛星可視率は0.01程度となるため、100基の衛星を配置しても可視衛星数は平均1基である。このように、低高度衛星を測距電波源とする場合は、非常に多くの衛星を配備しなければならないことになる。

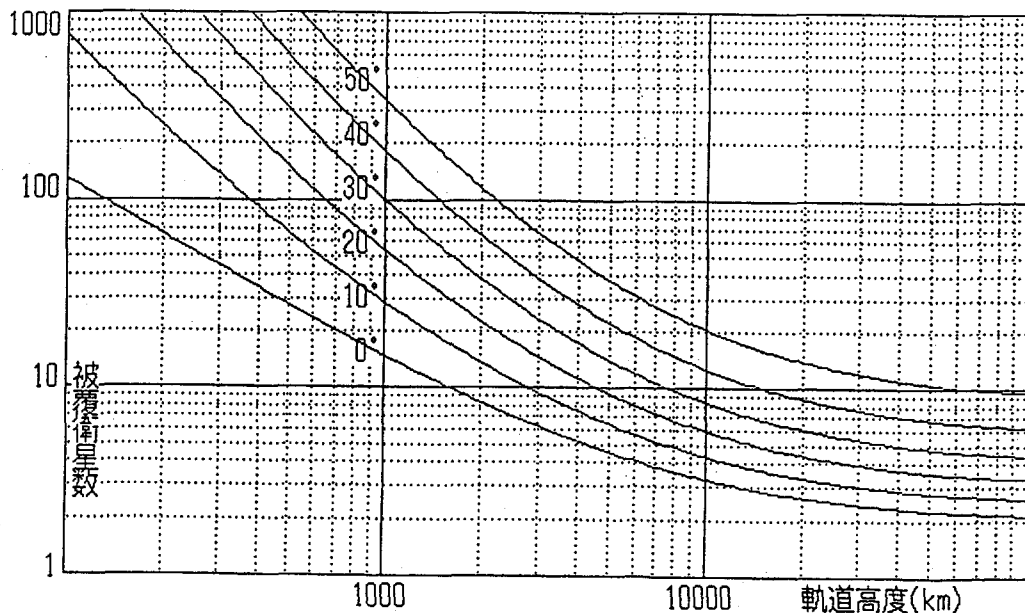
以上考察したように、GPSに対して少なくとも平均1基の測距電波源の増強を目的とした場合、衛星の軌道高度は5千km以上でなければ、GPSと同等以上の配置衛星数が必要となる。静止衛星を適用した場合は、限定域の増強であれば衛星1基でよい点が、補完型システムの構築に好都合である。

さて、N個のGPS衛星の外に、GPS衛星とは異なった時刻基準に従うK個の静止衛星または周回衛星が補完衛星として利用できる場合、(8.23)式に適用する回帰係数行列及び測定偏差ベクトルは

$$H^T = \begin{pmatrix} m_{1x} \cdots m_{Nx} & m_{N+1x} \cdots m_{N+Kx} & 0 & 0 \\ m_{1y} \cdots m_{Ny} & m_{N+1y} \cdots m_{N+Ky} & 0 & 0 \\ m_{1z} \cdots m_{Nz} & m_{N+1z} \cdots m_{N+Kz} & 0 & 0 \\ 1 \cdots 1 & 0 \cdots 0 & 1/\kappa_{c1} & 0 \\ 0 \cdots 0 & 1 \cdots 1 & 0 & 1/\kappa_{c2} \end{pmatrix} \quad (8.84)$$

$$\delta \rho = (\delta \rho_1 \cdots \delta \rho_N \delta \rho_{N+1} \cdots \delta \rho_{N+K} \delta \rho_{c1} \delta \rho_{c2})^T \quad (8.85)$$

に書き換えられる。ただし、 $\delta \rho_{c1}$ 及び $\delta \rho_{c2}$ はそれぞれGPS衛星群及び補完衛星群のレンジ偏位の偏差であり、 κ_{c1} 及び κ_{c2} はそれらの誤差係数である。



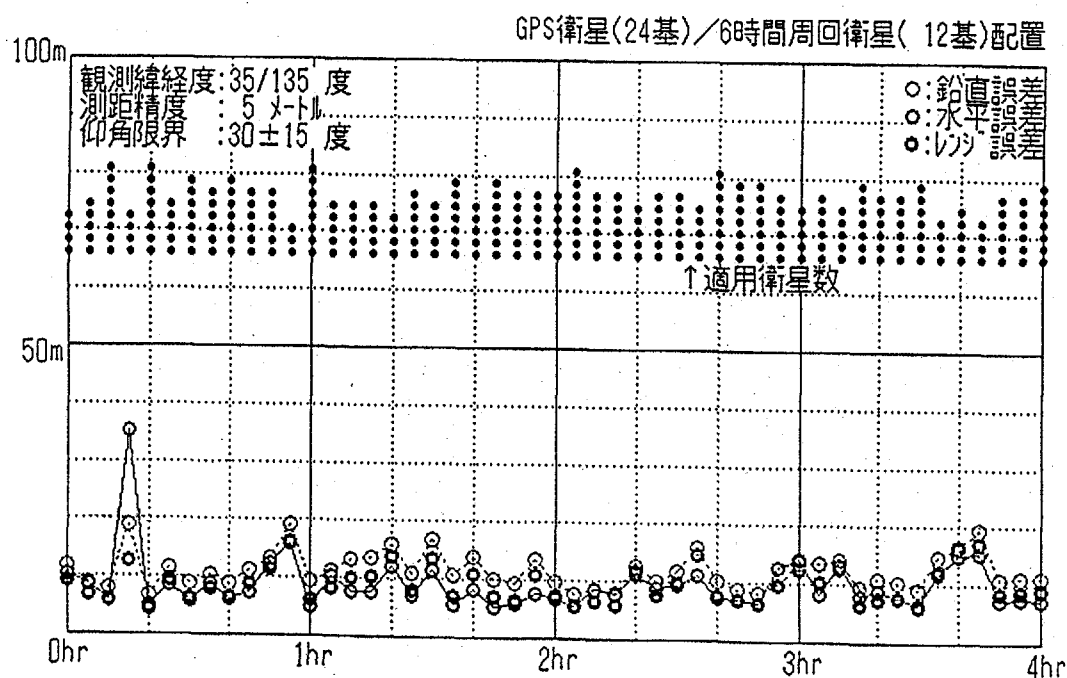
第8.5図 衛星軌道高度（円軌道）と被覆衛星数の関係

第8.6図および第8.7図には、24基のGPS衛星に加えて、6時間周期の12基から成る周回衛星群を測距電波源として併用する場合の測位精度が示されている。ユーザ装置には、第8.2図の場合と同じように、距離換算で時間比例成分が 0.5m/min 、ランダム成分が $5\text{m/min}^{1/2}$ の高安定クロックを使用するものとする。

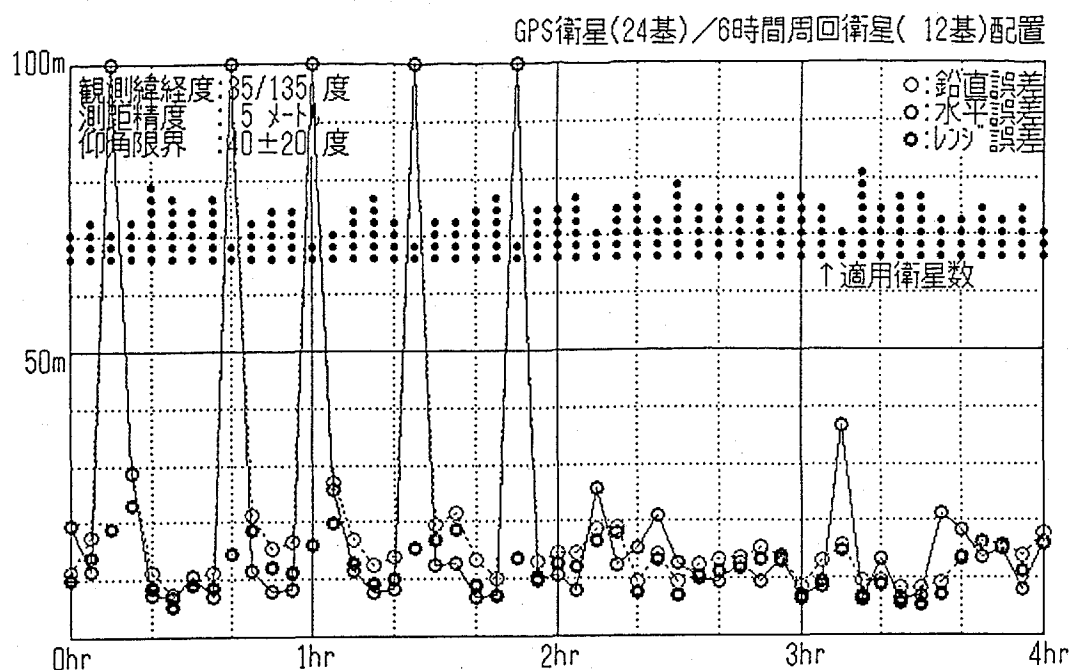
まず第8.6図では、第8.2図と同様に可視仰角限界を $30\text{度} \pm 15\text{度}$ としたが、測距電波源が増えたことにより、第8.2図よりも測位精度が良好となっている。

第8.7図では、市街地運用の影響を強めて、可視仰角限界を $40\text{度} \pm 20\text{度}$ としたが、衛星可視数が減少しているものの、測位精度は概ね安定している。

このように、測距電波源の増強は測位精度の向上に直接的な効果があり、受信機が多チャンネル化が安価に行えるならば、将来期待できる対策である。また、民間の運輸への利用においては、通信手段との複合化が運用性向上に不可欠であるから、補完的な測距電波源として移動体通信衛星が適用できる可能性は高い。



第8.6図 2種の測距電波源併用時の測位精度 (仰角限界: 30 ± 15 度)



第8.7図 2種の測距電波源併用時の測位精度（仰角限界：40±20度）

8.5 推測航法による複合航法系の構成

前述した通り、一般に、衛星航法の弱点は市街地や山間部での運用にあり、トンネルや高層ビルの狭間では測位はほとんど不能となる。一方、姿勢センサや車速センサ、あるいはデジタルマップの道路パターン情報により位置を推定する推測航法では、内蔵の測定データだけで測位を継続することができるが、姿勢センサの誤差やマップマッチングの乱れにより、測位誤差は積算され発散する。従って、陸上運用においては、衛星航法と推測航法の双方の長所を利用した複合航法系の構成が性能向上に効果的である。

このような推測航法センサが利用できる複合航法系では、後述の最適推定方位角 ϕ 、最適推定ピッチ角 θ および車速センサにより測定した速度絶対値 v_T を使用することができる。即ち、

$$v = (H_t^T H_t)^{-1} H_t^T f \quad (8.86)$$

$$H_t = (m_1 \ m_2 \ \cdots \ m_N \ m_v / \kappa_v)^T \quad (8.87)$$

$$f = \begin{pmatrix} m_1 \cdot v_1 - d_1 \\ m_2 \cdot v_2 - d_2 \\ \vdots \\ m_N \cdot v_N - d_N \\ v_T / \kappa_v \end{pmatrix} \quad (8.88)$$

$$m_v = (\sin \theta \quad \cos \theta \sin \phi \quad \cos \theta \cos \phi)^T \quad (8.89)$$

なる v に関する最小自乗推定のアルゴリズムが得られる。ただし、 κ_v は車速センサ誤差の標準偏差とデルタレンジ誤差の標準偏差との比例係数、 m_v は局地水平座標軸で定義された移動体機軸方向の単位ベクトルである。

つぎに、(8.89)式を算出するために必要な最適推定方位角 ϕ 及び最適推定ピッチ角 θ を求める。まず、(8.74)式で表される移動体速度ベクトル v が得られたとすれば、速度ベクトル方向の方位角 ϕ の増分 $\delta \phi$ と、ピッチ角 θ の増分 $\delta \theta$ は以下の式で与えられる。

$$\delta \phi_c = (v_v \cos \phi_c - v_z \sin \phi_c) / v_H \quad (8.90)$$

$$\delta \theta_c = (v_x \cos \theta_c - v_H \sin \theta_c) / v_T \quad (8.91)$$

ただし、 v_H 、 v_T はそれぞれ水平面内の速度の大きさ、速度ベクトル v の大きさであり、以下の式で表される。

$$v_H = (v_v^2 + v_z^2)^{1/2} \quad (8.92)$$

$$v_T = (v_x^2 + v_H^2)^{1/2} \quad (8.93)$$

つぎに、陸上車両では移動体の機軸と速度ベクトルの方向が概ね一致していると考えられる。従って、姿勢センサによって測定される方位角及びピッチ角の増分 $\delta \phi_m$ 及び $\delta \theta_m$ と、(8.90)式及び(8.91)式より求められる速度ベクトルの方位角及びピッチ角の増分 $\delta \phi_c$ 及び $\delta \theta_c$ を観測値とする回帰モデルを構成して、最小自乗推定アルゴリズムにより最適推定方位角 ϕ 及び最適推定ピッチ角 θ の増分 $\delta \phi$ 及び $\delta \theta$ を求める。即ち、測定値 $\delta \phi_m$ の誤差の標準偏差を σ_{Am} 、 $\delta \phi_c$ の誤差の標準偏差を σ_{Ac} 、測定値 $\delta \theta_m$ の誤差の標準偏差を σ_{Pm} 、 $\delta \theta_c$ の誤差の標準偏差を σ_{Pc} として、

$$\kappa_A = \sigma_{Am} / \sigma_{Ac} \quad (8.94a)$$

$$\kappa_P = \sigma_{Pm} / \sigma_{Pc} \quad (8.94b)$$

なる比例係数（誤差係数）を定義すれば、以下の関係式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \delta \phi \\ \delta \theta \end{pmatrix} = (H_o^T H_o)^{-1} H_o^T g \quad (8.95)$$

$$H_o^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/\kappa_A & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/\kappa_P \end{pmatrix} \quad (8.96)$$

$$g = \begin{pmatrix} (v_y \cos \phi - v_z \sin \phi)/v_H \\ (v_x \cos \theta - v_H \sin \theta)/v_T \\ \delta \phi_m / \kappa_A \\ \delta \theta_m / \kappa_P \end{pmatrix} \quad (8.97)$$

また、(8.90)式及び(8.91)式を変型して、速度増分に対する角度増分の関係式を求めると、

$$(v_z + v_y \tan \phi) \delta \phi_c = \delta v_y - \delta v_z \tan \phi \quad (8.98)$$

$$(v_H + v_x \tan \theta) \delta \theta_c = \delta v_x - \delta v_H \tan \theta \quad (8.99)$$

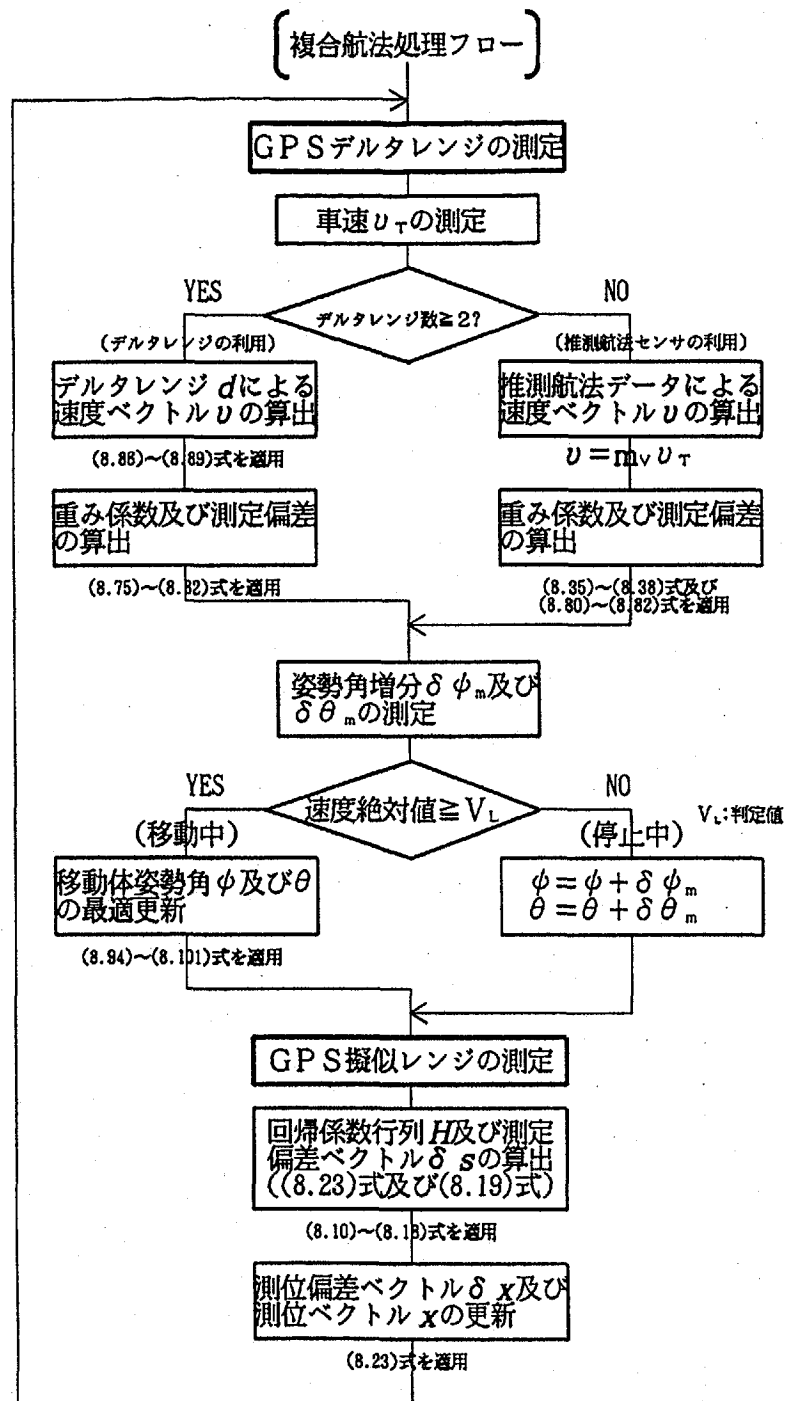
となるから、速度ベクトル測定誤差の標準偏差を各成分ともすべて σ_v とすれば、 σ_{Ac} 及び σ_{Pc} は次式で表される。

$$\sigma_{Ac} = \sigma_v (1 + \tan^2 \phi)^{1/2} / |v_z + v_y \tan \phi| \quad (8.100)$$

$$\sigma_{Pc} = \sigma_v (1 + \tan^2 \theta)^{1/2} / |v_H + v_x \tan \theta| \quad (8.101)$$

以上で、推測航法センサ及びデルタレンジから求められる速度ベクトルを併用して、移動体の姿勢を最適に推定する手順が求められた。この姿勢情報と速度ベクトルを利用すれば、(8.78)～(8.80)式の比例係数と(8.81)～(8.83)式の正規化された偏差が算出される。従って、測位精度の向上とともに、測距電波が受信不可となった場合でも、推測航法に移行して測位計算を維持することができるアルゴリズムとなっている。

第8.8図には、以上述べた手順に従った推測航法による複合航法系の計算処理フローを示す。このような複合航法系では、測距電波が途絶えることがあっても推測航法の性能に応じた測位機能が継続されるため、陸上車両の航法に適している。



第8.8図 推測航法センサを用いた複合航法系の計算処理フロー

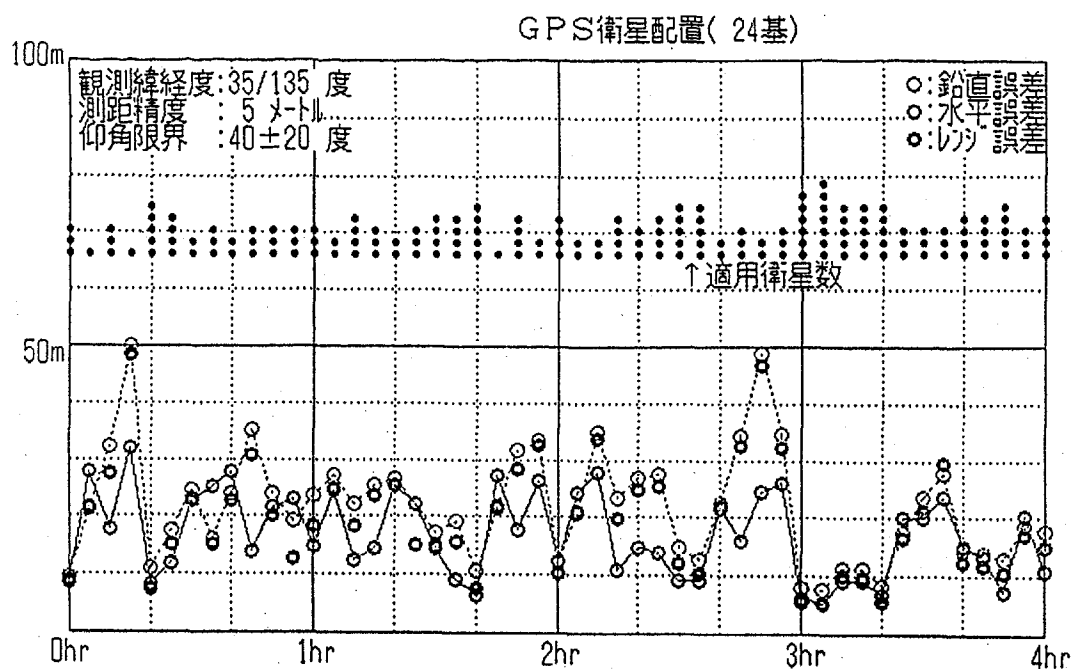
第8.9図 及び第8.10図には、これまでよりも受信環境が激しく変動する場合を想定して仰角限界を40度±20度とし、推測航法を併用した複合航法系の測位精度が示されている。ただし、デルタレンジや推測航法センサによって求められる移動体の姿勢及び速度の処理を具体的に含むシミュレーションは行っていない。ここではデルタレンジ、姿勢センサ、車速センサの測定データを用いて算出される推測航法データの位置誤差の標準偏差を、(8.57)式と(8.58)式を合成した効果を持つ(8.83)式と同様の数学的モデルに置き換えて、推測航法との複合化と同等の効果を見ようとしている。例えば鉛直方向については、

$$\begin{aligned}\sigma_x(t_x)^2 &= \sigma_{x0}^2 + \sigma_{xr}^2 t_x + \sigma_{xp}^2 t_x^2 \\ &= \sigma_0^2(\kappa_{x0}^2 + \kappa_{xr}^2 t_x + \kappa_{xp}^2 t_x^2) \quad (t_x = \text{分}) \quad (8.102)\end{aligned}$$

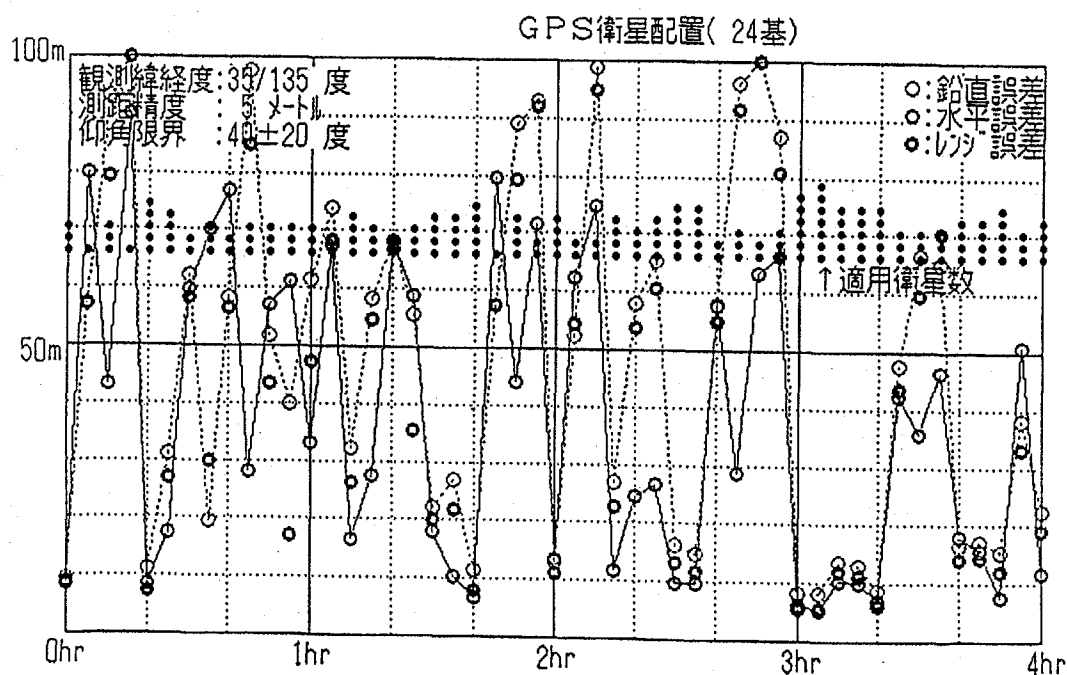
であり、 κ_{x0} 、 κ_{xr} 、 κ_{xp} 等によって推測航法データの精度や測位方式を特徴づけている。具体的に例を示せば、 σ_x が増加するに従い2次元から3次元へ、 σ_0 が増加するに従い実レンジ（同期）型から擬似レンジ（非同期）型へと測位方式の支配的性質が移行する。

第8.9図 では、複合航法系誤差のなかで、経過時間の平方根に比例して増加する誤差の標準偏差 σ_{xr} 、 σ_{yr} 及び σ_{zr} はすべて $5\text{m}/\text{min}^{1/2}$ 、経過時間に比例して増加する誤差の標準偏差 σ_{xp} 、 σ_{yp} 及び σ_{zp} はすべて $3\text{m}/\text{min}$ とした。誤差係数の基準となる測定レンジ誤差の標準偏差 σ_0 は5メートル、高安定クロックは使用しないものとして、 σ_{cr} 、 σ_{cp} を無限大とした。このような複合航法では、厳しい受信環境で可視衛星数が変動しているにも係わらず、各軸とも測位精度は良好となることが示されている。

第8.10図は、 σ_{xr} 、 σ_{yr} 及び σ_{zr} をすべて $15\text{m}/\text{min}^{1/2}$ 、 σ_{xp} 、 σ_{yp} 及び σ_{zp} をすべて $9\text{m}/\text{min}$ に増加させた場合である。これは良好な速度情報或いは姿勢情報が使用できないことと同じであり、測位誤差は大きく現れている。特に可視衛星数が2基以下となった場合の水平面位置誤差の劣化が激しい。



第8.9図 複合航法系の測位精度 (推測航法誤差: $5\text{m}/\text{min}^{1/2}$, $3\text{m}/\text{min}$)



第8.10図 複合航法系の測位精度 (推測航法誤差: $15\text{m}/\text{min}^{1/2}$, $9\text{m}/\text{min}$)

8.6 統合最適測位とその運用効果

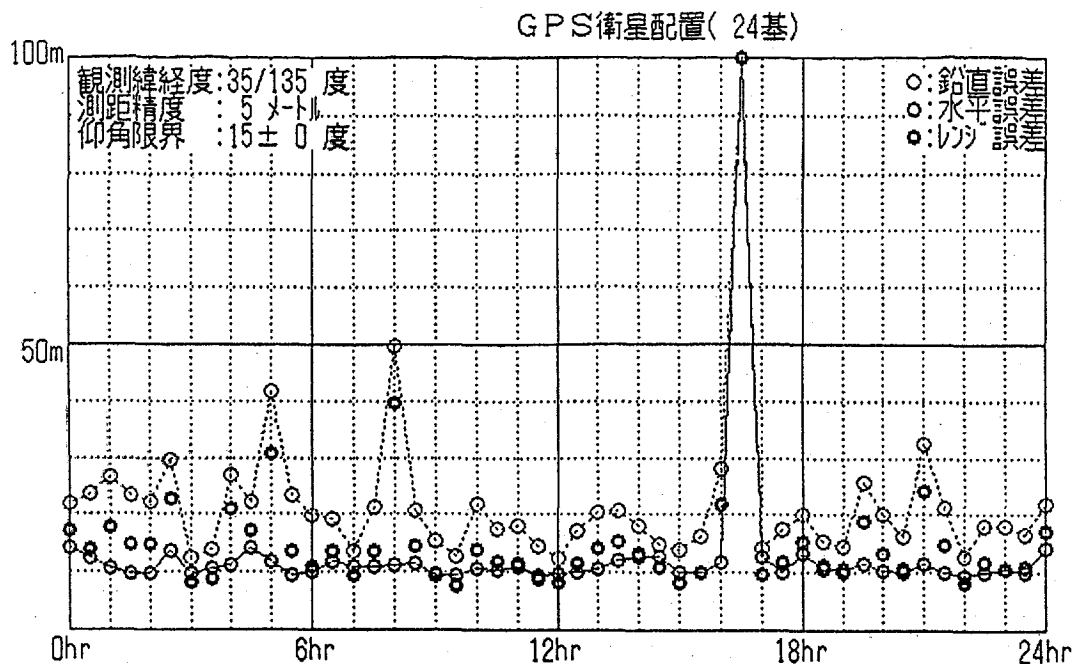
以上の考察より、測位システムとしての運用性の向上と高精度化に効果的な方法を整理すると、以下の項目に集約される。

- (a) 各種通信衛星から測距電波が送信される場合、GPS衛星の測距電波だけでなく、これらの衛星の測距電波を併用した測位計算を行う。
- (b) 測距電波のドップラー周波数変移より得られる速度情報を移動距離及び移動方向の測定値として使用する。
- (c) 推測航法手段から得られる速度或いは位置の情報を移動距離或いは移動方向の測定値として併用する。
- (d) 測位端末の時刻基準として、高安定クロックを使用する。

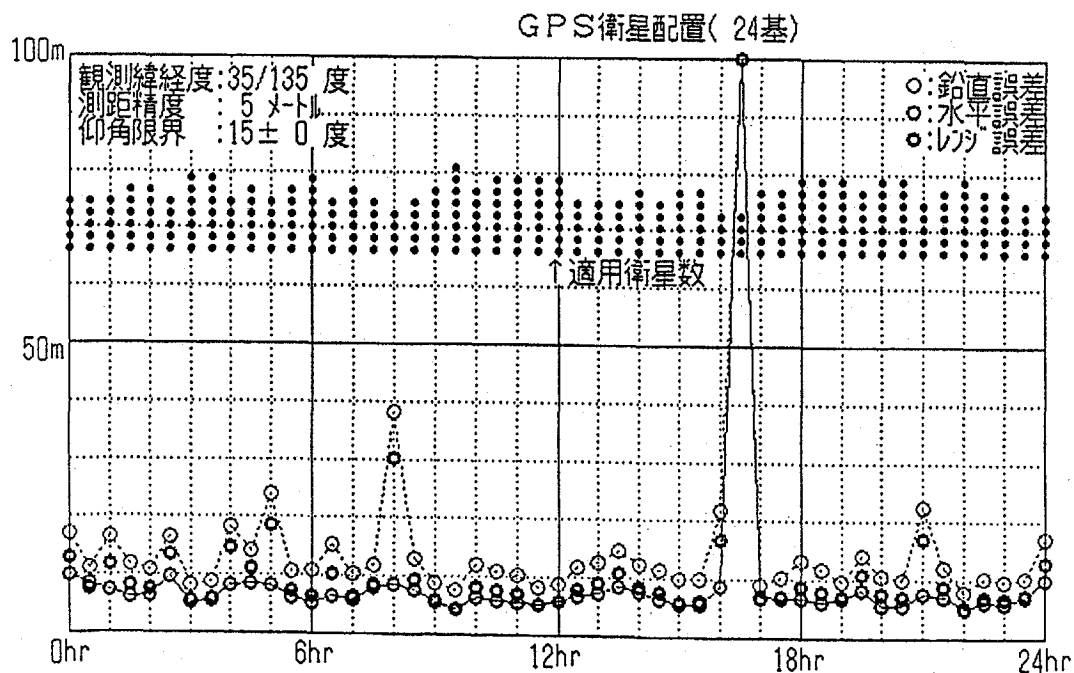
以上の測定値や高精度な時刻基準を最適に活用する測位計算処理の方法としては、カルマンフィルタが最もポピュラーであるが、観測更新間の移動体の運動が正確に予測されない場合は、この章で考察した重み係数可変最小自乗法も簡易で有力な計算処理方法である。この方法では、例えば観測更新間の予測不可な移動量は推測航法位置誤差の重み係数を更新する条件となり、カルマンフィルタにおける共分散行列の時間更新の考えを重み付け最小自乗法に生かしている。従って、測距電波の受信が頻繁に途絶える市街地などにおいても、測位機能を中断せず、測位精度を維持することができる。また、測位情報としての信頼性を向上する上でも効果がある。このように、重み付け最小自乗法を用いて統合した測位アルゴリズムと、8.2項に示された重み係数の管理により測位計算を行う測位方式を統合最適測位方式と呼ぶことにし、以下では上記の(a)～(d)項を適用した統合最適測位の測位精度について議論しよう。

まず、第8.11図は視界が良好で仰角限界は15度、測定レンジ誤差の標準偏差は5メートルで、日本近辺（北緯35度、東経135度）での測位誤差の時間的推移を計算機シミュレーションにより求めたものである。測位方式は、最適なDOPが得られる4基の衛星を選択する3次元擬似レンジ型測位である。この測位精度はGPSの通常に達成できる精度であるが、SAにより測定レンジ誤差が増大すると、これに比例して測位誤差が増大する。

第8.12図は第8.11図の条件下で測位方式を3次元擬似レンジ型の最小自乗測位とした場合であり、可視衛星数が多い時間帯では測位精度が向上している。しかし、視界が遮られることによる測位中断やSAによる測位精度の劣化に対する根本的な対応にはならない。



第8.11図 GPS測位精度(3次元擬似、確定法、仰角限界:15度)



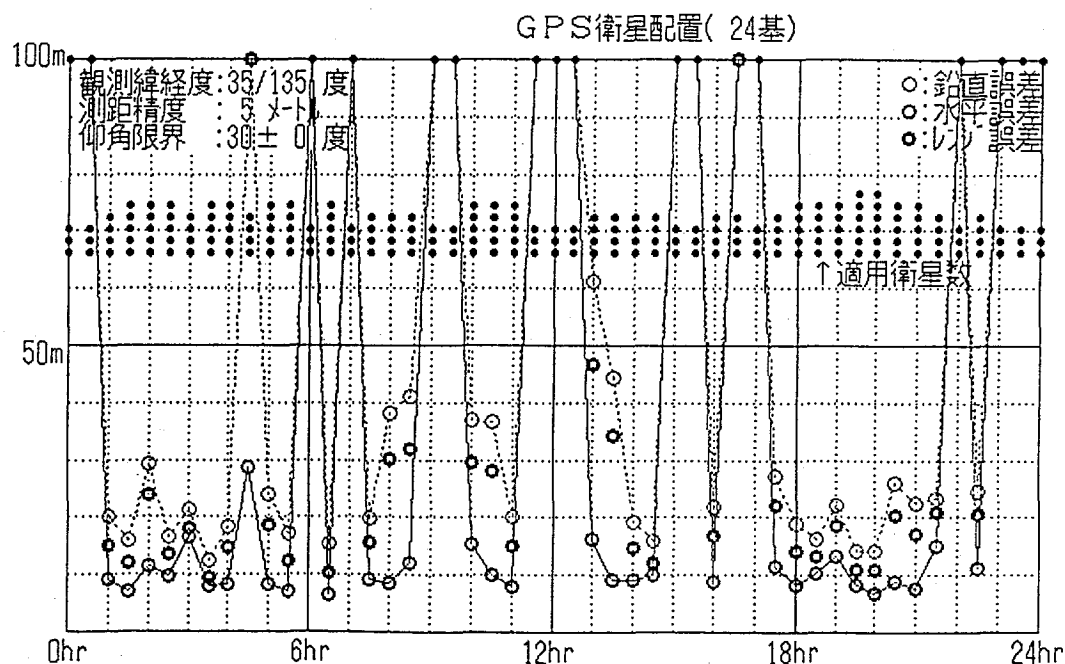
第8.12図 GPS測位精度(3次元擬似、最小自乗法、仰角限界:15度)

第8.13図では、可視仰角限界を30度とする以外は、第8.12図の場合と条件を適用する。この場合、可視衛星数が4基以下の時間帯が増加し、測位機能が頻繁に中断する。このように、GPSだけでは可視仰角30度で測位精度が乱れる。

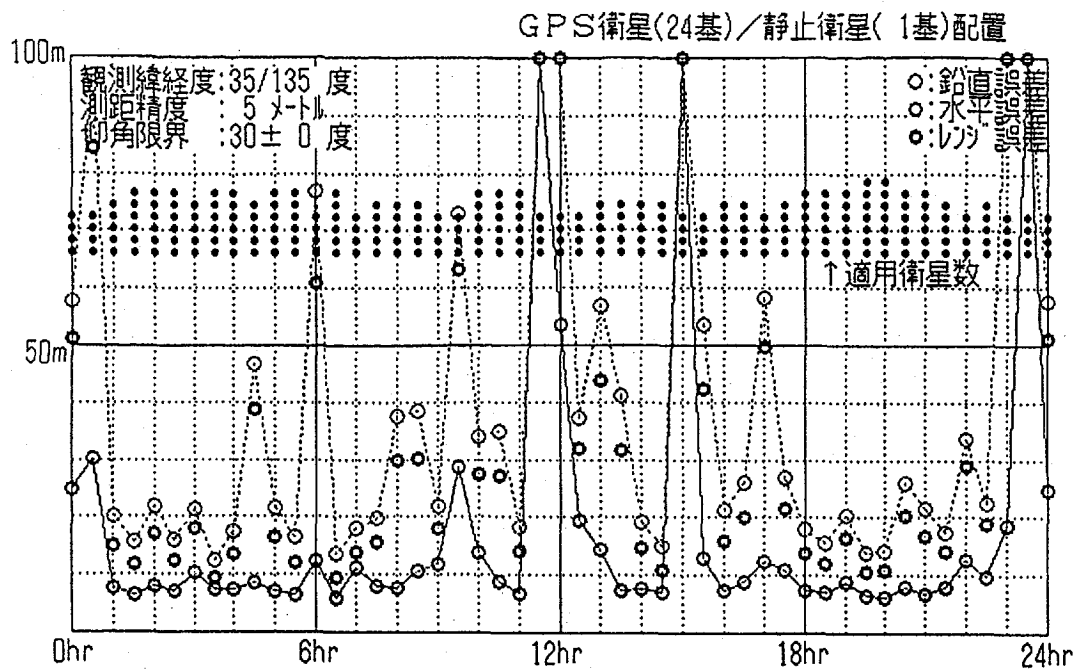
方法(a)の具体策として、東経135度にある静止衛星を測距電波源として併用するものとすれば、第8.13図と同じ条件で、第8.14図の測位精度が得られる。このように、静止衛星の併用は市街地運用に対する直接的な効果が期待できる。もちろん、これを実現するためには、移動体端末での受信機能の向上だけでなく、衛星及び地上局で測距電波の送信・中継を行う必要がある。

つぎに、方式(a)の発展的な方策として、Odyssey計画のような軌道高度1万kmの軌道に配置される通信衛星を測距電波源として利用する場合を検討する。

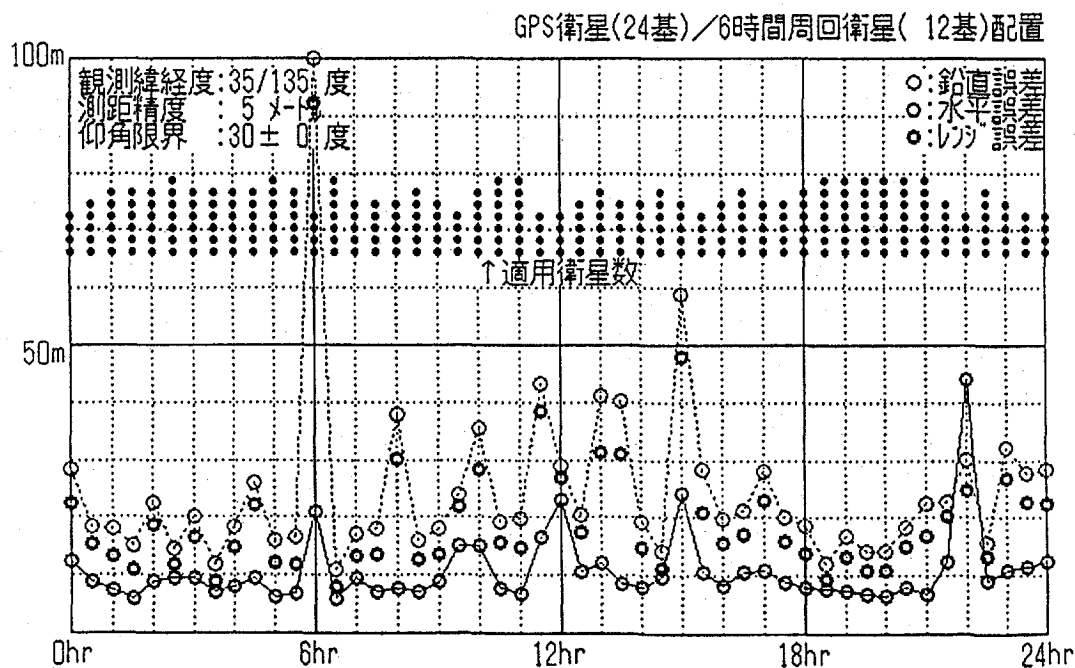
一例として第8.15図には、24基のGPS衛星に加えて、12基の上記通信衛星を併用する場合の仰角限界30度での測位精度を示す。このように、不規則に配置された多くの衛星を測距電波源として利用すれば、市街地での測位中断の頻度を低減できるだけでなく、測位精度も飛躍的に高められる。第8.16図は可視仰角限界40度の場合であるが、もはや良好な測位は期待できない。



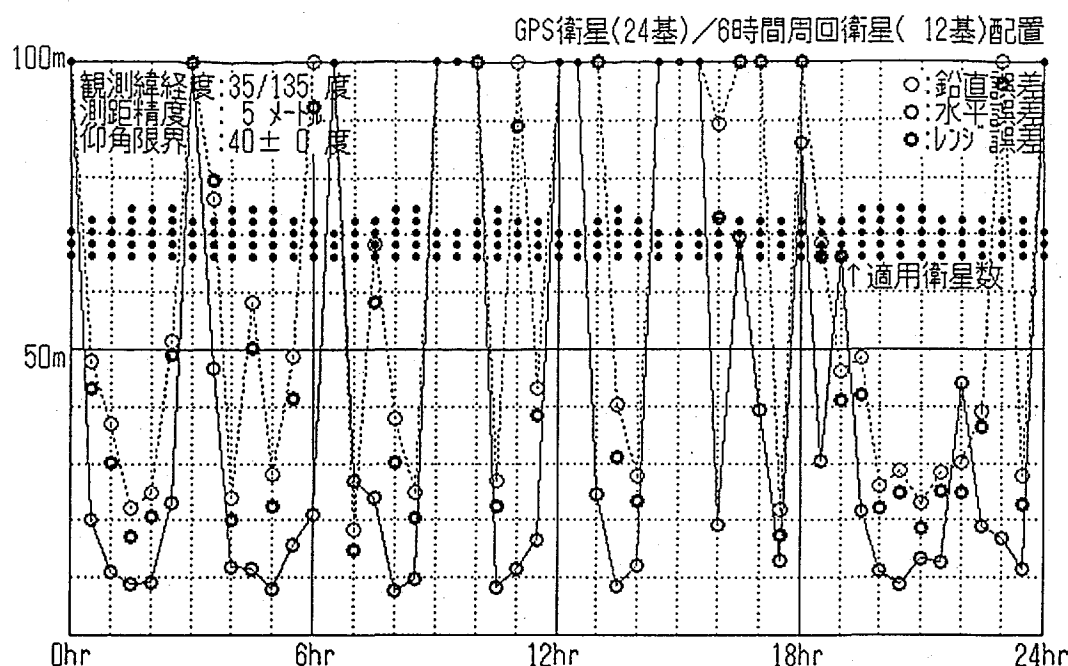
第8.13図 GPS測位精度(3次元擬似、最小自乗法、仰角限界:30度)



第8.14図 静止衛星併用測位精度 (3次元擬似、最小自乗法、仰角限界: 30度)



第8.15図 周回衛星併用測位精度 (3次元擬似、最小自乗法、仰角限界: 30度)



第8.16図 周回衛星併用測位精度（3次元擬似、最小自乗法、仰角限界：40度）

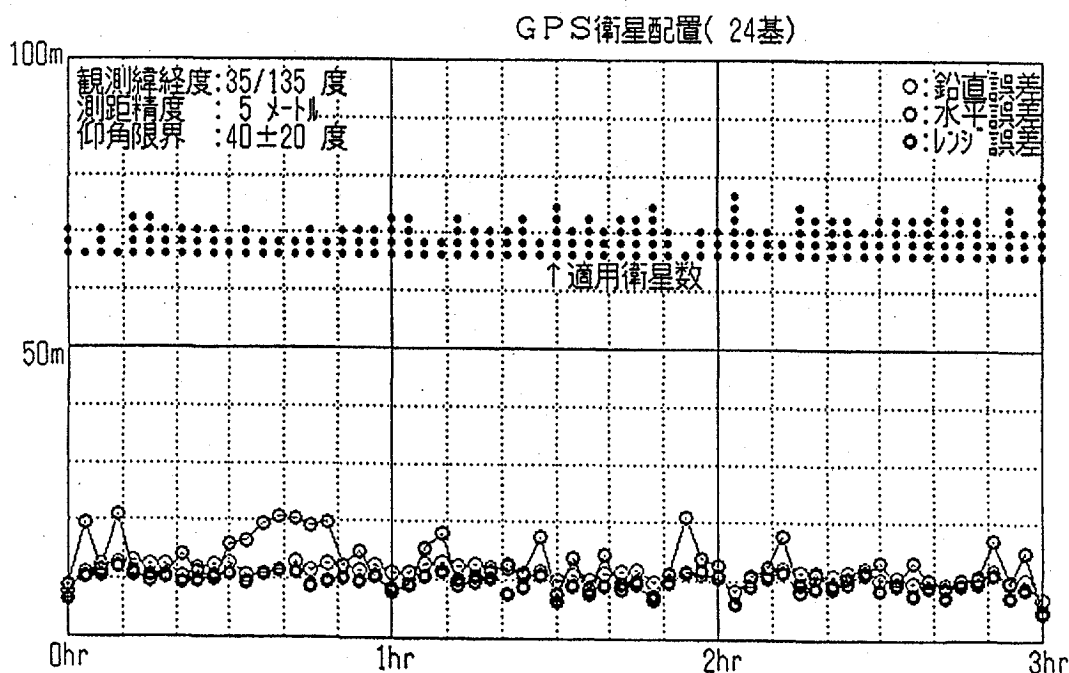
以上の例のように、可視仰角が限定される市街地や山間部での運用では、統合最適測位が適切である。まず、方法(a)のみを除外した測位端末の運用形態を考えると、方法(b)と方式(c)の高機能化の方法は、測位校正データとして利用する形態において類似している。しかし、方法(b)では3基の衛星からのデルタレンジが必要であるため、視界がさらに遮られる場合は有効性を失う。一方、方法(c)では車速センサーや姿勢センサーより速度ベクトルを求めるため、トンネルなどで視界が完全に遮られても測位機能を維持することができる。このような相互補完的な性質を考慮して、以下の測位誤差シミュレーションでは、方法(b)と方法(c)を組み合わせた位置偏差情報が利用でき、運用条件に対応して誤差係数を調整するものとする。また、方式(d)は測距電波源が減少したときの1つの測距情報としての補完機能を有すると同時に、レンジ偏位が良好に推定されたときに、これを維持するために利用することができる。

第8.17図は、以上述べた統合最適測位での計算処理を前提として、測位誤差の時間的推移を示したものである。ここでは、標準偏差 σ_{xr} 、 σ_{yr} 及び σ_{zr} はすべて $5\text{m}/\text{min}^{1/2}$ 、標準偏差 σ_{xp} 、 σ_{yp} 及び σ_{zp} はすべて $3\text{m}/\text{min}$ とした。また、高安定クロックは距離換算にして、 σ_{cr} を $5\text{m}/\text{min}^{1/2}$ 、 σ_{cp} を $3\text{m}/\text{min}$

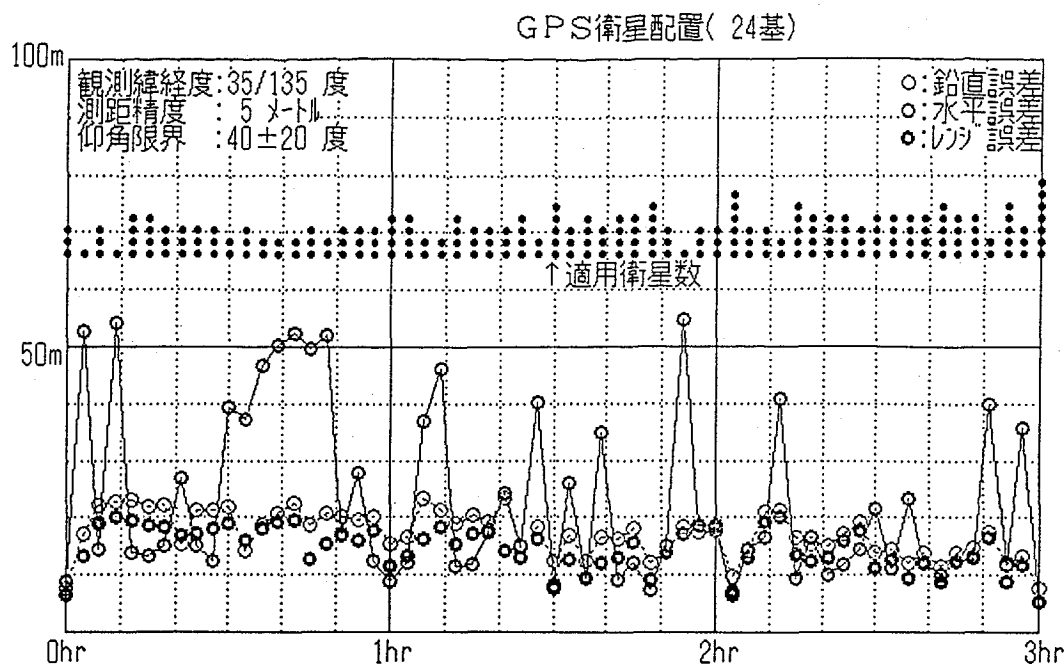
とした。ただし、市街地での自動車運用を想定して、可視仰角限界を40度±20度の範囲で3分毎に変化させた。

第8.18図は、第8.17図よりも位置偏差データの標準偏差を3倍に増大させ、 σ_{xr} 、 σ_{yr} 及び σ_{zr} を15m/min^{1/2}、 σ_{xp} 、 σ_{yp} 及び σ_{zp} を9m/minとした場合である。測位誤差は概ね第8.17図の3倍となっている。このように受信状況が頻繁に変化し、衛星配置が良好な状態で測位較正データの更新される頻度が増え、その時点で集積した推定誤差がリセットされるため、測位精度は概ね良好となる。しかし、可視衛星数やその配置状態が長時間変化しない運用環境では、良好な受信状態での測位データが長時間欠落するするため、その間に蓄積される推測航法系の誤差により測位精度は劣化する。第8.19図には、推測航法データの誤差は第8.17図と同様で、可視仰角限界が40±0度の場合の測位精度を示す。可視衛星の配置状態が頻繁に変化しないため、誤差が増大している。

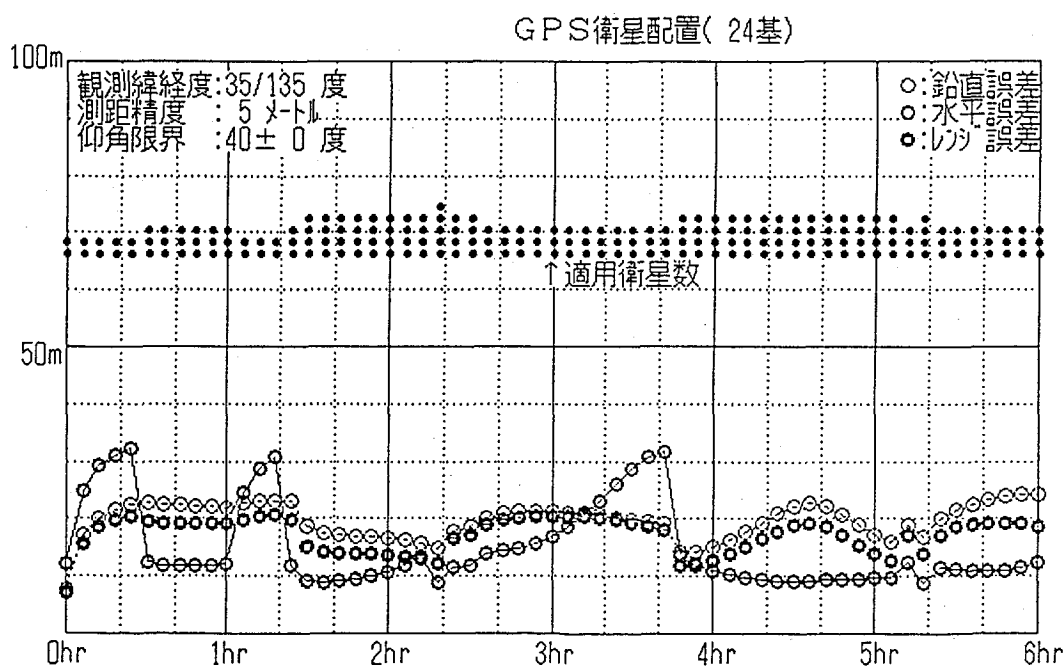
以上の如く運用環境に左右され易い陸上車両の衛星航法では、上記の統合最適化による測位精度向上の程度は解析やシミュレーションにより明確に評価することが難しい。しかし、ここで提案した重み係数可変最小自乗法を用いた測位アルゴリズムでは、各種の性質を持つ測定データを包括的に取り扱えるため、運用環境が頻繁に変わる陸上測位にも柔軟に対応できるものと予想される。



第8.17図 統合最適測位精度(3m/min級推測航法、仰角限界:40±20度)



第8.18図 統合最適測位精度(9m/min級推測航法、仰角限界: 40 ± 20 度)
(3分間隔で受信可能仰角を不規則に変更)



第8.19図 統合最適測位精度(3m/min級推測航法、仰角限界: 40 ± 0 度)

第9章 おわりに

9.1 本書のまとめ

本書では最小自乗法を用いることにより、適用する測定データの異なるいろいろな型式の衛星測位方式に対して、共通した形式の測位アルゴリズムを求めると共に、測位精度に関する解析的な関係式を導いた。また、計算機シミュレーションによって、これらの解析的手法が妥当であり、測位誤差の性質を具体的に議論する上で有効性であることを示した。

各型式の測位アルゴリズムは、測定データの有無や測位劣化指数の大きさを判定条件として重み係数を調整する重み付け最小自乗法を適用することにより、高度やレンジ偏位等の測定データを最適に活用する『統合最適測位方式』として統合化している。これによって測位計算処理は単純になり、測位精度が統一的に論ぜられるようになっただけでなく、測定条件が頻繁に変化する環境でも、安定した測位性能を達成する手法が明らかになったと思う。

また、衛星を中継手段とした地上局・移動局間の双方向通信機能を適用する測位方式『ユーザクロック同期型測位方式』が検討され、この測位精度や実施における通信シーケンス、衛星配置例等が示された。この同期型測位方式は本書課題の根幹を成すもので、これまで提案されている、あるいは実施されている測位方式、特に、本書でも紹介した GEOSTAR システムの測位方式に比較して、性能上の利点やGPSとの補完性を有していることがわかっていただけたと思う。また、GPSに比較しても簡便な測位通信複合システムへの発展性があることから、将来のグローバル・インフラストラクチャの一翼を担うものとして、その利用形態についても議論されている。

各型式の測位方式の最適な計算手法と測位精度の解析手法の検討においては、可視衛星の中から、測位劣化指数が最小となる衛星の組み合わせ（3～4基）を選択する従来の測位方式である『確定法』だけでなく、まず、過剰な測距データを最適に利用するために『最小自乗法』を用いた。つぎに、測距データ、高度データ、レンジ偏位データ等をすべて回帰モデルの測定データとして含む統一的な測位アルゴリズムを導いた。これらの測定データにはそれぞれ固有の誤差が含まれるため、重み付け最小自乗法により最適処理を行うことになるが、この重み係数を適当に操作すれば、いろいろな測位方式が導かれるため、これらの特性を統一的に論じることが可能となる。また、衛星配置状態を平均的に捉えることにより、衛星配置の広がり（可視仰角限界）と測位劣化指数の近似

的な関係式が導かれた。このような関係式は正規化した回帰モデルに現れる回帰行列を近似することにより求められるが、カルマンフィルタのような複雑な関係式から導くのは容易でない。

また、測位劣化指数により推定できる測位精度、測定データの有無とその精度などを判断条件として、重み係数を調整する『重み係数可変型最小自乗測位アルゴリズム』が示され、統一的な測位方式のもとで、各種測定データを最適に利用することが可能となった。このアルゴリズムが前述の『統合最適測位』を成し、特に可視衛星が頻繁に変わる陸上運用において効果のあることが示されている。

同期型測位及び統合最適測位は、参考文献に挙げた論文18)及び論文20)において筆者が提案した方式であり、読者の方々にとって聞き慣れた方式ではないと思われるので、以下ではこれらの要点を全般的にまとめて、これらの提案の有意性を加筆させていただきたい。

まず、同期型測位方式は衛星中継による双方向通信を活用した測位方式であり、測位と移動体通信を複合したシステムへの発展性を考慮した実現性のある方式であると思われる。これは小規模な設備によって測位支援システムの構築が可能な測位原理に従い、かつGPSの測位性能を高める補完的なシステムにも成り得る独創的な発想に基づく。これに類似したシステム形態としては前述のGEOSTARが挙げられるが、GEOSTARでは連続測位ができないことや双方向通信に対する回線負荷が大きいことを考慮すれば、本書で紹介した同期型測位方式の方が一段優れていると思われる。また、測距電波の伝搬時間を測定する時刻基準となるユーザクロックと測位精度の関係から、高安定クロックをユーザ装置の時刻基準として使用することは、測位性能の向上にたいへん有効であることがわかるが、これこそ、同期型測位方式以外の方式では見られない特徴である。

つぎに、統合最適測位は、GPS航法と推測航法を複合する場合の極めて簡易な最適化手法である。第8章において述べたとおり、これは重み付け最小自乗法に状態変数の時間更新の効果を加味するものであり、カルマンフィルタへの接近である。即ち、重み係数を固定した最小自乗法では、推定すべき測位ベクトルは常時観測ノイズによって乱されるが、この程度は可視衛星の幾何学的配置関係に強く影響される。従って、衛星の幾何学的配置関係が良好であるために良好な測位が可能となった場合、この時の測位ベクトルを初期値とする状態変数（これが測位較正データとなる）の時間更新と重み係数の調整により、測位ベクトルの推定誤差を低減することが可能となる。このような重み係数の

管理は測位劣化指数 (DOP) により判定できる。また、上記の測位較正データは移動体の運動の程度やクロック精度等を参考にして更新することができる。回帰モデルの重み係数である誤差比例係数も、これらを考慮した時間の関数として与えられる。もし、測距データ以外の測定データを用いて求められる位置データや、前述のように衛星配置関係が良好となった時の測位ベクトルを用いて測位較正データを更新する場合は、第8章で検討したように、対応する誤差比例係数も同時に、測位較正データ誤差の標準偏差を用いて初期化される。このように測位較正データを測定データとして回帰モデルに導入し、これらの誤差比例係数を適切に管理すれば、測距可能な衛星が著しく変わった場合でも測位精度を安定させることができる。例えば、測距電波が全く受信できない場合、(8.57)式または(8.58)式と類似の形式で表される測位較正データやレンジ偏位の誤差の重み係数の数学的モデルに比例して、測位誤差が発散することになる。

最後に、本書執筆の動機と目的について述べたい。

本書は、航法衛星システムやその受信機に関する網羅的な知識を提供することではなく、到来する情報化社会を控えて、グローバルなインフラストラクチャとしての移動体測位通信情報システムに深く係わる測位システムについて多角的に議論することを第一義の目的としている。また、議論を具体的に進める過程で、測位方式や測位誤差等に係わる一般的な検討だけでなく、方式的な観点からの包括的な技術提案も含ませていただいた。この根幹を成すものは、衛星測位方式の分野では上述の『ユーザクロック同期型測位方式』であり、測位アルゴリズムの分野では『重み係数可変型最小自乗法』の提案である。両者ともグローバル・インフラストラクチャの構築に係わる提案であり、特に、前者は将来の測位通信衛星システムに対する補完的、発展的な提案である。後者は重み付け最小自乗法を発展的に活用して、測位に係わる他のインフラストラクチャや情報を広く活用する方法の提案となっている。

また、本書執筆の過程で強く念頭にあったことは、同時に衛星測位の理論を体系的に構築すると共に、衛星配置と測位精度の関係等を具体的に把握して、測位通信衛星システムの具体的な設計条件を明らかにすることにあった。

周知の通り、GPSに係わる研究の歴史は決して短いものではなく、かつ、その内容は深く細部に到っている。そして、今やGPSは船舶、航空機、自動車等の移動体航法の分野で実用され、廉価で性能の良いGPS受信機も既に販売されている。また、標準時刻の取得や精密測量の分野でも利用され、多くの成果が報告されている。

しかし、衛星測位方式や測位理論の研究は既に過去のものとなったと言える

だろうか。筆者の知る限り、GPSに関して各型式の測位方式やその測位精度について体系的に議論した適当な文献はなさそうである。また、GPSに代わる衛星測位方式やそれらの測位精度に関しても、解析的に論じた文献に出会うことがない。各種測位方式の測位性能を比較したり、GPSを補完するシステムの測位性能を具体的に評価した研究例ももちろん見当たらない。このような理由から、本書では特定の測位方式や測位計算処理方式の議論に留まらず、衛星測位の基本的な問題の定式化から始まって、衛星配置や地上局の問題、衛星測位の陸上運用における課題と対策等、幅広く議論する結果となった。

本書の随所にベクトルや行列等を用いた関係式が示されているが、本文に示されているように、これらは初歩的な数学的手法により求められるものであり、それらを導出する手順もほとんどが記述されている。また、測位精度や衛星配置図など、計算機シミュレーションより得られた結果も多く示されているが、これらは衛星測位の性質を直感的に理解する上で有効であると思われる。本書の副題にある『数学的考察』は些かオーバーな表現ではあるが、衛星航法の基本はまさに衛星配置の幾何学である、と思われたに違いない。

9.2 衛星測位技術の課題

本書は、衛星測位技術に係わる分野のなかでも、特に測位方式の解析的な分野に限定して記述されている。衛星航法全般の解説、測距電波に用いられるスペクトル拡散方式、擬似ランダムコードによる多重分割方式、精密測距等のハードウェアに係わる事柄等に関しては、本書は全く役立たずであり、文献10)、13)等を参考とされることを希望する。

また、測位システムに関する将来のインフラストラクチャを考えた場合、この分野で研究、実験されるべき技術的課題は少なくない。以下に列記する課題は、GPS利用形態の多様化に対応するだけでなく、GPSを補完する、あるいはGPSの役割を継承する将来の測位通信システムを構築する上でも検討されるべき課題であろう。

- (1) 統合最適測位方式の評価（カルマンフィルタとの比較等）
- (2) ユーザクロック同期化の実験
- (3) 測位通信複合化の実験（受信機の試作）
- (4) ユーザ装置の多機能化とその実験
- (5) ベンチマーク局による測位補正の実験

上記5項目の中で、(1)項および(4)項はGPS受信機の開発において、既に十分に研究されていることと思われる。また、(5)項についても、GPS運用技術のなかでかなり進んでいる分野であり、GPSの利用が進むに従って多様な展開が見られるだろう。ディファレンシャルGPSもその一例である。

しかし、残る(2)項および(3)項は電波の受信だけでなく、送信を必要とする技術開発の分野であり、グローバルな移動体情報ネットワークの構築の基礎技術となるだろう。これからの注目されるべき課題である。

9.3 衛星航法システムの将来展望

GPSの開発整備が進行し、その利用が様々な分野で成功を納めるに至って、GPSの遠大で用意周到なシステム像がさらに鮮明になりつつある。

GPSのシステム上の特徴は、何よりもまず測位手段としての完結性と測位性能の完備性にある。陸上車両であれ、船舶、航空機であれ、個々のユーザはGPS衛星からの電波を受信するだけで、地球上のあらゆる地点で正確な位置と速度の情報を得ることができる。従って、GPSはあらゆる移動体で利用できる究極的な航法援助設備である。

しかし、民間運営を前提として、システムの維持経費、移動体航法における双方向通信手段の必要性を考慮すれば、現状のGPSのようなシステムが最適な形態であると直ちに断定することはできないだろう。運輸業務の改善、捜索救難、レジャーへの利用等を考えれば、通信手段との一体化、局域性能の改善、信頼度の向上は、この分野における最も重要な課題である。また、受益者負担の原則に基づく民間運営を実現するには、適正な利用料金が徴収でき、かつ局域運営が可能なシステム形態でなければならない。従って、次期のGPS整備段階では、システム構成、運用形態が再検討されることも予想される。

以上の点を考慮すれば、GPS衛星と静止通信衛星との併用、測位と通信の複合した測位方式は、将来の統合システムに移行する段階での過渡的なシステム形態になると思われる。この点の考察は、本書においても各所で論じられている。下記の参考文献1)及び3)には、GPSの将来の運用上の制約を予想して、GPS衛星と静止通信衛星を併用する衛星測位システムの構想が一例として示されている。

《参考文献》

- 1) 山脇功次：GPS補完型測位通信衛星システム（その1）、ITUジャーナル、Vol.24 No.1、p.47-51、1994.
- 2) 山脇功次：GPS補完型測位通信衛星システム（その2）、ITUジャーナル、Vol.24 No.2、p.36-44、1994.
- 3) 山脇功次：GPS補完型測位通信衛星システム（その3）、ITUジャーナル、Vol.24 No.3、p.42-46、1994.
- 4) Rusch, Roger J., et al.: Odyssey, A Constellation For Personal Communication, AIAA Paper 92-2060, 14th AIAA International Communication Satellite Systems Conference & Exhibit, March, 1992.
- 5) Green, C.G., Massatt, P.D. and Rhodus, N.W.: The GPS 21 Primary Satellite Constellation, NAVIGATION, Vol.36, No.1, pp9-24, Spring 1989.
- 6) Wolfe, C.A.: NAVSTAR/GPS Navigation Analysis and Algorithm Development Study, ORINCON Corp. Report OC-R-76-0564-1, Nov. 1976.
- 7) Massatt, P. and Rudnick, K.: Geometric Formulas for Dilution of Precision Calculation, NAVIGATION, Vol.37, No.4, Winter, 1990-91.
- 8) Knable, N. and Kalafus, R.M.: Clock Coasting and Altimeter Error Analysis for GPS, NAVIGATION, Vol.31, No.4, Winter, 1984-85.
- 9) Phillips, A.H.: Geometrical Determination of PDOP, NAVIGATION, Vol.31, No.4, Winter, 1984-85.
- 10) Spilker Jr., J.J.: GPS Signal Structure and Performance Characteristics, NAVIGATION, Vol.25 No.2, Summer, 1978.
- 11) Yamawaki, K.: Methods of Performance Enhancement of GPS-Based Satellite Navigation, Proceedings of the 4th Symposium on Small Satellites, Small Payload Workshop, p.81-97, 1992.
- 12) Yamawaki, K.: Integration of Satellite Navigation Algorithms based on the Least-Squares Method, Proceedings of the 4th Symposium on Small Satellites, Small Payload Workshop, p.99-109, 1992.
- 13) 日本測地学会：GPS 人工衛星による精密測位システム、日本測量協会、1986.
- 14) 片山徹：応用カルマンフィルタ、朝倉書店、1983.
- 15) 加藤寛一郎：最適制御入門、東京大学出版会、1987.
- 16) 鈴木義一郎：例解多変量解析、実教出版、1983.
- 17) 山脇功次：衛星航法システムの展望、ITU研究、日本ITU協会、N.237/238、1991.
- 18) 山脇功次：ユーザクロック同期型衛星測位方式、日本航空宇宙学会誌、第39巻447号、pp.171-179、1991.
- 19) 山脇功次：最小自乗法に基づく衛星測位の精度解析、日本航空宇宙学会誌、第40巻465号、pp.543-552、1992.

- 20) 山脇功次：衛星測位アルゴリズムの統合とその運用効果、日本航空宇宙学会誌、第41巻475号、pp.472-481、1993.
- 21) 山脇功次：GPSによる陸上航法の機能強化について、日本航空宇宙学会誌、第41巻478号、pp.655-664、1993.
- 22) 山脇功次：衛星測位におけるグローバル衛星配置の考察、日本航空宇宙学会誌、第42巻483号、pp.232-242、1994.
- 23) 山脇功次：地球・月間宇宙航行のための衛星利用航法について、日本航空宇宙学会誌、第42巻484号、pp.309-318、1994.

《付録1：用語》

- **測位通信複合衛星システム：**

衛星・移動局間の双方向通信に利用する電波を用いて、測位と通信のサービスを同時に提供する衛星システム。

- **双曲線航法：**

同時に送信された測距電波の到達時間差により描かれる2つ以上の双曲線の交点より受信位置を求める航法。ロラン、オメガはその実施例である。

- **航法援助設備：**

自動車、船舶、航空機等の移動体の航法を援助する設備。ロラン、デッカ、オメガ、NNSS等の設備がこれに相当する。

- **測距電波：**

到達時刻が正確に測定できる時刻エポックを持ち、送信時刻が既知であれば伝搬距離が決定できる電波。

- **測距電波源：**

測距電波の送信源で、通常は衛星。地上局が測距電波源となる場合もある。

- **測距基準点：**

位置ベクトルが正確に定義される測距電波の送信点。測距電波源と同じ。

- **地上局：**

各測距衛星との測距電波の送受信により衛星までのレンジを測定する無線局。

- **基地局：**

各測距衛星を追跡管制し、測距電波の時刻基準の管理する地上主局。地上局と同じ意味で使用することもある。電波中継型の測距衛星では、測距電波は基地局から送信される。移動体のクロック同期を行う場合、基地局は衛星に中継された移動体からの電波を受信して、これを支援する。

- **移動局：**

電波を受信または送信する自動車、船舶、航空機等の移動体。ここではユーザとも言う。

- **観測点：**

測位を行う地点。通常は移動局の位置である。

- **片道測距：**

衛星より送信された、または衛星を中継手段として基地局より送信された電波の到達時刻から、衛星・移動局間距離を測定すること。衛星または基地局の時刻基準と移動局の時刻基準の同期化が前提。

- 往復測距：
衛星を中継手段として、基地局・移動局間の電波往復伝搬時間より衛星・移動局間距離を測定すること。衛星・基地局間距離は既知であることが前提。
- クロック同期化：
衛星相互、衛星と移動局の時刻基準を同期させる条件を得ること。
- 同期支援：
各移動局から送信された測距電波の受信により、基地局が各移動局のクロック同期化に必要なデータを得て、各移動局に提供すること。
- 移動体端末装置：
移動局が搭載する測位のための受信装置。ユーザ装置とも言う。送信機能を有することもある。
- 測距データ：
測定レンジを決定するための測距電波の伝搬時間より測定されるデータ。衛星軌道データやクロック補正データ等も測距データの一部と考えられる。
- 測定レンジ：
測距データより求められた衛星・移動局間レンジ。この論文では測距データと同義で用いられる。
- 測定データ：
測位計算に使用できるすべての測定データ。測定レンジだけでなく、高度、クロック同期データ、推測航法等から得られる位置データを含む。
- 可視衛星数：
測距電波の受信可能な衛星数。
- デルタレンジ：
測定レンジの時間変化率で、レンジ変化率と同じ。
- 3次元測位：
水平面内の2方向及び鉛直方向の位置決定。
- 2次元測位：
水平面内の2方向の位置決定。鉛直方向は既知とした測位。
- 実レンジ：
測距電波源・観測点間の実際の距離。
- クロックオフセット：
測距電波源と観測点との時刻基準のずれ。このずれが既知であれば、測距電波源の電波送信時刻が観測点で既知となるから、観測点での受信時刻の測定により実レンジが求められる。

- **擬似レンジ：**

上記クロックオフセットが含まれた状態で測定された伝搬時間から決定されるレンジ。従って、擬似レンジにはクロックオフセットに光速をかけた距離の誤差が含まれる。

- **レンジ偏位：**

クロックオフセットに起因する擬似レンジと実レンジとのズレ。この論文では、レンジ偏位は実レンジから擬似レンジを引いた値として定義する。GPSでは測距電波源相互の時刻基準は同期がとれているため、各観測点で1つのレンジ偏位を測定すればよい。

- **実レンジ型測位：**

往復測距等で測定された実レンジを用いて行う測位。観測点の位置ベクトルが求められる。

- **擬似レンジ型測位：**

片道測距で測定された擬似レンジを用いて行う測位。観測点の位置ベクトルと観測点と測距電波源の時刻基準のズレ（または、これに起因するレンジ偏位）が求められる。

- **同期型測位：**

双方向通信等を利用して測定されたクロック同期条件（またはレンジ偏位）と片道測距で測定された擬似レンジを用いて行う測位。レンジ偏位が既知であれば、擬似レンジより実レンジが求められるから、実レンジ型測位と同義に用いる場合がある。しかし、測位方式としては双方向通信によるクロック同期化と片道測距による測位を分離して行う異なった方式である。

- **非同期型測位：**

擬似レンジ型測位と同義。同期条件であるレンジ偏位を位置ベクトルと一緒に求める必要があるため、同時に受信すべき測距電波は推定する必要があるレンジ偏位数だけ増加する。

- **測位ベクトル：**

測位計算において推定すべき変数から構成されるベクトル x 。通常、3次元位置ベクトル r とレンジ偏位 q から成る4次元ベクトルである。

- **測位偏差ベクトル：**

測位ベクトルの偏差ベクトル δx 。測位計算では、最新の測定データからこれを求めて測位ベクトル更新する。

- 測定偏差ベクトル：

レンジ等の測定値と最新の測位ベクトルから算出される当該の計算値との差によって構成されるベクトル δz 。このベクトルの次数が測位ベクトルの次数以上でなければ、測位ベクトルは得られない。

- 回帰モデル：

測定偏差ベクトル δz と測定偏差ベクトル δx の関係を示す関係式で、 $\delta z = H_0 \delta x$ で表される。また、ここでは H_0 を回帰行列と呼ぶ。

- 正規化：

δz の要素の標準偏差がすべて等しくなるように、回帰モデルを変換すること。ここでは正規化された回帰モデルを $\delta s = H \delta x$ で表し、変換に用いた係数を誤差比例係数と呼ぶ。

- 重み係数：

正規化の際に用いる係数であり、誤差比例係数と同等のものである。図中では、高度誤差、水平面位置誤差及び同期誤差の測定レンジ誤差（測距誤差）に対する比率を高度誤差比、位置誤差比及び同期誤差比と記す。

- DOP（測位劣化指数）：

測位精度の指標となる係数。これは観測点から衛星方向の単位ベクトルに依存する係数であり、衛星配置関係のみで定まる。測定偏差ベクトルが正規化されている場合、DOP は行列 $(H^T H)^{-1}$ の対角成分より求められる。

- 確定法：

必要数の測定レンジを選択して位置を計算する測位計算法。多数の測定レンジが得られる場合は、最良のDOPとなる衛星の組み合わせを選択する。

- 測位特性関数：

行列 H_0 の行列式の値。確定法では、測位偏差ベクトルは $\delta x = H_0^{-1} \delta z$ より求められ、行列 H_0 の行列式が存在する。この行列式の値の逆数はDOPを代表する性質を持っており、測位精度や測位計算の収束性を論ずる上で利用できる関数である。

- 最小自乗法：

確定法で最小限必要な数以上の測定レンジを用いて、最小自乗法で処理を計算する測位計算法。DOP最良の衛星組み合わせを選択する必要がある。

- 可視仰角（仰角限界）：

観測点で衛星からの電波が直接に受信できる仰角の下限値。

- 天空可視率（ γ ）：

電波の受信できる範囲の立体角を半球の立体角で割った値。

- **可測位率：**
測位可能な領域の全地球表面に対する面積比率。
- **衛星可視率：**
可視（電波リンク）可能な領域の全地球表面に対する面積比率。この逆数は全地表を衛星1基で被覆する最小衛星数である。これを被覆衛星数と呼ぶ。
- **重み付け最小自乗（WLS）法：**
標準偏差の異なった測定データを用いる場合に適用される最小自乗法。測定データを正規化すれば通常の最小自乗法となる。
- **重み係数可変型最小自乗法：**
WLS法に現れる重み係数を、測定データの誤差の性質を考慮して可変にする最小自乗法。カルマンフィルタにおける共分散行列の時間更新に似た性質が現れる。
- **統合最適測位：**
重み係数可変型最小自乗法を基本とする測位方式。高安定クロックの時刻基準や移動体速度から予想される測位偏差ベクトルの変動量を考慮して、重み係数（誤差比例係数）を管理する。測定環境の変化を単純に表現して、柔軟に対応できる方式である。
- **測位校正データ：**
測定レンジ以外の測定データで、測位誤差を低減するための位置とレンジに係わるデータ。高度計や推測航法等から求められる位置ベクトルの校正データ、クロック同期データ等に相当する。
- **方向余弦ベクトル：**
2点を結ぶ方向に平行な単位ベクトルを特定の直角座標系の各軸との成す角度の余弦を成分として表したベクトル。ここでは観測点から測距基準点を結ぶ方向の単位ベクトルであり、通常、観測点での鉛直・東西・北南方向を座標軸とする局地水平座標系に対して表す。
- **実効レンジ誤差：**
衛星位置決定誤差、クロック同期誤差等による測定誤差をレンジに換算した誤差。例えば、衛星位置決定誤差の実効レンジ誤差はこれと方向余弦ベクトルの内積で表される。

《付録2：記号》

• N, N_T	: 通常は可視衛星数、全衛星配置数
• r, r_0	: 更新後および更新前の移動局の位置ベクトル
• r_1, r_2, r_3	: 位置ベクトル r の地心座標系に関する成分
• C	: 光速
• t_i	: 移動局・衛星# i 間での伝搬時間測定値
• $t_{o,i}$: 移動局・衛星# i 間でのクロックオフセット
• $q, q_i, \delta q_i$: レンジ偏位 ($q_i = Ct_{o,i}$)、レンジ偏位偏差
• $s_i, \delta s_i$: 擬似レンジ ($s_i = Ct_i$)、擬似レンジ偏差
• δs_0	: すべての擬似レンジに等しく加わる擬似レンジ誤差
• $p_i, \delta p_i$: 実レンジ ($p_i = C(t_i + t_{o,i})$)、実レンジ偏差 地上局・衛星間の実レンジとしても使用 (第7章)
• p_x	: ユーザ高度から計算されたユーザ・地球中心間距離
• $p_{b,i}$: 基地局・第 i 番衛星間の実レンジ
• $q, \delta q$: レンジ偏位ベクトル、レンジ偏位偏差ベクトル
• $z, \delta z$: 測定ベクトル、測定偏差ベクトル
• δz_i	: 移動局・衛星# i 間のレンジ測定誤差
• $x, \delta x$: 測位ベクトル、測位偏差ベクトル
• $\rho, \delta \rho$: 正規化測定ベクトル、正規化測定偏差ベクトル
• σ_i	: 衛星# i 測距電波伝搬時間の不規則誤差の標準偏差
• σ_0	: 基準となる測定データの標準偏差
• κ_i	: 測距電波の誤差比例係数 ($\kappa_i = \sigma_i / \sigma_0$)
• $\delta r_{xm}, \delta r_{ym}, \delta r_{zm}$: 高度、水平面位置に関する測位較正データの偏差
• $q_m, \delta q_m$: レンジ偏位の測位値およびその偏差
• $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_c$: 測位較正データの誤差の標準偏差
• $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z, \kappa_c$: 測位較正データの誤差比例係数 ($\kappa_c = \sigma_c / \sigma_0$ 等)
• κ_v, κ_H	: 誤差比例係数 ($\kappa_v = \kappa_x, \kappa_H = \kappa_y = \kappa_z$)
• K_v, K_T	: 相関係数 ($\kappa_v \rightarrow \infty, \kappa_c \rightarrow \infty$ で $K_v = 0, K_T = N\beta^2 / (\alpha^2 + \beta^2)$)
• θ_i, ξ_i	: 移動局から見た衛星# i の天頂角および方位角
• γ, θ_L	: 天空可視率、可視限界の天頂角 (第7章では $\gamma (= r/L > 1)$ は離隔率)
• η	: 仰角限界 ($= 90^\circ - \theta_L$)
• α, β	: 可視衛星の天頂角余弦 $\cos \theta_i$ の平均値、標準偏差

• $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_q$: 測位誤差ベクトルの標準偏差
• VDOP	: 鉛直方向測位劣化指数
• HDOP	: 水平面内測位劣化指数
• TDOP	: レンジ偏位測位劣化指数
• RDOP	: レンジ方向測位劣化指数
• NDOP	: レンジ直角方向測位劣化指数
• H, ε	: 最小自乗法に適用する回帰係数行列と残差ベクトル
• H^T	: 行列 H の転置行列
• H^{-1}	: 行列 H の逆行列
• R	: 誤差比例係数から成る重み係数行列
• $L_i, \delta L_i$: 衛星 # i の地球中心に対する位置ベクトル、その偏差
• m_i	: 移動局と衛星 # i を結ぶ方向の方向余弦ベクトル
• m_x, m_y	: 移動局から地球中心方向の単位ベクトル, $m_y = -m_x$
• m_{i1}, m_{i2}, m_{i3}	: ベクトル m_i の 3 方向の成分
• n_{ij}	: $n_{ij} = m_i - m_j$
• $m_i \cdot m_j$: ベクトルの内積
• $m_i \times m_j$: ベクトルの外積
• $S_1 S_2 S_3$: m_i ($i=1, 2, 3$) の頂点からなる三角形
• u_v	: 三角形 $S_1 S_2 S_3$ の外接円に直角な方向の単位ベクトル
• r_i, h_0	: ベクトル m_i の上記外接円に平行及び直角な成分、 (第 7 章では r_i は地上局位置ベクトル)
• A_0	: 三角形 $S_1 S_2 S_3$ の面積
• θ_0	: 測位点から見て外接円の中心と円周の成す角度
• h_4, h_x, h_y	: m_4, m_x, m_y の u_v 方向の成分
• h_{ij}	: 行列 $G (= H^T H)$ の成分
• $A \{X\}$: 括弧内の変数 X の平均値
• ϕ, ϕ	: 通常、移動局の経度、緯度
• ϕ_i, ϕ_{ij}	: 衛星 # i の経度、 $\phi_{ij} = \phi_i - \phi_j$
• r_e	: 地球の赤道半径
• r_s	: 衛星の軌道半径
• e	: 地球の離心率
• H_R	: 3 行 3 列の回帰係数行列 (実レンジ型)
• H_Q	: 4 行 4 列の回帰係数行列 (擬似レンジ型)
• V_R	: 実レンジ型の測位特性関数
• V_Q	: 擬似レンジ型の測位特性関数

• V_{ijk}	: $V_{ijk} = m_i \cdot (m_j \times m_k)$ ($i, j, k = 1, 2, 3, 4$ or x)
• $\delta \rho_i, \delta \rho_x$ 等	: 正規化測定偏差ベクトルの成分
• Z_{Ni}	: 衛星・地上局# i 間の測定レンジ
• r_{Ni}	: 地球中心に対する地上局位置ベクトル
• n_i	: 衛星と3地上局を結ぶ方向の単位ベクトル
• $L, \delta L$: 特定の衛星の位置ベクトルおよびその偏差
• H_N	: 衛星位置決定の3行3列回帰係数行列
• δZ_N	: 衛星レンジの偏差ベクトル
• V_N	: 衛星位置決定の特性関数、 V_R と類似した意味を持つ
• K_{NV}, K_{NH}	: 鉛直、水平方向に関する軌道決定誤差の感度係数
• σ_N	: 地上局での地上局・衛星間レンジ測定誤差の標準偏差
• $\delta Z_{ei}, \sigma_e$: δL_i による実効レンジ誤差、その標準偏差
• σ_{tm}, σ_{pb}	: 地上局での伝搬時間、レンジの測定誤差の標準偏差
• σ_{td}	: 地上局でのクロックオフセット測定誤差の標準偏差
• $\varepsilon_T, \delta \varepsilon_T$: ユーザクロックオフセットの時間変化率、その誤差
• ρ, ρ_b	: 特定の衛星・移動局間、衛星・基地局間の実レンジ
• ω_e	: 地球自転角速度ベクトル
• η	: ユーザ速度方向と衛星方向のなす角度
• U_P, U_S	: 宇宙機、衛星の速度ベクトル
• $t_c, \delta t_c$: 宇宙機のユーザクロックオフセット、その測定誤差
• t_P, t_S	: 宇宙機、衛星での測距電波伝搬時間の測定値
• U, U_i	: 移動局、測距電波源# i の速度ベクトル
• U_x, U_y, U_z	: 速度ベクトル U の局地水平座標軸に関する成分
• d_i, d	: 測距電波源# i のデルタレンジ、この合成ベクトル
• $\phi_c, \delta \phi_c$: 移動体速度ベクトルの方位角、その偏差
• $\theta_c, \delta \theta_c$: 移動体速度ベクトルのピッチ角、その偏差
• σ_{Ac}, σ_{Pc}	: $\delta \phi_c, \delta \theta_c$ の誤差の標準偏差
• U_H, U_T	: 速度ベクトル U の水平成分、絶対値
• $\delta \phi_m, \delta \theta_m$: 姿勢センサにより測定される方位角、ピッチ角の増分
• σ_{Am}, σ_{Pm}	: $\delta \phi_m, \delta \theta_m$ の測定誤差の標準偏差
• ϕ, θ	: 最適推定方位角、最適推定ピッチ角 (第8章のみ)
• $\delta \phi, \delta \theta$: ϕ 及び θ の増分
• $\sigma_{i0}, \sigma_{ir}, \sigma_{ip}$: i 軸方向位置誤差 ($i=x, y, z$) のバイアス成分、ランダムウォーク成分、時間比例成分の標準偏差
• K_{i0}, K_{ir}, K_{ip}	: $\sigma_{i0}, \sigma_{ir}, \sigma_{ip}$ を σ_0 で割った値

宇宙開発事業団技術報告 NASDA-TMR-960001

発行日 1996年2月15日

編集・発行 宇宙開発事業団

〒105-60

東京都港区浜松町2丁目4番1号

世界貿易センタービル22階

TEL 03-5470-4111 (代表)

©1996 NASDA

無断複写、転載を禁ずる

<本資料に関するお問い合わせ先>

宇宙開発事業団調査国際部技術情報課

TEL 03-5470-4276 ~ 4279

