

宇宙開発事業団技術報告

無線局間精密クロック同期を利用した衛星測位通信に関する研究

1998年2月

宇宙開発事業団

宇宙開発事業団技術報告

NASDA Technical Memorandum

無線局間精密クロック同期を利用した衛星測位通信に関する研究

Studies on the Satellite-based Navigation and Communication making use
of the Precise Clock Synchronization between Radio Stations

山脇 功次
Yamawaki, Koji

技術研究本部
Office of Research and Development

1998年2月

February 1998

宇宙開発事業団

National Space Development Agency of Japan

無線局間精密クロック同期を利用した衛星測位通信に関する研究

Studies on the Satellite-based Navigation and Communication
making use of the Precise Clock Synchronization between Radio Stations

第1章 序論	1
1.1 はじめに	1
1.2 衛星測位システムの開発経緯と現状	2
1.3 本研究の背景と位置付け	3
1.4 測位方式の概要	4
1.5 クロック同期の概要とその利用	6
1.6 本研究の課題と成果	7
1.7 本論文の概要	11
第2章 衛星測位方式の一般的考察	15
2.1 測距電波源数	15
2.2 測定データと測位ベクトルとの基本関係式	16
2.3 衛星選択による確定的測位（確定法）の成立条件	20
2.4 測位アルゴリズムの構成	22
2.5 単一の同期測距基準群を有する確定法の測位解	24
2.6 複数の同期測距基準群を有する確定法の測位解	26
2.7 確定法における同期型測位と非同期型測位との関連性	27
2.8 確定法における測位精度の解析的表現	29
2.9 レンジ偏位誤差及び高度データ誤差による測位誤差	33
2.10 測位計算の収束性	38
2.11 この章のまとめ	41
第3章 衛星測位アルゴリズムの統合とその有用性	45
3.1 最小自乗法による測位アルゴリズムの一般的表現	45
3.2 重み付け最小自乗測位精度の解析的表現	48
3.3 測位精度に関する解析的結論とシミュレーション結果との比較	55
3.4 衛星測位における最小自乗法の有用性と限界	59
3.5 測位劣化指数による重み係数の更新とその効果	61
3.6 測位劣化指数の収束性	64
3.7 最小自乗測位とカルマンフィルタの関連性	68
3.8 統合最適測位における高安定クロックの効果	72

3.9 重み係数の数学的モデルの構成	74
3.10 重み係数可変最小自乗測位の具体的構成と精度評価	78
3.11 この章のまとめ	86
第4章 精密クロック同期とその有用性	89
4.1 双方向通信によるクロック同期の原理	89
4.2 衛星周回運動、地球自転及び移動体運動によるクロック周期化誤差	91
4.3 クロック同期化誤差の物理的意味	95
4.4 ユーザクロックの較正とその効果	97
4.5 宇宙航行体のクロック同期と測位	101
4.6 クロック同期型測位による衛星配置数の削減	105
4.7 クロック同期型測位の測位精度上の優位性	107
4.8 クロック同期型測位による宇宙航法	111
4.9 クロック同期型測位による GPS の補完	121
4.10 クロック同期型測位による精密軌道決定	124
4.11 精密クロック同期の移動体通信への利用	133
4.12 クロック同期型通信方式の検討	135
4.13 クロック同期型通信の回線設計に関する考察	138
4.14 この章のまとめ	147
第5章 結論	150
5.1 本研究のまとめ	150
5.2 今後の研究開発と技術的課題	151
5.3 測位通信複合衛星システムの将来像	153
参考文献	156
あとがき	159
謝辞	160
付録A：確定法における測位精度の幾何学的表現	161
付録B：静止衛星利用測位システムの測位精度	168
付録C：ドップラー追尾型（NNS S）測位方式	176
付録D：クロックオフセット及びドリフト率の推定に関する補足説明	181
付録E：移動体メッセージ通信/同期支援に必要な通信回線の成立性	185
付録F：宇宙航法における達成可能な測位精度と双方向通信回線の成立性	191
付録G：静止・地球同期衛星群を利用した地域型測位システムについて	193

第1章 序論

1.1 はじめに

米国の航法援助システムである NAVSTAR/GPS (NAVigation System with Time And Ranging/Global Positioning System) は、全世界のほとんどあらゆる移動体ユーザに高精度かつ連続的な航法情報を提供することが可能であるため、ロラン、オメガ、NNSS (Navy Navigation Satellite System) 等^aの従来の航法援助システムに代わって、陸上車両、船舶、航空機等の移動体の航法手段として広く利用されるようになってきている。

電波航法技術の分野における GPS の成功は、エレクトロニクスのドラスティックな発展にも支えられ、航法技術及びその利用分野を一変させた。従来の高精度航法の代表である慣性航法に比較すれば、ユーザ端末は極めてコンパクト、低消費電力かつ低コストである。その誤差は 100m 以下であり、慣性航法装置のような誤差の発散性もない。さらに、デジタル地図技術の普及により測位情報^bが交通や生活の情報に組み込まれるに至って、航法技術は一般乗用車の情報化の重要な要素技術になりつつある。

GPS 利用技術のこのような急速な普及と商業化により、GPS のインフラストラクチャとしての重要性はますます高まっている。それは、測位情報が個々の移動体の安全・快適で効率的な活動に必要であるからだけではない。交通・運輸業務の安全性を高め、事故発生時の迅速な防災救難活動を行うには、群として移動体を管制するための情報ネットワークが不可欠であり、それぞれの移動体の測位情報はこの情報ネットワークを運用するための基本情報であるからである。

以上の観点に立てば、測位システムは移動体情報ネットワーク化の主要な手段の一つであるという認識が重要になる。しかし、GPS の民生利用が進むに従って、GPS が軍事的要求条件のもとで開発され、軍事的要請が優先されるという軍事システムとしての問題が顕在化する。それは、民生ユーザに課せられる精度上の制約 (Selective Availability) であり、利用上の制限 (Anti-Spoofing) である。また、民生システムとして継続的に運営するためには受益者負担を原則とした運用形態と共に、費用対効果の優れたシステム形態が求められるが、その点においても GPS が最適なシステム形態を具現しているわけではない。さらに重要なことは、移動体情報ネットワークの有用性は、例えば交通管制の場合のように、加入する移動体の数が増加すればするほど高まる。従って、測位機能だけでなく、測位機能と連動して利用できる移動体通信機能が求められ、その利用料金は一般大衆が容易に加入できるレベルのものであることが望ましい。

^a ロラン (LORAN) 及びオメガ (OMEGA) は地上に設置された複数の電波発信局からの電波を受信して、双曲線航法により 2 次元測位を可能とした航法援助システムである。NNSS は極軌道衛星から送信された電波のドップラー周波数変移を測定して 2 次元測位を可能とした衛星航法システムである。

^b 測位情報とは測定した位置情報を指し、航行に必要な情報を含む航法情報よりも狭い意味で用いる。

本研究では、広域に分散した移動体の情報ネットワーク化に有用な測位方式の検討を研究の主眼としており、その検討に必要な測位アルゴリズムの定式化、測位誤差解析を行っている。また、情報ネットワークにおいて通信機能の併用は不可避であり、それらの複合利用によって可能となる通信方式と測位通信の機能的融合の問題について検討している。

1.2 衛星測位システムの開発経緯と現状

一般に衛星測位とは、人工衛星から送信された電波を用いて衛星・観測点間レンジ或いはレンジ差を測定し、観測点の位置を推定することである。今日まで広く利用されてきた衛星測位システムには、1960年代に実用化された NNSS と 1990年代後半に入って漸く本格的な運用が開始された GPS がある。これらはいずれも米国が独自に開発した全地球域衛星測位システムであり、軍事システムであるために電波の受信のみにより測位を行う方式を適用している。そして、NNSS は船舶の航法手段として大いに利用されたが、航空機の航法手段としては3次元の連続瞬時測位が可能な GPS の開発が必要となった。

NNSS の測位方式では、1基の衛星から送信された電波のドップラー周波数変移量を時系列で測定し、この変移量から衛星・観測点間レンジ差を算出して観測点の位置を求める。このため、連続的な実時間測位は原理的に不可能であり、通常、衛星1基の通過に対して1回の測位しかできない。この非実時間性のために観測点の移動速度が測位誤差の要因となる。また、衛星軌道高度が低くなければ有意なドップラー周波数変移量を得ることができないため、5～7基の衛星を配備しても測位頻度は1～2時間に1回である。従って、NNSS はほとんど船舶の航法手段として利用されるに留まった。

一方、GPS は上記の NNSS の欠点を補い、あらゆる移動体の航法に適用できることを考慮して開発された汎用的な測位システムである。この測位方式では、4基以上の衛星から同時刻に送信された電波の到達時間差を連続的に測定して、観測点の測位座標基準系に対する3次元位置ベクトルと衛星・観測点間の時刻のずれ（クロックオフセット）とを同時に推定する。従って、NNSS とは違って連続的かつ実時間の測位情報が得られるが、全地球域で終日利用可能とするには地球を隈無く覆うように多数の衛星を配備しなければならない。従って、GPS では高度約2万 km、軌道傾斜角 55 度の6つの軌道に合計 24 基の衛星が常時配備される。このように GPS は配備衛星数が増加し、整備コストが増大する問題はあるが、瞬時かつ連続的な3次元測位が可能な方式であるため、船舶に限らず陸上車両や航空機にも利用され、今や衛星測位システムの代表である。

上記2つの測位システムの他に、米国沿岸の石油業者向けに局域測位サービスを提供した STARFIX と、ビジネスとしては頓挫したが米国で国内向けの測位通信複合サービスの提供を目指した GEOSTAR の2つのシステムは、測位方式としても特徴のある衛星測位システムである。前者の STARFIX は、複数の静止通信衛星を利用してユーザ局での精密測位を支援する商業システムであり、専用の衛星を持たない。測距電波は地上の基地局で

生成され、静止通信衛星を中継手段としてユーザに送られる点が GPS と大きく異なるが、測位方式は 2 次元の GPS 測位方式と同じである。後者の GEOSTAR は、基地局から送信される測距電波が“基地局→衛星（1 基）→移動局→衛星（複数基）→基地局”と往復する際の電波伝播時間を測定して 2 次元測位を行うと共に、双方向のメッセージ通信サービスを提供する測位通信複合システムである。この測位方式では、測距電波源（基地局）・移動局間のクロックオフセットの推定は不要であり、直接に実レンジが測定される。2 基の静止衛星によって最小規模の 2 次元測位システムを構成することができるが、測位計算は移動局が基地局からの質問信号に応答することによって基地局側で行われるため、移動体側での航法よりも基地局側での移動体管理に重きを置いた測位通信システムである。

衛星測位システムに関する現状は以上の通りであり、GPS が最も汎用的なシステムであることがわかる。しかし、STARFIX や GEOSTAR は GPS に比較して設備規模が極めて小さく、地域性を重視した民間事業として推進するには適切な形態を有している。

1.3 本研究の背景と位置付け

衛星航法と言えば、現在では GPS を指すと言って過言ではない程に、測位システムの研究は GPS を中心に行われている。GPS の測位方式では、複数の衛星からの測距電波を受信するだけで測位が可能となるから、その利用者数には制限がない。また、測距電波はスペクトル拡散されており、電波妨害にも強い軍事システムとして開発されたが、民生用として容易に利用できる形態となっている。しかし、現状の GPS はチップレートとコード長の異なった 2 種類の擬似乱数コードでスペクトル拡散した電波や 2 種類の搬送波を使用するなど、民生用としては簡素化できる機能を備えている。

また、GPS を商業的に運営する場合、測位方式に起因する以下の問題がある。

まず第 1 は、衛星測位システムの個々の利用者に対する課金性の問題である。GPS のような放送型の測位システムでは、ユーザは測距電波の受信だけで測位可能となるから、ユーザから利用頻度に応じた料金を徴収することのできる手だてがない。また、そのような機能を付加することはユーザ端末のコストアップの原因になる。このことは、測位サービス事業の商業化における最大の問題となる。

第 2 は、衛星測位システムの規模と費用対効果の問題である。GPS は全世界で連続的かつ高精度な 3 次元測位が可能であることを衛星配置の基本的な要求条件としているため、衛星システムの維持経費は膨大なものとなっている。しかし、ほとんどの民間ユーザは軍事利用に求められる程の測位性能を必要とはしていない。船舶や陸上車両のように常時 3 次元測位が必要ではなく、2 次元測位でもよい移動体ユーザをサービス対象とすれば、衛星配置に対する要求条件は著しく緩和される。グローバルな測位サービスが必要でなければ、静止・地球同期衛星群や長楕円軌道衛星群を用いて、GPS よりも小規模な測位衛星システムを構築することもできる。間欠的に測位情報を必要とする利用分野では、本研究

の成果の一つである同期型測位方式を適用することにより、衛星配置数をさらに削減することができる。このような費用対効果を考慮して衛星システムを再構築する場合、現状の GPS 測位方式は様々なユーザ要求に適宜対応できる融通性のある形態になっているとは言いがたい。従って、このことも測位サービスの商業化を進める上での課題となる。

第3は、衛星測位システムの移動体情報ネットワークへの適合性の問題である。移動体の情報ネットワーク化においては、移動体・地上局間の双方向通信手段が不可欠となるが、GPS には移動体からの電波を中継して双方向通信を行う機能がないため、携帯電話、テレメッセージ等の無線通信手段を併用する必要がある。しかし、測位と通信に必要な衛星及び地上設備がそれぞれ無関係に整備・運用され、ユーザ端末も一体化されることがなければ、移動体情報ネットワークの利用コストを削減することは困難であろう。また、このような地上無線通信が広域の移動体情報ネットワークを構築する上で多様なユーザ要求に柔軟に対応できるとは言いがたい。従って、GPS が測位専用システムであることが、移動体情報ネットワーク化を念頭に置いて商業化を進める場合のコスト上の問題となる。

以上述べた GPS の問題は、要約すれば測位システムとしての機能性能上の問題ではなく、GPS の民生利用、商業化において克服すべき運用上の課題であり、移動体の情報ネットワーク化を進める際の移動体通信手段を含めた経済性の問題である。特に、低コストの移動体情報ネットワークを実現するためには、測位と移動体通信の機能を統合したインフラストラクチャの構築が必要である。従って本研究では、新たな測位方式の提案や方式比較に留まらず、測位と通信の複合化による新たな移動体通信方式の可能性についても検討を行っている。

1.4 測位方式の概要

達成可能な測位性能の観点から判断するならば、NNSS はあらゆる移動体に適合する測位システムとは言えない。現状の NNSS のように軌道高度を 1000km 程度として、常に少なくとも 1 基の衛星からの電波を受信できるようにするためには、40~60 基の衛星を配備しなければならない。そして、仮に 50 基の衛星が配備された場合でも、測位可能頻度は 1 時間あたり 10 回程度である。このような測位の非実時間性の問題は、衛星 1 基から送信された電波のドップラー周波数変移量を時系列で測定して観測点の位置を求めようとする NNSS 測位方式の原理上の問題であり、衛星数や軌道高度を変更することによって解決する問題ではない。以上の観点から、本研究では複数の衛星・観測点間レンジを測定データとして用いる測距型の測位方式に重点を置いて研究を行っている。

測距型の測位方式は非同期型測位方式と同期型測位方式に大別することができる。前者は GPS が採用している測位方式であり、GPS 測位方式と呼ぶこともできる。これは 3 次元双曲線航法であり、レンジ差を用いるロラン等の 2 次元双曲線航法と同じ測位方式である。後者は非同期型測位方式に対抗した双方向通信を併用する測位方式であり、移動体

の情報ネットワーク化に必要な測位通信複合の運用形態を備えていなければ実現しない方式である。以下、今後の議論の参考とするため、上記2方式の方式上の特徴を述べる。

非同期型測位方式は、測距電波^aの送信タイミングを生成する測距基準点側の時刻基準と受信タイミングを測定する観測点側の時刻基準とが同期していないために、この同期誤差の影響の加わった距離（擬似レンジ）が測定される場合に適用される測位方式である。測距基準点・観測点間の実際の距離（実レンジ）を求めるためには、測距基準点・観測点間の時刻基準のずれ、即ちクロックオフセットを推定する必要があるが、実際の衛星測位システムでは測距基準点側（衛星）のクロックはすべて同一の衛星時刻基準と同期化されているため、観測点側（移動局）はこの衛星時刻基準と自己の時刻基準とのクロックオフセットを推定するだけでよい。従って、3次元測位を行うには4つの測距基準点からの測距電波の受信タイミングを測定すればよい。別の見方をすれば、4つの受信タイミングの到達時間差から3つのレンジ差を求めることにより、3次元双曲線航法が可能となる。

非同期型測位方式の特徴は、観測点側に高安定クロックを用いる必要がないことである。上述のごとく、すべての測距基準点からの測距電波の送信タイミングが同期していることにより、測距基準点・観測点間のクロックオフセットに関わりなく、測距電波の到達時刻差の測定のみによって受信点の位置を決定することが可能であるからである。しかし、3次元測位を行うためには、少なくとも4基の衛星からの測距電波を同時に受信することが必要である。さらに、4基以上の衛星からの電波が受信可能であっても、これらの衛星がすべて同心円を描くように天空に配置される場合や狭い視界に集中する場合、測位誤差は著しく発散することが解析的に示される。従って、非同期型測位の精度を連続的に維持するためには、測距電波源として多数の衛星を配置する必要性が生じる。このことは現状のGPSの維持費低減を阻害する1つの要因である。

同期型測位方式は、測距基準点（衛星）と観測点側（移動局）の時刻が同期しており、測距基準点・観測点間の実レンジが測定される場合に適用できる測位方式であり、上記の非同期型測位方式とは異なった性質を持つ測位方式が得られる。この方式では、3基の衛星からの測距電波を受信するだけで3次元測位が可能であるため、衛星配置数を低減することができる。また、この方式では衛星が限られた視野内に集中して配置される場合でも、その測位精度は非同期型測位方式の場合のように著しく劣化することはないことが解析的に示される。しかし、測位の直前に何らかの方法で衛星と移動局とのクロックオフセットを推定し、両局のクロックを同期させるプロセス、即ちクロックの同期化^bが必要となる。

^a 位置が正確に決定できる測距基準点から送信され、電波の先頭の到達した時刻を正確に決定することのできるコードが重畳された電波。通常、擬似乱数コードによってスペクトル拡散した電波を指す。

^b ここで言うクロックの同期化とは、両局クロック間の時刻のずれを推定し、計算によってこれを補正することと同義である。例えば、GPS衛星間のクロック同期は各衛星からの送信データを用いてクロックのずれを計算することにより行われる。いわばソフト的なクロック同期である。しかし、特定の時刻に同期して信号を送信する、例えば同期通信のような場合は、両局間のクロックをハード的に同期させる必要がある。

このため、移動局側が高安定クロックを用いて測距電波源の時刻基準を維持するか、測距電波を送信して地上局の支援^aを得てクロックオフセットを推定する必要がある、この問題が同期型測位方式の最も重要な課題となる。クロック同期化の方法として、衛星に同期支援の機能を持たせて地上局を使用しない方法も考えられるが、現状では地上局を利用の方が衛星設計上簡便であるため、ここでは地上局の支援を得て行うクロック同期化の方法に限定して議論する。付録Eに“移動体→静止衛星→地上局”の通信回線の解析例を示す。これによれば、移動体測距電波の回線は同期用測距電波を短い 30W のバースト電波とし、静止衛星での電波中継に 3m級のアンテナを適用することによって成立する。

以上述べたように、同期型測位方式は解決されるべき課題はあるものの、1.2 項で説明した往復測距型の GEOSTAR よりも測位性能において優れた特徴があることに注目される。まず、測位計算処理は GEOSTAR では基地局^b側で行われるが、同期型では移動局側で行われるため、同期型測位は移動体の航法に有効である。また、衛星からの測距電波を連続的に受信すれば、GPS と同様に連続的かつ実時間的に測位可能である。この場合、測位誤差は移動体搭載クロックのドリフト量に比例して増加する。例えば、 10^{-10} sec/sec 級の高安定クロックを使用した場合、測位誤差は平均 0.3km/hr 程度で発散する誤差となるが、積算された測位誤差はクロック同期によってリセットすることができる。

1.5 クロック同期の概要とその利用

無線局間のクロック同期、即ちクロックオフセットの推定は無線局間の双方向電波伝播時間を測定することにより行える。以下、クロック同期化の方法について述べる。

いま、衛星の運動などの影響を無視して、衛星・移動局間のクロックオフセットを t_c 、衛星を中継手段として移動局の送信する測距電波と衛星の送信する測距電波とが特定の地上局に到達する時間差を δt_{su} 、衛星の送信する測距電波が移動局に到達する時刻と移動局が測距電波を送信する時刻との時間差を t_u とすれば、 $t_c = (\delta t_{su} - t_u)/2$ なる関係が容易に導かれる。従って、無線局間のクロックオフセットは測距電波伝播経路が双方向とも同じであれば、電波伝播距離とは関わりなく測定することが可能^cとなる。また、移動局を地上局と見なせば、同じ方法により衛星と特定の地上局とのクロック同期が可能であるから、移動局、衛星及び地上局のすべての無線局を同期化させることができる。地上局・移動局間のクロック同期化は、衛星を単に中継手段として利用し、移動局・地上局間での双方向通信の伝播時間差を測定することによって行うことも可能である。

測距可能な衛星が 4 基以上あり、非同期型測位が適用可能であれば、測距電波による

^a 衛星からの測距電波と移動局からの測距電波の到達時間差を測定し、これを移動局に通報すること。

^b 地上無線局の中の代表的な無線局。クロック同期支援や地上局間の管制などを行う。

^c 無線局間の送信・受信時刻差は、無線局間距離に関わりなく、クロックオフセットの 2 倍になる。

双方向通信を行わなくても、3次元位置ベクトルとレンジ偏位^aを同時に推定することができる。従って、衛星と同様に高安定クロックを移動局に適用すればクロックオフセットの変動を抑えることができるから、前述の無線局間双方向通信を行わなくてもクロック同期状態を維持することが可能となり、同期型測位を継続して行うことができる。このことは高安定クロックの適用により同期型と非同期型の測位方式が統合的に適用できることを意味しており、この統合化によりクロック同期のために必要な双方向通信の頻度を低減することができる。このように、移動局の双方向通信機能を用いて適切な頻度でクロック同期を行うと共に、移動局の時刻基準として高安定クロックを適用することにより、非同期型と同期型の両測位方式の欠点を補完し合う測位方式が生み出される。

双方向通信あるいは高安定クロックによる衛星・移動局間のクロック同期は、明らかに GPS の測位機能を補完するものである。特に双方向通信によるクロック同期は原理的に高精度に行うことが可能であるため、高安定クロックを適用して同期状態を維持することにより、測位システムとしての精度とインテグリティを向上させるものとなる。

また、測位情報により無線局間の電波伝播距離が正確に算定できるから、移動体通信の分野においても、無線局間での精密な送受信タイミングを回線接続に利用した新たな通信方式が可能となる。このような精密クロック同期を活用した新たな技術は、無線局間のクロック同期が簡便な装置で行えることと、低コストの 10^{-10} sec/sec 級高安定クロックが入手できることが必要である。

1.6 本研究の課題と成果

(1) クロック同期型測位方式

本研究の第1の課題は、論文『ユーザクロック同期型衛星測位方式（日本航空宇宙学会誌、第39巻447号、pp.171-179、1991）』及び論文『民間向け衛星航法システム的方式提案（信学技報、SANE88-19、Vol.88 No.166、p.23-30、1988）』において筆者の提案したクロック同期型測位方式の具現性とその有用性を解析することである。この同期型測位方式は衛星・移動局間の精密クロック同期を必要とするが、衛星配置数の削減と測位精度の向上が可能である。従って、衛星測位と移動体衛星通信の複合的利用が進展すればクロック同期が容易に行えるようになるため、実用性の高い測位方式になりうるだろう。

この課題に関する成果は、第4章の4.1項に示す衛星・移動局間クロック同期の方法を考案することにより同期型測位方式の具現性を高め、その精度上の優位性を非同期型測位との比較のもとで解析的に示したことである。

同期型測位方式は、測位計算の中に衛星・移動局間クロックオフセットの推定を含む

^a レンジ偏位=光速×クロックオフセット と定義する。

非同期型測位方式と異なって、測距衛星^aの必要数を低減するだけでなく、その幾何学的配置状態に起因する測位劣化指数（DOP、Dilution of Precision）の増大を抑制して、安定した測位精度を提供することができる。同期型測位には衛星・移動局間のクロック同期化が必須であり、第4章に示すように測距衛星を中継手段とした地上局・移動局間の双方向通信機能が必要となるが、このことは測位と移動体通信を併用する運用形態では大きな欠点とはならない。本文の第4.2図に示されているように、地上局への測距電波の中継を利用した衛星・移動局間クロック同期の方法は、個々の移動体から送信された電波の伝播時間を衛星側で測定する必要のないユニークな方法である。

同期型測位方式の非同期型測位に対する優位性を明らかにするには、衛星測位アルゴリズムを体系的に整理する必要がある。このため、代数的な関係式で表される同期型或いは非同期型の2次元或いは3次元測位アルゴリズムを導いた。そして、測位誤差の測距誤差に対する比率であるDOPの解析に留まらず、クロック同期誤差、高度誤差或いは推測航法^b誤差と測位誤差との関係を代数的に表現する近似式を求めた。このことにより、各測位方式の精度上の特徴を解析的に比較検討すると共に、上記誤差要素と衛星の幾何学的配置との関係などが明確になり、数値計算例を扱うだけでは得難い知見が得られた。

(2) 測位アルゴリズムの統合化

本研究の第2の課題は、論文『衛星測位アルゴリズムの統合とその運用効果（日本航空宇宙学会誌、第41巻475号、pp.472-481、1993）』及び論文『GPSによる陸上航法の機能強化について（日本航空宇宙学会誌、第41巻478号、pp.655-664、1993）』において、筆者の提案した重み係数を可変とする最小自乗測位方式の理論的根拠とその有用性を明らかにすることである。第3章で述べる重み係数を可変とする統合的な最小自乗測位方式は、特にクロック同期と高安定クロックを適用する同期型測位方式に有効であり、移動局時刻基準として $10^{-10} \sim 10^{-11}$ 級の高安定クロック^cを廉価に使用できるようになれば、測距電波の受信環境の一時的な劣化にも強い測位方式が可能となる。

この課題に対する成果は、クロックの安定性や移動体の運用条件等に応じて最小自乗法の重み係数を調整する測位アルゴリズムを考案し、最小自乗測位方式の一般性を高めたことである。重み係数固定の最小自乗法では、クロック同期の頻度と高安定クロック利用の効果を反映した測位アルゴリズムを構成することが困難であった。しかし、レンジ偏位誤差^dに関わる重み係数^eをクロックドリフト率、ランダムウォーク係数或いはクロック同期後の経過時間の関数としてモデル化することにより、高安定クロック利用の効果を容

^a 測距の基準となる衛星、即ち測距電波源となる衛星を指す。

^b 慣性センサ、車速センサ、方位センサ等の組み合わせによって求められる位置決定方法である。

^c レンジ誤差に換算すれば、このクロック安定性は1.8m/分～0.18m/分の誤差増加率に相当する。

^d レンジ偏位誤差＝光速×クロックオフセット誤差 と定義する。クロックオフセットに比例する。

^e ここでは、重み係数＝(観測データ誤差の標準偏差)÷(レンジ測定誤差の標準偏差の基準値) を使用する。

易に反映できるようになった。また、測定されたクロックオフセットの誤差の標準偏差と上述の数学的モデルによって求められるレンジ偏位誤差に関する重み係数^aとを比較して、クロックオフセット測定値を適用する、即ちレンジ偏位を更新するかどうかの判断を行うロジック^bを付加すれば、クロック安定性とクロック同期化の効果を最小自乗測位アルゴリズムに反映することができる。この場合、衛星の幾何学的配置条件から求められる *TDOP*^c はレンジ偏位誤差に関する重み係数の初期値として利用することができる。このような重み係数可変の最小自乗測位アルゴリズムの構成により、同期型測位と非同期型測位を統合的に扱う測位方式が得られた。

同様の考え方がレンジ偏位だけでなく、位置ベクトルの推定に対しても適用できる。即ち、位置ベクトルの成分に関して測定値が得られる場合は測定値の誤差の標準偏差を用い、測定値が得られない場合は移動体の運動による更新毎の位置の不確定量に関する統計値を用いて、位置ベクトルの各成分に関する偏差^dの重み係数を設定することができる。例えば、自動車のような無軌道車両の平面運動などはランダムウォークと見なして、重み係数を経過時間の平方根に比例して増大する関数として表すことができるだろう。

以上述べたことを要約すれば、重み係数可変型最小自乗測位アルゴリズムでは、位置ベクトルの3成分及びレンジ偏位（システムの状態変数）を最小自乗法の観測値として組み入れ^e、その重み係数を *DOP* やクロック特性値を用いて関数的に定めている。この重み係数を観測値の測定や状態変数の推定の精度に基づいて変更することにより、カルマンフィルタにおいてシステム状態変数の共分散行列を更新することと同じような最適処理の効果が現れる。3.7 項において重み付け最小自乗法とカルマンフィルタの関係を解析しているが、これによれば、共分散行列が更新時に発散している状態（ $P^{-1}=0$ ）でのカルマンフィルタは通常为重み付け最小自乗法と同等である。また、更新毎に求められる *DOP* を重み係数として用いる最小自乗法は、共分散行列の非対角成分を常に零と置いたカルマンフィルタ^fと同等になる。

(3) クロック同期による測位通信の融合

本研究の第3の課題は、論文『精密クロック同期に基づく測位通信複合化について（日本航空宇宙学会誌、第45巻525号、pp.584-594、1997）』及び論文『測位と通信の融合について（信学技報、SANE97-117、Vol.97 No.523、p.1-8、1998）』において発表した

^a クロックオフセット等の測定値が得られない場合、測定値に対応する重み係数は無限大に設定される。

^b 選択するのではなく、クロック安定性から予想されるレンジ偏位と測定されたレンジ偏位の両方を用いるアルゴリズムを構成した方が理に適っていると思われるが、誤差解析を簡便にするため取捨選択を行った。

^c レンジ偏位に関わる測位劣化指数であり、測位誤差ベクトルの共分散行列より求められる。

^d (位置ベクトル成分の偏差)=(位置ベクトル成分の測定値)-(位置ベクトル成分の最新計算値)

^e 3.1 項及び 3.9 項において重み付け最小自乗測位アルゴリズムと重み係数の数学的モデルが示されている。

^f 推定されるべき状態変数の誤差がお互いに統計的に独立である状態を維持することを意味する。

ように、測位通信複合化の産物である精密クロック同期を利用して、移動体の広域情報ネットワーク化に効率的な通信方式を検討することである。特に、測距電波として使用されているスペクトル拡散電波を移動体通信に使用する場合、この周波数利用効率の低いことが問題となるが、無線局間の精密クロック同期を活用してスペクトル拡散通信効率を向上させることが可能であれば、測位と通信を融合した新たな通信方式を実現することとなる。従って本研究では、測位通信複合化によってもたらされる衛星リソースの効率的利用という技術課題を越えて、測位と通信の機能的融合によって生み出される新たな技術的可能性、特に移動体通信における効率的な通信回線接続方式を検討する必要がある。

この課題に対する成果として、無線局間の精密クロック同期によって生成される無線局間共通の精密タイミングを利用したスペクトル拡散通信方式を考案したことである。この方式では、複数の無線局の中から特定の相手受信局を送信タイミングのみによって選択する通信回線制御が可能となるため、受信局側の信号処理の負荷を軽減することができる。広域移動体衛星通信、特に短い多数のメッセージを同時に扱う移動体通信では簡便な回線接続方式と回線利用効率の向上が重要な課題であるが、精密クロック同期の通信への導入は、測位と通信の機能的融合がもたらす新たな技術分野を予見するものであり、低コストの広域移動体情報ネットワークの実現に有用であると思われる。

同期型通信の原理は以下の通りである。まず、本文の第 4.1 図に示す原理に基づいて、すべての地上局と移動局との間のクロックを同期させる。そして、移動局は特定の地上局の指定するタイミング^aを維持して電波を送信し、地上局は自己の指定したタイミングに基づいて受信電波を処理するものとする。このとき、自己の指定したタイミングから離れた電波は地上局にとっては雑音となり、自分を指定した移動局の電波のみを選択して処理できることになる。このように無線局間で同一の時刻基準を共有することにより、送信局側の受信局指定と受信局側の選択的受信処理が可能となり、他の通信網との回線接続処理を無駄なく簡便に行うことが可能になる。さらに、通信電波が適切な擬似雑音系列によってスペクトル拡散されている場合は、同一の雑音系列によって拡散された複数電波が重畳される場合でも、スペクトル逆拡散のタイミングを調整することにより、それぞれの電波を個別に復調することが可能である^b。従って、1 周期の雑音系列に複数のタイミングを設けて、これらを複数の地上局に割り当てることにより、移動局が特定の地上局を選択する通信が可能になる。さらに、上述のタイミングを細分化すれば、1 地上局に対して複数のタイミングを割り当てることができるから、通常のスロット付きアロハ方式よりもスループットの良好な通信方式を実現することが可能となる。この通信回線制御方式は特に多

^a 地上局に割り当てられたタイミングは、測位のための衛星軌道データと同様に、全ユーザの共通メッセージとして絶えず放送されているものとする。

^b 自己相関性の良好な擬似雑音系列によってスペクトル拡散された 2 つの電波は、同じコードの雑音系列で拡散された場合でも、それらのコード列の到達タイミングがわずかにずれておれば、お互いに雑音である。

数の移動体と複数の地上局とのメッセージ通信に有効である。

1.7 本論文の概要

以下、本文の第2章以降において記述する内容を示す。

(1) 第2章『衛星測位方式の一般的考察』

まず、第2章では、受信された測距電波を必要数だけ選択して測位計算を行う確定法^aに基づいて、測定データとして衛星・移動局間擬似レンジ^bを用いる3次元非同期型測位と、移動局のクロックオフセットを測定データとして併用する3次元同期型測位の両方式に関する測位アルゴリズムを導出する。

移動局の高度データを観測値として使用する2次元測位^cの同期型及び非同期型の測位アルゴリズムは、いずれも3次元測位でのレンジ測定値の一つを高度データで置き換えることによって容易に導くことができる。この場合、地心（地球中心）に仮想的な衛星があるものとみなすことができ、地心までの距離は地球楕円体モデルとそのモデル上で定義された高さのデータから算出される。

位置ベクトルとレンジ偏位を算出する確定法の非同期型測位アルゴリズムは、2.5項に示す4行4列の行列を用いて表すことができる。確定法の同期型測位アルゴリズムは、第4番目の衛星が観測点と同じ位置にあるものと見なして、この非同期型測位アルゴリズムを変形することによって導かれ^d、3行3列の行列に書き換えられる。これらは逆行列を用いない代数的な形式で記述されるため、測位誤差の各要素を衛星の幾何学的配置状態、或いはクロックオフセット誤差や高度データ誤差等の誤差要素と直接的に関係付ける誤差関係式が得られる。

GPS と GLONASS のように、それぞれの衛星群が異なった時刻基準を持つ2つの同期測距衛星群を使用する場合は、位置ベクトルの3成分と2つのレンジ偏位から成る5次元測位ベクトルを扱うことになるため、代数的な測位解を求めることは困難になる。しかし、2.6項に示すように、観測データとして擬似レンジではなく、擬似レンジの差を用い

^a 最良の配置関係にある衛星の測距データを冗長なく選択して、確定的に測位解を計算する方式（確定的測位方式）である。例えば、3次元非同期型測位の場合は4つの衛星の測距データを、3次元同期型測位の場合は3つの衛星の測距データを選択する必要がある。このように、確定法では使用する観測データ数が定まる。これに対抗する方式として、確定法に必要な数以上の観測データを選択して、最小自乗法を適用して統計的に処理する方式（最小自乗測位方式）があり、理論的にはこの方式の方が確定法よりも測位精度が高くなる。

^b 移動局のクロックオフセットに起因するレンジ偏位（＝光速×クロックオフセット値）が実レンジに混入した測定レンジである。本論文では便宜上、実レンジ＝擬似レンジ＋レンジ偏位 としている。従って、クロックオフセット値が正のとき、移動局クロックは衛星クロックより遅れていることになる。

^c 移動局の高度が既知であれば、地心・移動局間の実レンジが定まる。従って、地球中心に測距基準点があるものとして、地心・移動局間レンジを適用して測位アルゴリズムを構成することができる。

^d 測距衛星が観測点にある場合、実レンジは零であるから、擬似レンジ＝－レンジ偏位 となり、直ちにクロックオフセットが測定されたことになる。この条件と衛星・移動局間ベクトルが零ベクトルであることを非同期型測位アルゴリズムに反映すれば、同期型測位アルゴリズムが得られる。（本文の2.7項）

ることにより、レンジ偏位を消去するように変形することができるから、2.6 項に示すような3行3列の行列からなる簡便な測位アルゴリズムが得られる。このようなレンジ差^aを用いる測位アルゴリズムに変換すれば測位計算処理が簡単になるように思われるが、レンジ偏位データからクロックオフセットを抽出してクロック同期化に使用する場合は、別途にレンジ偏位を算出する必要があり、それぞれの方法に一長一短がある。

また、典型的な衛星配置を前提として、各測位方式の測位精度の指標となる測位劣化指数（DOP, Dilutions of Precision）の近似式を導いている。これらは、衛星配置条件の測位精度に及ぼす影響度及び各種測定データ誤差と各測位方式の精度との関係を的確に示すものであり、測位システムの設計検討において、衛星の配置数や軌道の選択、天空可視性（仰角限界）の要求などに対する有効な指針を与えるものである。

(2) 第3章『衛星測位アルゴリズムの統合とその有用性』

第3章では、重み付け最小自乗法を適用して、擬似レンジ、レンジ偏位（或いはクロックオフセット）、高度データ等の適用可能なすべての測定データを使用した最小自乗測位アルゴリズムが導かれている。この測位アルゴリズムは、1.3 項で述べたように重み係数を運用条件に合わせて変えることにより、同期型と非同期型、或いは2次元と3次元の各測位方式の特徴を兼ね備えた統合的な測位アルゴリズムとなる。例えば、レンジ偏位に関する重み係数を大きくすることにより、測位アルゴリズムの特性は同期型測位から非同期型測位に、高度データに関する重み係数を増大させることにより2次元測位から3次元測位に移行するようになる。また、測位更新毎に移動局の移動する距離の中の不確定な要素、移動局クロックの安定性及び地勢（地表の高度情報）を反映させて、レンジ偏位（＝光速×クロックオフセット値）、水平面位置データ及び高度データに関する重み係数を更新時間間隔の関数として与えれば、カルマンフィルタに類似した準最適処理^bが可能となる。このように重み係数を運用条件に応じて変更する最小自乗測位方式は、移動局の視界が変動することによって測距電波の受信状態が著しく変わるような陸上運用において、概ね最適な測位解を与える測位方式となる。特に、移動局の時刻基準として高安定クロックを利用する場合は、受信状態が著しく変動する運用環境においても安定した測位精度を維持することのできる測位方式が得られる。

上記の重み係数可変型の最小自乗測位アルゴリズムは、測定値の有無に関わりなく、推定結果の3次元位置ベクトル及びレンジ偏位を測定データとして取り扱うことができる。

^a 擬似レンジには同一のレンジ偏差は含まれているから、その差は単にレンジ差となる。

^b 重み付け最小自乗法から求められる測位アルゴリズムでは、カルマンフィルタにおける状態変数の共分散行列の対角成分はDOP（測位劣化指数）或いは重み係数の数学的モデルによって与えられる。しかし、共分散行列の非対角成分については、すべて0になるような設定となる。対角成分の更新にDOPを使用することには合理性があるものの、作為的な数学的モデルの導入や非対角成分を0とすることは最適性を低下させることになると考えられる。しかし、状態変数の時間更新に必要なシステム方程式が不確かな場合は、このような最小自乗法処理は簡便な最適化の方法として有効であると思われる。

この場合、測定値が存在する場合は、その誤差の標準偏差に比例した値を重み係数として設定する。測定データの品質が不良である、或いは測定データが存在しない場合は、これに対応する測位データの DOP を用いて重み係数を算出する。例えば、高度データやレンジ偏位の誤差の標準偏差は、測定によって更新されない限り、移動局の運動やクロックの安定性に応じた発散性を有するものとして取り扱うのが合理的である。重み係数の数学的モデルはこのような条件を考慮して作成する必要がある、最適化の重要な役割を果たす。しかし、これは一つの工夫であり、理論的な根拠に基づくものではない。

また、この章では最小自乗測位アルゴリズムの重み係数として DOP を適用する簡単な数学的モデルを提案し、DOP によって変化する重み付け最小自乗推定問題とカルマンフィルタとの類似性について考察している。

(3) 第4章『精密クロック同期とその有用性』

第4章では、まず無線局間の精密クロック同期の原理と特徴について述べ、その有用性、利用分野について検討している。特に、精密クロック同期は同期型測位には不可欠のものであるから、非同期測位では得られない同期精度上の優位性を指摘している。

衛星、移動局、地上局等の無線局間の精密クロック同期は、すべて無線局間の測距電波の送受信によって可能である。この測距電波の送受信において、同一逆方向の伝播経路が使用されることになるため、電離層、大気等に起因する電波伝播遅延誤差は、双方向の電波伝播時間の時間差からクロックオフセットを算出する際に相殺される。しかし、衛星及び移動局の運動や地球自転によって電波伝播経路が慣性空間に対して回転するような場合は、回転の角速度と閉じた伝播経路の面積との積に比例した時間差が双方向の伝播時間に生じる^a。この時間差はクロックオフセットの推定に無視できない程度の影響を与えるため、その補正アルゴリズムが示されている。

また、測位誤差の発散傾向^bを観測してユーザ（移動体）クロックを較正する方法とその効果を検討している。これはユーザクロックの長期安定性に対する要求条件を緩和するのに有効な方法であり、まさしく測位機能によって達成できるものである。

同期型測位方式の利用分野については、宇宙航行体の測位、GPS 補完型測位通信衛星システム^c、衛星の精密軌道決定などの方式として有望である。従って、宇宙航行体のクロック同期の方法と同期型測位の測位精度上の限界、静止衛星を用いた GPS 補完システムの測位精度、地上局配置と衛星軌道決定精度の関係などについて解析している。

この章の最後に、移動局、衛星、地上局等の無線局間精密クロック同期の有力な利用

^a 電波伝播中に衛星や受信局が移動することによって生じるクロックオフセット推定誤差である。この現象は、光路面に直角な軸周りの回転を与えると光路長が変化して、左右2方向に伝播する光の共振周波数がずれるサニャック効果と同等の現象である。

^b 確定法の測位アルゴリズムでは、クロック同期誤差と測位誤差の関係が代数的な関係式で表される。

^c 参考文献として、論文『GPS 補完型測位通信衛星システム（文末の参考文献(25),(26)及び(27)』がある。

分野として移動体通信を取り上げている。広域移動体通信の分野では、多数のユーザから送信された電波を効率的に受信処理する必要がある。そこで、全ての無線局が共通の時刻基準を保持しており、かつそれぞれの局との位置関係が既知であることを前提とすれば、受信局がスペクトル拡散電波の受信タイミングを指定する通信回線制御を行うことにより効率的なメッセージ通信が可能になることを述べている。

(4) 第5章『結論』

本研究のまとめとして以下のことを述べている。

次世代の衛星測位システムとしては、民生利用の観点から GPS のような測位専用システムではなく、測位と移動体通信のサービスを同時に提供する測位通信複合化システムが求められる。本研究の成果である同期型測位方式は、この複合化システムに適合する方式であり、最小規模の測位システムを構成する場合に有用である。

測位アルゴリズムについては、重み付け最小自乗法を適用して、非同期型と同期型、或いは2次元と3次元の測位方式を統一的に扱う測位アルゴリズムを構成し、さらに重み係数を測位条件に合わせて調整する簡単なロジックを導入することができる。これにより受信環境の変化に強い測位方式を実現することができる。この測位アルゴリズムは測位端末に高安定クロックを適用したり、他の測位情報を併用する場合にも有効であり、カルマンフィルタに類似した性質を示す。

移動体通信方式については、無線局間の精密クロック同期と測距情報を利用することにより、スペクトル拡散通信回線の多重化を行うと共に、移動局が地上局を選択して通信する選択的通信が可能となる。従って、回線接続が簡便になり、移動体メッセージ通信においては通信回線の利用効率が高まる。

つぎに、測位通信複合衛星の将来像を以下のようにまとめている。

将来の衛星測位システムが商業システムとして成立する、即ち、事業としての採算性が求められるならば、GPS とは異なった新たな測位システムを検討する必要がある。その一つの有力な解として、移動体通信サービスを同時に提供する測位通信複合化衛星システムが考えられる。このシステム方式では通信の利用頻度に応じた課金が可能であり、移動体情報ネットワーク化に適合する機能を有する。また、クロック同期を利用した同期型測位及び同期型通信を適用することにより利用コストの低減が可能になる。このような測位と移動体通信の相互依存性は移動体ネットワークの構築において必ずしも欠点とはならない。むしろ、双方の機能的融合が達成され、クロック同期ネットワークによる新たな可能性を生み出すものである。

以上の考察のまとめとして、測位通信の融合がどのような技術的要素によって具現し、これによってどのような効果が得られるのかを関係図で表している。その効果は、端末の多機能化・一体化による利用コストの低減であり、衛星システムの統合と地上局の分散管理による運用コストの削減である。

第2章 衛星測位方式の一般的考察

2.1 測距電波源数

一般に、複数の測距基準点（通常、衛星である）から送信された測距電波が観測点（通常、移動局である）に到達するまでの片道伝播時間を測定して、測距基準点・観測点間のレンジを算出する測位方式の場合、測距電波送信タイミングの同期した複数の測距基準点が存在しなければならない。このような送信タイミングの同期した複数の測距電波を受信することにより、測定した片道伝播時間に含まれる測距基準点・観測点間の時刻基準のずれ、即ちクロックオフセットが推定される。例えば、受信した測距基準点の中に、同期した送信タイミングを持つ測距基準点の集まり（これを“同期測距基準群”と呼ぶ）が M 個存在する場合、3次元測位を行うために必要な測距電波数 N は、

$$N \geq 3 + M \quad (2.1)$$

なる関係を満足していなければならない。この場合、観測点の3次元位置と M 個の同期測距基準群・観測点間のクロックオフセットとを同時に決定することができる。

観測点の高度が既知である場合は、観測点・地心間の距離が決定できるため、

$$N \geq 2 + M \quad (2.2)$$

なる関係式を満足すればよい。

高度データや水平面内位置データ等のお互いに独立した G 個の外部航法データが使用できる場合、上記2式はさらに一般的に、

$$N \geq 3 + M - G \quad (2.3)$$

で表される。

以上が非同期型測位の測位解が存在する必要条件である。即ち、観測点の位置ベクトルとクロックオフセットを同時に決定するには、少なくとも $3 + M$ 個の独立した観測データが必要である。従って、すべての測距基準点がお互いに非同期であれば測位不能であり、複数の測距基準点が同一時刻基準を共有することが測位可能となる条件である。

一方、測距基準点・観測点間の往復電波伝播時間を用いる測位では、送信点と受信点在同一となるため、同一の時刻基準（クロック）によって2点間の往復伝播時間を測定することができる。従って、クロック同期の必要性はなくなるが、測距基準点から送信される測距電波の受信だけで測位が行えるといった簡便さがなくなる。測定されるレンジは実レンジであるから、測位計算上は以下に述べる同期型測位方式と同等である。

同期型測位方式とは、測距電波を送信する測距基準点とこれを受信する観測点との時刻が同期している、即ち、2点間のクロックオフセット値が既知であることを条件として、測距電波の片道伝播時間より求められた実レンジを用いる測位方式である。従って、クロックオフセットの推定は不要となり、(2.3)式は、

$$N \geq 3 - G \quad (2.4)$$

に書き換えられる。

以上の測距電波の受信数に関する条件を満たせば、確定的測位方式では受信測距電波の中から測位性能が最良となる測距電波^aを(2.3)式の等号が成立する数だけ選択する。ただし、観測点と測距電波源を結ぶ方向の単位ベクトル m_i の頂点が重なったり、4つの頂点がすべて同一円周上にくるような場合、測位解は得られない。また、使用可能なすべての測定レンジの偏差と測位ベクトル^bの偏差とを関係付ける回帰モデルを構成すれば、最小自乗推定に基づいて最適な測位解を求めることができる。これにより、測定レンジ誤差の統計的性質が既知であれば測距電波を取捨選択する必要がないため、計算処理が単純化されるだけでなく、測位精度も確定法の場合よりも向上する。

2.2 測定データと測位ベクトルとの基本関係式

測位アルゴリズムは、測距データ、高度データ、同期データ等の測定データの偏差^cと移動局位置ベクトルの偏差^dとの関係式を合成して構成することができる。

移動局と i 番衛星を結ぶ方向の方向余弦ベクトル m_i は、衛星位置ベクトル L_i と移動局位置ベクトル r の最新の計算値 r_0 を用いて、

$$m_i = (L_i - r_0) / |L_i - r_0| \quad (2.5)$$

により計算される。

移動局位置ベクトルの偏差 δr と測定データの偏差ベクトル δz の成分 δz_i との関係は、同期型及び非同期型のそれぞれの測位アルゴリズムに対して、以下のように求められる。

まず、同期型測位では、測定されるレンジは実レンジである。従って、 δz_i は実レンジの測定値 p_i とその計算値 $|L_i - r_0|$ との差より求められ、次式が得られる。

$$\delta z_i = p_i - |L_i - r_0| \quad (2.6)$$

次に、位置ベクトル偏差 δr を

$$r_0 = r + \delta r \quad (2.7)$$

^a すべての電波の測距誤差が統計的に同一とみなされる場合、2.8項で定義されるPDOP、HDOPなど該当するDOP（測位劣化指数）が最小となる衛星の組み合わせを選択するのが一般的である。

^b 観測点の位置ベクトルとレンジ偏位を合成した4次元以上のベクトルを測位ベクトルと呼ぶことにする。

^c 例えば測距データの場合、レンジ測定値と最新の測位ベクトルから求められるレンジ計算値との差。

^d 移動局位置ベクトルの最新の計算値と実際値との差。測位アルゴリズムはこの位置ベクトル偏差及びレンジ偏位偏差と測定データ偏差との線形関係として表される回帰モデルから求められる。

と定義して、 $\delta \mathbf{r}$ と δZ_i との関係式を求める。

いま、便宜上、

$$F_i(\mathbf{r}_0) = (L_i - r_0)^2 - p_i^2 \quad (2.8)$$

なる関数を定義すれば、

$$F_i(\mathbf{r}) = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} F_i(\mathbf{r}_0) &\doteq 2p_i \times \{|L_i - r_0| - p_i\} \\ &= -2p_i \delta Z_i \end{aligned} \quad (2.10)$$

なる関係が成立することは明かである。また、(2.9)式を適用すれば、

$$\begin{aligned} F_i(\mathbf{r}_0) &= \{(L_i - \mathbf{r})^2 - p_i^2\} - 2(L_i - \mathbf{r}) \cdot \delta \mathbf{r} + \delta \mathbf{r}^2 \\ &= -2(L_i - \mathbf{r}) \cdot \delta \mathbf{r} + \delta \mathbf{r}^2 \\ &\doteq -2(L_i - r_0) \cdot \delta \mathbf{r} \end{aligned} \quad (2.11)$$

となる。従って、(2.10)式と(2.11)式より、 $\delta \mathbf{r}$ と δZ_i の基本的な関係、

$$\delta Z_i = m_i \cdot \delta \mathbf{r} \quad (2.12)$$

が近似的に求められる。

非同期型測位の場合、測定されるレンジは擬似レンジであり、測距基準点・観測点間のクロックオフセットによるレンジ偏位が含まれる。

いま、M 個の同期測距基準群があり、j 番同期測距基準群のレンジ偏位を q_j 、その偏差を δq_j とし、測位ベクトル $\delta \mathbf{x}$ を (3+M)次元ベクトル

$$\delta \mathbf{x} = (\delta \mathbf{r}^T \ \delta q_1 \cdots \delta q_M)^T \quad (2.13)$$

に拡張する。

次に、i 番衛星の測定データ偏差 δZ_i は、実際の擬似レンジ s_i と計算で求められる擬似レンジとの差によって表わされるから、i 番衛星のクロックオフセットが j 番同期測距基準群に属しているものとすれば、

$$\delta Z_i = (s_i + q_{j0}) - |L_i - r_0| \quad (2.14)$$

が成立する。また、位置ベクトル偏差 $\delta \mathbf{r}$ の定義と同様に、実際のレンジ偏位 q_j は最新の計算レンジ偏位 q_{j0} とレンジ偏位の偏差 δq_j との差である、即ち、

$$q_{j0} = q_j + \delta q_j \quad (2.15)$$

と定義できるから、実レンジと擬似レンジの関係式

$$p_i = s_i + q_j \quad (2.16)$$

を用いて、

$$\begin{aligned} \delta Z_i &= s_i + \{(p_i - s_i) + \delta q_j\} - |L_i - r_0| \\ &= (p_i - |L_i - r_0|) + \delta q_j \\ &= \mathbf{m}_i \cdot \delta \mathbf{r} + \delta q_j \\ &= (\mathbf{m}_i^T \mathbf{u}_j)^T \cdot \delta \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.17)$$

なる関係式に書き換えられる。ただし、 \mathbf{u}_j は j 番目の成分のみが 1、それ以外の成分は 0 の M 次元単位ベクトルである。

地図情報や高度計等により移動局の地球楕円体に対する高度 h が定まる場合は、

$$p_x = (N + h) \left[1 - \left(2 - \frac{e^2}{1 + h/N} \right) \frac{e^2 \sin^2 \psi}{1 + h/N} \right]^{1/2}, \quad N = \frac{r_e}{(1 - e^2 \sin^2 \psi)^{1/2}} \quad (2.18)$$

により観測点・地心間レンジ p_x が求められる。ただし、 ψ は観測点の緯度、 r_e 及び e は楕円体の長径及び離心率である。従って、実レンジの測定値 p_x と計算値 $|r_0|$ との差

$$\delta Z_x = p_x - |r_0| \quad (2.19)$$

が求められるから、便宜上、 $\mathbf{0}_M$ を M 次元零ベクトルとすれば、

$$\begin{aligned} \delta Z_x &= \mathbf{m}_x \cdot \delta \mathbf{r} \\ &= (\mathbf{m}_x^T \mathbf{0}_M^T)^T \cdot \delta \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.20)$$

であり、(2.17)式と同様に、 δZ_x は測位ベクトル $\delta \mathbf{x}$ と $(\mathbf{m}_i^T \mathbf{0}_M^T)^T$ の内積によって表される。ただし、ベクトル \mathbf{m}_x は移動局と地心を結ぶ方向の単位ベクトルであり、

$$\mathbf{m}_x = -\mathbf{r}_0 / |\mathbf{r}_0| \quad (2.21)$$

で与えられる。

通信によるクロックの同期化、他の航法装置の併用、位置の既知なる基準座標点との位置関係の入力等により、測位ベクトルの成分（以下、測位較正データと言う）が得られる場合は、最小自乗法を適用して、測位データを最適に更新するアルゴリズムを構成することができる。以下、最小自乗測位において適用される基本関係式を求める。

簡便のため、(2.12)式で表される単位ベクトル \mathbf{m}_i 及び $\delta \mathbf{r}$ が観測点（移動局）位置での鉛直方向（x）、東西方向（y）及び北南方向（z）を 3 軸とする局地水平座標系で表現すれば^a、測位較正データと観測点の最新の位置データとの偏差ベクトル $\delta \mathbf{r}_c$ は、

$$\delta \mathbf{r}_c = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_{xm} \\ \delta \mathbf{r}_{ym} \\ \delta \mathbf{r}_{zm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \mathbf{0}_M^T \\ 0 & 1 & 0 & \mathbf{0}_M^T \\ 0 & 0 & 1 & \mathbf{0}_M^T \end{bmatrix} \delta \mathbf{x} \quad (2.22)$$

なる関係式で表される^b。ただし、 $\delta \mathbf{r}_{ym}$ 及び $\delta \mathbf{r}_{zm}$ は水平面内の位置偏差であり、 $\delta \mathbf{r}_{xm}$ は (2.19)式と、

$$\delta \mathbf{r}_{xm} = -\delta Z_x \quad (2.23)$$

なる関係にある鉛直方向の位置偏差である。

j 番目のグループに属する第 i 番測距電波源と移動局との間のレンジ偏位またはクロックオフセットが測定される場合、測定レンジ偏位を q_{mj} 、最新の計算レンジ偏位を q_{j0} とすれば、レンジ偏位の偏差 δq_{mj} は以下の式で表される。

$$\begin{aligned} \delta q_{mj} &= q_{mj} - q_{j0} \\ &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{u}_j^T)^T \cdot \delta \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.24)$$

上記の(2.17)式、(2.20)式、(2.24)式等を用いて回帰モデルを構成すれば、2.4 項、3.1 項等へ示す 2 次元/3 次元或いは同期型/非同期型の測位アルゴリズムが求められる。

^a (2.17)式及び(2.20)式に現れるベクトル \mathbf{m}_i 及び \mathbf{m}_x を、測位ベクトルを記述したい座標系と同一の座標系で記述すれば、後述される測位ベクトル偏差 $\delta \mathbf{x}$ や DOP も同一の座標系で表される。

^b (2.22)式の関係式は、観測値がない場合でも重み付け最小自乗測位アルゴリズムを構成する回帰モデルとして適用することができる。例えば、測位更新毎の移動局の予測不可な移動量が小さい場合、3.1 項の測位アルゴリズムに含まれる測位較正データ $\delta \mathbf{r}_c$ を零に設定することにより、測位ベクトルの推定誤差は減衰する。

2.3 衛星選択による確定的測位（確定法）の成立条件

最少必要数の測距電波源を選択して観測点の位置を確定する測位計算では、必要な測距データ数は測位ベクトル \mathbf{x} の次数に等しい。即ち、3次元同期型測位では3つの、3次元非同期型測位では4つ以上の測距データが必要である。しかし、(2.12)式または(2.17)式の組み合わせによって得られる連立方程式が有意な解を有するには、移動局・測距電波源間の方向余弦ベクトル \mathbf{m}_i には、以下に示すような条件が成立しなければならない。

まず、同期型測位では、

$$V_{ijk} = \mathbf{m}_i \cdot (\mathbf{m}_j \times \mathbf{m}_k) \quad (2.25)$$

なる関数を定義すれば、

$$V_{ijk} \neq 0 \quad (2.26)$$

なる関係の成立する少なくとも3つの異なったベクトル \mathbf{m}_i が存在しなければ、測位は不能となる。言い換えれば、すべての方向余弦ベクトル \mathbf{m}_i が同一平面上に横たわることがなければ、有意な測位解が得られることになる。

つぎに、非同期測位では、共通のレンジ偏位を持つ2つの測距電波源の方向余弦ベクトル \mathbf{m}_i 及び \mathbf{m}_j に対しては、

$$\mathbf{n}_{ij} = \mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j \quad (i \neq j) \quad (2.27)$$

なるベクトルを定義すれば、 $\mathbf{n}_{ij} \neq \mathbf{n}_{kl}$ 、 $\mathbf{n}_{ij} \neq \mathbf{n}_{qr}$ 、 $\mathbf{n}_{kl} \neq \mathbf{n}_{qr}$ に対して、

$$W = \mathbf{n}_{ij} \cdot (\mathbf{n}_{kl} \times \mathbf{n}_{qr}) \neq 0 \quad (2.28)$$

なる少なくとも3つのベクトル \mathbf{n}_{ij} が存在しなければならないことがわかる。従って、(2.27)式を(2.28)式に代入すれば、測位解を有するための必要条件は以下になる。

$$W = V_{ikq} - V_{ikr} - V_{ilq} + V_{ilr} - V_{jkq} + V_{jkr} + V_{jlq} - V_{jlr} \neq 0 \quad (2.29)$$

簡単な例として、同一のレンジ偏位を持つ4つの測距電波源を対象とし、 $i=1$ 、 $j=4$ 、 $k=2$ 、 $l=3$ 、 $q=3$ 、 $r=1$ とすれば、 $V_{121} = V_{133} = V_{131} = V_{433} = 0$ であるから、

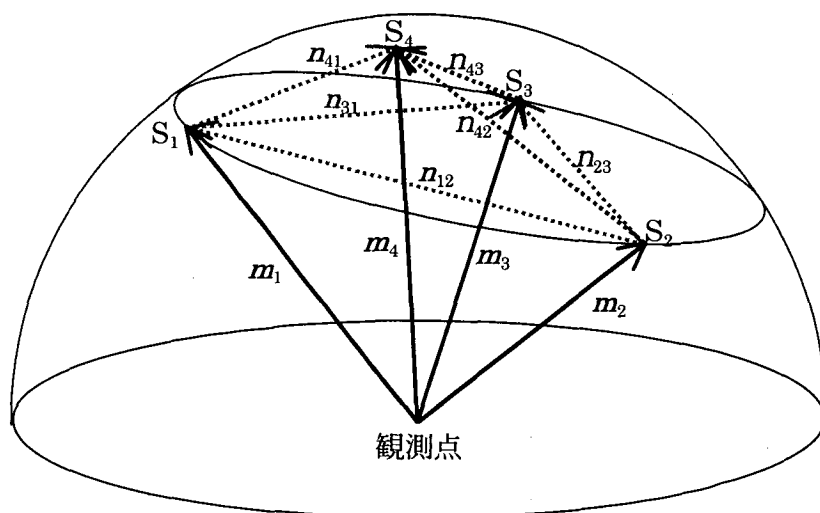
$$W = V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412} \neq 0 \quad (2.30)$$

であり、 W は4つの単位ベクトル m_i の先端を頂点とする四面体の体積と関係する。この衛星配置に関わる幾何学的パラメータが測位精度を左右する^aことが2.5項で示される。

第2.1図に4基の衛星の幾何学的な配置関係を示す。これによれば、 V_{ijk} の絶対値は3つの単位ベクトル m_i 、 m_j 及び m_k によって構成される四面体の6倍の体積に相当する。従って、(2.30)式から W の絶対値は4つの単位ベクトルの頂点によって構成される四面体の6倍の体積であることわかる。これは(2.28)式から直接に求められる関係でもある。

(2.30)式を幾何学的に解釈すれば、まず、 V_{123} の値は3つの単位ベクトルの成す広がり角によって決まる。従って同期型測位で解が得られないのは3つの単位ベクトルのどれか1つが他の単位ベクトルの1つと重なるか、3つのベクトルが同一平面上に横たわる場合である。しかし、非同期型に関わる W の値は、4つのベクトルが十分に離れていても、頂点 S_1 、 S_2 、 S_3 及び S_4 が同一平面上にくる場合は零になる。このような性質のために、同期型測位と非同期型測位は衛星配置に対してそれぞれ長所短所を持つ^b。

また、確定法においては、どの衛星が選択されるかによって測位精度が変わる。これは選択された衛星によって W 及び V_{123} が大きく変わるからである。後述するように、これらの関数は測位誤差を測距誤差で割った値である測位劣化指数 (Dilutions of Precision、DOP) に概ね反比例する値である。従って実際の測位計算では、良好な測距データが取得された衛星のうちから、DOPが最小となる衛星組み合わせを選択する必要がある。



第2.1図 衛星配置の幾何学的表現

^a例えば、観測点から天空を見て、可視衛星が全て同心円上にくる（体積を成さない）と測位不能となる。

^b2.8項で考察するように、非同期型測位では衛星1基が天頂近傍、他の衛星3基は低仰角にある場合に良好な測位精度が得られるが、衛星4基とも限られた視野内に集中する場合は測位精度が著しく低下する。しかし、同期型測位では3基の衛星が限られた視野内に集中しても、比較的良好な測位精度を維持する。

2.4 測位アルゴリズムの構成

確定的測位では、使用する測定データに応じて、前項で導いた(2.17)式、(2.20)式、(2.22)式及び(2.24)式を適用し、測位ベクトル偏差 $\delta \mathbf{x}$ と測定データ偏差 δZ_i 等とを関係付ける連立方程式を構成することにより測位アルゴリズムが導かれる。測定データが測位ベクトルの次数以上に存在する場合は、最小自乗法により測位解を得ることができる。確定的測位解は最小自乗測位解の特殊解であるから、まず、重み付け最小自乗法による汎用的な測位アルゴリズムを導き、次に、重み係数の特定により確定的測位アルゴリズムを求める。

重み付け最小自乗法では、測位ベクトル偏差 $\delta \mathbf{x}$ と測定データ偏差 $\delta \mathbf{z}$ との関係は、

$$\delta \mathbf{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \delta \mathbf{z} \quad (2.31)$$

$$\delta \mathbf{z} = (\delta Z_1 \ \delta Z_2 \ \cdots \ \delta Z_N \ \delta r_{xm} \ \delta r_{ym} \ \delta r_{zm} \ \delta q_{m1} \ \cdots \ \delta q_{mM})^T \quad (2.32)$$

によって与えられる。ただし、 \mathbf{H} は(2.17)式、(2.20)式、(2.22)式及び(2.24)式の係数ベクトル、例えば $(\mathbf{m}_i^T \ \mathbf{u}_j^T)^T$ 等を用いて構成される行列（以下、観測行列と呼ぶ）であり、 \mathbf{R} は重み係数行列である。

簡便のため同期測距基準群を1つとし、測位較正データとして高度データのみを考慮するものとすれば、 N 個の測距データを用いた観測行列 \mathbf{H} 及び測定データ $\delta \mathbf{z}$ は、

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 & \mathbf{m}_2 & \cdots & \mathbf{m}_N & \mathbf{m}_x & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.33)$$

$$\delta \mathbf{z} = (\delta Z_1 \ \delta Z_2 \ \cdots \ \delta Z_N \ \delta Z_x \ \delta q_m)^T \quad (2.34)$$

である。ただし、 $\mathbf{0}$ は3次元零ベクトル、行列 \mathbf{R} はそれぞれの測定データ誤差の標準偏差によって定められ、

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \kappa_1^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_2^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \kappa_N^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \kappa_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \kappa_c^2 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

である。従って、測位ベクトル偏差と測定データ偏差との関係は簡潔な線形方程式で表す

ことができるが、逆行列演算を含むため、(2.31)式から簡便な関係式を求めることは困難である。

まず、3次元非同期型の確定的測位アルゴリズムを求める。この場合、 $N=4$ とし、(2.35)式の κ_x 及び κ_c を無限大とすればよいから、(2.31)式、(2.33)及び(2.34)式は

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{H}^{-1} \delta \mathbf{z} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.37)$$

$$\delta \mathbf{z} = (\delta Z_1 \ \delta Z_2 \ \delta Z_3 \ \delta Z_4)^T \quad (2.38)$$

となり、確定法では重み係数に無関係な測位解となるという当然の結果が得られる。

2次元非同期型測位では、 $N=3$ 、 κ_c を無限大とすればよいから、(2.37)式及び(2.38)式は、

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_x \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.39)$$

$$\delta \mathbf{z} = (\delta Z_1 \ \delta Z_2 \ \delta Z_3 \ \delta Z_x)^T \quad (2.40)$$

に書き換えられる。

次に、確定法の同期型測位の場合を検討する。まず、3次元測位では、 $N=3$ 、 κ_x を無限大とすればよいから、

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.41)$$

$$\delta \mathbf{z} = (\delta Z_1 \ \delta Z_2 \ \delta Z_3 \ \delta \rho_m)^T \quad (2.42)$$

となる。確定法では、この場合も重み係数に無関係な測位アルゴリズムとなる。

同様に、2次元同期型測位では $N=2$ であり、

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_x & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.43)$$

$$\delta \mathbf{z} = (\delta Z_1 \ \delta Z_2 \ \delta Z_x \ \delta \rho_m)^T \quad (2.44)$$

となる。

以上、各種の確定的測位アルゴリズムは、(2.31)式及び(2.32)式を測位条件に合わせて変形することによって求められる。また、重み係数は測位アルゴリズムに無関係になる。

確定法の同期型測位では、観測行列 H を分解することにより、3行3列の観測行列 M の測位アルゴリズムに変形することができる。いま、 I を3行3列の単位行列とし、

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 \end{bmatrix}^T \quad (2.45)$$

と置けば、3次元同期型の測位解 δr は(2.36)式を変形することにより求められ、

$$\delta r = M^{-1}(\delta z - \delta \rho_m I) \quad (2.46)$$

となる。また、2次元同期型の測位解は(2.46)式の M を

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_x \end{bmatrix}^T \quad (2.47)$$

に書き換えることにより得られる。

2.5 単一の同期測距基準群を有する確定法の測位解

前項で導いた測位アルゴリズムの基本関係式によれば、解析的な測位解は観測行列 H 或いは M の逆行列を解析的に求めることによって得られる。以下に、

$$\delta x = H^{-1} \delta z \quad (2.48)$$

$$\delta r = M^{-1}(\delta z - \delta \rho_m I) \quad (2.49)$$

なる形式によって表わされる同期型及び非同期型の測位アルゴリズムの解析解^aを示す。ただし、測定レンジはすべて擬似レンジ測定値 s_i として取り扱い、同期型測位では実レンジ測定値 p_i を次式により算出するものとする。

$$p_i = s_i + \rho_m \quad (2.50)$$

高度情報を利用する2次元測位アルゴリズムでは、測距データの1つを p_x 、対応する m_1 及び L_1 を m_x 及び3次元零ベクトル 0 に置き換えることによって求められる。これは、仮想的な衛星が地心にあつて、実レンジが測定できることと同義である。

^a 観測行列 H の逆行列の計算はやや手間がかかるが、通常の解析手法を用いて計算することができる。

《3次元非同期型測位解》^a

$$H^{-1} = \begin{bmatrix} m_1^T & 1 \\ m_2^T & 1 \\ m_3^T & 1 \\ m_4^T & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{n_{41} \cdot (n_{12} \times n_{31})} \begin{bmatrix} (n_{24} \times n_{34})^T & -V_{423} \\ (n_{34} \times n_{14})^T & -V_{431} \\ (n_{14} \times n_{24})^T & -V_{412} \\ (n_{12} \times n_{31})^T & V_{123} \end{bmatrix}^T \quad (2.51)$$

$$\delta z = \begin{bmatrix} (s_1 + q_0) - |L_1 - r_0| \\ (s_2 + q_0) - |L_2 - r_0| \\ (s_3 + q_0) - |L_3 - r_0| \\ (s_4 + q_0) - |L_4 - r_0| \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$n_{ij} = m_i - m_j \quad (i, j=1, 2, 3, 4) \quad (2.53)$$

$$n_{41} \cdot (n_{12} \times n_{31}) = V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412} \quad (2.54)$$

$$V_{ijk} = m_i \cdot (m_j \times m_k) \quad (i, j, k=1, 2, 3, 4) \quad (2.55)$$

《2次元非同期型測位解》

$$H^{-1} = \begin{bmatrix} m_1^T & 1 \\ m_2^T & 1 \\ m_3^T & 1 \\ m_x^T & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{m_x \cdot (n_{12} \times n_{31})} \begin{bmatrix} (m_x \times n_{23})^T & -V_{x23} \\ (m_x \times n_{31})^T & -V_{x31} \\ (m_x \times n_{12})^T & -V_{x12} \\ (n_{12} \times n_{31})^T & V_{123} \end{bmatrix}^T \quad (2.56)$$

$$\delta z = \begin{bmatrix} (s_1 + q_0) - |L_1 - r_0| \\ (s_2 + q_0) - |L_2 - r_0| \\ (s_3 + q_0) - |L_3 - r_0| \\ p_x - |r_0| \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$$m_x \cdot (n_{12} \times n_{31}) = -V_{x23} - V_{x31} - V_{x12} \quad (2.58)$$

$$V_{ijk} = m_i \cdot (m_j \times m_k) \quad (i, j, k=1, 2, 3, x) \quad (2.59)$$

《3次元同期型測位解》

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ m_3^T \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{m_3 \cdot (m_1 \times m_2)} \begin{bmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{bmatrix}^T \quad (2.60)$$

$$\delta z = \begin{bmatrix} p_1 - |L_1 - r_0| \\ p_2 - |L_2 - r_0| \\ p_3 - |L_3 - r_0| \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

^a r_0 及び q_0 はそれぞれ位置ベクトル及びレンジ偏位の最新（1ステップ前）の計算値である。

《2次元同期型測位解》

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ m_x^T \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{m_x \cdot (m_1 \times m_2)} \begin{bmatrix} (m_2 \times m_x)^T \\ (m_x \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{bmatrix}^T \quad (2.62)$$

$$\delta z = \begin{bmatrix} p_1 - |L_1 - r_0| \\ p_2 - |L_2 - r_0| \\ p_x - |r_0| \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

2.6 複数の同期測距基準群を有する確定法の測位解

測位システムの測位精度と信頼性を高めるために、複数の異なった測位衛星群を測距電波源として併用することが考えられる。この場合、通常、測距電波源は複数の異なった時刻基準を持つ複数の衛星群によって構成される。以下では、複数のレンジ偏位（クロックオフセット）を推定する測位アルゴリズムについて検討する。

推定すべきレンジ偏位数が増加すると観測行列 H の次数が増加するため、その逆行列を解析的に算出することは困難になる。従って、解析的（代数的）な測位解を求めるには、下記に示すようにレンジ偏位を測位アルゴリズムから消去しておくのが便利である。

いま、最も簡単な例として2個の同期測距基準群を使用するものとし、各基準群のレンジ偏位 q_1 及び q_2 を推定する場合を考える。また、確定法による3次元非同期型測位を検討例として、測位解を導出するものとする。具体的な例として、第1の同期測距基準群に属する電波を3個、第2の同期測距基準群に属する電波を2個とすれば、

$$\delta z = \begin{bmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ m_3^T \\ m_4^T \\ m_5^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta r \\ \delta q_1 \\ \delta q_2 \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

$$\delta z = \begin{bmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ \delta Z_3 \\ \delta Z_4 \\ \delta Z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (s_1 + q_{10}) - |L_1 - r_0| \\ (s_2 + q_{10}) - |L_2 - r_0| \\ (s_3 + q_{10}) - |L_3 - r_0| \\ (s_4 + q_{20}) - |L_4 - r_0| \\ (s_5 + q_{20}) - |L_5 - r_0| \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

なる2つの基本関係式が得られる。ただし、 q_{10} 及び q_{20} は各基準群のレンジ偏位 q_1 及

び q_2 の最新の計算値である。

ここで、(2.64)式の 1 行目と 3 行目、2 行目と 3 行目、4 行目と 5 行目との差を求め、基本関係式を再構成すれば、 δq_1 、 δq_2 が消去されて、

$$\begin{bmatrix} n_{13} \\ n_{23} \\ n_{45} \end{bmatrix} \delta \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \delta Z_1 - \delta Z_3 \\ \delta Z_2 - \delta Z_3 \\ \delta Z_4 - \delta Z_5 \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

となるから、(2.60)式の形式を参考にすれば、

$$\delta \mathbf{r} = \frac{1}{n_{13} \cdot (n_{23} \times n_{45})} \begin{bmatrix} (n_{23} \times n_{45})^T \\ (n_{45} \times n_{13})^T \\ (n_{13} \times n_{23})^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta Z_1 - \delta Z_3 \\ \delta Z_2 - \delta Z_3 \\ \delta Z_4 - \delta Z_5 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

となる。また、 $\delta \mathbf{r}$ が求められると、(2.17)式より

$$\delta q_1 = \delta Z_1 - m_1 \cdot \delta \mathbf{r} \quad (2.68)$$

$$\delta q_2 = \delta Z_4 - m_4 \cdot \delta \mathbf{r} \quad (2.69)$$

が求められ、位置ベクトル及び2つのレンジ偏位の測位解が得られる。このように基本関係式からレンジ偏位を消去することにより、非同期型測位は同期型測位と同型のアルゴリズムに変形することができる。そして、測位精度の性質は単位ベクトル m_i ではなく、ベクトル n_{ij} ($= m_i - m_j$) の幾何学的構成に左右されることが示されている。

2.7 確定法における同期型測位と非同期型測位との関連性

前項の解析によれば、確定法の非同期型測位アルゴリズムは、測定レンジ差^aを測定データとして使用する同期型測位アルゴリズムとレンジ偏位の更新式とに分解することができる^b。この変換は逆行列の算出を簡単にし、測位誤差の解析的表現を容易にするために有効であると同時に、同期型及び非同期型の両測位方式の関連性を示すものである。

測位アルゴリズムの観点からすれば、同期型測位は非同期型測位の特殊なケースである。このことは、第3章で考察する測位アルゴリズムの統合化において、レンジデータ、高度データ、同期データ等の測定誤差と測位方式との関係を解析的に評価する上での要点

^a 測定レンジ差は、複数の測距電波の到達時間差に光速を乗じて求められる。実際はこの偏差を計算処理して測位ベクトル偏差を算出する。GPS 受信機の測定値はこのレンジ差である。

^b 例えば、(2.48)式、(2.51)式及び(2.52)式で表わされる非同期型測位アルゴリズムが、(2.67)式の同期型測位アルゴリズムと(2.68)式及び(2.69)式のレンジ偏位更新アルゴリズムによって置き換えられることを指す。

となる。

2.5 項の解析結果によれば、3次元の非同期型測位アルゴリズムは、

$$\delta \mathbf{x} = \frac{1}{\mathbf{n}_{41} \cdot (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31})} \begin{bmatrix} (\mathbf{n}_{24} \times \mathbf{n}_{34})^T & -V_{423} \\ (\mathbf{n}_{34} \times \mathbf{n}_{14})^T & -V_{431} \\ (\mathbf{n}_{14} \times \mathbf{n}_{24})^T & -V_{412} \\ (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31})^T & V_{123} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (s_1 + q_0) - |\mathbf{L}_1 - \mathbf{r}_0| \\ (s_2 + q_0) - |\mathbf{L}_2 - \mathbf{r}_0| \\ (s_3 + q_0) - |\mathbf{L}_3 - \mathbf{r}_0| \\ (s_4 + q_0) - |\mathbf{L}_4 - \mathbf{r}_0| \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

で表わされる。

いま、上式の第4番衛星が観測点と同じ位置にあると考えれば、 $p_4=0$ 、 $\mathbf{L}_4=\mathbf{r}_0$ 、 $\mathbf{m}_4 = \mathbf{0}$ と考えるのが妥当である。従って、測定レンジ偏位 q_m は(2.16)式より、

$$s_4 = -q_m \quad (2.71)$$

となるから、(2.70)式の測定データ偏差ベクトルの第4行は、

$$\begin{aligned} \delta Z_4 &= (s_4 + q_0) - |\mathbf{L}_4 - \mathbf{r}_0| \\ &= -q_m + q_0 \end{aligned} \quad (2.72)$$

となる。さらに、 \mathbf{m}_4 は零ベクトルであるから、(2.70)式の行列内の各成分に対して、

$$\mathbf{n}_{i4} \times \mathbf{n}_{j4} = \mathbf{m}_i \times \mathbf{m}_j \quad (2.73)$$

$$V_{ij4} = 0 \quad (2.74)$$

が成立する。従って、(2.70)式は

$$\delta \mathbf{x} = \frac{1}{V_{123}} \begin{bmatrix} (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3)^T & 0 \\ (\mathbf{m}_3 \times \mathbf{m}_1)^T & 0 \\ (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)^T & 0 \\ (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31})^T & V_{123} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (s_1 + q_0) - |\mathbf{L}_1 - \mathbf{r}_0| \\ (s_2 + q_0) - |\mathbf{L}_2 - \mathbf{r}_0| \\ (s_3 + q_0) - |\mathbf{L}_3 - \mathbf{r}_0| \\ (-q_m + q_0) \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

となる。そして、(2.75)式を $\delta \mathbf{r}$ 及び δq に関して分解すれば、

$$\delta \mathbf{r} = \frac{1}{V_{123}} \begin{bmatrix} (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3)^T \\ (\mathbf{m}_3 \times \mathbf{m}_1)^T \\ (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (s_1 + q_0) - |\mathbf{L}_1 - \mathbf{r}_0| \\ (s_2 + q_0) - |\mathbf{L}_2 - \mathbf{r}_0| \\ (s_3 + q_0) - |\mathbf{L}_3 - \mathbf{r}_0| \end{bmatrix} + \frac{1}{V_{123}} (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31}) (-q_m + q_0)$$

$$= \frac{1}{V_{123}} \begin{bmatrix} (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3)^T \\ (\mathbf{m}_3 \times \mathbf{m}_1)^T \\ (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (s_1 + q_m) - |\mathbf{L}_1 - \mathbf{r}_0| \\ (s_2 + q_m) - |\mathbf{L}_2 - \mathbf{r}_0| \\ (s_3 + q_m) - |\mathbf{L}_3 - \mathbf{r}_0| \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

$$\delta q = -q_m + q_0 \quad (2.77)$$

なる関係式が得られる^a。ここで、(2.76)式の右辺に含まれる $s_i + q_m$ は(2.16)式により実レンジと定義されており、(2.15)式に(2.77)式を代入すれば最新のレンジ偏位 q_0 が q_m に更新される。従って、(2.76)式及び(2.77)式は同期型測位アルゴリズムと同等になる。

以上の解析より、同期データを使用して同期型測位を行うことは、観測点の位置に重なって存在する衛星を仮想的な測距基準点として追加し、非同期型測位を行うことと同義である。このため、レンジ偏位の推定精度が衛星配置条件の影響を受けやすい等の非同期型測位特有の問題を緩和できることがわかる。

2.8 確定法における測位精度の解析的表現

衛星測位精度は DOP (Dilutions of Precision、測位劣化指数とも呼ぶ)^b によって表わされるのが一般的であるが、DOP は観測行列の逆行列を計算して求められるものであるため、通常、衛星配置や測定データ誤差と DOP との一般的な関係を示す代数式を求めることは困難である。測位システムの設計解析上の手段として、測位精度に関する見通しのよい有意な関係式を得るためには、一般性を犠牲にしても典型的な衛星配置条件を反映した解析を行う必要がある。例えば、第 2.1 図の平面 $S_1 S_2 S_3$ を基準とする座標系に対して DOP を定義し、高度誤差をこの平面に直角方向の誤差とみなすこと等により、各種 DOP が平易な関数で表現できる。最小自乗測位の DOP についても、衛星配置の均一性を仮定すれば近似的な関係式が求められる。これらにより衛星配置条件や測位方式と測位精度との関係を定量的に把握できるため、測位システムの基本設計に対し有意な指針が得られる。

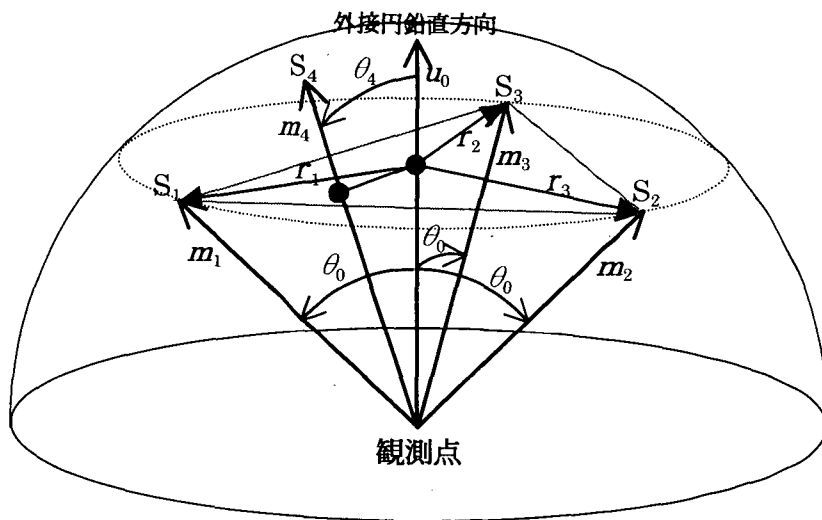
まず、第 2.2 図のように、第 1 から第 4 の測距衛星の観測点から見た方向の単位ベクトルを \mathbf{m}_1 、 \mathbf{m}_2 、 \mathbf{m}_3 及び \mathbf{m}_4 とする。また、単位ベクトルの先端 S_1 、 S_2 、 S_3 を頂点とする三角形の中心と観測点を結ぶ方向の単位ベクトルを \mathbf{u}_0 とする。簡便のため、このベクトルがほぼ鉛直方向と一致するもの^c とすれば、第 4 番衛星以外の 3 基の衛星は同一の仰角 ($90^\circ - \theta_0$) を持つことになり、測位精度を一般的な表現法である $VDOP$ (鉛直方向測位劣化指数)、 $HDOP$ (水平方向測位劣化指数) 及び $TDOP$ (レンジ偏位劣化指数) は

^a (2.76)式は $\mathbf{n}_{ij} = \mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j$ を代入して整理することにより容易に求められる。

^b 測位誤差の標準偏差とレンジ誤差の標準偏差との比。衛星軌道決定誤差、伝播伝播遅延誤差などもレンジ誤差に変換される。これらの自乗和の平方根は有効レンジ誤差と呼ぶことができる。

^c 測位誤差或いは DOP を表す座標軸が局地水平座標系となる。

上記衛星配置条件を前提とすれば、以下の近似的な関係式が得られる。ただし、高度誤差及びレンジ偏位誤差の標準偏差とレンジ測定（測距）誤差の標準偏差との比率を λ 及び μ 、上記3衛星の \mathbf{m}_i と \mathbf{u}_0 との成す角度（ \mathbf{u}_0 が鉛直方向の場合は天頂角）を θ_0 、第4衛星の単位ベクトル \mathbf{m}_4 と \mathbf{u}_0 との成す角度を θ_4 とする。また、2衛星測位となる2次元同期型測位では、2衛星の方位角の差 ϕ を衛星配置のパラメータとして使用する。これらの関係式の導出には、付録Aに示す誤差感度行列を参考にすることができる。



《3次元同期型測位》

$$VDOP = (1/3 + \mu^2)^{1/2} / \cos \theta_0 \quad (2.84)$$

$$HDOP = (4/3)^{1/2} / \sin \theta_0 \quad (2.85)$$

《2次元同期型測位》

$$VDOP = \lambda \quad (2.86)$$

$$HDOP = [2\{\sin \theta_0 \sin \phi\}^2 + \lambda^2 \{\tan \theta_0 \cos(\phi/2)\}^2 + \mu^2 \{\sin \theta_0 \cos(\phi/2)\}^2]^{1/2} \quad (2.87)$$

上記のそれぞれ測位方式に対する DOP の近似式を参考にすれば、各測位方式の測位精度上の特徴を端的に捉えることができる^a。

まず、上記の $VDOP$ を参考にして鉛直方向の測位精度に注目すれば、3次元非同期型測位では、(2.78)式から明らかなように、衛星1基を中心にして他の3基が三ツ矢型に広く分布していなければ、鉛直方向の測位精度は低くなる。この問題は高度データ或いは同期データの利用によって解決できることが(2.81)式および(2.84)式から明らかである。また、(2.78)式と(2.80)式との比較から、レンジ偏位誤差は鉛直位置誤差よりも常に小さく、衛星天頂角（仰角の余角）が減少するに従い鉛直誤差の値に近づくことがわかる。また、(2.84)式によれば、3次元同期型測位における鉛直測位誤差の主な要因は同期データ誤差であり、衛星天頂角が大きくなるに従って増加することがわかる。

次に、レンジ偏位精度に注目すれば、3次元非同期型測位の $TDOP$ は天頂角に関して $VDOP$ と同一の傾向を持つ。しかし2次元非同期型測位では、高度データの精度がレンジ測定精度と同程度であれば、レンジ偏位は高度データと同程度の精度にまで改善される。(2.83)式によれば、 $\lambda = 1$ 、 $\theta_0 \geq 45$ 度のとき、 $TDOP \leq 0.91$ である。

さらに、水平面測位精度に注目すれば、2次元同期型を除き、どの測位方式の場合でも $HDOP$ が同じ関係式で表される。この値は天頂角が大きくなるに従い小さくなるため、水平面近傍にある衛星は水平面測位精度を向上させる役割を果たす。しかし、 $HDOP$ は衛星天頂角が30度になっても80度の場合の約2倍であるから、3次元非同期型測位の $VDOP$ や $TDOP$ のような衛星の集中による著しい測位劣化^bは起こらない。

2次元同期型測位については、配置衛星数が2基となるため、第2.2図のような平均的な衛星配置を想定することができない。従って、他の3方式とは異なった誤差特性を持つ。(2.87)式によれば、高度データ誤差及びレンジ偏位誤差の影響を無視することにより、

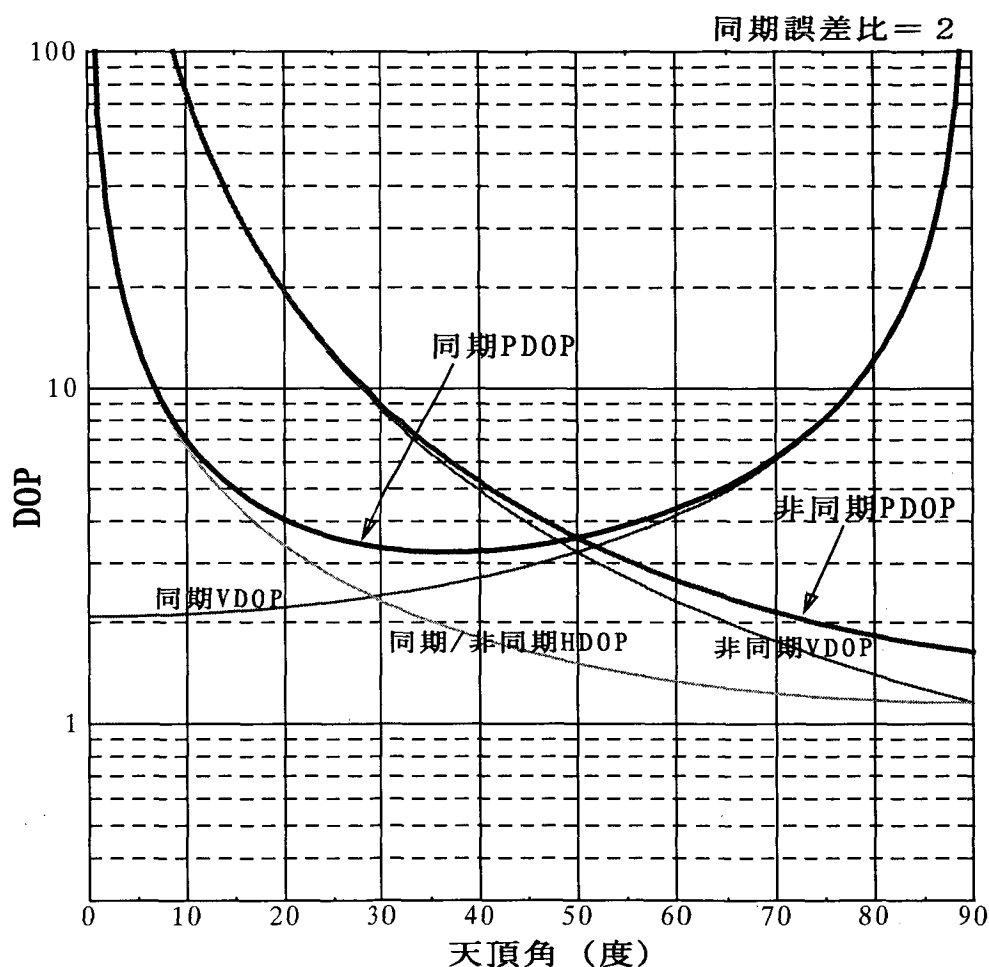
$$HDOP \geq 2^{1/2} / (\sin \theta_0 \sin \phi) \quad (2.88)$$

^a 各測位方式の特徴は次の論文においても論じられている。『山脇功次：最小自乗法に基づく衛星測位の精度解析、日本航空宇宙学会誌、第40巻 第465号、pp.543-552、1992。』

^b (2.78)式によれば、 $\theta_0 = \theta_1$ で $VDOP$ 及び $TDOP$ が発散する。

なる関係が導かれるから、 $HDOP$ は他の測位方式と同様に $\sin\theta_0$ に反比例し、 $\sin\phi$ に反比例する性質がある。従って、他の測位方式の $HDOP$ を下回ることはない。

第 2.3 図は、(2.78)式、(2.79)式、(2.84)式及び(2.85)式を用いて、3次元の非同期型測位及び同期型測位の $PDOP^a$ と衛星天頂角との関係を示したものである。ただし、同期データの誤差比 μ を 2 とした。この解析によれば、衛星仰角が 40 度以下では測位精度上、非同期型測位が有利であるが、仰角 40 度以上では同期型測位の方が測位精度の劣化が少ない。仰角 80 度になっても、同期 $PDOP$ は 7 程度に抑えられているため、同期型測位は視界が制限される市街地運用に有効であると言える。



第2.3図 3次元非同期型/同期型測位のDOP比較

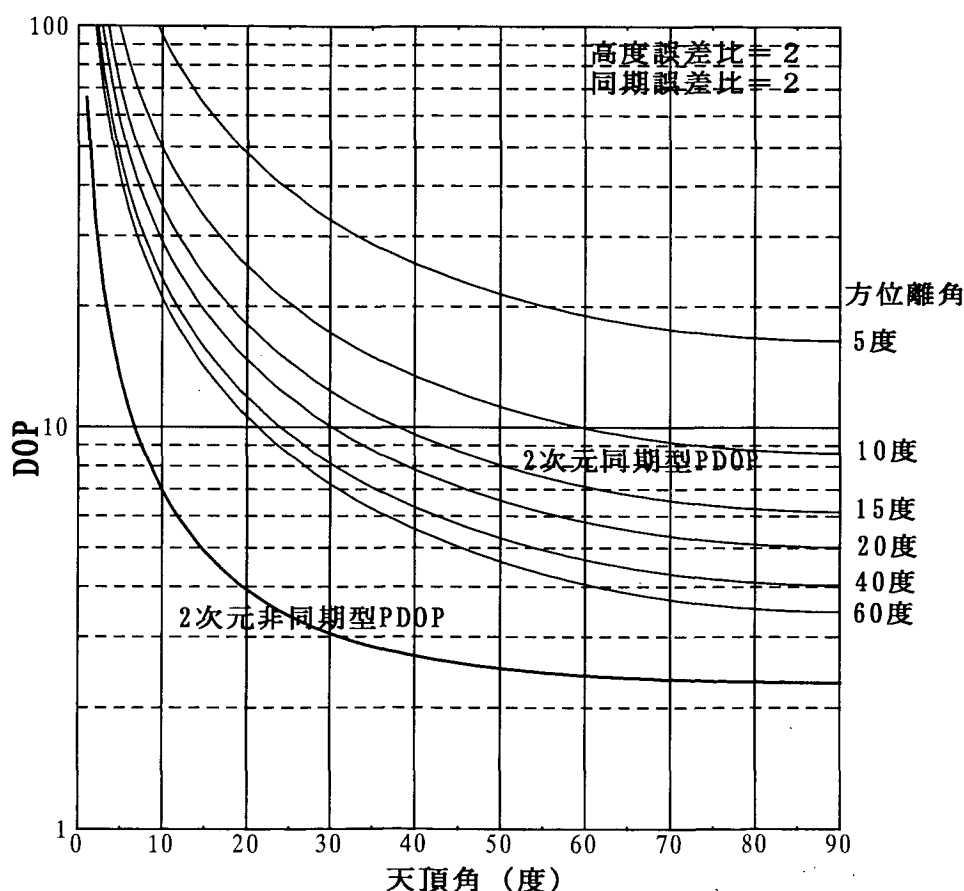
(2.81)式及び(2.83)式が示すように、非同期型測位における高度データの使用は $VDOP$ だけでなく $TDOP$ を低減することに効果がある。例えば2次元非同期測位では、高度データ誤差比を λ とすれば、 $3^{-1/2} < TDOP < (1/3 + \lambda^2)^{1/2}$ である。しかし、3次元非同

^a 3次元位置誤差に関する DOP であり、 $PDOP = (VDOP^2 + HDOP^2)^{1/2}$ より算出される。

期型測位では、衛星天頂角 θ_0 の影響を強く受け、 $\theta_4=0$ の場合で衛星天頂角 θ_0 が30度以下になれば、 $TDOP$ は2次元非同期型の場合の数倍になる。

2次元同期型測位方式は測位精度の面でやや他の測位方式に劣る。しかし、静止衛星2基によって最小規模の衛星測位通信システムを構成できる等、実用性の高い方式である。

第2.4図は、2衛星の方位離角をパラメータとして、(2.86)式及び(2.87)式より求められる $PDOP$ と天頂角と関係を図示したものである。ただし、高度データ誤差比 λ を2とした。比較のため、2次元非同期型測位の $PDOP$ も併記する。この図によれば、2衛星の方位離角30度、天頂角60度の場合で、 $PDOP$ は概ね5である。非同期型と比較すればやや劣るが、十分に実用的な測位システムを構成することができる。



第2.4図 2次元非同期型/同期型測位のDOP比較

2.9 レンジ偏位誤差及び高度データ誤差による測位誤差

前項で求めた測位劣化指数 (DOP) に関する関係式は、GPS のように測距電波源として周回衛星を適用した全地球域衛星測位システムの平均的な測位精度を総合的に評価する上でたいへん便利である。しかし、例えば2、3基の地球同期衛星を用いて最小規模の限

定域測位システムを構成する場合、クロック同期情報や高度情報を活用してクロック同期型測位や2次元測位を行う必要が生じる。この場合、レンジ偏位（クロック同期情報）や高度情報はもはや測位較正のための冗長的なデータではなく、測距データと同等の役割を担う補完的な測定データとなる。例えば、2衛星の測距電波しか受信できない測位システムでは、高度データ、クロック同期データのどれが不足しても測位不能となる。従って、少数の地球同期衛星を用いた測位システムの構築においては、クロック同期誤差に起因するレンジ偏位誤差と測位誤差の関係、高度データ誤差と測位誤差の関係、衛星配置条件と測位精度の関係等を解析的に評価できる手法を確立しておく必要がある。

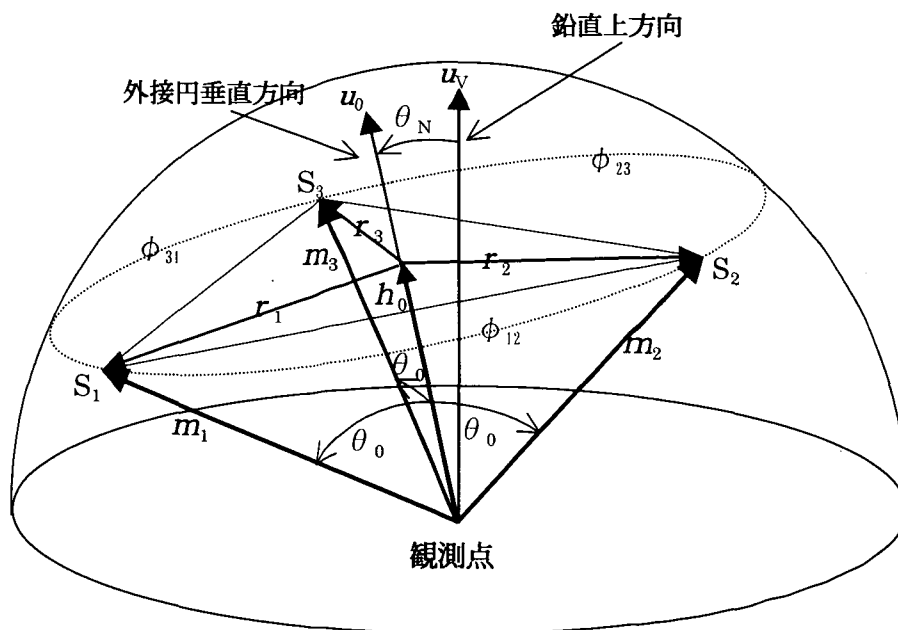
以下では、確定法の測位方式に関してレンジ偏位誤差および高度データ誤差に起因する測位誤差を解析的に求め、その特徴を明らかにする。

(1) レンジ偏位誤差と測位誤差の関係

第2.5図を参考にすれば、観測点（移動局）と測距電波源（衛星）を結ぶ方向の方向余弦ベクトル m_i は、 m_i の頂点からなる三角形 $S_1S_2S_3$ の外接円に直交する成分 h_0 と外接円に並行な成分 r_i を用いることにより、

$$m_i = r_i + h_0 \quad (2.89)$$

で表される。また、原点から見て外接円の円周と中心の成す角を θ_0 、 r_i と r_j の成す角度を ϕ_{ij} とすれば、



第2.5図 3衛星測位における典型的な衛星配置と幾何学的定義

$$\mathbf{m}_i \times \mathbf{m}_j = \mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_j + (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \times \mathbf{h}_0 \quad (2.90)$$

$$\begin{aligned} V_{123} &= V_{312} = \mathbf{m}_3 \cdot (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2) \\ &= \mathbf{h}_0 \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2) \\ &= \cos \theta_0 \sin^2 \theta_0 (\sin \phi_{23} + \sin \phi_{31} + \sin \phi_{12}) \end{aligned} \quad (2.91)$$

である。そこで、(2.90)式および(2.91)式を用いて(2.60)式を変形し、(2.49)式の $\delta \mathbf{z}$ を 0 (零ベクトル) として、 δq_m による 3 次元同期型の測位誤差ベクトル $\delta \mathbf{r}$ を求めれば、

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{r} &= -\delta q_m (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2) / V_{312} \\ &= -(\delta q_m / \cos \theta_0) \mathbf{u}_0 \end{aligned} \quad (2.92)$$

となり、クロック同期誤差によって生じる一様なレンジ誤差 δq_m と測位誤差ベクトル $\delta \mathbf{r}$ との関係が簡単な式で表される。この関係式において、 \mathbf{u}_0 は外接円の直交する方向の単位ベクトルであるから、レンジ偏位誤差による測位誤差ベクトルはこの外接円の成す平面に直交することになる。また、衛星までの方向ベクトル \mathbf{m}_i が水平面に近づき、 θ_0 が増大すると、外接円に直交する方向の測位誤差 (VDOP に相当) が増大することがわかる。

次に、高度データに加えてクロック同期データを使用する 2 次元同期型測位では、第 2.6 図に示すように、天頂方向と 2 衛星の成す角度をいずれも θ_v ^a とすれば、

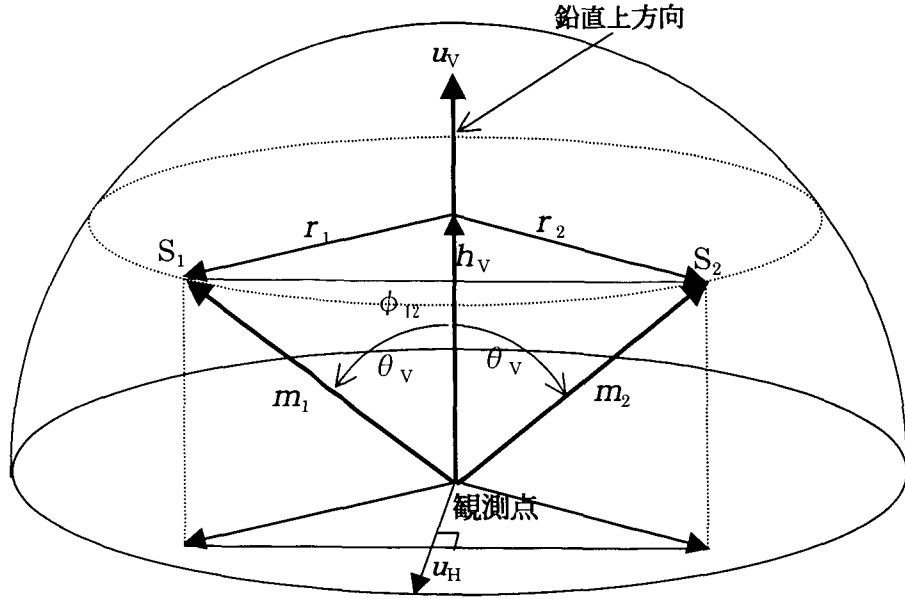
$$\mathbf{m}_i \times \mathbf{m}_x = -\mathbf{r}_i \times \mathbf{u}_v \quad (2.93)$$

$$\begin{aligned} V_{x12} &= \mathbf{m}_x \cdot (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2) \\ &= -\mathbf{u}_v \cdot (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2) \\ &= -\sin^2 \theta_v \sin \phi_{12} \end{aligned} \quad (2.94)$$

となる。ただし、 \mathbf{u}_v は鉛直上方の単位ベクトルである。従って、2 次元同期型の測位誤差ベクトル $\delta \mathbf{r}$ は、(2.49)式及び(2.62)式より

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{r} &= -\delta q_m (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_x + \mathbf{m}_x \times \mathbf{m}_1) / V_{x12} \\ &= \delta q_m \{ (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times \mathbf{u}_v \} / \sin^2 \theta_v \sin \phi_{12} \\ &= -\{ \delta q_m / \sin \theta_v \cos(\phi_{12}/2) \} \mathbf{u}_H \end{aligned} \quad (2.95)$$

^a 通常、3 衛星の仰角は等しくないため、第 2.5 図の外接円は局地水平面に平行ではない。上記解析では θ_0 を天頂角とせず、一般的に取り扱える。しかし、2 次元同期型測位では、 θ_0 を定義することができないため、2 衛星とも同一仰角として天頂角 θ_v を解析のパラメータとしている。



第 2.6 図 2 衛星測位における典型的な衛星配置と幾何学的定義

が得られる。ただし、 u_{11} は第 2.6 図の水平面内にある単位ベクトルであり、測位誤差ベクトルは水平面に拘束される。

非同期型測位では、レンジ偏位は測位計算において推定されるから、その誤差は当然ながら測位誤差の要因とはならない。以下、この性質を解析的に証明する。

まず、3次元非同期型測位の一般的な関係式として、

$$n_{ik} \times n_{jk} = r_i \times r_j + (r_i - r_j) \times r_k \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned} W_4 &= n_{34} \cdot (n_{14} \times n_{24}) \\ &= V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412} \end{aligned} \quad (2.97)$$

が成立する。そこで、一様なレンジ誤差 δq_m が各測定レンジに加わっているとすれば、(2.27)式及び(2.51)式より、

$$\begin{aligned} \delta r &= \delta q_m [(n_{24} \times n_{34}) + (n_{34} \times n_{14}) + (n_{14} \times n_{24}) + (n_{12} \times n_{31})] / W_4 \\ &= \delta q_m [(m_2 \times m_3) + (m_3 \times m_1) + (m_1 \times m_2) + (n_{12} \times n_{31})] / W_4 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.98)$$

$$\begin{aligned} \delta q &= \delta q_m (V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412}) / W_4 \\ &= \delta q_m \end{aligned} \quad (2.99)$$

なる関係が求められる。従って擬似レンジ型では、レンジ偏位誤差はそのままレンジ偏位の推定誤差となり、位置誤差には何等影響しないことが証明された。

2次元非同期型測位についても、同様の解析により

$$\begin{aligned}\delta \mathbf{r} &= \delta q_m [(\mathbf{m}_x \times \mathbf{n}_{23}) + (\mathbf{m}_x \times \mathbf{n}_{31}) + (\mathbf{m}_x \times \mathbf{n}_{12})] / W_x \\ &= 0\end{aligned}\quad (2.100)$$

$$\begin{aligned}\delta q &= \delta q_m (-V_{x23} - V_{x31} - V_{x12}) / W_x \\ &= \delta q_m\end{aligned}\quad (2.101)$$

なる関係が得られ、レンジ偏位の位置誤差への影響はないことが示される。ただし、

$$\begin{aligned}W_x &= \mathbf{m}_x \cdot (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31}) \\ &= -V_{x23} - V_{x31} - V_{x12}\end{aligned}\quad (2.102)$$

なる関係が成立している。

(2) 高度データ誤差と測位誤差の関係

クロック同期型測位方式における高度データ誤差 δr_{xm} による測位誤差は、(2.49)式及び(2.62)式を用いて解析的に求められる。第 2.6 図のように、2衛星が同一天頂角の円周上にある場合、(2.44)式の δZ_x を高度データ誤差 δr_{xm} 、他の3成分を 0 とおけば、位置誤差ベクトル $\delta \mathbf{r}$ は (2.49)式を解くことにより、以下のように求められる。

$$\begin{aligned}\delta \mathbf{r} &= -\delta r_{xm} (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2) / V_{x12} \\ &= -\delta r_{xm} \{ \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times \mathbf{h}_v \} / V_{x12} \\ &= \delta r_{xm} \{ \mathbf{u}_v \sin^2 \theta_v \sin \phi_{12} - \mathbf{u}_H \sin 2\theta_v \sin(\phi_{12}/2) \} / \sin^2 \theta_v \sin \phi_{12} \\ &= \delta r_{xm} \{ \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_H / (\tan \theta_v \cos(\phi_{12}/2)) \}\end{aligned}\quad (2.103)$$

従って、鉛直方向には高度データ誤差がそのまま現れ、水平面内の測位誤差は衛星が天頂に接近 ($\theta_v \rightarrow 0$) したり、相互に接近 ($\phi_{12} \rightarrow 0$) する場合に増大することがわかる。

次に、再び 2.5 図を参考にすれば、非同期型測位における W_x は (2.102)式より、

$$\begin{aligned}W_x &= -\mathbf{m}_x \cdot (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3 + \mathbf{m}_3 \times \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2) \\ &= -\mathbf{m}_x \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2) \\ &= \sin^2 \theta_0 \cos \theta_N (\sin \phi_{23} + \sin \phi_{31} + \sin \phi_{12})\end{aligned}\quad (2.104)$$

で表される。ただし、 θ_N はベクトル \mathbf{u}_0 と鉛直方向との成す角度である。従って、

$$\begin{aligned}\delta \mathbf{r} &= -\delta r_{xm} (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31}) / V_T \\ &= \delta r_{xm} (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2) / W_x \\ &= (\delta r_{xm} / \cos \theta_N) \mathbf{u}_0\end{aligned}\tag{2.105}$$

となる。即ち、高度データ誤差による位置誤差はベクトル \mathbf{u}_0 の方向に現れる。

また、レンジ偏位への影響を見ると、 V_{123} は(2.91)式と同一の形式であり、

$$\begin{aligned}V_{123} &= \mathbf{m}_3 \cdot (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2) \\ &= \cos \theta_0 \sin^2 \theta_0 (\sin \phi_{23} + \sin \phi_{31} + \sin \phi_{12})\end{aligned}\tag{2.106}$$

であるから、 δr_{xm} によるレンジ偏位誤差 δq は(2.56)式及び(2.104)式により、

$$\begin{aligned}\delta q &= -(V_{123} / W_x) \delta r_{xm} \\ &= -\delta r_{xm} (\cos \theta_0 / \cos \theta_N)\end{aligned}\tag{2.107}$$

となる。従って、擬似レンジ型測位において推定されたレンジ偏位を用いて3次元実レンジ型測位を行うとすれば、レンジ偏位推定誤差による測位誤差は(2.107)式の δq を(2.92)式の δq_m に代入することによって、

$$\delta \mathbf{r} = (\delta r_{xm} / \cos \theta_N) \mathbf{u}_0\tag{2.108}$$

となり、(2.105)式と同一の測位誤差が現れることがわかる。

2.10 測位計算の収束性

DOP が大きくなりえない通常の衛星配置の下では、測位ベクトル \mathbf{x} は(2.31)式を用いて1～2回繰り返し更新するだけで安定した値に収束する。しかし、DOP の大きくなる衛星配置状態ではこの収束性が悪くなる。例えば、静止衛星を測距電波源とする測位では、この収束性の問題は観測点が赤道に接近する場合に発生する。測位計算の収束性はまさにDOP の問題であり、解析的に考察しておく必要がある。

最初の測位計算において、偏差を算出する際の最新の測位ベクトル \mathbf{x} ($=(\mathbf{r}^T \ q)^T$) が実際の値よりも大きくずれている場合は、(2.31)式による測位ベクトルの更新を数回繰り返す必要がある。いま、2.2 項の定義に従い、第 i 番衛星・移動局間の実レンジを p_i 、第 i 番衛星及び移動局の地心を原点とする位置ベクトルをそれぞれ L_i 及び \mathbf{r} とすれば、

(2.8)式の関数 $F_i(r)$ に対して、(2.11)式が成立した。この関係式に(2.5)式の単位ベクトル m_i を代入して整理すれば、近似的に、

$$\begin{aligned} m_i \cdot \delta r &= \{p_i^2 - (L_i - r_0)^2\} / (2|L_i - r_0|) + \delta r^2 / (2|L_i - r_0|) \\ &\doteq p_i - |L_i - r_0| \end{aligned} \quad (2.109)$$

となる。これにより線形的な測位アルゴリズムが得られるが、この近似化により、

$$\begin{aligned} |\Delta(\delta Z_i)| &= |\{p_i - |L_i - r_0|\} - [\{p_i^2 - (L_i - r_0)^2\} + \delta r^2] / (2|L_i - r_0|)| \\ &= |\{p_i - |L_i - r_0|\}^2 + \delta r^2| / (2|L_i - r_0|) \\ &\doteq \{(m_i \cdot \delta r)^2 + \delta r^2\} / (2|L_i - r_0|) \end{aligned} \quad (2.110)$$

なる δZ_i に関する計算誤差が(2.31)式の右辺に含まれることになる。従って、繰り返し計算ごとのレンジ誤差の減衰率 $|\Delta(\delta Z_i)| / |\delta r|$ を ζ_i 、衛星方向余弦ベクトル m_i と位置誤差ベクトル δr との成す角度を θ_{ei} と定義すれば、概ね、

$$\zeta_i = \{(1 + \cos^2 \theta_{ei}) / 2\} \times (|\delta r| / p_i) < |\delta r| / p_i \quad (2.111)$$

であり、計算誤差は比率 ζ_i で減衰する。

同様に、高度データを使用する2次元測位では、概ね

$$|\Delta(\delta Z_x)| \doteq \{(m_x \cdot \delta r)^2 + \delta r^2\} / 2|r_0| \quad (2.112)$$

なる計算誤差が含まれる。従って、 $|r_0| = r_e$ (地球半径)、鉛直下方向ベクトル m_x と δr との成す角度を θ_{ex} と定義すれば、高度データ誤差の減衰率 ζ_x は、

$$\zeta_x = \{(1 + \cos^2 \theta_{ex}) / 2\} \times (|\delta r| / r_e) < (|\delta r| / r_e) \quad (2.113)$$

となる。

簡便のため、減衰率 ζ_i は各軸に対して統計的に等しく、 ζ_r とする。このとき、線形化による測位計算誤差の減衰率 $|\Delta(\delta r)| / |\delta r|$ は、

$$|\Delta(\delta r)| / |\delta r| = PDOP \zeta_r \doteq PDOP |\delta r| / p_i \quad (2.114)$$

となる。従って、測位計算の収束性は測位劣化指数に強く影響を受けるが、 $PDOP=5$ 程

度であれば、 $|\delta r| = 100 \text{ km}$ であっても、位置ベクトル r の計算誤差は1回目の計算で 1.3 km 程度、2回目の計算では 0.2 m 以下に減衰する。

また、高度データを使用する2次元測位では、(2.112)式から明らかなように鉛直方向誤差の減衰比率はレンジ誤差のそれよりも6倍程度悪い。このため、鉛直方向誤差が支配的な誤差要素となり、測位計算誤差の減衰比率 $|\Delta(\delta r)|/|\delta r|$ は、概ね、

$$|\Delta(\delta r)|/|\delta r| = PDOP \zeta_x \doteq (1/\sin\psi) \times |\delta r|/r_e \quad (2.115)$$

となる。参考に、観測点緯度 ψ を 35 度、 $|\delta r| = 100 \text{ km}$ とすれば、1回目の計算で 2.7 km 程度、2回目の計算では 2 m 程度に減衰する。従って、高度データを使用すれば測位計算の収束性が低下するが、通常の連続測位での δr の初期値は 0.2 km 以下にすることが可能であるから、1回目の計算で計算誤差は 10^{-2} m のオーダーに達している。

2.11 衛星位置決定誤差の測位精度への影響

2.2 項の(2.6)式或いは(2.14)式に示したように、 i 番衛星のレンジ測定データ偏差 δZ_i は、測定された擬似レンジ s_i に最新の計算レンジ偏位 q_0 を加えることによって求められる実レンジ測定値 p_i から、衛星の位置ベクトル L_i と移動局の最新の位置ベクトル r_0 との差の絶対値である実レンジ計算値（更新前の衛星・移動局間レンジの計算値）を差し引くことによって与えられる。簡便のため、この関係式を再度示せば、

$$\begin{aligned} \delta Z_i &= p_i - |L_i - r_0| \\ &= (s_i + q_0) - |L_i - r_0| \end{aligned} \quad (2.116)$$

である。従って、衛星位置決定誤差はレンジ測定誤差となるため、測距電波源となる衛星の位置をどの程度の精度で決定すべきかは、衛星測位システムの運用において重要な課題となる。以下では、衛星位置決定精度と測位精度の関係について考察する。

(2.116)式を用いて、衛星位置決定誤差ベクトル δL_i に対するレンジ測定誤差 δZ_i を求めると、近似的な関係式として、

$$\delta Z_i = -m_i \cdot \delta L_i \quad (2.117)$$

が得られる。ただし、 m_i は(2.5)式で定義されている移動局と衛星を結ぶ方向の単位ベクトルであり、レンジ測定誤差と移動局の位置ベクトル誤差との関係式(2.12)式と同一である。

そこで、衛星位置ベクトル L_i と移動局位置ベクトル r との成す角度を ϕ 、衛星位置決定誤差ベクトル δL_i を半径方向とこれに直角な方向に分解して、それぞれ δL_{iR} 、 δL_{iC} とすれば

$$\delta L_i = \delta L_{iR} \cos \mu + \delta L_{iC} \sin \mu \quad (2.118)$$

$$\mu = \sin^{-1} \left(r \sin \phi / \sqrt{r^2 + L^2 - 2rL \cos \phi} \right) \quad (2.119)$$

となる。ただし、 μ は衛星位置ベクトル L_i と単位ベクトル m_i との成す角度であり、測距電波源として静止衛星を適用する場合は $\mu < 9 \text{ deg}$ である。従って、衛星位置決定誤差によるレンジ測定誤差は近似的に、

$$\delta L_i \cong \delta L_{iR} + \delta L_{iC} \mu \quad (2.120)$$

で表される。

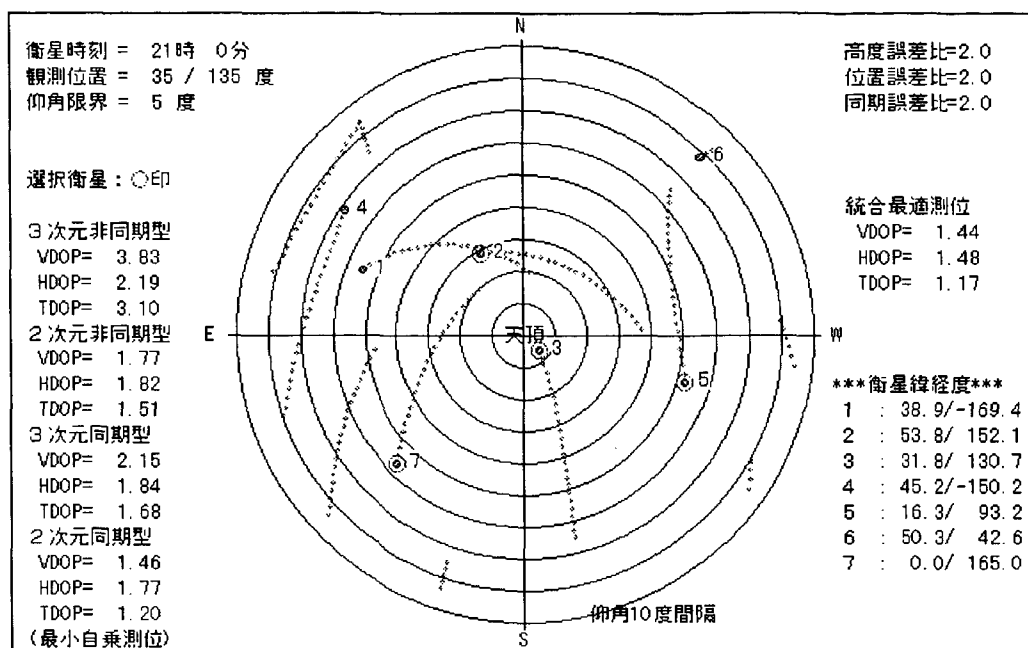
以上の解析によれば、測距衛星の軌道決定においては軌道半径方向の位置精度を高めることが必要であり、直角方向の位置誤差は半径方向の位置誤差の数倍あってもよいことがわかる。そして、 δL_{iR} と δL_{iC} が統計的に独立な誤差とすれば、衛星位置決定誤差による各成分の測位誤差の標準偏差はそれぞれのDOPに $(\delta L_{iR}^2 + \mu^2 \delta L_{iC}^2)^{1/2}$ を掛けることによって求められる。

2.12 この章のまとめ

この章では、衛星測位におけるクロック同期化の有用性を検討するために、測位方式を非同期型と同期型の2つのカテゴリーに分類して、それらの測位アルゴリズムを導出すると共に、衛星配置と測位精度の問題について論じた。非同期型測位では、測位計算の中に衛星・移動局間クロックの同期化の問題が介在することになるため、衛星配置に対して同期型測位の場合よりも厳しい条件が課せられることが、これらの解析から明らかになった。即ち、同期型では3衛星が適度に広がって配置されておれば概ね良好な測位が可能となるが、非同期型では広い視界に4基の衛星が三ツ矢型^aに配置されることが基本的な要求である。また、高度データを使用する2次元非同期型測位方式は高精度にクロックオフセット（レンジ偏位）を推定する有力な方法であり、同期型測位と併用して運用環境の変化に強い測位が可能となることを示した。このような非同期型と同期型の補完性に着目すれば、これらの統合化は測位精度だけでなく、測位手段としての完全性（Integrity）の向上に対して有効である。

この章の解析的成果は第3章以降の議論において確認されるが、ここで測位精度に関する計算機シミュレーション結果の一例を示して、この章で得た解析的成果を具体的に検証してみたい。第2.7図は、計算機シミュレーションによって生成されたある時刻の衛星配置と、その時点での各種測位方式の測位劣化指数を示したものであり、衛星配置と各種測位方式の特徴を端的に捉えることができる。使用した測位衛星の軌道はGPS衛星軌道の

^a 1基の衛星を中心に、他の3基の衛星が矢の羽のように三方向に広がるような配置。



第 2.7 図 衛星の天空配置状態と測位劣化指数の計算例

の特徴を抽出して作成した GPS 模擬衛星群^aの軌道であり、図中の点線は観測点から見た衛星の軌跡、その先端は記載された衛星時刻での衛星位置である。図中左側の測位劣化指数は、衛星選択の条件を同一にするために、最小自乗測位によって求めた値である。高度誤差及び同期誤差のレンジ測定誤差との比はどちらも 2 とした。

この図を参考にして測位精度の一般的な特徴を述べる。図中の左側に記載されているように、DOP は適用する測定データの増加と共に減少する傾向がある。しかし、3次元非同期型測位を除けば、残り 3 方式の DOP の値はあまり差異がない。特に HDOP に限定すれば、すべての測位方式においてほぼ同等である。これは、(2.92)式及び(2.105)式によって示されるように、水平方向測位精度は高度データ或いは同期データの精度と近似的には無関係であるからである。また、選択した衛星の仰角が 30 度を越えているため、3次元非同期の VDOP は 3次元同期型よりも劣っている。このように、解析から求められた測位精度上の特徴がシミュレーションから得られる傾向とよく一致しており、測位システムの解析手法として有効であることがわかる。

つぎに、衛星測位の分野における理論的研究の現状と、この章で考察した研究課題とその成果との関わりについて述べたい。

GPS に関連した測位技術の分野では、慣性航法装置とのハイブリッド化、差分 GPS 航

^a 高度約 2 万 km、軌道傾斜角 55 度の 6 つ軌道に合計 24 基の衛星を配置した衛星群である。1 軌道に 4 基の GPS 衛星を配置する際の特徴的な関係を抽出して作成した軌道である。参考に次の論文がある。『山脇功次：衛星測位におけるグローバル衛星配置の考察、日本航空宇宙学会誌、第 42 巻 483 号、pp.232-242、1994。』

法による高精度化、VLBI による精密測量など、実利用の分野で多くの研究成果が生まれている。しかし、この章において考察しているような各種測位方式の体系化を試み、それらのアルゴリズムや測位誤差の問題を系統的に論じた研究報告は少ない。特に、本研究の主要課題であるクロック同期あるいは高精度クロックの適用効果の問題を測位の基本的な問題として取り上げ、第3章以降で述べるように、クロック同期型測位を含めて測位方式の統合化を試みた論文は見あたらない。本論文の参考文献(45)第1巻の第5章においてDOPの解析解が記述されているが、わずかに3次元非同期型測位の場合だけであり、体系的な検討がなされているとは言い難い。このような事情もあり、この章では最小自乗法による測位アルゴリズムの定式化の特殊なケースとして、まず確定法の各種測位アルゴリズムの解析的な解を導いた。この測位解は測位誤差と誤差要因との関係を直接的に記述できる代数的な形式で与えられるため測位誤差理論の体系化に便利であり、高度データやクロック同期データを適用する色々な衛星測位方式の精度上の特徴を考察し、最適な衛星測位システムの形態を検討する上で有効な手段となっている。

また、同期型測位が有力な測位方式となるためには、数ナノ秒級の精密クロック同期技術が必要である。精密クロック同期は非同期型測位を行う過程で実行されていることであるが、衛星を中継手段として移動局と地上局との間の測距電波伝播時間を測定することによって、測位と関わりなくクロック誤差を直接に測定することもできる。大気や電離層の影響を問題にしないならば、どの位置に衛星があっても、原理的に衛星1基でクロック同期が可能であり、かつ、その精度は一般的に非同期型測位において得られる精度よりも高い。現在、高安定原子時計の研究の一環として、クロック同期のリアルタイム処理の研究が進められている^aが、この成果は同期型測位方式の基礎技術として活用できる。

さらに、クロック同期に加えて高安定クロックや高度データ等を有効に利用する統合的な測位アルゴリズムの構成により、運用環境の劣化に強い統合的な測位方式の実現が可能となるだろう。このなかで、測距電波源となる衛星と移動局とのクロック同期の問題は、同期型測位方式の運用性を高める基本的な検討課題であり、第4章において地上局との双方向通信を利用したクロックオフセット推定の原理が示されている。

最後に、この章で得た本研究の顕著な成果についてまとめて述べる。

第1に、測位方式とそのアルゴリズムに関して述べる。これまでの衛星測位理論は非同期型測位が基本となっており、高安定クロックをユーザ端末に使用することの有効性が正当に認識されていなかった。従って、この研究では確定的な測位アルゴリズムの解析解を求めて各種測位方式の特徴を横断的に検討すると共に、非同期型測位における測位精度とクロックオフセット推定精度との関連性を明らかにして、同期型測位方式における高安

^a 郵政省通信総合研究所において研究が行われている。

定クロック適用の効果等を解析的に検討した。その結果、単に非同期型測位と同期型測位を運用環境に応じて使い分けるという問題ではなく、第3章の主要な検討課題であるクロック同期データと高安定クロックを最適に活用できる重み係数可変型の最小自乗測位アルゴリズム^aに到達した。この重み係数を可変とする最小自乗法は、測位方式の統合化と最適化の単純明解な方法を提供するものである。

第2に、測位誤差の解析的手法について述べる。誤差評価の指標としては、*GDOP*（幾何学的劣化指数）や *PDOP*（3次元位置劣化指数）だけではなく、これを局地水平座標系に細分化した *VDOP*、*HDOP*及び *TDOP*の3要素の測位劣化指数に関する解析解を導くことにより、それぞれの測位誤差の特徴と衛星配置の幾何学的条件との関連性を明らかにした。これまで頻繁に利用されてきた *GDOP* では、単に測位品質を大まかに表現するに留まり、各種測位方式の測位誤差の特徴や測位誤差と衛星配置との関連性等を定量的に論じるまでには至らないからである。

第3に、各種測位方式の特徴比較と誤差理論の体系化について述べる。一般に、2次元測位や同期型測位は測位性能を著しく高める方式であり、従来の非同期型測位方式との統合化は重要な課題である。しかし、測位方式の統合化の問題は、通常、一気にカルマンフィルタを用いた最適推定問題に飛躍するために、各種測位方式の特徴比較を解析的行った研究報告は少なく、高度データや同期データと測位誤差の関係を簡潔に表現する有効な手法がなかった。また、移動局の時刻基準として高安定クロックを適用する場合についても、測位精度と運用性において著しい向上が期待できるにも関わらず、これらの分野を理論的に整理した文献を見出すことができなかった。この研究では以上述べた誤差理論の分野における解析的課題を概ね解決できたと思われる。

以上の3点において、この章で述べた測位方式と測位精度に関する基礎的な研究は新規かつ今後の研究に有効な成果を含むものである。

^a 陸上車両のようにその位置の時間的変化を運動方程式で記述できない場合、カルマンフィルタの有効性は生かされない。観測更新毎の移動局の位置変動量やクロックオフセットのドリフト量等の標準偏差が予想できるならば、これらを最小自乗法の重み係数の計算に利用できる。

第3章 衛星測位アルゴリズムの統合とその有用性

3.1 最小自乗法による測位アルゴリズムの一般的表現

一般に、確定法の非同期型測位方式では、衛星の方向ベクトル m_i によって定まる DOP（測位劣化指数）が最小となる組み合わせの可視衛星^aを測距基準点として選択する。しかし、高度データや同期データを併用する場合は、選択の判定条件が煩雑になるだけでなく、確定法では最早最適なデータ処理を行うことはできない。さらに市街地などの運用では、視界の障害物によって測距電波の受信可能な衛星が時々刻々と変化し、これに伴って選択すべき衛星が変わるため、更新毎の測位誤差の不規則性が增大することになる。

測位アルゴリズムとして最小自乗法を適用する場合、受信した測距データをすべて活用することができるため、確定法の場合のように DOP が最小となる組み合わせの測距データ群を選択する必要がある。また、他の航法手段から得られる高度データや水平面位置データ、移動局・測距電波源間のクロック同期データ^bについても、誤差の統計的な性質が概ね正確に決定されているならば、重み付け最小自乗法を適用することにより、これらの測定データのすべてを適用した最適な測位計算を行うことができる。

2 次元及び同期型の測位方式の効果を含めた一般的な重み付け最小自乗測位アルゴリズムは前章の 2.4 項に示されている。これを参考にして、レンジ測定（測距）誤差の標準偏差の基準値 σ_0 によって正規化^cされた測位アルゴリズムを導出する。

いま、第 i 番測距電波源の測距データ誤差の平均値を零、その標準偏差を σ_i 、高度データ誤差^d δr_{xm} の平均値を零、その標準偏差を σ_x 、東西方向位置データ誤差 δr_{ym} 及び北南方向位置データ誤差 δr_{zm} の平均値を零、それらの標準偏差を σ_y 及び σ_z 、移動局・測距電波源間の同期データ誤差（以下、レンジ偏位誤差、単に同期誤差とも呼ぶ）^eの平均値を零、その標準偏差を σ_c として、

$$\kappa_i = \sigma_i / \sigma_0 \quad (i=1,2,\dots,N) \quad (3.1)$$

$$\kappa_x = \sigma_x / \sigma_0 \quad (3.2)$$

$$\kappa_y = \sigma_y / \sigma_0 \quad (3.3)$$

$$\kappa_z = \sigma_z / \sigma_0 \quad (3.4)$$

^a 測距電波を直接受信できる衛星を可視衛星と呼ぶ。

^b 測距電波源に電波中継機能があり、地上局がこれを手段として移動局の測距電波を受信することができるならば、測距電波源・移動局間のクロックオフセットの推定が可能である。第4章において考察される。

^c 前章(2.32)式を構成するすべての測定データの標準偏差が基準の標準偏差 σ_0 になるようにスケール変換することを σ_0 による正規化と呼んでいる。このスケーリングにより(2.31)式の行列 R を消すことができ、関係式の取り扱いが容易になる。DOP はレンジ測定誤差の標準偏差で正規化されているので、 σ_0 をレンジ測定誤差の標準偏差とするのが最も簡便である。

^d 通常、誤差ではなく偏差である。測位ベクトルが更新されると、偏差は誤差成分のみとなる。

^e 上記の測距データ誤差を除く測定データ誤差は、第2章 2.2 項で定義した測位較正データ誤差に対応する。

$$\kappa_c = \sigma_c / \sigma_0 \quad (3.5)$$

なる誤差比例係数（2.4 項の重み係数とは異なる）を導入する。

つぎに、(2.32)式の測定データ偏差 δZ_i 、 δr_{xm} 等を上記の誤差比例係数で割った正規化測定データ偏差 $\delta \rho_i$ 、 $\delta \rho_x$ 等を作成して、これと局地水平座標系で表わされた測位ベクトル $\delta \mathbf{x}$ との関係を記述すると、

$$\begin{aligned} \delta \rho_i &= \delta Z_i / \kappa_i \\ &= (\mathbf{m}_i^T / \kappa_i \quad 1 / \kappa_i)^T \cdot \delta \mathbf{x} \quad (i=1,2,\dots,N) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \delta \rho_x &= \delta r_{xm} / \kappa_x \\ &= (1 / \kappa_x \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \cdot \delta \mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \delta \rho_y &= \delta r_{ym} / \kappa_y \\ &= (0 \quad 1 / \kappa_y \quad 0 \quad 0)^T \cdot \delta \mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \delta \rho_z &= \delta r_{zm} / \kappa_z \\ &= (0 \quad 0 \quad 1 / \kappa_z \quad 0)^T \cdot \delta \mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \delta \rho_c &= \delta q_m / \kappa_c \\ &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 / \kappa_c)^T \cdot \delta \mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.10)$$

なる関係式が得られる。従って、 $\delta \mathbf{z}$ に代わる測定データ偏差ベクトルとして、

$$\begin{aligned} \delta \boldsymbol{\rho} &= (\delta \rho_1 \quad \delta \rho_2 \quad \dots \quad \delta \rho_N \quad \delta \rho_x \quad \delta \rho_y \quad \delta \rho_z \quad \delta \rho_c)^T \\ &= (\delta Z_1 / \kappa_1 \quad \dots \quad \delta Z_N / \kappa_N \quad \delta r_{xm} / \kappa_x \quad \delta r_{ym} / \kappa_y \quad \delta r_{zm} / \kappa_z \quad \delta q_m / \kappa_c) \end{aligned} \quad (3.11)$$

なる正規化測定データ偏差ベクトルが作成される。この測定データ偏差の正規化により、 $\delta \boldsymbol{\rho}$ の成分の標準偏差はすべて σ_0 となる。このとき、測位偏差ベクトル $\delta \mathbf{x}$ と $\delta \boldsymbol{\rho}$ との関係は、残差ベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}$ を導入して、

$$\delta \boldsymbol{\rho} = \underline{H} \delta \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.12)$$

なる回帰モデルを用いて表現することができる。このとき、行列 \underline{H} は、

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} m_{11} / \kappa_1 & \dots & m_{N1} / \kappa_N & 1 / \kappa_x & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} / \kappa_1 & \dots & m_{N2} / \kappa_N & 0 & 1 / \kappa_y & 0 & 0 \\ m_{13} / \kappa_1 & \dots & m_{N3} / \kappa_N & 0 & 0 & 1 / \kappa_z & 0 \\ 1 / \kappa_1 & \dots & 1 / \kappa_N & 0 & 0 & 0 & 1 / \kappa_c \end{bmatrix}^T \quad (3.13)$$

となる。ここで、 $\delta \rho$ はすべての要素が同一の標準偏差を持つ正規化された測定データ偏差ベクトルになっているから、残差ベクトル ε の自乗和が最小となる意味で最適となる測位解は、

$$\delta \mathbf{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \delta \rho \quad (3.14)$$

となり、重み付けなしの通常の最小自乗法によって表される。

以上の解析によって得られた行列 \mathbf{H} は、測定データの標準偏差の正規化によって派生した正規化観測行列と呼べるものであるが、汎用的に取り扱える形式を持っている。

(3.11)式及び(3.13)式によれば、組み込める測定データは N 個の測距データ、3次元の外部航法データ及びレンジ偏位データである。存在しない測定データについては対応する誤差比例係数を無限大にすることによって対応できる。例えば、3次元非同期型最小自乗測位では、 κ_x 、 κ_y 、 κ_z 及び κ_c を無限大にすればよい。また、極めて高安定のクロックを使用する場合や観測点が移動しない場合は、これらの誤差比例係数を小さく設定することにより当該測定データの影響度を高め、測位ベクトルの推定精度を高めることができる。このように、正規化された最小自乗測位アルゴリズムは、誤差比例係数の調整によっていろいろな運用条件に対応することが可能である。

参考に、(3.13)式において、 κ_x 、 κ_y 、 κ_z 及び κ_c を無限大、 $N=4$ とした場合、行列 \mathbf{H} は正方行列になるから、(3.14)式は

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{H}^{-1} \delta \rho = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1^T & 1 \\ \mathbf{m}_2^T & 1 \\ \mathbf{m}_3^T & 1 \\ \mathbf{m}_4^T & 1 \end{bmatrix}^{-1} \delta \mathbf{z} \quad (3.15)$$

に書き換えられ、2.4 項の3次元非同期型測位アルゴリズムとなる。

使用する測距電波源が複数の系統の時刻基準から構成される場合、即ち複数の同期測距基準群を適用する場合は、(3.13)式の行列 \mathbf{H} の次数が増える。例えば、総可視衛星数を N 、2 系統の時刻基準があって、第 1 の系統に属する可視衛星数を L 、第 2 の系統に属する可視衛星数を $N-L$ 、それぞれのレンジ偏位の誤差比例係数を κ_{c1} 及び κ_{c2} とすれば、

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} m_{11}/\kappa_1 & \cdots & m_{1L}/\kappa_L & m_{L+11}/\kappa_{L+1} & \cdots & m_{N1}/\kappa_N & 1/\kappa_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{21}/\kappa_1 & \cdots & m_{2L}/\kappa_L & m_{L+12}/\kappa_{L+1} & \cdots & m_{N2}/\kappa_N & 0 & 1/\kappa_y & 0 & 0 & 0 \\ m_{31}/\kappa_1 & \cdots & m_{3L}/\kappa_L & m_{L+13}/\kappa_{L+1} & \cdots & m_{N3}/\kappa_N & 0 & 0 & 1/\kappa_z & 0 & 0 \\ 1/\kappa_1 & \cdots & 1/\kappa_L & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\kappa_{c1} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1/\kappa_{L+1} & \cdots & 1/\kappa_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\kappa_{c2} \end{bmatrix}^T \quad (3.16)$$

となる。

以上の正規化によって得られた(3.13)式または(3.16)式と(3.11)式を用いて(3.14)式を解けば、重み付け最小自乗測位と同じ測位解が得られる。同期型か非同期型か、或いは2次元測位か3次元測位かは、観測行列 \underline{H} に含まれる誤差比例係数の設定如何で決まる。

3.2 重み付け最小自乗測位精度の解析的表現

通常、測位劣化指数を計算するには、行列 $(\underline{H}^T \underline{H})$ の逆行列を解析的に求めなければならない。従って、第2章では典型的な衛星配置を前提とすることにより、確定的測位の測位劣化指数を解析的に求めた。最小自乗測位では、衛星配置に関する統計的な性質を導入することにより、測位劣化指数の近似式を求めることとする。

いま、(3.14)式の正規化測定誤差ベクトル $\delta \rho$ の各成分を統計的に独立な不規則変数とみなして、 $\delta \mathbf{x}$ の共分散行列 P を求めると、

$$\begin{aligned} P &= E[\delta \mathbf{x} \delta \mathbf{x}^T] \\ &= \sigma_0^2 (\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる。従って、(3.16)式の観測行列 \underline{H} の要素が高度方向、東西水平方向及び北南水平方向を座標軸とする局地水平座標系で表現されるならば、測位劣化指数 $VDOP$ 、 $HDOP$ 及び $TDOP$ は共分散行列 P の対角成分 P_{ii} を用いて、以下の関係式で表される。

$$\begin{aligned} VDOP &= P_{11}^{1/2} / \sigma_0 \\ &= \{(\underline{H}^T \underline{H})^{-1}\}_{11}^{1/2} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} HDOP &= (P_{22} + P_{33})^{1/2} / \sigma_0 \\ &= [\{(\underline{H}^T \underline{H})^{-1}\}_{22} + \{(\underline{H}^T \underline{H})^{-1}\}_{33}]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} TDOP &= P_{44}^{1/2} / \sigma_0 \\ &= \{(\underline{H}^T \underline{H})^{-1}\}_{44}^{1/2} \end{aligned} \quad (3.20)$$

ただし、 $\{ \}_{ii}$ は行列の i 行 i 列の要素である。簡便のため、

$$\underline{H}^T \underline{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

とおけば、上記行列の成分は、

$$h_{11} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{m_{i1}}{\kappa_i} \right)^2 + \frac{1}{\kappa_x^2} \quad (3.22)$$

$$h_{22} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{m_{i2}}{\kappa_i} \right)^2 + \frac{1}{\kappa_y^2} \quad (3.23)$$

$$h_{33} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{m_{i3}}{\kappa_i} \right)^2 + \frac{1}{\kappa_z^2} \quad (3.24)$$

$$h_{44} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\kappa_i} \right)^2 + \frac{1}{\kappa_c^2} \quad (3.25)$$

$$h_{12} = h_{21} = \sum_{i=1}^N \frac{m_{i1} m_{i2}}{\kappa_i^2} \quad (3.26)$$

$$h_{23} = h_{32} = \sum_{i=1}^N \frac{m_{i2} m_{i3}}{\kappa_i^2} \quad (3.27)$$

$$h_{31} = h_{13} = \sum_{i=1}^N \frac{m_{i3} m_{i1}}{\kappa_i^2} \quad (3.28)$$

$$h_{14} = h_{41} = \sum_{i=1}^N \frac{m_{i1}}{\kappa_i} \quad (3.29)$$

$$h_{24} = h_{42} = \sum_{i=1}^N \frac{m_{i2}}{\kappa_i} \quad (3.30)$$

$$h_{34} = h_{43} = \sum_{i=1}^N \frac{m_{i3}}{\kappa_i} \quad (3.31)$$

となる。

ここで、第 3.1 図を参考にして、(2.5)式で定義される移動局・第 i 番測距電波源間の方向余弦ベクトル m_i を局地水平座標系で表せば、

$$\begin{aligned} m_i &= (m_{i1} \ m_{i2} \ m_{i3})^T \\ &= (\cos \theta_i \ \sin \theta_i \sin \xi_i \ \sin \theta_i \cos \xi_i)^T \end{aligned} \quad (3.32)$$

である。ただし、 θ_i は衛星の天頂角（仰角の余角）、 ξ_i は衛星の方位角とする。

つぎに、複数の測距電波源（衛星）が天空に平均的に配置されており、統計的に

$$\sum_{i=1}^N \sin \theta_i \sin \xi_i = 0 \quad (3.34)$$

$$\sum_{i=1}^N \sin \theta_i \cos \xi_i = 0 \quad (3.34)$$

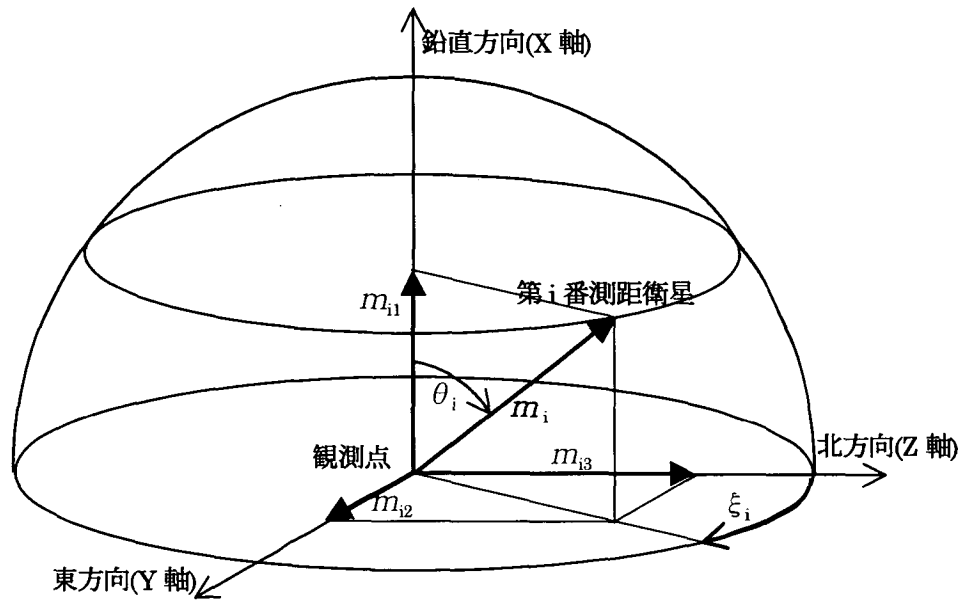
なる関係が成立するものとすれば、 $\kappa_1 = \kappa_2 = \dots = \kappa_N$ に対して、(3.26)～(3.28)式及び(3.30)～(3.31)式は統計的に零となる。従って、 $(\underline{H}^T \underline{H})^{-1}$ の対角成分は容易に算出され、

$$VDOP = 1/(h_{11} - h_{14}^2/h_{44})^{1/2} \quad (3.35)$$

$$HDOP = (1/h_{22} + 1/h_{33})^{1/2} \quad (3.36)$$

$$TDOP = 1/(h_{44} - h_{14}^2/h_{11})^{1/2} \quad (3.37)$$

が得られる。



第 3.1 図 局地水平座標系での方向余弦ベクトル m_i の定義

以上の関係式は、衛星配置条件を衛星天頂角 θ_i の統計的な数値で表わすことにより、測位劣化指数の性質を引き出すことができる。

いま、すべての測距データ誤差の標準偏差 σ_i が基準値 σ_0 に等しい、即ち、 $\kappa_i = 1$ とし、衛星天頂角 θ_i の余弦の平均値を α 、標準偏差を β 、即ち、

$$\alpha = (1/N) \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \quad (3.38)$$

$$\beta = \{(1/N) \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i - \alpha^2\}^{1/2} \quad (3.39)$$

とすれば、衛星が方位角 ξ_i に対して均等に分布している場合、

$$VDOP = 1/(N\beta^2 + 1/\kappa_v^2 + K_v)^{1/2} \quad (3.40)$$

$$HDOP = 2\{N(1 - \alpha^2 - \beta^2) + 2/\kappa_H^2\}^{1/2} \quad (3.41)$$

$$TDOP = 1/\{1/\kappa_c^2 + K_T\}^{1/2} \quad (3.42)$$

となる。ただし、 $\kappa_v = \kappa_x$ 、 $\kappa_H = \kappa_y = \kappa_z$ としており、 K_v 及び K_T は、

$$K_v = (\alpha^2/\kappa_c^2)/(1+1/N\kappa_c^2) \quad (3.43)$$

$$K_T = (N\beta^2 + 1/\kappa_v^2)/(\alpha^2 + \beta^2 + 1/N\kappa_v^2) \quad (3.44)$$

で表される。

以上の測位劣化指数に関する関係式は、第2章で導出した確定法の場合の関係式を包括するものである。一例として3次元非同期型測位を取り上げれば、 $\kappa_H \rightarrow \infty$ 、 $\kappa_c \rightarrow \infty$ 、 $\kappa_v \rightarrow \infty$ となるから、(3.42)～(3.44)式は、

$$VDOP = 1/(N\beta^2)^{1/2} \quad (3.45)$$

$$HDOP = 2/\{N(1-\alpha^2-\beta^2)\}^{1/2} \quad (3.46)$$

$$TDOP = \{(\alpha^2 + \beta^2)/(N\beta^2)\}^{1/2} \quad (3.47)$$

となる。さらに、 $N=4$ として、第2章の第2.2図の典型的な衛星配置を前提とすれば、(3.38)式及び(3.39)式を適用することにより、

$$VDOP = (4/3)^{1/2}/|\cos\theta_4 - \cos\theta_0| \quad (3.48)$$

$$HDOP = 2/(\sin^2\theta_4 + 3\sin^2\theta_0)^{1/2} \quad (3.49)$$

$$TDOP = \{(1/3)\cos^2\theta_4 + \cos^2\theta_0\}^{1/2}/|\cos\theta_4 - \cos\theta_0| \quad (3.50)$$

が得られる。従って、(3.48)～(3.50)式の θ_4 を0と置けば、確定法における3次元非同期型測位の関係式(2.78)～(2.80)式と同等になる。

以上の解析の応用として、測距電波源が比較的多数配置されているが、建物などにより視界が天頂角 θ_L 以内に限定される場合を考え、全天空に対する可視率を χ とすれば、

$$\chi = 1 - \cos\theta_L \quad (3.51)$$

なる関係が成立する。そして、天頂角が $\theta < \theta_L$ の範囲に、複数の衛星が不規則かつ確率的に均一に配置されるものとすれば、 $\cos\theta_i$ の平均値 α 及び標準偏差 β は概ね、

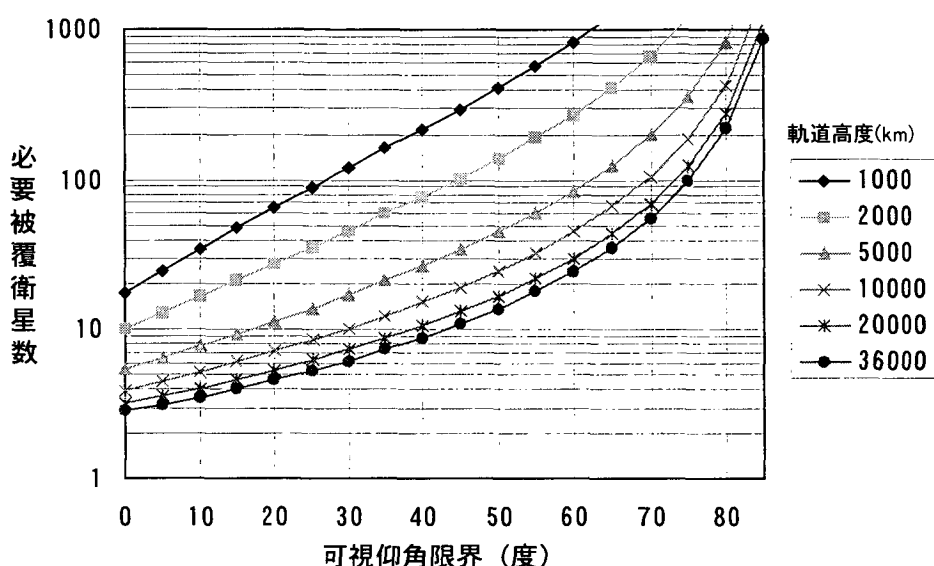
$$\alpha = (1 + \cos\theta_L)/2 = 1 - \chi/2 \quad (3.52)$$

$$\beta = \{(1/3)\{(1 + \cos\theta_L)^2 - \cos\theta_L\} - \alpha^2\}^{1/2}$$

$$=(1-\cos \theta_L)/12^{1/2}=\chi/12^{1/2} \quad (3.53)$$

となる。これを(3.40)～(3.44)式に代入することにより、視界が制限される運用環境での測位精度を概算する関係式が得られる。

ところで、全地球表面を被覆するために必要な衛星配置数は第 3.2 図^aで与えられる。この図によれば、可視仰角 10 度、軌道高度 2 万 km のとき、全地球を被覆するのに必要な衛星数は 4 基である。そこで、Navstar/GPS を前提とすれば、仰角 10 度以上の天空に



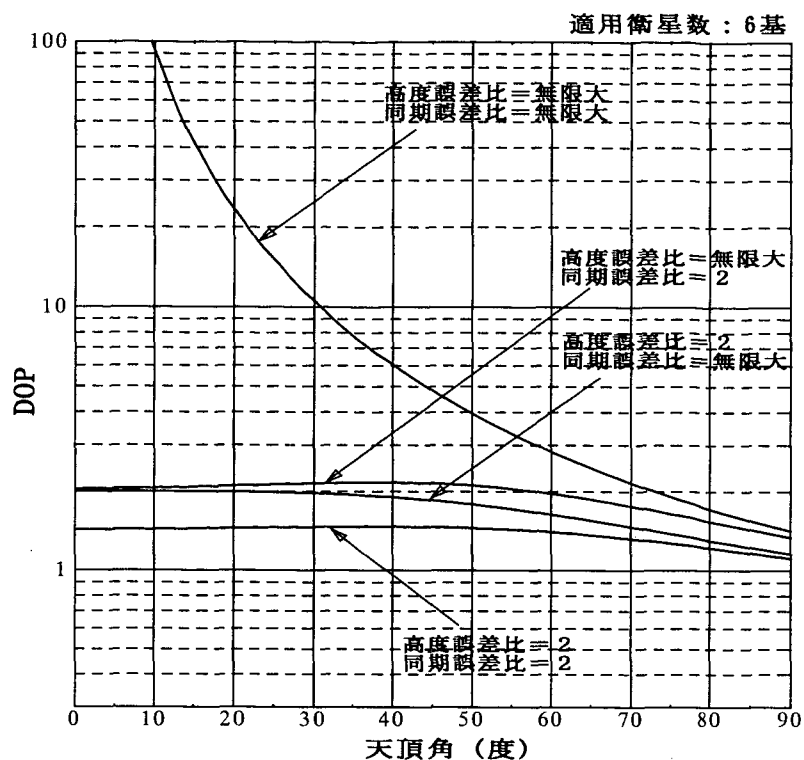
第 3.2 図 グローバル被覆衛星数と可視仰角限界の関係

平均 6 基の衛星が可視である。従って以下では、測位に適用する衛星数 N を 6 基として、最小自乗測位精度の解析を行う。

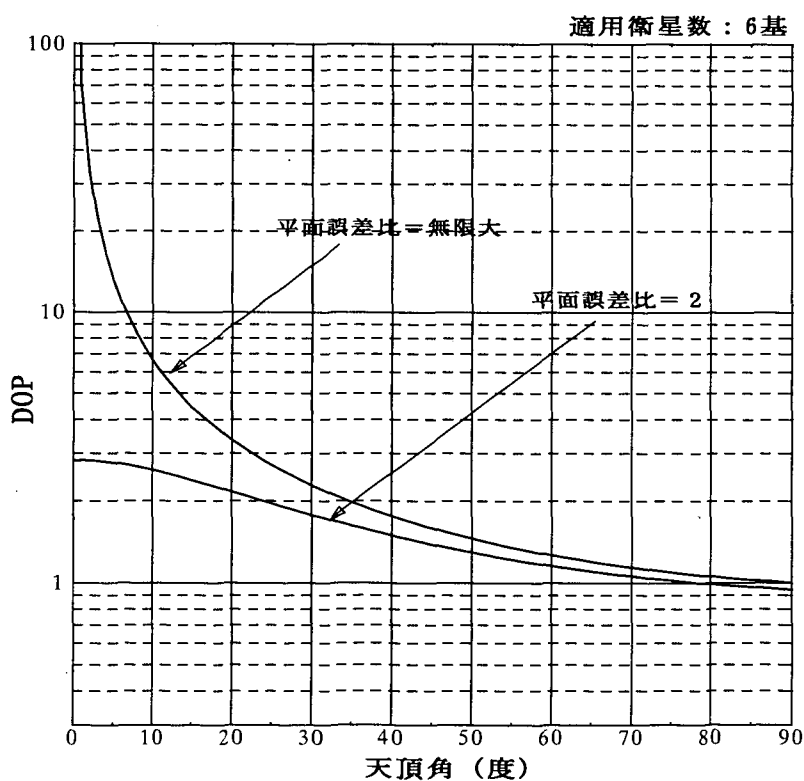
第 3.3 図、第 3.4 図及び第 3.5 図は、 κ_v (図中では高度誤差比と呼ぶ)、 κ_e (図中では同期誤差比と呼ぶ) 及び κ_H (図中では平面誤差比と呼ぶ) を 2 または無限大に設定して、 $VDOP$ 、 $HDOP$ 及び $TDOP$ と衛星天頂角との関係を図示したものである。

まず、第 3.3 図は $VDOP$ (鉛直方向測位劣化指数) と天頂角 (仰角の余角) の関係を示すもので、 κ_H には無関係である。 $\kappa_v=\infty$ 、 $\kappa_e=\infty$ では、視界が制限されると $VDOP$ が劣化し、衛星天頂角が 50 度以上にならなければ、 $VDOP < 4$ とはならない。天頂角が 20 度になると、 $VDOP > 20$ となる。また、同期データを使用することは高度データと同程度に $VDOP$ の低減に効果のあることが解る。

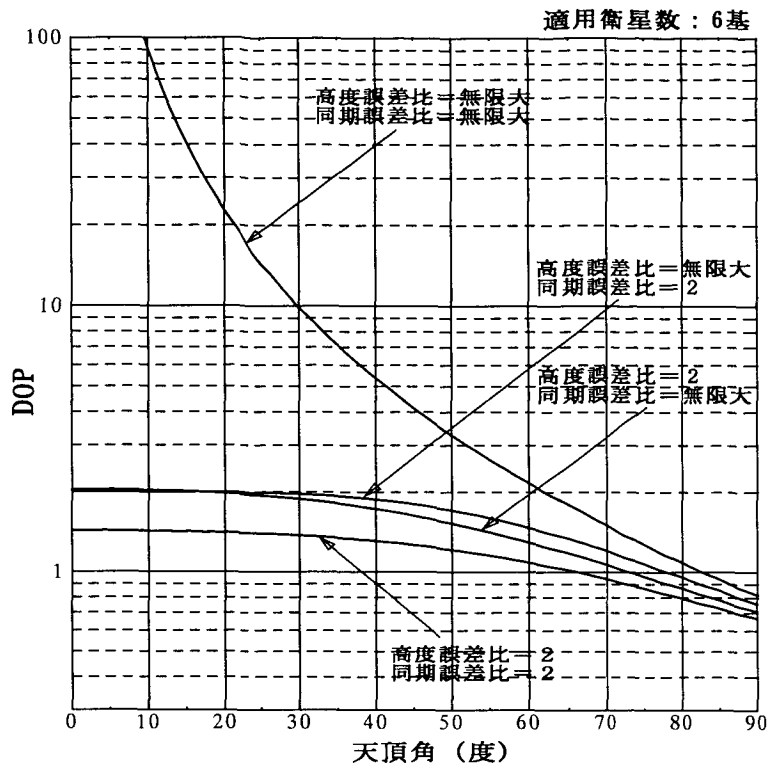
^a 地球表面積を衛星 1 基の被覆面積で割った値を計算で求めたもの。被覆パターンの重なりを考慮している。



第3.3図 最小自乗測位VDOPと天頂角の関係



第3.4図 最小自乗測位HDOPと天頂角の関係



第3.5図 最小自乗測位TDOPと天頂角の関係

第3.4図は $HDOP$ (水平方向測位劣化指数) と天頂角の関係を示すもので、高度データ或いは同期データを適用しても $HDOP$ は向上しない。 $HDOP$ は κ_v 及び κ_c に無関係であり、 $HDOP$ の向上には水平面位置情報を使用しなければならない。ここで注意すべきことは、 $\kappa_H = \infty$ で、かつ天頂角が20度であっても、 $HDOP < 4$ である。従って、可視域の中心方向がほぼ鉛直方向となる衛星配置では、 $HDOP$ は測位方式が非同期型或いは同期型であろうと、3次元或いは2次元であろうと、ほとんど変りがないことが解る。

第3.5図は $TDOP$ (レンジ偏位測位劣化指数) と天頂角の関係を示すもので、 $\kappa_v = \infty$ 、 $\kappa_c = \infty$ の場合、高仰角域では $VDOP$ とほぼ同様の値、低仰角域では $VDOP$ よりも小さな値になる。従って、低仰角域ではレンジ測定データだけで精密クロック同期が可能である。高仰角域では高度データを使用することが効果的である。

以上の考察により、レンジ測定データだけでなく、高度データ、同期データ或いは平面測位データを併用することにより運用環境の変化に強い測位方式が得られるが、この際の最適な測位計算の方法として、(3.1)項に示した重み付け最小自乗法が最も簡便である。そして、測位較正データとして使用する高度、水平面移動量及びクロック同期データ等の統計的性質に従って重み係数を適切に調整することにより、視界が頻繁に変化する運用環境においても安定した測位精度を達成する統合最適測位方式が得られる。

3.3 測位精度に関する解析的結論とシミュレーション結果との比較

DOP（測位劣化指数）は衛星測位精度の指標となるパラメータとしてよく用いられるが、通常、この指数は代数的記述になっていないために数値計算によって求められ、衛星の分布状態や測位方式と DOP との関係を解析的に記述することは少ない。この理由は、測位アルゴリズムとしてカルマンフィルタを使用するために、DOP に関する代数的な関係式を求めることが困難だからである。しかし、衛星天頂角（または衛星仰角）の余弦の平均値や分散値をパラメータとして、衛星配置の幾何学的関係を統計的に表せば、測位方式や測位環境と測位精度との関係を示す DOP に関する代数式を導くことができる。(3.40)～(3.42)式の DOP はその結果であり、*VDOP*、*HDOP*、*TDOP* 等の測位精度を端的に示す DOP の近似的な代数式となっている。便宜のため、(3.52)式及び(3.53)式に加えて、

$$\begin{aligned}\gamma^2 &= \alpha^2 + \beta^2 \\ &= \{(1/N) \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i\}^{1/2}\end{aligned}\quad (3.54)$$

を定義し、(3.40)式～(3.42)式を書き換えれば、以下の関係式が得られる。

$$VDOP^2 = (1 + 1/N\kappa_c^2) / \{N\beta^2 + \gamma^2/\kappa_c^2 + (1 + 1/N\kappa_c^2)/\kappa_v^2\} \quad (3.55)$$

$$HDOP^2 = 4 / \{N(1 - \gamma^2) + 2/\kappa_H^2\} \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned}TDOP^2 &= (\gamma^2 + 1/N\kappa_v^2) / \{N\beta^2 + \gamma^2/\kappa_c^2 + (1 + 1/N\kappa_c^2)/\kappa_v^2\} \\ &= \{(\gamma^2 + 1/N\kappa_v^2)/(1 + 1/N\kappa_c^2)\} VDOP^2\end{aligned}\quad (3.57)$$

上記3式から、衛星測位の測位精度上の特徴を以下のようにまとめることができる。

$$(1) VDOP < \kappa_v \quad (\beta = 0, \kappa_c = \infty \text{ のとき, } VDOP \rightleftharpoons \kappa_v)$$

$$(2) TDOP < \kappa_c \quad (\beta = 0, \kappa_v = \infty \text{ のとき, } TDOP \rightleftharpoons \kappa_c)$$

$$(3) TDOP < VDOP$$

(4) 3次元非同期型測位では、*VDOP*及び*TDOP*は(3.39)式より求められる β 及び測距電波源数の平方根 $N^{1/2}$ に反比例する。従って、測距電波源が狭域に集中する場合に*VDOP*及び*TDOP*が著しく増大する。

(5) 高度データの利用により、同期データの推定精度が向上する。測距電波源が集中する場合でも、高度データの利用により高精度なクロック同期が可能である。

(6) 同期データの利用により、高度データの推定精度が向上する。測距電波源が集中する場合でも、同期データの利用により高精度な鉛直方向測位が可能である。

$$(7) HDOP < 2^{1/2} / \kappa_H$$

(8) *HDOP* は、2次元 或いは 3次元、同期型 或いは 同期型を問わず、すべての測位方

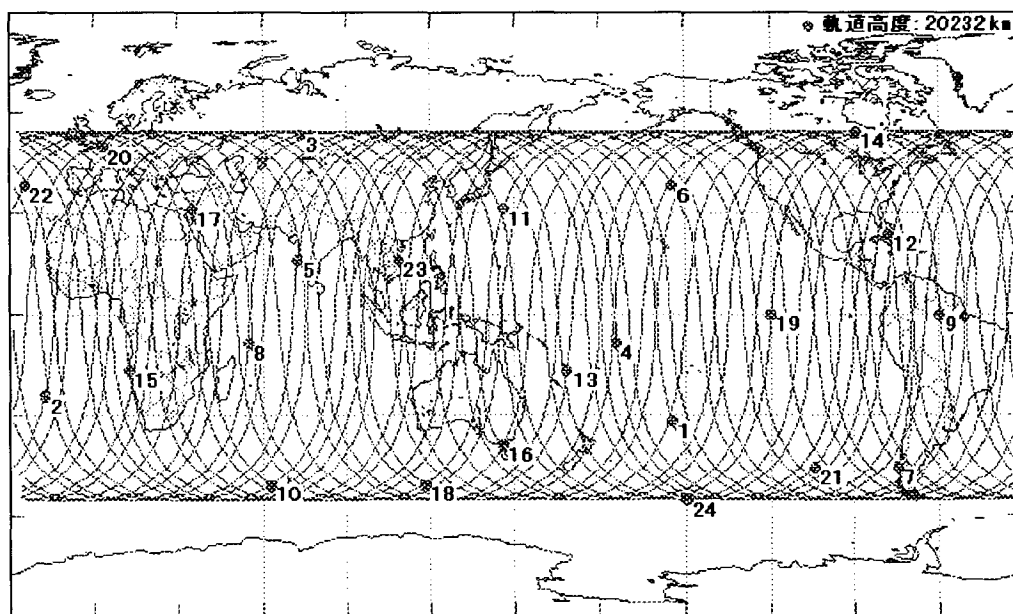
式において、 $(1 - \gamma^2)^{1/2}$ 及び測距電波源数の平方根 $N^{1/2}$ に反比例する。従って、測距電波源が狭域に集中する場合でも、 $VDOP$ のような著しい増大はない。

- (9) 衛星配置の中心方向が概ね天頂方向であれば、高度データ、同期データを利用して水平面測位精度が顕著に向上することはない。従って、高度データ誤差、同期データ誤差が増大しても、水平面測位精度が著しく劣化することはない。

以上の特徴の中で最も注目すべきことは、(3)項の $TDOP < VDOP$ の関係であり、高仰角域では $TDOP \approx VDOP$ となることである。測位精度のシミュレーションにおいても、鉛直方向測位誤差とレンジ偏位誤差は概ね同等に現れる。また、高度データの利用によりレンジ偏位精度が向上し、同期データの利用により鉛直方向測位精度が向上するという相関性のあることが示される。この解析結果は、時系列の衛星測位ベクトルによって移動局や地上局のクロックを正確に較正する^aのが可能であることを示唆するものである。

最小自乗測位に関する以上の解析結果の妥当性を確認するために、GPS 模擬衛星群^bを測距電波源として行った計算機シミュレーションの結果を示す。

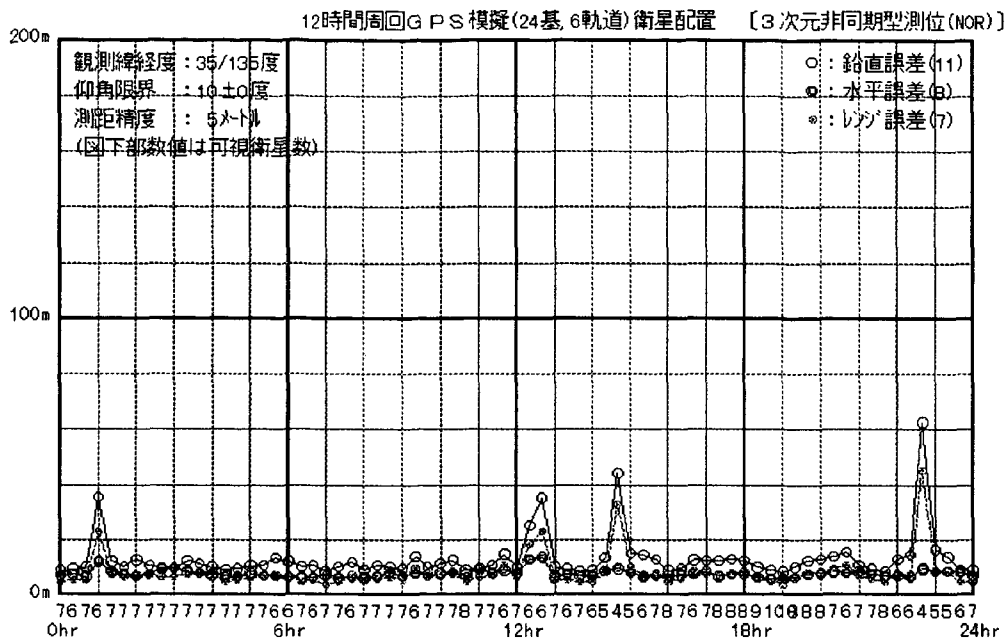
参考のため、第 3.6 図にシミュレーションに用いる GPS 模擬衛星群の軌跡を示す。



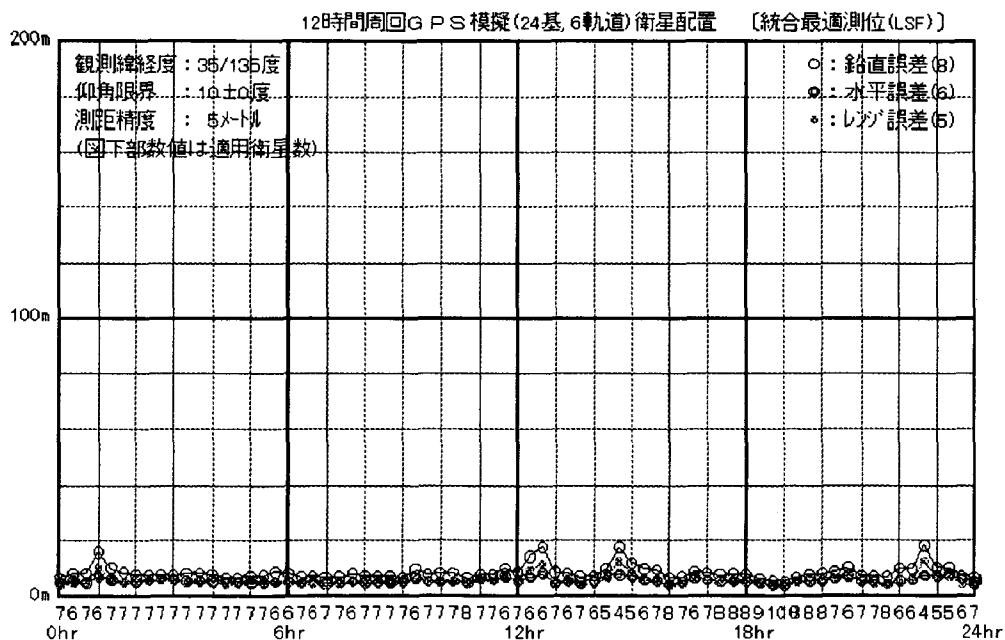
第 3.6 図 GPS 模擬衛星群の軌道と配置状態 (24 基、軌道周期 12hr)

^a 移動量が正確に知られた移動局或いは不動の地上局で測定される測位ベクトルの変動から、ユーザクロックオフセットの変化率が推定できる。この変化率に長期不変的な項を含む場合、これをクロック較正に活用することができる。ユーザクロック較正の問題は第 4 章において考察する。

^b 2.10 項の測位精度解析で用いた衛星群と同じである。GPS よりも規則正しい配置に変更している。



第 3.7 図 3 次元非同期型確定的測位誤差の時間的推移



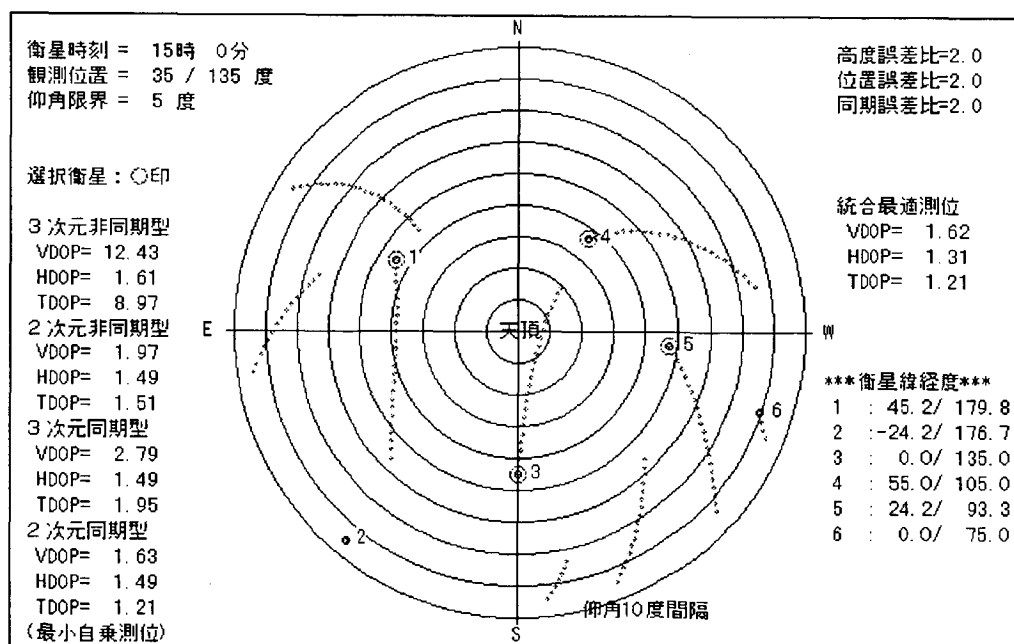
第 3.8 3 次元非同期型最小自乗測位誤差の時間的推移 (高安定クロック使用)

第 3.7 図は、仰角限界を 10 度とした場合の日本（以下、北緯 35 度、東経 135 度の地点を日本の代表地点とする）での測位誤差の推移を確定法、即ち $GDOP$ が最小となる 4 基の衛星を選択して、2.5 項に示した 3 次元非同期型測位アルゴリズムで求めたものである。この図において、可視衛星数が 4 基以上であるにもかかわらず、4 箇所において DOP

が急激に増大するのは、これらの時点ですべての可視衛星が同心円上に接近するという非同期型に不利な配置になっているからであり、このような衛星配置による一時的な劣化は毎日繰り返されるものである。また、すべての可視衛星を用いる3次元非同期型の最小自乗測位を適用した場合でも、*VDOP* 及び *TDOP* を改善することはできない。*TDOP* が *VDOP* よりも常に小さくなることも、シミュレーション結果から明らかである。

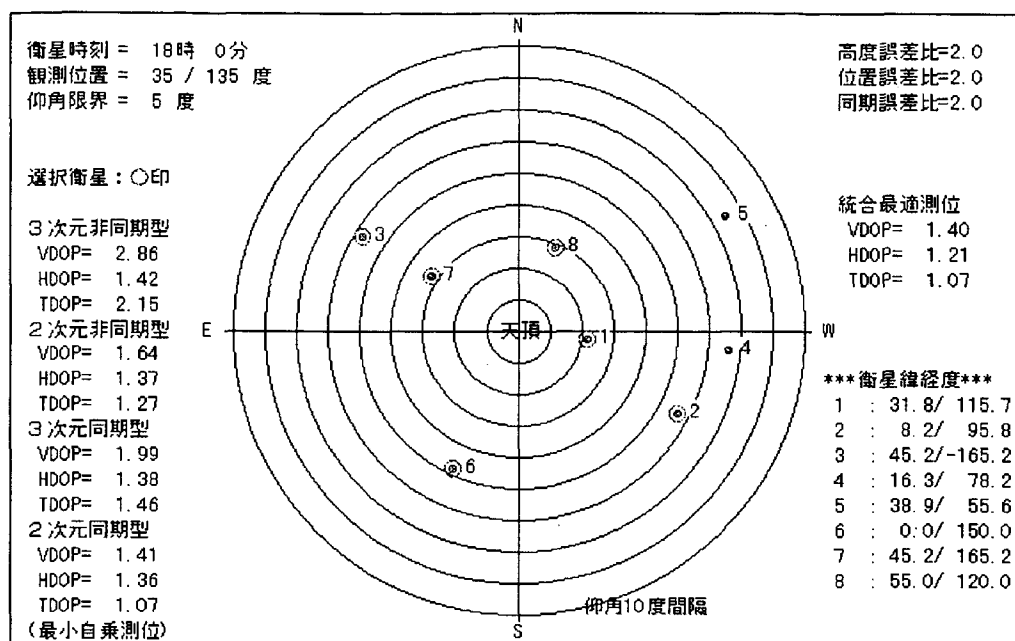
外部航法データを用いなくて、この問題を改善する最も有効な方法は、移動局搭載クロックとして高安定クロックを使用することである。第3.8図は、 3×10^{-11} 級の高安定クロックを移動局クロックに適用した場合である。このクロック安定性によるレンジ偏位誤差の変化量は 0.03km/hr であるから、前述の4個所での測位誤差が減少している。推定されたレンジ偏位が高安定クロックにより維持されるため、同期型測位の特徴が発揮されるからである。従って、第3.8図の測位誤差は全体にわたって第3.7図よりも小さくなる。

第3.9図は、選択された4衛星が天空に描いた同心円の近傍にくる場合の衛星配置と測位劣化指数を示したものである。図中左側に記入された測位劣化指数のうち、*HDOP* に関しては4測位方式ともほとんど同じ数値である。しかし、*VDOP* 及び *TDOP* に関しては、3次元非同期型測位方式に限り大きな値になっており、2次元非同期型及び3次元同期型の測位方式では、誤差比例係数 2 の高度データ或いは同期データを用いることにより、大幅に改善されている。図中右側には水平面位置データを併用する統合最適測位の測位劣化指数が示されている。水平面位置データにより、*HDOP* のみ改善されていることも解析から得られる結論と同じである。



第3.9図 衛星が同心円上に配置された場合の測位劣化指数

ここで、シミュレーションによって得られた測位劣化指数は、適用衛星数が4基の場合でも、衛星配置の統計的な取り扱いから得られた第3.3図、第3.4図及び第3.5図の結果とよく一致していることを示す。ただし、これらの図の算出においては均一な衛星配置を条件としており、図中の天頂角は(3.51)式で定義される可視天頂角限界である。



第3.10図 6衛星を用いた最小自乗測位の測位劣化指数

第3.10図は、6基の衛星が天頂を中心に天頂角60度付近まで広く点在している衛星配置状態と各方式のDOP計算値を示すものである。これらの計算値の中でVDOP及びTDOPは、第3.3図及び第3.5図の天頂角限界(θ_L)60度におけるすべての数値と非常によく一致している。HDOPについては、衛星配置が方位に関して均一性が乏しいため、第3.4図の天頂角60度における数値よりも20%程度大きいのが、概ね一致している。

また、(3.38)式及び(3.39)式によれば、この衛星配置では、 $\alpha=0.736$ 、 $\beta=0.566$ である。従って、(3.52)式或いは(3.53)式より、天頂角限界 θ_L は62度になる。

以上の解析から、3.2項で求めた測位劣化指数に関する関係式は、最小自乗測位における測位精度の一般的な評価手段として有効であると判断できる。

3.4 衛星測位における最小自乗法の有用性と限界

前項において、最小自乗法を適用した衛星測位の測位劣化指数(DOP)の近似式として、(3.55)~(3.57)式を導出した。これらの関係式は可視衛星数N、観測点から見た衛星天頂角の余弦の分散値 γ^2 、余弦値の標準偏差の自乗値 β^2 、鉛直位置誤差比 κ_v 、レンジ

偏位誤差比 κ_c 及び水平面位置誤差比 κ_H によって表わされているため、衛星の平均的な配置条件を反映し、かつ 2 次元測位及び同期型測位の精度上の特徴を表現できる関係式となっている。

前項で導かれた最小自乗測位の劣化指数の関係式を分析すれば、測定レンジデータ及び測位較正データ（2.2 項において、高度データ、同期データ等の測定レンジデータ以外の測定データを測位較正データと定義している）をすべて適用した最小自乗測位の方が、第 2 章で検討した確定的測位よりも高精度になることは明らかである。また、測定レンジ数 N の増加と共に各 DOP が減少することも確かなことであり、計算機シミュレーションによって確かめることができる。ただし、測定データの誤差の統計的性質は概ね既知であり、それぞれの誤差比例係数を相応の確からしさに設定できなければならない。

また、高度データ或いは同期データが利用できない 3 次元測位或いは非同期型測位の DOP は、 κ_v 或いは κ_c を無限大（実際は 10^8 程度の値でよい）に設定することによって求めることができる。高度データ或いは同期データの測定精度が高まり、 κ_v 或いは κ_c の値が減少すれば、各 DOP は単調に減少することも(3.55)～(3.57)式より明らかである。

以上の解析結果に見られる特徴から判断すれば、3.1 項に示した重み付け最小自乗測位は以下の理由によって有効である。

- (1) 誤差の統計的性質が既知であれば、すべての測定データを最適に活用できる。
- (2) 測定データが欠落している場合は、この測位較正データの誤差比例係数を無限大にすることにより、任意の測定レンジ数に対する 3 次元或いは 2 次元、非同期型或いは同期型の測位アルゴリズムが導かれる。
- (3) 高度データ、同期データに加えて、水平面内位置データを測位較正データとして適用可能（観測行列(3.13)式を参照）とすれば、測定レンジデータが皆無となっても測位解が常に求められる測位アルゴリズムとなる。
- (4) 確定的測位の場合のような DOP が最小となる測定レンジ、測位方式を選択する手続きが不要である。

特に(3)項については、車速センサと方位センサ等から求められる推測航法データ、或いは測距電波のドップラー変移量から求められる移動量を測位較正データとして利用する簡便な方式を与える。移動局が低速で移動している場合は、前回更新時の測位データをそのまま測位較正データとして利用することができる。この場合、誤差比例係数が適切な値に設定されておれば、電波障害物によって測位機能が一時的に中断する等の陸上測位における問題を容易に回避できる。

また、他の航法手段から測位較正データが得られ、これらの誤差比例係数が条件式或いは時間関数等として設定できるならば、(3.13)式を拡張した正規化観測行列を構成して、

(3.14)式により最適測位解が求められる。このような重み付け最小自乗測位では、各測定データ誤差の統計的性質を模擬した時間関数を誤差比例係数として直接に用いるため、繰り返し計算によって測位解が発散するという問題は生じない。

ところで、最小自乗法とは、それぞれの測定データの誤差が統計的に独立であり、かつ測定の時刻に関わりなく同じ性質を維持した不規則雑音である場合に、推定誤差の自乗和が最小となる雑音処理の方法である。それぞれの測定データの誤差が異なった標準偏差を持つ場合は、最適な測位解は(2.31)式によって表される。しかし、3.1項に示したように、標準偏差の基準値 σ_0 なるものを導入し、すべての測定データ偏差の標準偏差が σ_0 となるように正規化した場合、(2.31)式の重み付け最小自乗測位アルゴリズムは(3.14)式によって書き換えることができた。便宜上、これを再度示すと、

$$\delta \mathbf{x} = (\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \underline{H}^T \delta \rho \quad (3.57)$$

であり、重み付けのない最小自乗法となる。そして、測定データ偏差ベクトルは σ_0 によって正規化されているから、測位誤差ベクトル $\delta \mathbf{x}$ の共分散行列 P は、

$$P = \sigma_0^2 (\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \quad (3.58)$$

となる。従って、衛星配置状態と誤差比例係数によって定まる観測行列 \underline{H} が変わらない限り共分散行列 P は不変であり、測位誤差は変わらないことになる。このように、すべての測定データの誤差が統計的に独立な不規則雑音であり、推定アルゴリズムが(3.57)式のように過去の推定とは無関係とする最小自乗法のもとでは、移動局が停止した状態にあっても、推定を重ねる度に測位精度が向上するようなことはない。これは、最小自乗法では状態変数の時間更新を反映した共分散行列 P の更新のメカニズムが含まれておらず、その時点の観測データを最適に雑音処理すること以外は行っていないからである。最小自乗法の限界はこの点にあり、カルマンフィルタと大きく異なるところである。

3.5 測位劣化指数による重み係数の更新とその効果

最小自乗測位解(3.57)式の行列 $(\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \underline{H}^T$ を構成する(3.13)式の観測行列 \underline{H} に着目すると、測定データ偏差ベクトル $\delta \rho$ は測定レンジデータの偏差ベクトルに測位較正データの偏差ベクトルが加わった形式になっており、行列 \underline{H} にはこれらの誤差比例係数として κ_x 、 κ_y 、 κ_z 及び κ_c が与えられている。測位較正データが測定値として得られる場合は、これらの測定誤差の標準偏差から誤差比例係数を求める。測定値がない場合は、前回更新時の測位劣化指数、前回更新時点からの経過時間と観測点移動量或いはクロック安定性等の数値を用いて誤差比例係数を生成する。即ち、測定値が得られない場合でも、測位ベク

トル偏差は観測点の移動量やクロックのドリフトによって生じるため、例えば、これらから予想される誤差の標準偏差に応じて誤差比例係数を設定し、測位較正データ偏差を予想される偏差値とすることにより、最小自乗推定の最適性を維持することができる^a。以下では、このような最小自乗測位方式を**統合最適測位方式**と呼ぶことにする。

簡単な例として、レンジ偏位の誤差比例係数を上げる。まず、クロックオフセットが標準偏差 σ_c の精度で測定される場合、誤差比例係数 κ_c は明らかに、

$$\kappa_c = c \sigma_c / \sigma_0 \quad (3.59)$$

で与えられる。ただし、 c は光速、 σ_0 は測定レンジ誤差の標準偏差の代表的な値とする。

クロックオフセットが測定されない場合は、前回更新時のレンジ偏位の測位劣化指数を *TDOP*、更新時点からの経過時間を t_c (sec)、クロックオフセットの時間変化率 ε_c (sec/sec) の誤差を $\delta\varepsilon_c$ 、クロックオフセットのランダムウォークを η_c (sec/sec^{1/2})として、

$$\kappa_c = \{TDOP^2 + (c \delta\varepsilon_c / \sigma_0)^2 t_c^2 + (c \eta_c / \sigma_0)^2 t_c\}^{1/2} \quad (3.60)$$

で与えられ、レンジ偏位測定データ偏差 $\delta\rho_c$ は

$$\delta\rho_c = c \varepsilon_c t_c \quad (3.61)$$

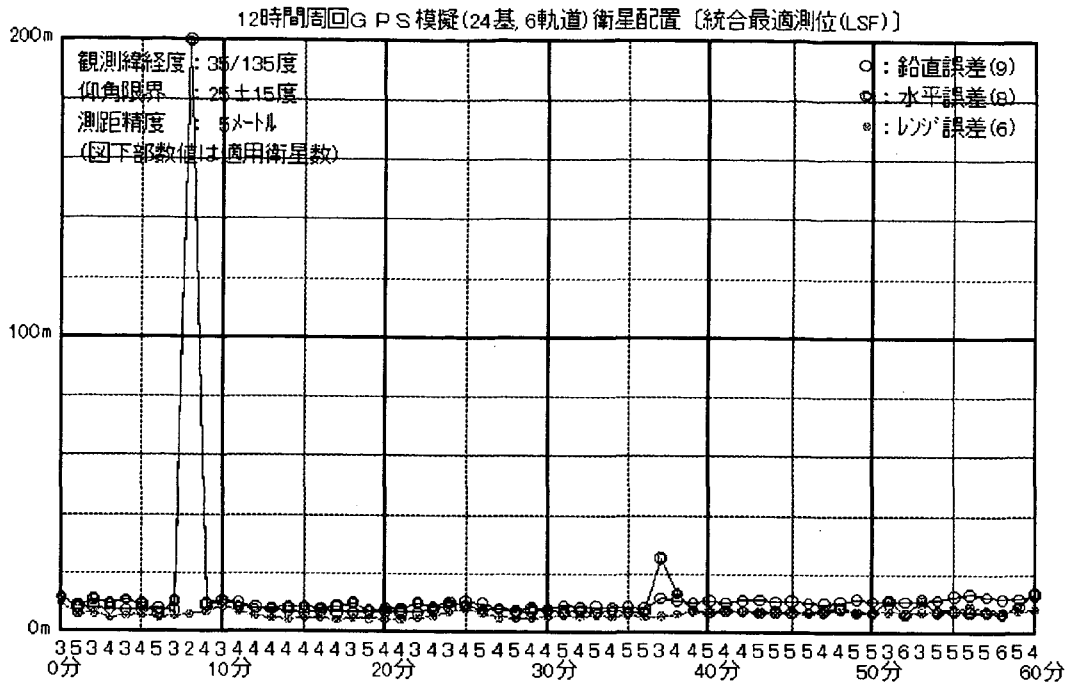
なる関係式によって与えられるものとする。

このような誤差比例係数の関数化では、対象となる正規化測位較正データ誤差の時間的変動特性を反映した数学的モデルを構成する必要がある。この例では、正規化レンジ偏位データ誤差の標準偏差が *TDOP* を初期値として、経過時間 t_c に比例するドリフト誤差と、不規則雑音の積分であるランダム誤差によって増大する性質を表現することができる。

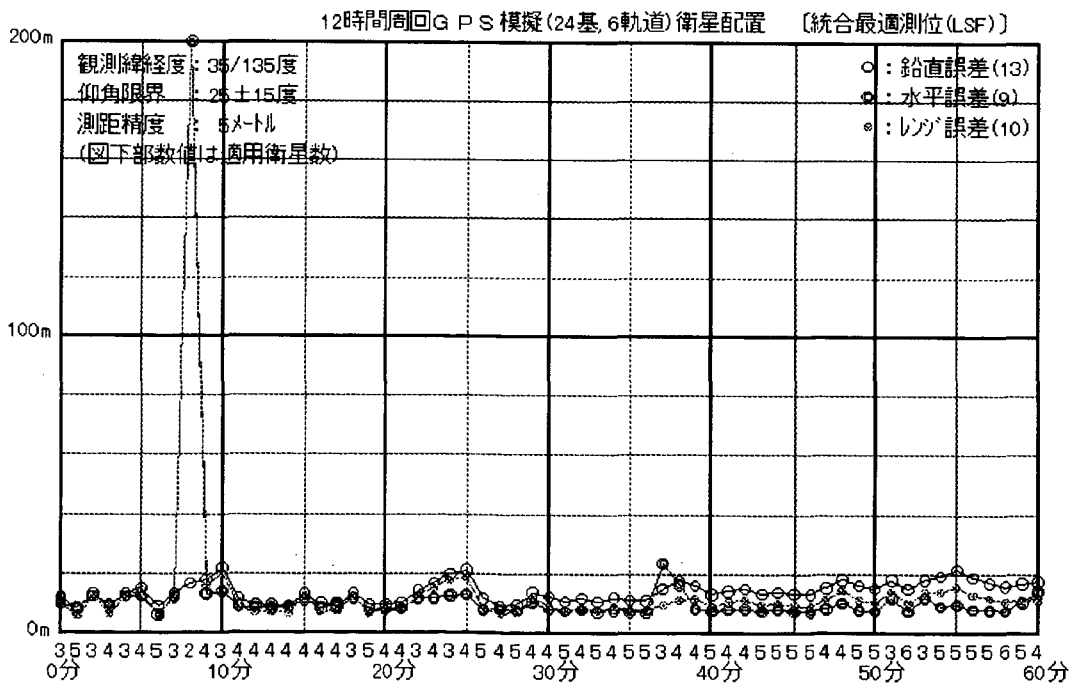
ここで、3.3 項の GPS 模擬衛星群を用いて、上記のような誤差比例係数の関数化による統合最適化の効果を確かめる。簡便のため、衛星可視状態を表す可視仰角限界は 25 度 ±15 度の範囲を 1 分毎に変動するものとする。

第 3.11 図は、(3.60)式において、 $\delta\varepsilon_c = 1 \times 10^{-10}$ sec/sec、 $\eta_c = 0$ sec/sec^{1/2}として、測位誤差の時間的推移を図示したものである。この精度のクロックによるレンジ偏位誤差の増加量は毎分 1.8m であるから、1 分毎に可視状態が変動するような運用環境では、誤差比例係数の関数化の十分な効果が現れている。図の下部に記した数値は可視衛星数であるが、可視衛星数が 3 基の場合でも、ほとんど 20m 以下の測位誤差となっている。

^a カルマンフィルタでは、状態方程式を用いて状態変数の偏差値と共分散行列を更新する。



第 3.11 図 レンジ偏位誤差比例係数 κ_c 関数化の効果 (安定性: 10^{-10}sec/sec)



第 3.12 図 高度誤差比例係数 κ_x 関数化の効果 (上下運動: $10\text{m/min}^{1/2}$)

第 3.12 図は、移動局が地表を移動するものとして、その高度変化を誤差比例係数に反映した場合の測位誤差を図示したものである。(3.60)式を参考にすれば、高度誤差比例係数 κ_x は

$$\kappa_x = \{VDOP^2 + (\delta\epsilon_x/\sigma_0)^2 t_x^2 + (\eta_x/\sigma_0)^2 t_x\}^{1/2} \quad (3.62)$$

によって表すことができる。ただし、 $VDOP$ は前回更新時の高度方向測位劣化指数、 t_x (sec)は更新時点からの経過時間、 $\delta\epsilon_x$ (m/min)は地表の傾斜による移動局高度の時間変化率 ϵ_x (m/sec)の誤差を表す係数、 η_x (m/min^{1/2})は地表の不規則な高低による移動局高度の変動をランダムウォークとして表す場合の係数である。

このシミュレーションではランダムウォークのみに注目し、 $\delta\epsilon_x=0$ m/min、 $\eta_x=10$ m/min^{1/2}とした。測位誤差は第 3.11 図よりもやや大きい、可視衛星数が3基となる場合でも良好な測位精度が得られる。第 3.11 図及び第 3.12 図のような統合最適化を行わない3次元非同期型の測位性能は、3.11 項の第 3.21 図を参考にすることができる。

3.6 測位劣化指数の収束性

重み付け最小自乗測位の測位劣化指数の近似式は(3.55)～(3.57)式によって記述される。重み係数を可変とする最小自乗測位では、測位較正データの測定値が得られない場合でも、これを適当な時間関数で模擬し、かつ前回の測位劣化指数とその後の誤差の発散を考慮して誤差比例係数を更新することにより、前項のシミュレーション結果に見られるような安定した測位計算が可能になる。以下では、測位劣化指数を誤差比例係数に利用する重み付け最小自乗法の収束性について考察する。

まず、(3.55)～(3.57)式を観察すれば、明らかに以下の不等式が成立している。

$$VDOP < \kappa_x \quad (3.63)$$

$$HDOP \times 2^{-1/2} < \kappa_H \quad (3.64)$$

$$TDOP < \kappa_c \quad (3.65)$$

即ち、更新された最新の測位劣化指数は更新前の誤差比例係数よりも小さいから、最新の測位劣化指数によって誤差比例係数を更新する場合、測位劣化指数は単調に減衰する。

いま、前回の測位劣化指数を $VDOP_{i-1}$ 、 $HDOP_{i-1}$ 及び $TDOP_{i-1}$ 、測位更新が行われる直前には増加して $VDOP_{ip}$ 、 $HDOP_{ip}$ 及び $TDOP_{ip}$ となるものとして、

$$VDOP_{ip}^2 = \Phi_{Vi} VDOP_{i-1}^2 \quad (3.66)$$

$$HDOP_{ip}^2 = \Phi_{Hi} HDOP_{i-1}^2 \quad (3.67)$$

$$TDOP_{ip}^2 = \Phi_{Ti} TDOP_{i-1}^2 \quad (3.68)$$

が成立するものとする。このとき、 Φ_{Vi} 、 Φ_{Hi} 及び Φ_{Ti} は測位誤差の分散値の増加比であり、例えば(3.60)式を参考にすれば、

$$\Phi_{Ti} = 1 + \{ (c \delta \varepsilon_c / \sigma_0)^2 t_c^2 + (c \eta_c / \sigma_0)^2 t_c \} TDOP_{i-1}^{-2} \quad (3.69)$$

である。さらに簡便のため、分散係数増分 ϕ_v 、 ϕ_H 及び ϕ_T を導入して、

$$\Phi_{Vi} = 1 + \phi_v VDOP_{i-1}^{-2} \quad (3.70)$$

$$\Phi_{Hi} = 1 + \phi_H HDOP_{i-1}^{-2} \quad (3.71)$$

$$\Phi_{Ti} = 1 + \phi_T TDOP_{i-1}^{-2} \quad (3.72)$$

とおく。また、例えば $VDOP_{ip}$ 、 $VDOP_i$ 等を用いて(3.55)～(3.57)式を書き換えれば、

$$1/VDOP_i^2 = 1/VDOP_{ip}^2 + (N\beta^2 TDOP_{ip}^2 + \gamma^2)/(TDOP_{ip}^2 + 1/N) \quad (3.73)$$

$$1/HDOP_i^2 = 1/HDOP_{ip}^2 + N(1 - \gamma^2)/4 \quad (3.74)$$

$$1/TDOP_i^2 = 1/TDOP_{ip}^2 + (N\beta^2 VDOP_{ip}^2 + 1)/(\gamma^2 VDOP_{ip}^2 + 1/N) \quad (3.75)$$

なる測位劣化指数に関する更新式が得られる。ただし、 $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$ であり、 α 及び β は(3.52)式及び(3.53)式から求められる。

ここで、測位劣化指数は定常値 $VDOP_\infty$ 、 $HDOP_\infty$ 及び $TDOP_\infty$ に収束するものと仮定すれば、(3.69)式で表わされる Φ_{Vi} 、 Φ_{Hi} 及び Φ_{Ti} も定常値 $\Phi_{V\infty}$ 、 $\Phi_{H\infty}$ 及び $\Phi_{T\infty}$ に収束する。従って、(3.66)～(3.68)式の関係を用いて、(3.73)～(3.75)式を書き換えれば、

$$VDOP_\infty^2 = (1 - 1/\Phi_{V\infty})(\Phi_{T\infty} TDOP_\infty^2 + 1/N)/(N\beta^2 \Phi_{T\infty} TDOP_\infty^2 + \gamma^2) \quad (3.76)$$

$$HDOP_\infty^2 = 4(1 - 1/\Phi_{H\infty})/\{N(1 - \gamma^2)\} \quad (3.77)$$

$$TDOP_\infty^2 = (1 - 1/\Phi_{T\infty})(\gamma^2 \Phi_{V\infty} VDOP_\infty^2 + 1/N)/(N\beta^2 \Phi_{V\infty} VDOP_\infty^2 + 1) \quad (3.78)$$

なる定常状態における関係式が得られる。また、測位劣化指数の初期値 $VDOP_0$ 、 $HDOP_0$ 及び $TDOP_0$ は3次元非同期型最小自乗測位の測位劣化指数と考えてよいから、(3.55)～(3.57)式の誤差比例係数を無限大とすることによって得られ、

$$VDOP_0 = 1/(N\beta^2)^{1/2} \quad (3.79)$$

$$HDOP_0 = 2/\{N(1 - \gamma^2)\}^{1/2} \quad (3.80)$$

$$TDOP_0 = \gamma/(N\beta^2)^{1/2} \quad (3.81)$$

と置ける。従って、N がある程度大きな値、例えば6 程度であれば、近似的に、

$$VDOP_{\infty}^2 = (1 - 1/\Phi_{V\infty}) (\Phi_{T\infty} TDOP_{\infty}^2) (VDOP_0^2 / TDOP_0^2) \quad (3.82)$$

$$HDOP_{\infty}^2 = (1 - 1/\Phi_{H\infty}) HDOP_0^2 \quad (3.83)$$

$$TDOP_{\infty}^2 = (1 - 1/\Phi_{T\infty}) (\Phi_{V\infty} VDOP_{\infty}^2) (TDOP_0^2 / VDOP_0^2) \quad (3.84)$$

なる関係式が得られる。さらに、 $TDOP_i^2 = \gamma^2 VDOP_i^2$ なる性質^aに着目すれば、

$$VDOP_{\infty}^2 = \gamma^{-1} (\phi_V \phi_T)^{1/2} \quad (3.85)$$

$$HDOP_{\infty}^2 = \{-\phi_H + (\phi_H^2 + 4\phi_H HDOP_0^2)^{1/2}\} / 2 \quad (3.86)$$

$$TDOP_{\infty}^2 = \gamma (\phi_V \phi_T)^{1/2} \quad (3.87)$$

なる近似式が得られ、統合最適測位の収束性に関する性質が示される。

まず、(3.86)式において、 $\phi_H \rightarrow 0$ の時、 $HDOP_{\infty} \rightarrow 0$ であり、観測を重ねる度に推定誤差は零に収束する。 $\phi_H \rightarrow 0$ とは、測定間の時間更新において測位ベクトルに誤差が加わらないことであり、停止状態或いは衛星軌道の推定ではこのような条件が成立する。また、 $\phi_H \rightarrow \infty$ の時は $HDOP_{\infty} \rightarrow HDOP_0$ となり、過去の推定結果が現在の推定に役に立たないことを意味している。 $\phi_H \rightarrow \infty$ とは、現在の測位ベクトルが過去の測位ベクトルと関係付けられない状態を示しており、時々刻々の位置が予測できない自在に動き回る移動体の運動状態に対応する。

また、(3.85)式及び(3.87)式は、 ϕ_V 及び ϕ_T が 10 以下の場合の収束値を得るための簡便な近似式である。 $VDOP^2$ 及び $TDOP^2$ は ϕ_V 及び ϕ_T の双方から影響を受けて、それぞれ ϕ_V 及び ϕ_T の相乗平均の γ^{-1} 倍及び γ 倍に収束する^b。しかし、(3.85)式及び(3.87)式はかなり近似的処理によって求められる関係式であり、 ϕ_V 及び ϕ_T が 10 以上となる領域では成立しない。この場合、通常の衛星配置であれば、(3.76)式及び(3.78)式より、

$$VDOP_{\infty}^2 = (1 - 1/\Phi_{V\infty}) VDOP_0^2 \quad (3.88)$$

$$TDOP_{\infty}^2 = (1 - 1/\Phi_{T\infty}) TDOP_0^2 \quad (3.89)$$

なる近似式が得られる。従って、 $\phi_V \rightarrow \infty$ 、 $\phi_T \rightarrow \infty$ の時、 $VDOP_{\infty} \rightarrow VDOP_0$ 、 $TDOP_{\infty} \rightarrow TDOP_0$ であり、分散係数増分が大きい場合は DOP が減衰しないことが示される。

^a 数学的帰納法を用いれば、(3.73)式及び(3.75)式より、 $TDOP_i^2 = \gamma^2 VDOP_i^2$ なる関係が容易に求められる。

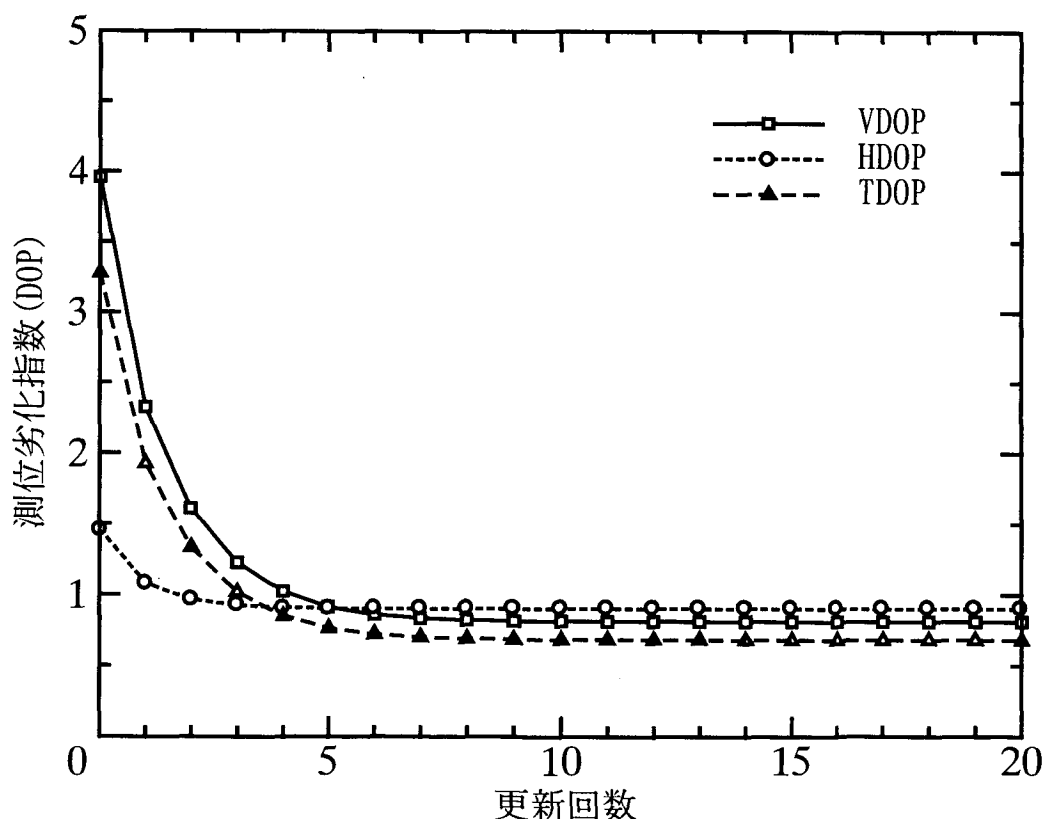
^b 非同期型測位方式では、(3.79)式及び(3.81)式に見られるように、 $\beta \rightarrow 0$ による発散の問題があるが、統合最適測位方式ではこの問題がなくなる。 β はすべての衛星が同心円上にくるとき 0 となる。

第 3.13 図及び第 3.14 図は、 $N=6$ 、 $\phi_v=\phi_H=\phi_T=0.5$ として、(3.66)式～(3.81)式を用いて測位劣化指数の更新毎の変化をイテラティブに求めたものである。測位劣化指数の初期値には(3.79)式～(3.81)式を適用している³。

まず第 3.13 図は、天頂角限界を 50 度とした場合であり、 $VDOP$ 及び $TDOP$ は 4.0 及び 3.3 を初期値として、更新回数 7 回で 0.8 及び 0.7 に収束している。 $HDOP$ は 1.5 を初期値として、概ね更新回数 5 回で 0.9 に収束している。 ϕ_v 、 ϕ_H 及び ϕ_T が増減すると、(3.85)式～(3.87)式に従って収束する値も増減するが、収束の傾向は変わらない。

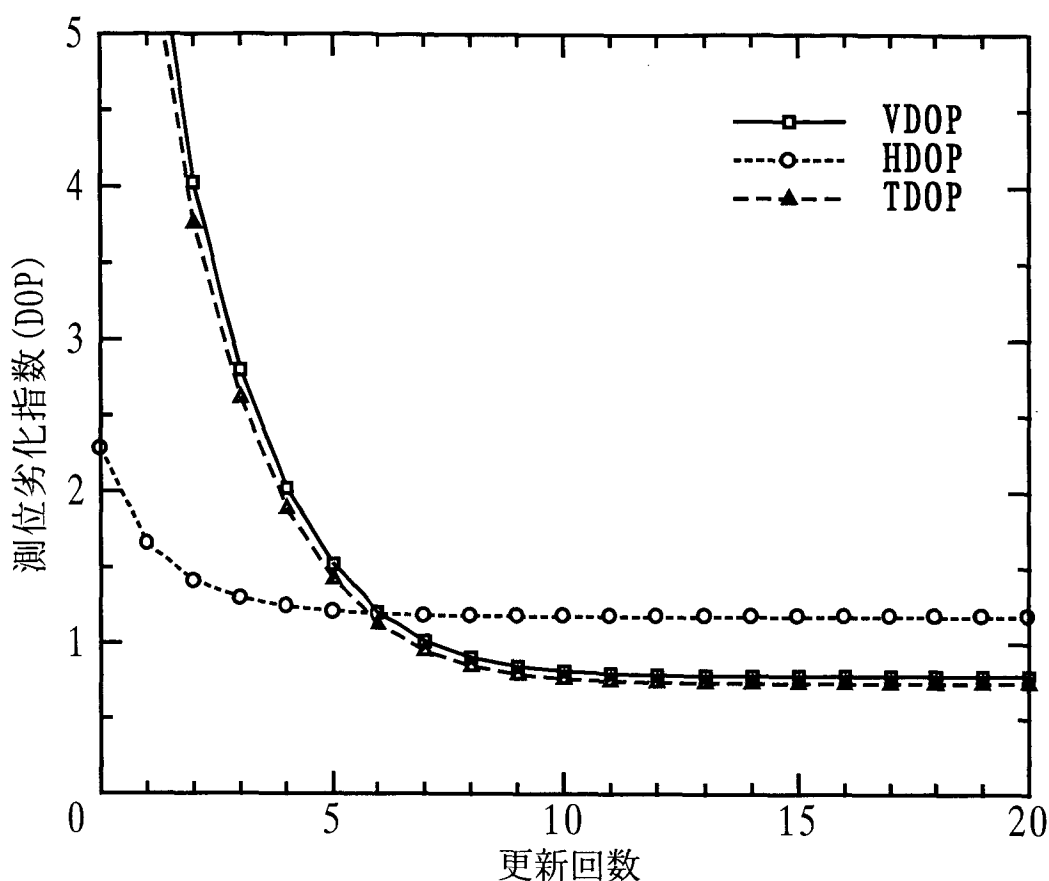
第 3.14 図は、天頂角限界を 30 度とした場合であるが、 $VDOP$ 及び $TDOP$ は 10.6 及び 9.9 を初期値として、更新回数 10 回で 0.8 及び 0.7 に収束している。 $HDOP$ は 2.3 を初期値として、概ね更新回数 8 回で 1.2 に収束している。収束までの更新回数が第 3.13 図よりも増加しているのは天頂角限界が狭くなったからであり、 β の減少が直接的な原因であることが、(3.73)式～(3.75)式から予想される。

第 3.13 図及び第 3.14 図の比較において注目すべき点は、 $VDOP$ 、 $HDOP$ 及び $TDOP$ の収束値はこれらの初期値に無関係であり、時間更新時のシステム雑音の程度を表す分散



第 3.13 図 測位劣化指数の収束性 (統合最適測位、天頂角限界：50 度)

³ この解析では、測位劣化指数の初期値は非同期型測位により求められる値に設定している。これらの初期値が大きくなっても最初の数回の更新に影響するだけで、その後の測位劣化指数の減衰特性に無関係である。



第 3.14 図 測位劣化指数の収束性（統合最適測位、天頂角限界：30 度）

係数増分 ϕ_v 、 ϕ_H 及び ϕ_T と、(3.54) 式の γ^2 （衛星天頂角の余弦の分散値）の関数となっていることである。これらの数値解は(3.85)～(3.37)式の解析解とも良く一致している。

3.7 最小自乗測位とカルマンフィルタの関連性

最小自乗測位における非減衰性の問題は、観測データとして測位ベクトルを組み入れることによって解決できた。この問題は、勿論、カルマンフィルタの適用によって解消することができる。例えば、移動局の運動が人工衛星のように運動方程式によって記述される場合、カルマンフィルタを用いた測位誤差の標準偏差は、最小自乗測位誤差の標準偏差が初期値となり、その後、観測更新によってシステム雑音のレベルにまで減衰する。これは、最適推定を可能とするカルマンゲインが観測量だけでなく、状態方程式によって予測される状態量の誤差の統計的性質に基づき決定されるからである。以下では、重み係数可変型の最小自乗法とカルマンフィルタとの類似点と相異点について考察する。

これまでの記号の定義を用いて、前回の測位ベクトルの偏差（ここでは、単に状態量、状態変数ともいう）を $\delta \mathbf{x}_0$ 、今回の観測更新直前の状態量を $\delta \mathbf{x}'$ 、観測データの偏差ベクトル（以下では、単に観測量、観測値とも呼ぶ）を $\delta \mathbf{z}$ とする。

拡張カルマンフィルタによれば、状態量 $\delta \mathbf{x}$ は以下の式により観測更新される。

$$\delta \mathbf{x}' = F \delta \mathbf{x}_0 \quad (3.90)$$

$$\delta \mathbf{x} = \delta \mathbf{x}' + K(\delta \mathbf{z} - H \delta \mathbf{x}') \quad (3.91)$$

$$K = P_0 H^T (H P_0 H^T + R)^{-1} \quad (3.92)$$

ただし、 $\delta \mathbf{x}_0$ は状態量 $\delta \mathbf{x}$ の前回観測更新時の値、 F は移動局の運動方程式により定められる状態遷移行列、 H は観測量と状態量を関係付ける行列^a、 R は観測雑音の共分散行列、 K は(3.92)式により算出されるカルマンゲインである。また、 P_0 は P の最新の値であり、

$$P = F(I - KH)P_0 F^T + GQG^T \quad (3.93)$$

により更新される。ただし、 G は状態方程式に加わるシステム雑音と状態変数を関係付ける行列、 Q はシステム雑音の共分散行列である。 P は状態量 $\delta \mathbf{x}$ の共分散行列であり、 $\delta \mathbf{x}$ の初期値が決まれば、その後は観測値に関わりなく、(3.93)式により更新される。

ところで、(3.92)式で表されるカルマンゲインは評価関数

$$J = (1/2)[(\delta \mathbf{x} - \delta \mathbf{x}')^T P_0^{-1}(\delta \mathbf{x} - \delta \mathbf{x}') + (\delta \mathbf{z} - H \delta \mathbf{x}) R^{-1}(\delta \mathbf{z} - H \delta \mathbf{x})] \quad (3.94)$$

が最小となる条件から求められるが、カルマンフィルタにおいては、評価関数は状態変数の更新量($\delta \mathbf{x} - \delta \mathbf{x}'$)をそれぞれの標準偏差によって重み付けしたベクトル成分の2乗和と、残差ベクトル($\delta \mathbf{z} - H \delta \mathbf{x}$)をそれぞれの標準偏差によって重み付けしたベクトル成分の2乗和とを加えた関数となっている。

一方、最小自乗法においては、評価関数は残差ベクトル($\delta \mathbf{z} - H \delta \mathbf{x}$)をそれぞれの標準偏差によって重み付けしたベクトル成分の2乗和となっており、

$$J = (1/2)[(\delta \mathbf{z} - H \delta \mathbf{x}) R^{-1}(\delta \mathbf{z} - H \delta \mathbf{x})] \quad (3.95)$$

で表される。この評価関数の相異が両者の収束性の相異を生み出している。

ここで、(3.95)式は(3.94)式の P_0^{-1} を0（零行列）とした時の評価関数であるから、カルマンゲイン(3.92)式に対して成立する逆行列補題の関係

$$\begin{aligned} K &= P_0 H^T (H P_0 H^T + R)^{-1} \\ &= (P_0^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \end{aligned} \quad (3.96)$$

^a 観測行列 H は(3.57)式の正規化した観測行列 \underline{H} とは異なり、(2.31)式の観測行列 H に相当している。

に着目して、(3.96)式の P_0^{-1} を0とすれば、(2.31)式の重み付け最小自乗法のゲイン

$$K=(H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \quad (3.97)$$

が得られる。従って、重み付け最小自乗法はカルマンフィルタの特殊なケースであり、状態変数の共分散行列 P の要素が観測更新時には無限大に発散している、即ち、移動局の更新毎の移動量が予測不可である場合に相当するとみなすことができる。

ところで、(3.13)式の観測行列のように、測位ベクトルが観測データとして組み入れられ、それらの重み係数が予想される測位誤差の推移に合わせて変更されるならば、重み付け最小自乗測位はカルマンフィルタを用いた測位アルゴリズムに類似した特性を持つようになる。以下では、(3.13)式を観測行列とする最小自乗測位アルゴリズムを変形して、カルマンフィルタとの関係を考察する。簡便のため、以下の行列及びベクトルを定義する。

$$\delta \mathbf{z}_M = (\delta Z_1 \ \delta Z_2 \ \cdots \ \delta Z_N)^T \quad (3.98)$$

$$\delta \mathbf{z}_A = (\delta r_{xm} \ \delta r_{ym} \ \delta r_{zm} \ \delta q_m)^T \quad (3.99)$$

$$H_M = \begin{bmatrix} m_{1x} & m_{2x} & \cdots & m_{Nx} \\ m_{1y} & m_{2y} & \cdots & m_{Ny} \\ m_{1z} & m_{2z} & \cdots & m_{Nz} \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T \quad (3.100)$$

$$R_M = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} \kappa_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ & \kappa_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \kappa_N^2 \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

$$P_A = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} \kappa_x^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_c^2 \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

ただし、 σ_0 は測距データ誤差の標準偏差の基準値である。

また、最小自乗測位アルゴリズムは3.1項に示されている。便宜上、再記述すると、

$$\delta \mathbf{x} = (\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \underline{H}^T \delta \rho \quad (3.103)$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} m_{11}/\kappa_1 & \cdots & m_{N1}/\kappa_N & 1/\kappa_x & 0 & 0 & 0 \\ m_{12}/\kappa_1 & \cdots & m_{N2}/\kappa_N & 0 & 1/\kappa_y & 0 & 0 \\ m_{13}/\kappa_1 & \cdots & m_{N3}/\kappa_N & 0 & 0 & 1/\kappa_z & 0 \\ 1/\kappa_1 & \cdots & 1/\kappa_N & 0 & 0 & 0 & 1/\kappa_c \end{bmatrix}^T \quad (3.104)$$

である。そこで、(3.104)式により $\underline{H}^T \underline{H}$ を計算すれば、(3.100)式～(3.102)式を用いて変形することができ、

$$\underline{H}^T \underline{H} = \sigma_0^2 (P_A^{-1} + H_M^T R_M^{-1} H_M) \quad (3.105)$$

となる。さらに、上式を(3.103)式に代入し、(3.98)式及び(3.99)式を用いて変形すれば、

$$\delta \mathbf{x} = (P_A^{-1} + H_M^T R_M^{-1} H_M)^{-1} (H_M^T R_M^{-1} \delta \mathbf{z}_M + P_A^{-1} \delta \mathbf{z}_A) \quad (3.106)$$

なる関係式が得られる。

ここで、(3.99)式に対応する観測値がないために、最新の推定値 $\delta \mathbf{x}$ を適用するものとする。このとき、これらの観測データの偏差を零として、

$$\delta \mathbf{z}_A = 0 \quad (3.107)$$

と置くことができる。従って、(3.106)式の逆行列補題の関係を思い起こせば、

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{x} &= (P_A^{-1} + H_M^T R_M^{-1} H_M)^{-1} H_M^T R_M^{-1} \delta \mathbf{z}_M \\ &= P_A H_M^T (H_M P_A H_M^T + R_M)^{-1} \delta \mathbf{z}_M \end{aligned} \quad (3.108)$$

なる関係が得られ、(3.92)式と同じ形のフィルタゲインが導かれる。ただし、 $\delta \mathbf{z}_M$ は拡張カルマンフィルタにおける $(\delta \mathbf{z} - H \delta \mathbf{x}')$ に対応し、具体的には測定から得た観測値 \mathbf{z} と(3.91)式により予測(時間更新)された状態変数 \mathbf{x}' から算出される値との差である。

以上の解析により、推定された状態変数を観測値として最小自乗法の回帰モデルに組み入れることにより、カルマンフィルタと類似した推定特性が得られるように改良できることがわかる。しかし、 P_A は(3.93)式のような共分散行列の方程式から求めるのではなく、常に、その対角成分は対応する状態変数の標準偏差(DOPに相当する値である)の2乗値、非対角成分はすべて零になるように作成される。即ち、カルマンフィルタでは、(3.91)式のフィルタゲイン K の算出において、状態変数の時間的な誤差伝搬の影響は(3.90)式により厳密に考慮されているが、重み係数可変型最小自乗測位では、状態変数の共分散値のみを重み関数として取り扱うため、状態変数の誤差伝搬の影響が厳密に反映していない。従って、最適フィルタとしての一般性を失うが、計算処理は極めて単純になる。

3.8 統合最適測位における高安定クロックの効果

自動車や船舶などの低速移動体の運用環境では、測位較正データが実際に測定されなくても、更新間隔毎に実際に生じる位置やレンジ偏位の変化量が測距誤差（レンジ測定誤差）によって発生する測位誤差よりも小さい場合がある。自動車の走行を例にとると、測位更新毎の高度の変化や水平面内での移動量は、地形の変化や移動速度からの制約を受けている^a。例えば、測位ベクトルの更新時間間隔を1秒、移動速度を15m/sec、地形の傾斜角を5度とすれば、更新間隔毎に発生する高度方向の移動量は1.3mである。また、移動端末装置用として安定性が 10^{-9} 級のクロックを使用すれば、レンジ偏位誤差の変化量は1秒間でわずかに0.3mである。従って、測位較正データが測定されない場合^bでも、移動体の運動やクロックドリフトによる測位ベクトル誤差の増加量を考慮して重み係数を更新すれば、更新を重ねる度に測位誤差が低減するようになる。重み係数を可変とする最小自乗測位の有効性は、このような運用条件を推定問題に容易に組み入れることが可能な点にある。特に、高安定クロック適用の効果は、誤差比例係数として(3.60)式を導入することにより、測位アルゴリズムに容易に反映することができる。

ところで、第3.13図及び第3.14図によれば、分散係数増分^cが $\phi_V = \phi_H = \phi_T = 0.5$ のとき、統合最適測位の測位劣化指数はすべて1前後に減衰した。この数値は、測距誤差の標準偏差が5mのとき、各測位較正データ誤差の増加分の標準偏差が更新毎に2.5m生じることを意味している。そこで、クロック安定性の効果を検討するために、以下では高度及び水平面の位置に関しては正確な較正データは得られないとして $\phi_V = \phi_H = 100$ とし、レンジ偏位分散係数増分 ϕ_T の測位誤差低減に対する効果を考察する。

$\phi_H = 100$ の場合、*HDOP*には測位較正データによる減衰効果がほとんど見られない。しかし、 $\phi_V = 100$ であっても、*VDOP*は高安定クロックの効果によって減衰することが3.6項の解析で明らかになっている。第3.15図は、天頂角限界を50度とし、 ϕ_T と*VDOP*の減衰傾向を示したものである。図中には、 ϕ_T が6、0.6、0.06、0.006及び0.0006の5ケースについて、*VDOP*の減衰曲線が記されている。これらの値は、更新時間間隔1秒、測距誤差5mのときに、クロック安定性がそれぞれ 10^{-7} 、 10^{-8} 、 10^{-9} 、 10^{-10} 及び 10^{-11} となる場合のレンジ偏位の分散係数増分に相当する。この計算例によれば、高安定クロックのユーザ端末装置への適用は*VDOP*の向上に有効であり、 $10^{-9} \sim 10^{-10}$ 級のクロックにより*VDOP*は概ね1になる。

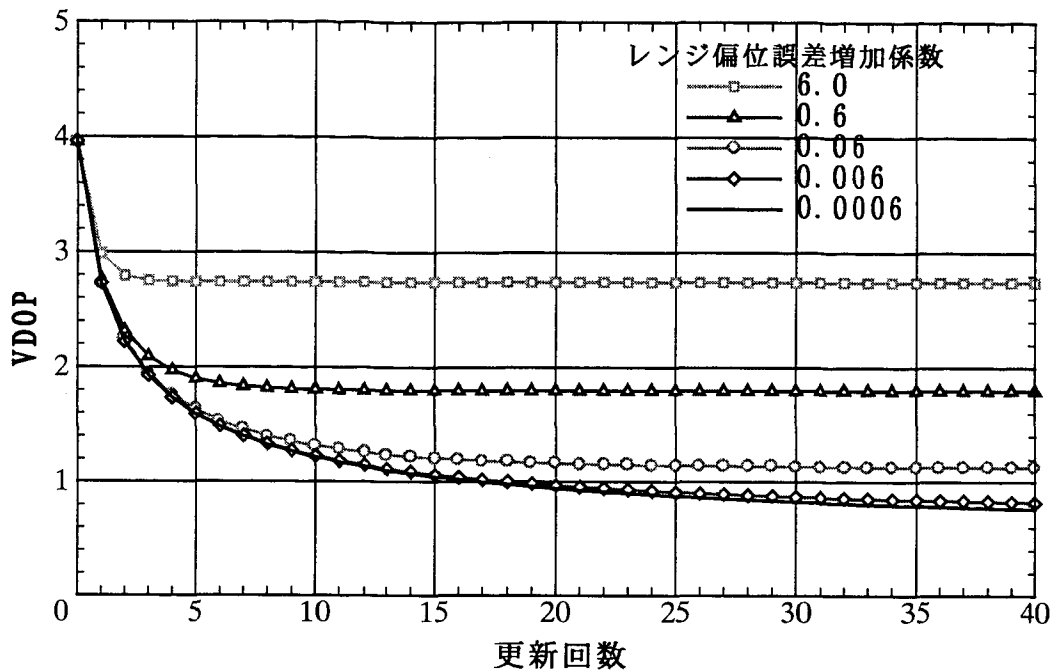
レンジ偏位測位劣化指数*TDOP*は常に*VDOP*より小さく、(3.73)式及び(3.75)式より、

$$TDOP = \gamma VDOP \quad (\gamma : \text{衛星天頂角の余弦値の自乗和の平方根}) \quad (3.109)$$

^a 自動車のGPS受信機で行われているマップマッチングは道路上に拘束される条件を利用するものである。

^b 測位較正データの変化量がレンジ測定ノイズよりも小さければ、これらを零とおいてもよい。

^c 3.6項の(3.70)式～(3.72)式にて定義されている。



第 3.15 図 高安定ユーザクロックによる鉛直測位誤差の減衰（天頂角限界：50 度）

なる関係が成立するから、高安定クロックによって $TDOP$ も改善される。また、高安定クロックは $HDOP$ の減衰に対して直接的な効果はない。 $HDOP$ を改善するためには、水平方向測位較正データ誤差を低減する以外にない。

参考に、端的な例として移動局が停止している場合を考える。このとき、測位較正データの変化量はレンジ偏位を除きすべて零であるから、3.6 項の(3.76)～(3.78)式の分散増加比 $\Phi_{V\infty}$ 及び $\Phi_{H\infty}$ を 1 とすることができる。従って、

$$VDOP_{\infty}^2 = 0 \quad (3.110)$$

$$HDOP_{\infty}^2 = 0 \quad (3.111)$$

$$TDOP_{\infty}^2 = (1 - 1/\Phi_{T\infty})/N \quad (N : \text{適用衛星数}) \quad (3.112)$$

となり、レンジ偏位以外の誤差は零に収束する。また、レンジ偏位に関する誤差比例係数の収束値を $\kappa_{c\infty}$ とおけば、(3.69)式により $\kappa_{c\infty}^2 = \Phi_{T\infty} TDOP_{\infty}^2$ であるから、

$$TDOP_{\infty}^2 = \kappa_{c\infty}^2 / (1 + N \kappa_{c\infty}^2) \quad (3.113)$$

となる。従って、例えば、ドリフト $\delta\epsilon_c$ のクロックを使用するものとすれば、(3.60)式より $\kappa_{c\infty} \rightarrow c \delta\epsilon_c t_c / \sigma_0$ となるから、 $\kappa_{c\infty} \ll 1$ に対して $TDOP_{\infty} = c \delta\epsilon_c t_c / \sigma_0$ となる。

3.9 重み係数の数学的モデルの構成

3.7 項の考察により、測位較正データに関する誤差比例係数は、状態変数の共分散行列に関連していることが明らかになった。そこで、カルマンフィルタにおいて、(3.93)式の共分散行列 P がどのような振る舞いをするかを解析的に検討する。

いま、前回の観測から今回の観測までのシステム状態変数の時間遷移を無視するものとして、その間の状態変数の変動をシステム雑音として扱うものとする。このとき、 F 及び G は単位行列となるから、(3.93)式は、

$$\begin{aligned} P &= P_0 - KHP_0 + Q \\ &= P_0 - P_0 H^T (HP_0 H^T + R)^{-1} HP_0 + Q \end{aligned} \quad (3.114)$$

となる。また、上式は逆行列補題の関係式より

$$\begin{aligned} P &= P_0 - (P_0^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} HP_0 + Q \\ &= (P_0^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} \{ (P_0^{-1} + H^T R^{-1} H) P_0 - H^T R^{-1} HP_0 \} + Q \\ &= (P_0^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} + Q \end{aligned} \quad (3.115)$$

となる。

ここで、便宜のため、時刻 t_i の行列には添字 i をつけるものとして、(3.115)式を時系列の形式に書き換えれば、

$$P_{i+1} = (P_i^{-1} + H_i^T R_i^{-1} H_i)^{-1} + Q_i \quad (3.116)$$

であり、時刻 t_0 での共分散行列 P_0 が与えられたならば、その後の共分散行列の履歴は行列 H_i 、 R_i 及び Q_i によって一意的に定まる。特に、システム雑音 Q が零、即ち、観測点が静止状態で、かつクロックドリフトが無い場合、時刻 t_n での共分散行列 P_n は、

$$P_n^{-1} = P_0^{-1} + \sum_{i=1}^{n-1} H_i^T R_i^{-1} H_i \quad (3.117)$$

となる。さらに、 P_0 を無限大、 H_i 及び R_i を時間に対して不変の行列とすれば、

$$P_n = (1/n)(H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1} \quad (3.118)$$

となり、共分散行列の各成分は時間に反比例して減少することが示される。

一方、システム雑音 Q_i が極めて大きく、次の観測までの共分散の増加が観測雑音によ

る推定誤差の分散よりも著しく大きくなれば、(3.116)式の P_i^{-1} は 0 と見なせる。従って、観測更新直後の共分散は、常に、

$$P_n = (H_0^T R_0^{-1} H_0)^{-1} \quad (3.119)$$

であり、観測更新回数 n の増加に伴って測位誤差が低減されることはない。

(3.105)式を参考にすれば、(3.116)式の右辺第 1 項は $\sigma_0^2 (H^T H)^{-1}$ であり、この対角成分は観測行列(3.104)式で定義される最小自乗測位方式の測位劣化指数に σ_0 を掛けた値の自乗値となる。従って、それぞれの座標軸に対応する測位劣化指数を $(DOP_i)_k$ とし、(3.116)式の非対角成分をすべて零とみなせば、共分散行列 P_{i+1} の対角成分 $(P_{i+1})_k$ は、

$$(P_{i+1})_k = \sigma_0^2 (DOP_i)_k^2 + (Q_i)_k \quad (3.120)$$

である。このように、共分散行列の非対角成分を零とする条件では、状態変数の共分散は観測更新後の測位劣化指数に標準偏差基準値を掛けた値の自乗値とシステム雑音の共分散値の和となり、最小自乗法における重み係数の数学的モデルの原型が明らかになる。

上記の解析によれば、状態変数の共分散行列の非対角成分（即ち相互分散）が、その対角成分（即ち共分散）に比較して無視できる場合、各成分の標準偏差は測位計算において求められる測位劣化指数とシステム雑音の標準偏差を用いて表すことができる。従って、 $k=1$ を鉛直（ x 軸）方向、 $k=2$ を東西（ y 軸）方向、 $k=3$ を北南（ z 軸）方向の位置誤差、 $k=4$ をレンジ偏位（ c 軸）誤差を成分とする座標軸を選択するならば、添え字 $i+1$ に対応する時刻 t_{i+1} での測位較正データの誤差比例係数は、(3.120)式を適用して、

$$\begin{aligned} \kappa_k &= \{(P_{i+1})_k\}^{1/2} / \sigma_0 \\ &= \{(DOP_i)_k^2 + (Q_i)_k / \sigma_0^2\}^{1/2} \quad (k=x, y, z, c) \end{aligned} \quad (3.121)$$

によって表すことができる。即ち、測位劣化指数 $(DOP_i)_k$ は、時刻 t_i で適用した測距電波源の分布状態、高度データやレンジ偏位データ等の測位較正データの取得状況と測定精度を反映したものであり、測距データを含め、過去の観測の履歴を継承するパラメータとなる。また、 $(Q_i)_k$ は測位較正データの測定または推定の不規則誤差に関係するものであり、これらに対応する状態変数が測定によって更新されない場合は、経過時間の増大と共に誤差比例係数を増大せしめる要因となる。以下では、まず k 軸の測位較正データの誤差比例係数 κ_k を経過時間の関数として表現できる数学的モデルを導く。

いま、不規則雑音の統計的性質の 1 つとして無相関時間 τ_k なるものを考え、 τ_k 間隔

毎に測定した時刻 t_i での雑音 $\varepsilon_k(t_i)$ の相関関数

$$\phi_k(\tau) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1/n) \left\{ \sum_{k=1}^n \varepsilon_k(t_i) \varepsilon_k(t_i + \tau) \right\} \quad (3.122)$$

が近似的に以下の性質を持つものとする。

$$\phi_k(\tau) = \sigma_{Qk}^2 \quad (\tau \leq \tau_k) \quad (3.123)$$

$$\phi_k(\tau) = 0 \quad (\tau > \tau_k) \quad (3.124)$$

上記の条件は、 $\varepsilon_k(t_i)$ が標準偏差 σ_{Qk} を持つ不規則雑音系列であり、少なくとも時間 τ_k だけ離れた雑音 $\varepsilon_k(t_i + \tau_k)$ とは統計的に無関係な不規則雑音系列として取り扱えることを意味する。この場合、標準偏差 σ_{Qk} のシステム雑音は時間間隔 τ_k で積算されるものと考えられるから、(3.121) 式を τ_k よりも十分に長い経過時間 Δt に対する更新式に変換すると、 k 軸の測位較正データの誤差比例係数 $\kappa_k (= P_{kk}^{1/2} / \sigma_0)$ は、

$$\kappa_k(t_i + \Delta t) = [(DOP(t_i))_k^2 + (\Delta t / \tau_k) (\sigma_{Qk} / \sigma_0)^2]^{1/2} \quad (3.125)$$

で表される。従って、推測航法等から得られる測位較正データの誤差の時系列が時間的に無相関な不規則雑音、即ち白色雑音として扱える場合は、誤差比例係数は測位劣化指数と経過時間の平方根に比例した関数の RSS (2 乗和の平方根) で表されることが示された。

また、クロックオフセットシフト、推測航法の方位角誤差等によって生じる位置誤差は、短時間では経過時間に比例して増加する誤差と見なせることがある。この場合、(3.125) 式は誤差比例係数を忠実に表現できる数学的モデルではなくなり、

$$\kappa_k(t_i + \Delta t) = [(DOP(t_i))_k^2 + (\Delta t / \tau_k) (\sigma_{Qk} / \sigma_0)^2 + \Delta t^2 (\sigma_{Pk} / \sigma_0)^2]^{1/2} \quad (3.126)$$

なる式を適用する方がよい。ただし、 σ_{Pk} は測位較正データ誤差の時間変化率の標準偏差である。このように、(3.125) 式で考慮されているランダムウォークだけでなく、ある期間にわたって時間に比例して変化する誤差も考慮したい場合、(3.126) 式を誤差比例係数の数学的モデルとして用いることができる。

上記の数学的モデルによって各軸の誤差比例係数が更新される場合、測位較正データの測定タイミングや誤差特性の相違等による誤差比例係数の更新タイミングはそれぞれに異なるため、時刻 t_i はそれぞれの軸に個別に定義するのがよいように思われる。しかし、測位更新が行われると、測位劣化指数も (3.126) 式の第 2 項及び第 3 項の影響を含めて更新されるので、測位劣化指数が (3.126) 式の右辺の $DOP(t_i)$ に代入される場合は Δt をリ

セットする必要がある。実際、更新された測位劣化指数は $\kappa_k(t_i + \Delta t)$ を越えることがないので、 Δt は測位更新の度にリセットされる。従って、すべての誤差比例係数 κ_k の数学的モデルは1つの時間変数 t を用いて、

$$\kappa_k(t) = (\kappa_{k0}^2 + t \kappa_{k1}^2 + t^2 \kappa_{k2}^2)^{1/2} \quad (3.127)$$

で表され、測位更新の度に $t=0$ とすることになる。ただし、

$$\kappa_{k0} = DOP_k \quad (3.128)$$

$$\kappa_{k1} = (\sigma_{Qk} / \tau_k^{1/2}) / \sigma_0 \quad (3.129)$$

$$\kappa_{k2} = \sigma_{Pk} / \sigma_0 \quad (3.130)$$

であり、 κ_{k0} は前回の測位計算で得られる測位劣化指数 DOP_k 、 κ_{k1} 及び κ_{k2} は移動局の運動状態、移動端末クロックの安定特性、推測航法等の誤差により定まる値である。

次に、測位較正データが測定され、その誤差の標準偏差が既知で κ_{km} とする。そして、測位アルゴリズムとして(3.104)式を適用することとすれば、測定した測位較正データを使用するか、あるいは推定から得られる測位較正データを使用するかを決定しなければならない。これは、 κ_{km} と(3.127)式の $\kappa_k(t)$ とを比較することによって容易に行える。もし、 $\kappa_{km} \leq \kappa_k(t)$ であれば測定値を、そうでなければ推定値を測位較正データとして使用するのが最も簡便である。最適処理の観点からは、回帰モデルを拡張して双方とも使用すべきであるが、複雑を避けるため、ここではどちらかを選択するものとする。この場合、測位計算に使用する誤差比例係数についても、 κ_{km} 、 $\kappa_k(t)$ のいずれか小さい方から選ぶことになる。従って、小さい方を選択する演算子を $\text{Min}[\quad]$ とすれば、(3.127)式は

$$\kappa_k(t) = \text{Min}[\kappa_{km}, (\kappa_{k0}^2 + t \kappa_{k1}^2 + t^2 \kappa_{k2}^2)^{1/2}] \quad (3.131)$$

に書き改められる。これは誤差比例係数の一般的表現であり、以下では誤差比例関数と呼ぶ。以下、参考のためレンジ偏位に関する誤差比例関数の性質を数値的に検討する。

いま、測距誤差標準偏差 σ_0 を 5m、双方向通信等によって同期化された直後のレンジ偏位誤差の標準偏差を 15m (従って、 $\kappa_{4m}=3$)、移動端末装置に搭載されたクロック不規則雑音によるランダムウォーク σ_{Qk} を $1 \times 10^{-8} \text{ sec/sec}^{1/2}$ (レンジ換算で $3 \text{ m/sec}^{1/2}$)、その無相関時間 τ_4 を 10 sec、クロックオフセットの時間変化率 (安定性) σ_{Pk} を $1 \times 10^{-10} \text{ sec/sec}$ (レンジ換算で $3 \times 10^{-2} \text{ m/sec}$) とすれば、(3.129)式及び(3.130)式より、 $\kappa_{41}=0.19 \text{ sec}^{-1/2}$ 、 $\kappa_{42}=0.006 \text{ sec}^{-1}$ となる。従って、前回の測位更新からの経過時間 $t(\text{sec})$ での誤差比例関数は以下の式で与えられる。

$$\kappa_4(t) = \text{Min}[3, (DOP_4^2 + 0.19^2 \times t + 0.006^2 \times t^2)^{1/2}] \quad (3.132)$$

一例として、 $DOP_4=2$ とすれば、搭載クロックの維持するレンジ偏位は、クロック同期化によって得られるレンジ偏位よりも約 130 秒間にわたって精度がよい。従って、(3.132)式による重み係数の設定と、これに対応した測位校正データの選択が必要になる。また、クロックオフセットの時間変化率が $1 \times 10^{-8} \text{sec/sec}$ であれば、 $\kappa_{42}=0.6 \text{sec}^{-1}$ となり、数秒でクロック同期測定値の方を選択することになる。

3.10 重み係数可変最小自乗測位の具体的構成と精度評価

最小自乗測位は、測距データと測位ベクトルとを合成したベクトルを観測ベクトルとし、(3.131)式で表される関数を誤差比例関数として適用することにより、測位精度が改善されることが 3.6 項の解析で明らかになった。(3.131)式の誤差比例関数は測位更新毎の移動局位置及びクロック同期の不確定さの程度を表すものであるから、3.9 項で一例を示したように具体的な数値と直感的に関連付けることが容易である。通常、誤差比例関数の第 1 項 κ_{k0} には前回更新時の測位劣化指数を適用し、 κ_{k1} 及び κ_{k2} は測位更新間隔での移動局の移動量やクロック安定性の程度を参考にして決定することができる。慣性航法装置、車速センサ、方位センサ、高度計、通過点校正やクロック同期の情報等を活用する場合も、測位更新毎の移動量やレンジ偏位変化量に変換して、その不確定値から誤差比例関数を適当に定めればよいから、各種の測位情報を簡単に複合して活用することができる。従って、重み係数可変は統合最適化の要である。実際、誤差比例係数は測定データを最適に混合して活用するためのゲインである。しかし、統計的に厳密な値は必要でなく、むしろ測定誤差の経過時間に対する傾向がリアルに表現できることが望ましいと思われる。

重み付け最小自乗法を適用する統合最適測位は、特に高安定クロックを使用する場合や、測位校正データとして高度データ、デルタレンジデータ（ドップラー周波数変移から得られるレンジ変化率）を利用する場合にその有効性を発揮する。以下では、高安定クロックのみを使用する場合と、高安定クロックに加えて、高度データ及びデルタレンジデータを測位校正データとして使用する場合に限定した測位アルゴリズムを示し、GPS 模擬衛星群を測距電波源とした場合の測位精度を計算機シミュレーションによって評価する。

(1) 高安定クロック利用測位

測位端末装置の時刻基準として高安定クロックを使用した場合、3.5 項の第 3.11 図に見られるように、レンジ測定数が一時的に 4 未満に減少しても 3 次元測位を継続することが可能であり、測位精度も急激に劣化することはない。

いま、移動局クロックの校正から得られたクロックオフセットの時間変化率を $\delta\epsilon_c$ 、前回更新時のレンジ偏位の推定値を q_{c0} とすれば、前回更新時からの経過時間 t での推定

レンジ偏位 $q_c(t)$ は、

$$q_c(t) = q_{c0} + c \delta \varepsilon_c t \quad (3.133)$$

で表される。ただし、 c は光速である。

また、(3.13)式の $\kappa_1, \dots, \kappa_N$ をすべて 1 とし、 $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z$ をすべて無限大にする。このとき、(3.13)式は、

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} m_{1x} & m_{2x} & \cdots & m_{Nx} & 0 \\ m_{1y} & m_{2y} & \cdots & m_{Ny} & 0 \\ m_{1z} & m_{2z} & \cdots & m_{Nz} & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1/\kappa_c \end{bmatrix}^T \quad (3.134)$$

となり、レンジ偏位に関する誤差比例関数 κ_c 及び正規化されたレンジ偏位偏差 $\delta \rho_c$ は、

$$\kappa_c(t) = (TDOP^2 + t \kappa_{c1}^2 + t^2 \kappa_{c2}^2)^{1/2} \quad (3.135)$$

$$\begin{aligned} \delta \rho_c &= (q_c(t) - q_{c0}) / \kappa_c(t) \\ &= c \delta \varepsilon_c t / \kappa_c(t) \end{aligned} \quad (3.136)$$

となる。ただし、 $TDOP$ は前回更新時のレンジ偏位測位劣化指数であり、レンジ偏位の測定値は使用しないものとする。また、誤差係数 κ_{c1} は移動局クロックの誤差特性から予め定められた値とし、 $\kappa_{c2} = c \delta \varepsilon_c / \sigma_c$ とする。

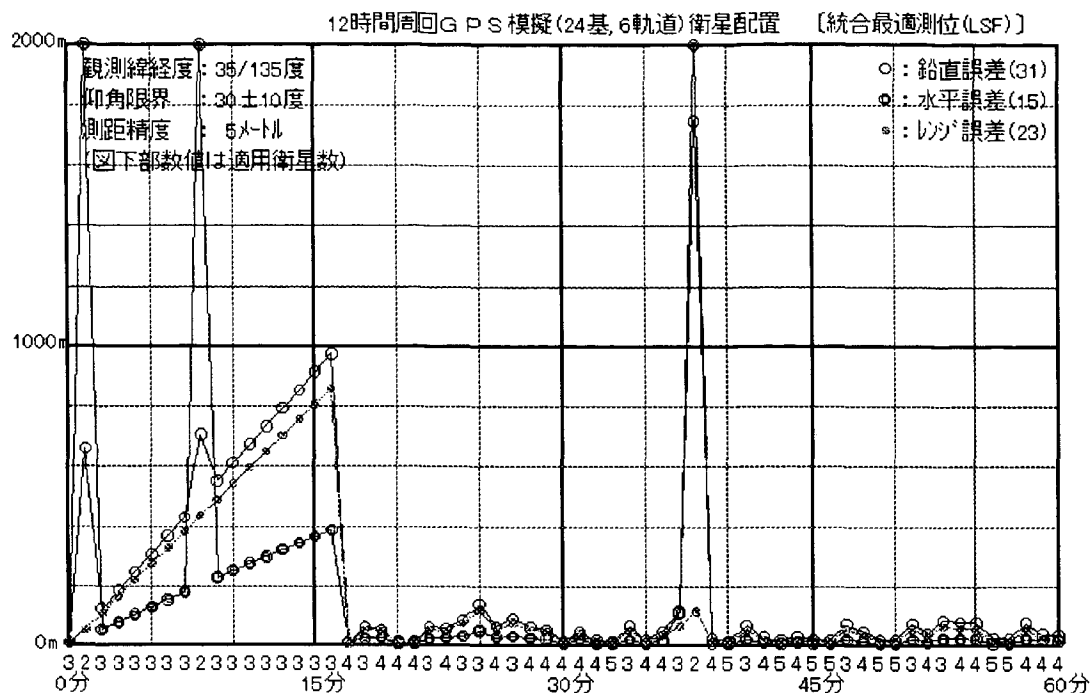
以上の数学的モデルによれば、測距電波数 N が 3 の場合でも測位計算は可能であり、第 2 章の(2.76)式を参考にすれば、位置ベクトル偏差 δr 及びレンジ偏位偏差 δq は、

$$\delta r = \frac{1}{m_3 \cdot (m_1 \times m_2)} \begin{bmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ \delta Z_3 \end{bmatrix} + \frac{(m_1 - m_2) \times (m_3 - m_1)}{m_3 \cdot (m_1 \times m_2)} \delta q \quad (3.137)$$

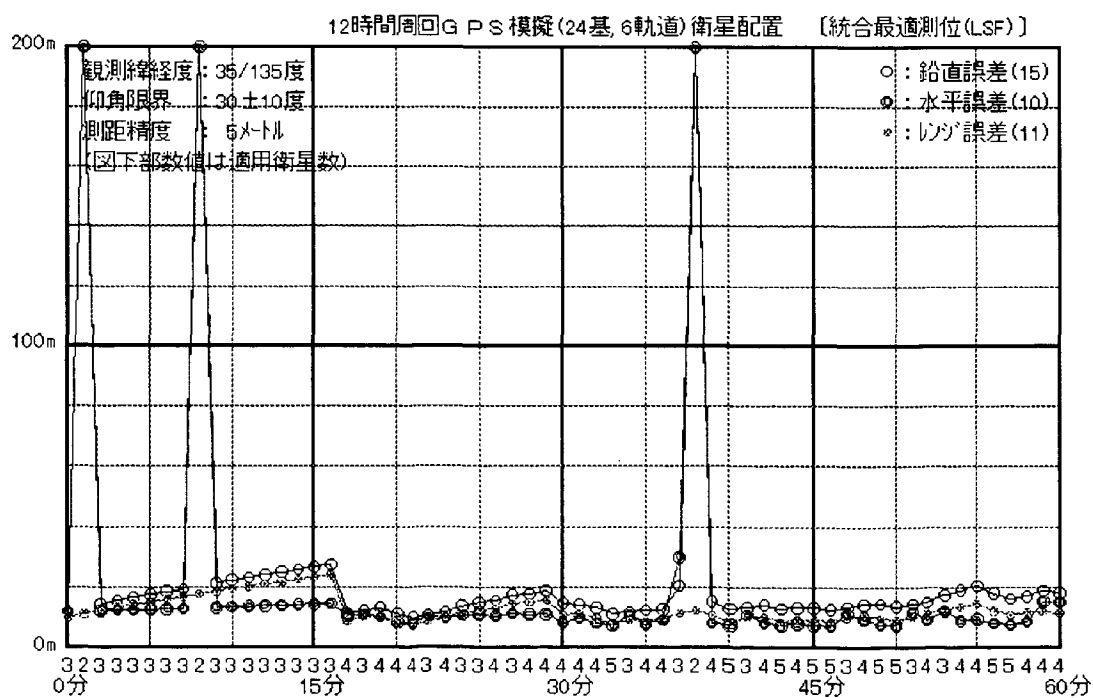
$$\delta q = \kappa_c \delta \rho_c = c \delta \varepsilon_c t \quad (3.138)$$

となる。

第 3.16 図及び第 3.17 図は、市街地走行時の受信環境を想定し、受信できる衛星の仰角の下限值（仰角限界）を 30 度 ± 10 度とした場合の計算機シミュレーションから求められた 3 次元最小自乗測位の精度を示したものである。± 10 度は建築物などで視界が遮られて仰角限界が変化する変動幅を意味しており、測位更新の度にこの幅で視界が変動するものとしている。このため、図中の適用衛星数は通常よりも変動している。測位更新間隔は



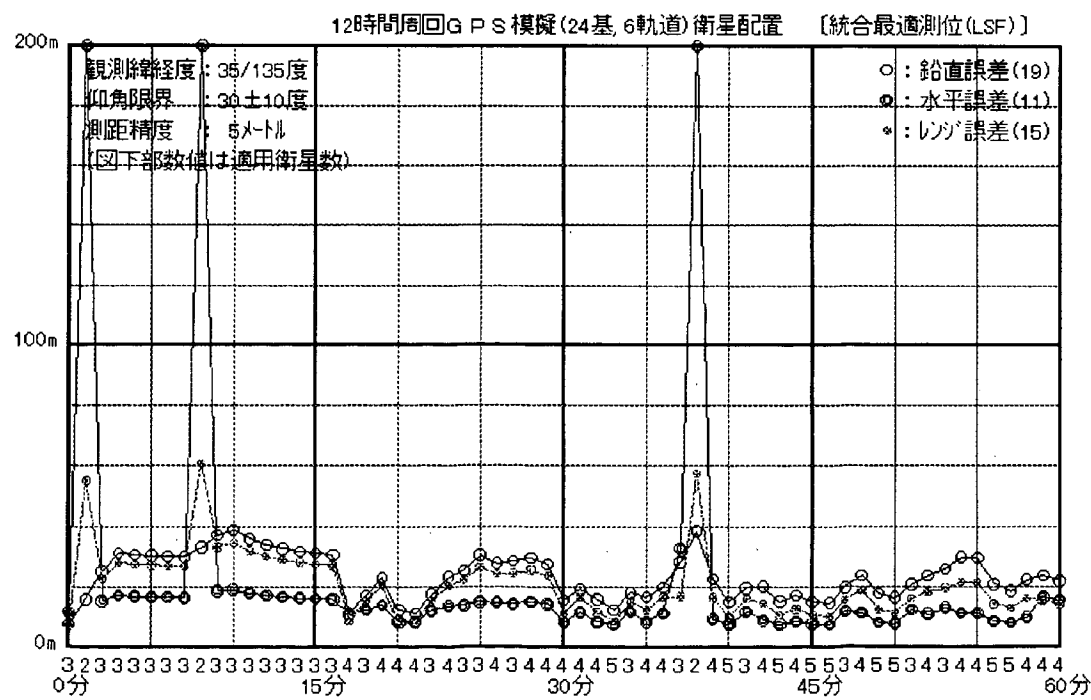
第 3.16 図 市街地模擬運用条件での統合最適測位精度
 (クロック安定性: 3×10^{-9} 、高度及び位置較正モデルを使用せず)



第 3.17 図 市街地模擬運用条件での統合最適測位精度
 (クロック安定性: 3×10^{-11} 、高度及び位置較正モデルを使用せず)

1分、移動体位置は北緯 35 度、東経 135 度、レンジ測定誤差の標準偏差は 5m としている。まず、第 3.16 図は、安定性が 3×10^{-9} sec/sec 程度の通常のクロックよりもやや高安定なクロックを使用した場合である。高度及び水平面位置に関する較正データは使用しないため、これらの誤差比例関数値は十分に大きな値に設定している。可視衛星数が 4 基になると測位誤差は低下するが、3 基可視の状態が続くと鉛直方向誤差が約 60m/min の比率で増大している。上記のクロック安定性では、1 分間で 50m を越えるレンジ偏位誤差が発生することから、妥当なシミュレーション結果である。第 3.17 図は 3×10^{-11} (レンジ換算で約 0.5m/min) 程度の安定性で、かつレンジ誤差に換算して 5m/min^{1/2} 程度のランダムウォークとなる高安定クロックを使用した場合のシミュレーション結果である。この場合、5 分間で発生するレンジ偏位誤差は約 10m であり、そのほとんどがランダムウォークによって占められる。従って、第 3.17 図の時間軸の後半に見られるように、衛星可視数が 3 基となる時間帯の多い受信環境であっても、安定した性能を維持している。可視衛星が 2 基以下になると測位不能となり、水平方向の測位精度は著しく低下する。この精度劣化を改善するには、デルタレンジ等を利用した他の補完方法が必要となる。

第 3.18 図は、(3.127)式で定義される誤差比例関数のなかで、鉛直方向の係数 κ_{10} 、 κ_{11} 及び κ_{12} をそれぞれ 2、2/min^{1/2} 及び 2/min とし、クロック及び運用環境を上記 2 ケースと同じ条件とした場合の測位誤差を示したものである。これらの条件は、それぞれ 10m/min^{1/2} のランダムウォーク、10m/min の高度誤差率に相当するが、鉛直方向の位置



第 3.18 図 市街地模擬運用条件での統合最適測位精度
(クロック安定性： 3×10^{-9} 、高度較正モデル使用)

変化が制限されている陸上運用ではあり得る数値である。高度に関するこのような較正モデルを適用することにより、測位精度に対して高安定クロックと同じような効果が得られる。ただし、可視衛星が2基となる場合は、水平面測位精度の増大は避けられない。

以上のシミュレーション結果から、高安定クロックは測距電波受信数の低下に対する有力な補完手段であり、2次元測位における高度データと同様に、測位精度の改善に極めて有効であることが予想される。

(2) デルタレンジ利用測位

測位情報の安定性を高めるのは高安定クロックだけでない。高度変化率やレンジ変化率が与えられるならば移動局の速度と移動距離が求まり、測位較正データとして使用できる。以下では、まず、移動体速度ベクトルを決定するアルゴリズムを求め、次に、これから算出される速度データをどのように測位アルゴリズムに組み込むかを述べる。

いま、第 i 番衛星の測距電波の搬送周波数を追尾して、擬似レンジの時間変化率、即ちデルタレンジ d_i が測定されたとする。移動局から第 i 番衛星に向かう方向の単位ベクトルを m_i 、第 i 番衛星の速度ベクトルを v_i 、移動局速度ベクトルを v とすれば、

$$d_i = m_i \cdot (v_i - v) \quad (i=1,2,\dots,N) \quad (3.139)$$

なる関係式が成立する。また、地心方向の単位ベクトル m_x 、高度変化率を d_x とすれば、

$$d_x = -m_x \cdot v \quad (3.140)$$

なる関係式が成立する。

さらに、これらの測定誤差の更新時間間隔 t での平均値の標準偏差を σ_{v_i} 、 σ_{v_x} とすれば、デルタレンジ測定誤差の標準偏差の基準値 σ_d に対するそれぞれの重み付け最小自乗法の誤差比例係数 μ_i 及び μ_x は

$$\mu_i = \sigma_{v_i} / \sigma_d \quad (i=1,2,\dots,N) \quad (3.141)$$

$$\mu_x = \sigma_{v_x} / \sigma_d \quad (3.142)$$

で表される。従って、移動局速度ベクトル v は最小2乗法を適用することにより、

$$v = (H_d^T H_d)^{-1} H_d^T f_d \quad (3.143)$$

となる。ただし、行列 H_d 及びベクトル f_d は、(3.139)式～(3.143)式を用いて、

$$H_d = (m_1/\mu_1 \ m_2/\mu_2 \ \cdots \ m_N/\mu_N \ m_x/\mu_x)^T \quad (3.144)$$

$$f_d = \begin{bmatrix} (m_1 \cdot v_1 - d_1)/\mu_1 \\ (m_2 \cdot v_2 - d_2)/\mu_2 \\ \vdots \\ (m_N \cdot v_N - d_N)/\mu_N \\ -d_x/\mu_x \end{bmatrix} \quad (3.145)$$

で表される。

ここで、基準点単位ベクトル m_i の成分が局地水平座標軸（鉛直軸 x 、東西軸 y 及び北南軸 z ）に関する方向余弦で定義されるものとし、速度ベクトル v が

$$v = (v_x \ v_y \ v_z)^T \quad (3.146)$$

なる局地水平座標軸で表されるものとするば、各速度成分の誤差の標準偏差 σ_{v_x} 、 σ_{v_y} 及び σ_{v_z} は、

$$\sigma_{v_x}^2 = \sigma_d^2 \{(H_d^T H_d)^{-1}\}_{11} \quad (3.147)$$

$$\sigma_{v_y}^2 = \sigma_d^2 \{(H_d^T H_d)^{-1}\}_{22} \quad (3.148)$$

$$\sigma_{v_z}^2 = \sigma_d^2 \{(H_d^T H_d)^{-1}\}_{33} \quad (3.149)$$

で表される。従って、更新時間間隔 t の間に速度誤差によって生じる移動量誤差に関する誤差比例係数は

$$\kappa_x = t \sigma_{v_x} / \sigma_0 \quad (3.150)$$

$$\kappa_y = t \sigma_{v_y} / \sigma_0 \quad (3.151)$$

$$\kappa_z = t \sigma_{v_z} / \sigma_0 \quad (3.152)$$

となり、測位アルゴリズムの観測行列は、(3.104)式と同様の

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} m_{11}/\kappa_1 & \cdots & m_{N1}/\kappa_N & 1/\kappa_x & 0 & 0 & 0 \\ m_{12}/\kappa_1 & \cdots & m_{N2}/\kappa_N & 0 & 1/\kappa_y & 0 & 0 \\ m_{13}/\kappa_1 & \cdots & m_{N3}/\kappa_N & 0 & 0 & 1/\kappa_z & 0 \\ 1/\kappa_1 & \cdots & 1/\kappa_N & 0 & 0 & 0 & 1/\kappa_c \end{bmatrix}^T \quad (3.153)$$

となる。また、正規化された位置較正データ $\delta\rho_x$ 、 $\delta\rho_y$ 及び $\delta\rho_z$ は、

$$\delta\rho_x = v_x t / \kappa_x \quad (3.154)$$

$$\delta\rho_y = v_y t / \kappa_y \quad (3.155)$$

$$\delta\rho_z = v_z t / \kappa_z \quad (3.156)$$

である。レンジ偏位偏差については(3.135)式及び(3.136)式が適用される。

位置校正データを求める方法は、上記のデルタレンジによる方法の他に、慣性航法装置、車速センサと方位センサを使用する推測航法があるが、重み係数可変最小自乗測位では、どの方法でも (3.150)式～(3.156)式に示される誤差比例係数及び正規化位置校正データを求めるだけで測位アルゴリズムが完結する。

第 3.19 図 及び第 3.20 図 に、0.5m/sec 級の精度のデルタレンジを利用して高度及び水平面位置の移動量を測位校正データとして使用する場合の測位精度のシミュレーション結果を示す。測距電波源は GPS 模擬衛星であり、観測点は日本近辺（北緯 35 度、東経 135 度）、測定レンジ誤差の標準偏差は 5 メートル、可視仰角限界は 30 度±10 度とする。これらの条件は第 3.16 図～第 3.18 図と同じである。

この計算機シミュレーションでは、デルタレンジから移動局の速度ベクトルを算出する場合の誤差生成課程は含まれていない。(3.154)式～(3.156)式から計算される位置校正データ偏差 $\delta\rho_x$ 等の標準偏差を

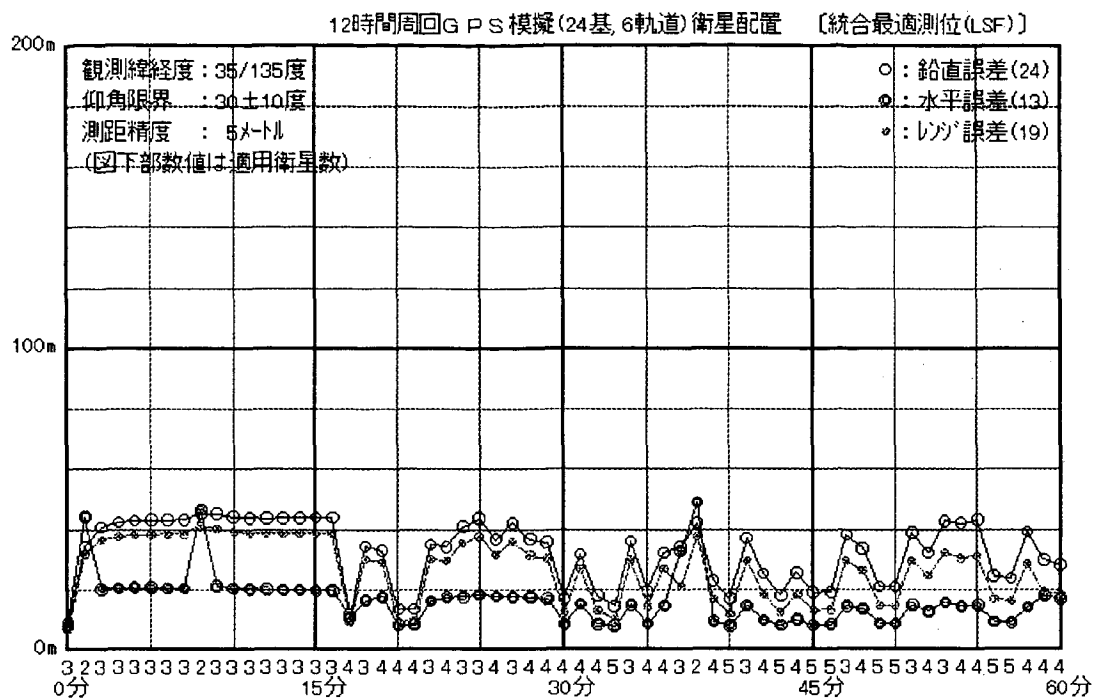
$$\sigma_i = (\sigma_{i0}^2 + t \sigma_{i1}^2 + t^2 \sigma_{i2}^2)^{1/2} \quad (i=x,y,z) \quad (3.157)$$

なる数学的モデルを用いて生成し、対応する誤差比例関数は

$$\kappa_i = \{(\sigma_{i0}/\sigma_0)^2 + t(\sigma_{i1}/\sigma_0)^2 + t^2(\sigma_{i2}/\sigma_0)^2\}^{1/2} \quad (i=x,y,z) \quad (3.158)$$

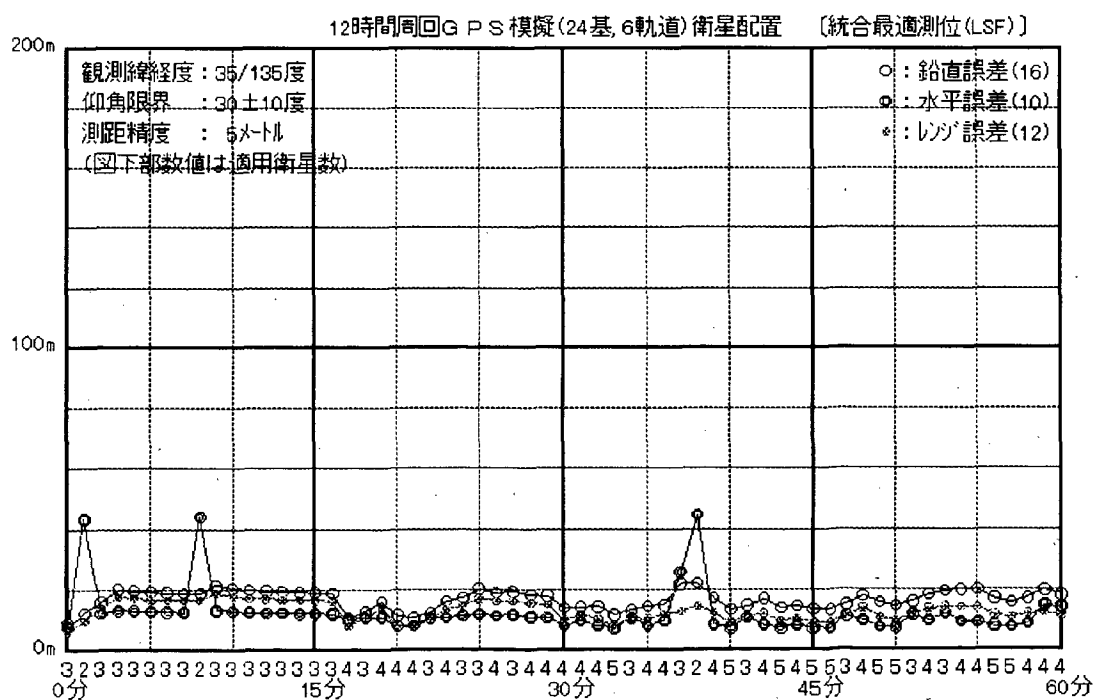
として、シミュレーションを行う。(3.143)式～(3.145)式では、速度ベクトルの推定に高度変化率を使用するため、デルタレンジの測定が 2 衛星に制限される場合でも速度ベクトルを推定することができる。2 衛星では推定精度が低下する場合があります、誤差比例係数を変化させる必要が生じるが、この解析では(3.158)式の係数は常に一定であるものとする。

まず、第 3.19 図は、クロック安定性を第 3.16 図と同じように 3×10^{-9} sec/sec とし、高度及び水平位置の誤差比例係数は、すべての成分に対し、 $\sigma_{i0}=10$ m、 $\sigma_{i1}=30$ m/min^{1/2}、 $\sigma_{i2}=30$ m/min とした場合の測位誤差である。この図によれば、測距電波源数が 3 となる期間が 15 分間程度続いても、測位精度は概ね良好である。通常は時間の経過と共に測位誤差が増加するが、更新時間間隔が短くなると誤差の発散が抑制される。第 3.20 図は、クロック安定性を距離換算で 5.4m/min、ランダムウォークを 5.4m/sec^{1/2}とした場合で、



第 3.19 図 市街地運用での 0.5m/sec 級デルタレンジ利用効果

$$(\kappa_{C1} = 0 \text{ m/min}^{1/2}, \kappa_{C2} = 54 \text{ m/min})$$



第 3.20 図 市街地運用での 0.5m/sec 級デルタレンジ利用効果

$$(\kappa_{C1} = 5.4 \text{ m/min}^{1/2}, \kappa_{C2} = 5.4 \text{ m/min})$$

高度及び水平位置の誤差比例係数は第 3.19 図と同じである。第 3.19 図と比較すれば、水平誤差はほとんど変化はないが、高度及びレンジ偏位誤差は概ね半減している。このように、デルタレンジによる 3 次元移動量の測定と高安定クロックの利用により、測距電波の受信状態が頻繁に変化する陸上運用においても、安定した測位精度を得ることができる。

以上の解析から明らかなように、測距電波源数が一時的に減少しても、測位較正データは測位機能を中断することなく、これを補完する役割を果たす。特に、高安定クロックと高度情報を適用すれば、測距電波の受信数が一時的に 2 になっても、測位を継続することができる。従って、測距衛星の配置数を増加させるだけではなく、高安定クロックや移動量の測定機能を加えることにより移動端末側で測位精度やインテグリティ向上等に対応するシステム方式も検討されるべきであり、このような運用形態の多様化により諸々のユーザ要求に対し経済的に答えることになるだろう。

3.11 この章のまとめ

重み係数を可変とする最小自乗法の有効性とカルマンフィルタとの類似性に関して解析的な検討を行った。また、重み係数の数学的モデルの原型となるものとして(3.127)式を導いた。重み係数は異なった標準偏差の誤差を持つ測定値を最適に用いる手段であるから、重み係数を実際の誤差の統計的性質を表す関数に置き換えることは有効である、と直感的に判断できる。このような最小自乗法の拡張的な利用により、カルマンフィルタに較べて簡便な測位アルゴリズムが導かれた。しかし、重み係数をランダムな誤差成分の積分値と時間的に線形に増加する誤差成分との自乗和で表すことが妥当であるか、他の応用分野においても汎用的な方法に成りうるか等、発展的に検討されるべき課題が残されている。

通常の最小自乗法では、観測データに含まれる不規則誤差は回帰モデルの残差ベクトルの絶対値が最小になるように処理される。重み付け最小自乗法では、異なった性質の誤差を持つ複数の観測データを取り扱うために、残差ベクトルの成分の重み付けを行う。従って、移動局が停止している状態や推測航法によって得られる移動量などを観測データとして最小自乗測位アルゴリズムに組み入れる場合、これらの重み係数を適切に調整することが必要になる。この目的のために、まず、推定されるべき状態変数を観測データとして回帰モデルに組み入れ、つぎに、(3.131)式のような数学的モデルを用いて、これらの重み係数を調整することになる。3.5 項以降では、このような最小自乗法の拡張的な活用の方法と、これによって得られる推定特性に関して検討しているが、このような直感的な方法が測位アルゴリズムの最適性に支障を与えていないか、カルマンフィルタと比較してどのような差異が現れるのか検討する必要がある。本研究では 3.7 項のカルマンフィルタとの関連性に関する考察を除き十分な検討がなされていないが、以下に若干の考察を加える。

最小自乗測位において重み係数を時間的に変化させることは、カルマンフィルタにおいて状態変数の共分散行列を時間更新することと同じ意味がある。これは最新の測定デー

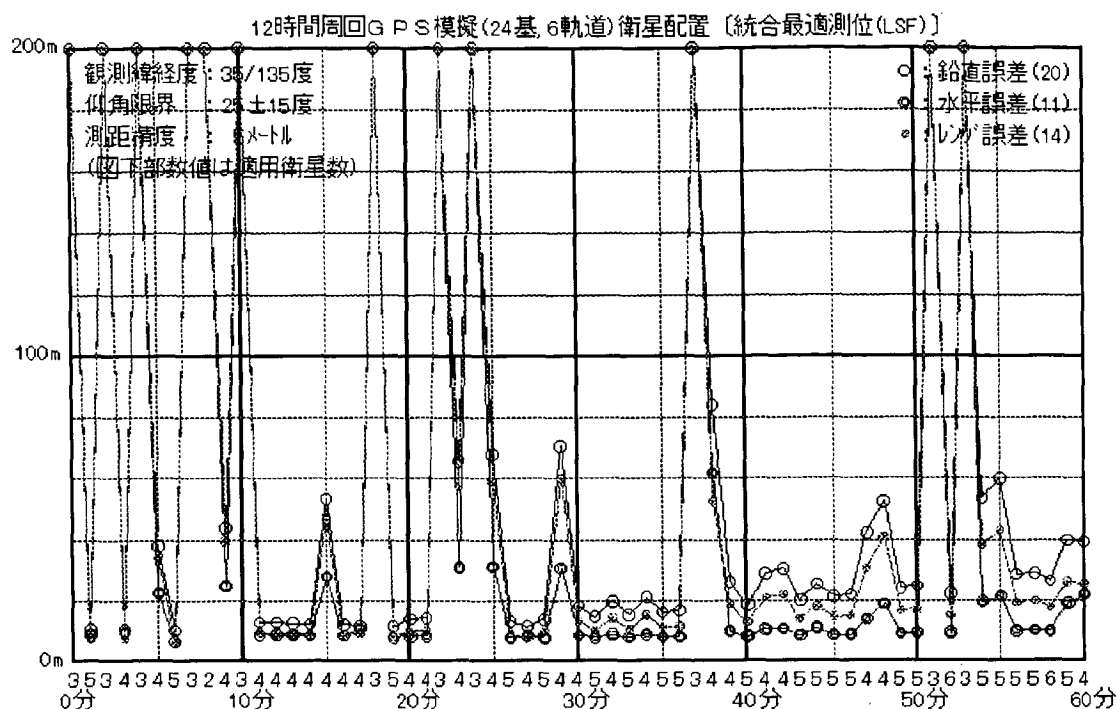
タにより状態変数を最適に更新するためのゲインを求めるプロセスの1つであるが、重み係数可変型最小自乗測位では更新毎の状態変数の共分散行列を時間関数によって先験的に表現していることになる。これらの時間関数がどのような値になるかによって、2次元或いは3次元、同期型或いは非同期型の測位の性質が複合して現れる。このため、測位方式を同一のアルゴリズムによって統合できる意味をも含めて、(3.13)式の観測行列と(3.131)式の誤差比例関数で表される測位方式を**統合最適測位方式**と呼んだ。この方式は、3.7 項において検討しているように、カルマンフィルタの数学的形式と関係付けることが可能であり、カルマンフィルタに類似した最適推定が行えるものと予想することができた。

統合最適測位方式の測位精度上の有効性は、3.5 項の第 3.11 図及び第 3.12 図に端的に示されている。これらの図は、可視仰角限界が 10 度から 40 度の範囲を不規則に変化するために測距衛星の配置数や配置状態が頻繁に変動する場合のシミュレーション結果である。前者は高安定クロックを適用しており、後者は移動体の鉛直方向の運動に制限が加えられていると設定している。このような厳しい衛星可視条件の場合でも、可視状態が良好な第 3.7 図の場合（仰角限界 10 度）と概ね同等の測位精度が得られている。この理由は重み係数可変型測位アルゴリズムにより、高安定クロック或いは移動体の予想される運動条件の適用が可能となり、2次元測位或いは同期型測位の性質が加わったからである。

第 3.21 図及び第 3.22 図は、上記の測位環境と同じ条件で、3次元非同期型測位（測位較正データの重み係数を最大値にした場合と同等）及び統合最適測位の位置精度に関するシミュレーション結果を示したものである。非同期型測位では、可視衛星数が3基以下となる時点で測位不可となることは勿論であるが、4基の場合でも1時間当たり数力所の時点で測位精度の劣化することが認められる。統合最適測位では、高度及び水平面の運動に関する不規則成分をランダム運動に関して $10\text{m}/\text{min}^{1/2}$ 、線形運動に関して $10\text{m}/\text{min}$ としてシミュレーションを行っているが、概ね安定した測位精度が得られている。シミュレーションの制約上、測位更新間隔を1分としているが、この間隔を小さくして測位環境の変化の頻度を高めると更新間隔毎の不規則成分が減少するため、測位誤差も減少する。

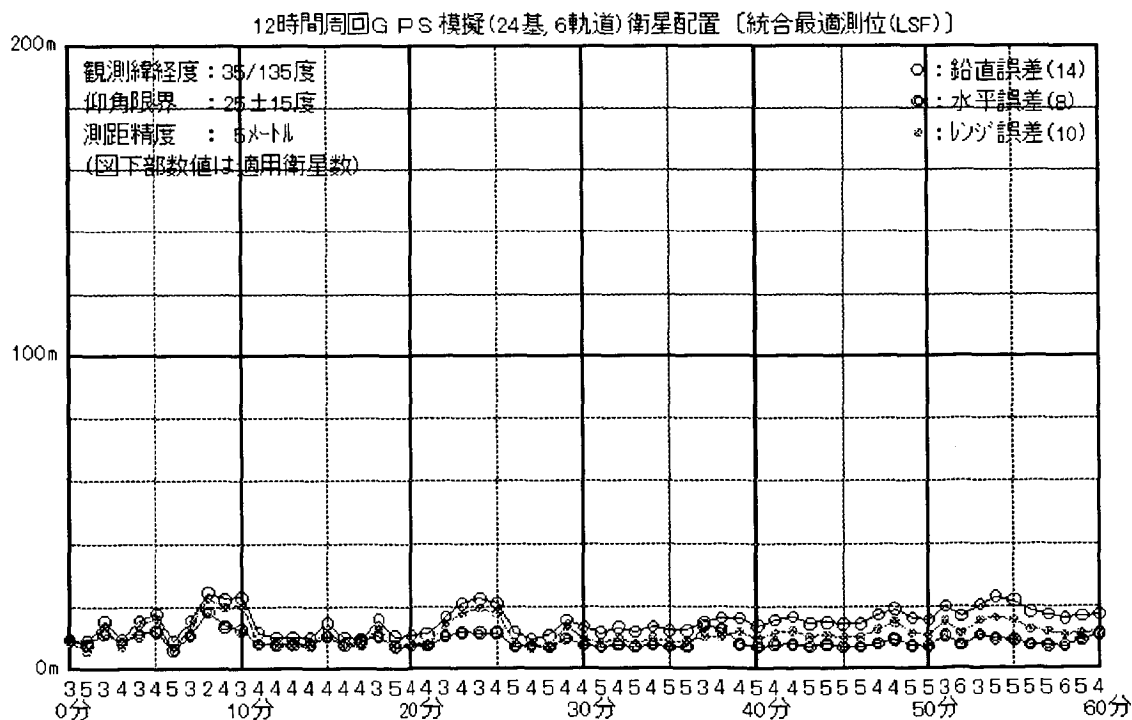
以上、測位精度に関する計算機シミュレーションの結果を用いて具体的に検証したように、重み係数可変型最小自乗測位は、クロックや推測航法の誤差特性、移動体の運動特性等を重み係数の数学的モデルに反映することにより、運用環境の変化に強靱な統合的な測位方式となる。測位アルゴリズムとしてはカルマンフィルタを適用するよりも簡便であり、測位精度の評価においても解析的に見通しのよい定式化が可能となる。各種の測定データの複合的な取り扱いにおいては、論理式等を直接的に用いて重み係数を随意に調整することもでき、融通性に富んだ測位アルゴリズムの構成が可能になるものと思われる。

また、重み係数可変型最小自乗法は、他の応用分野においても簡易な最適化手法として一般的に利用できるものと予想される。



第 3.21 図 変動する衛星可視環境下での 3 次元非同期型測位精度

(κ_{i1} = 最大値、 κ_{i2} = 最大値、 $i=x,y,z$)



第 3.22 図 変動する衛星可視環境下での統合最適測位精度

($\kappa_{i1} = 10 \text{ m/min}^{1/2}$ 、 $\kappa_{i2} = 10 \text{ m/min}$ 、 $i=x,y,z$)

第4章 精密クロック同期とその有用性

4.1 双方向通信によるクロック同期の原理

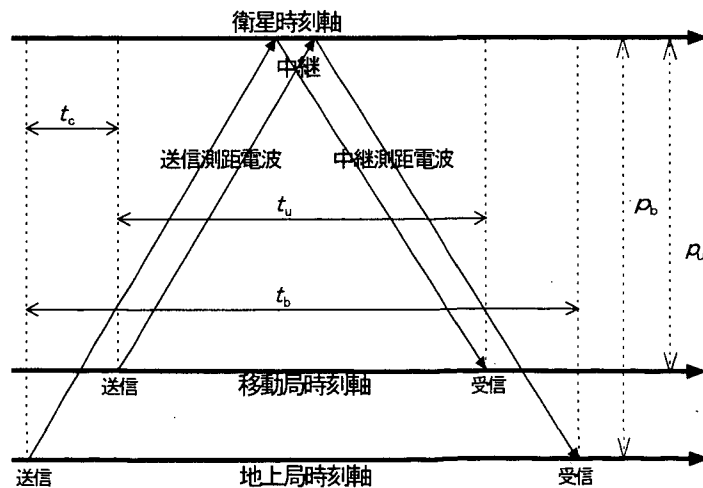
一般に、電波の伝播時間を測定して2地点間の距離を決定するためには、電波伝播速度が精密に測定されている必要がある。逆に、伝播速度を決定するためには伝播距離が精密に測定されていなければならない。即ち、伝播距離と伝播速度の測定はお互いに依存し合った関係にあるため、電離層や大気層による電波伝播遅延誤差を如何に測定し補正するかは、これらの測定精度を左右する重要な課題である。

伝播距離の精密な測定では、電波の周波数が異なると電波伝播遅延時間が異なる性質に着目して、同一伝播経路の2周波測距によってこの遅延誤差を補正する。しかし、2地点間の双方向通信によって両地点での時刻のずれ（クロックオフセット）を測定する問題、即ちクロック同期の問題では、上述の伝播経路に付随する伝播遅延誤差はクロックオフセットの推定精度にほとんど影響を与えない。換言すれば、2地点間の距離が未知であっても、双方向の伝播経路が同じであればクロックオフセットの推定は可能であり、これが精密なクロック同期を可能とすることの根拠となっている。

同期型測位におけるクロックの同期化とは、測距電波源である衛星或いは地上局の時刻基準に対する移動局のクロックオフセットを決定することである。測距電波が衛星から直接送信される場合も、衛星を中継手段として地上局から送信される場合も、地上局は移動局から送信される測距電波を受信することが必須の条件である。即ち、移動局と衛星或いは地上局の双方が送信する

測距電波の送信タイミング（時刻エポック）を原点として電波伝播時間を測定することにより、クロックオフセットの推定が可能となる。

まず、地上局と移動局との時刻を同期させる方法を考える。この場合、衛星は測距電波を中継するだけであり、全無線局の時刻基準の源となる精密標準クロックは特定の地上局に設置される。



第4.1図 地上局・移動局間クロック同期の原理

第4.1図のように、移動局の時刻のエポックが地上局よりも t_c 遅れており、移動局及び地上局双方のエポックを基準として双方で測定した測距電波伝播時間をそれぞれ t_u 及び t_b 、衛星・移動局間距離及び衛星・地上局間距離をそれぞれ p_u 及び p_b 、衛星から移

動局及び移動局から衛星への電波伝播時に電離層、大気等で生じる伝播遅延誤差をそれぞれ δt_{su} 及び δt_{us} 、衛星から地上局及び地上局から衛星への電波伝播時に電離層、大気等で生じる伝播遅延誤差をそれぞれ δt_{sb} 及び δt_{bs} 、 c を光速とすれば、

$$t_u = p_u/c + p_b/c - t_c + \delta t_{bs} + \delta t_{su} \quad (4.1)$$

$$t_b = p_u/c + p_b/c + t_c + \delta t_{us} + \delta t_{sb} \quad (4.2)$$

なる関係式が得られる。従って、移動局のクロックオフセット t_c は、

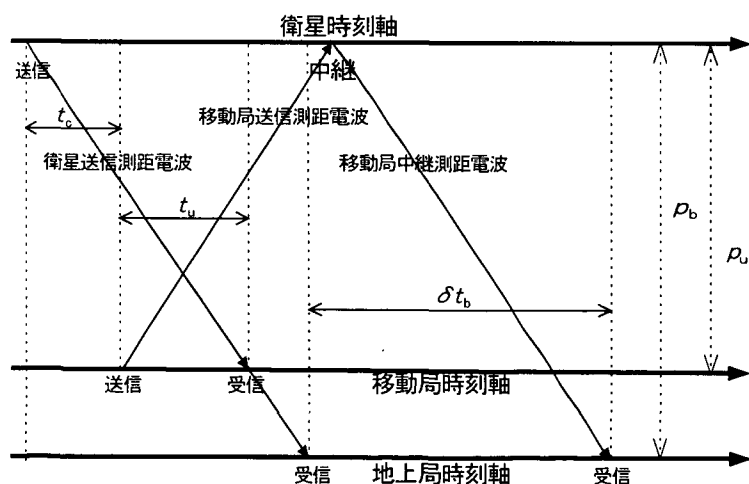
$$t_c = (t_b - t_u)/2 + \delta t_1 + \delta t_2 \quad (4.3)$$

となる。ただし、 δt_1 及び δt_2 は、

$$\delta t_1 = (\delta t_{bs} - \delta t_{sb})/2 \quad (4.4)$$

$$\delta t_2 = (\delta t_{su} - \delta t_{us})/2 \quad (4.5)$$

で定義される値であり、電離層や大気中を伝播する際に発生する両方向の電波伝播遅延誤差の差で表される。しかし、これらの両方向の伝播遅延誤差は同一伝播経路において等しく発生するので、(4.3)式では伝播中の遅延誤差は相殺される。



第 4.2 図 衛星・移動局間クロック同期の原理

次に、衛星を中継し

て移動局と地上局との通信を行い、移動局の時刻を衛星の時刻に同期させる場合を考える。このような同期化を必要とするのは GPS のように複数の衛星が精密に同期した時刻基準を維持している場合であり、複数の衛星からは精密に同期した測距電波が送信される。地上局は測距電波を送信する必要はなく、移動局電波と衛星送信電波の到達時間差 δt_b を測定して移動局に通報するだけで同期化が可能である。第 4.2 図を参考にすれば、

$$t_u = p_u/c - t_c + \delta t_{su} \quad (4.6)$$

$$\delta t_b = (p_u/c + p_b/c + t_c + \delta t_{us} + \delta t_{sb}) - (p_b/c + \delta t_{sb}') \quad (4.7)$$

なる関係式が得られる。ただし、 $\delta t_{sb}'$ は衛星から直接送信される電波の伝播遅延誤差であり、通常、中継電波の δt_{sb} とは同一ではない。従って、クロックオフセット t_c は、

$$t_c = (\delta t_b - t_u)/2 + \delta t_1' + \delta t_2 \quad (4.8)$$

$$\delta t_1' = (\delta t_{sb}' - \delta t_{sb})/2 \quad (4.9)$$

となる。ここで、 $\delta t_1'$ は衛星からの測距電波の送信と衛星による移動局測距電波の中継における遅延誤差の差であり、零ではない。伝播中の遅延誤差は相殺されるが、測距電波の送信時に発生する遅延誤差と中継時に発生する遅延誤差とは同一でないからである。

以上が双方向電波伝播時間の測定による精密クロック同期の原理である。クロックオフセットを求めるには、地上局と移動局で測定された伝播時間を相互に通報しあう必要がある。例えば、移動局側で測位を行う場合、地上局は移動局に対して δt_b を通報する。この際、測距機能を有するような特殊な通信電波は必要でないが、通報の遅れはクロックオフセットのドリフトによる測位誤差を大きくするため、数秒以下にする必要がある。

4.2 衛星周回運動、地球自転及び移動体運動によるクロック同期化誤差

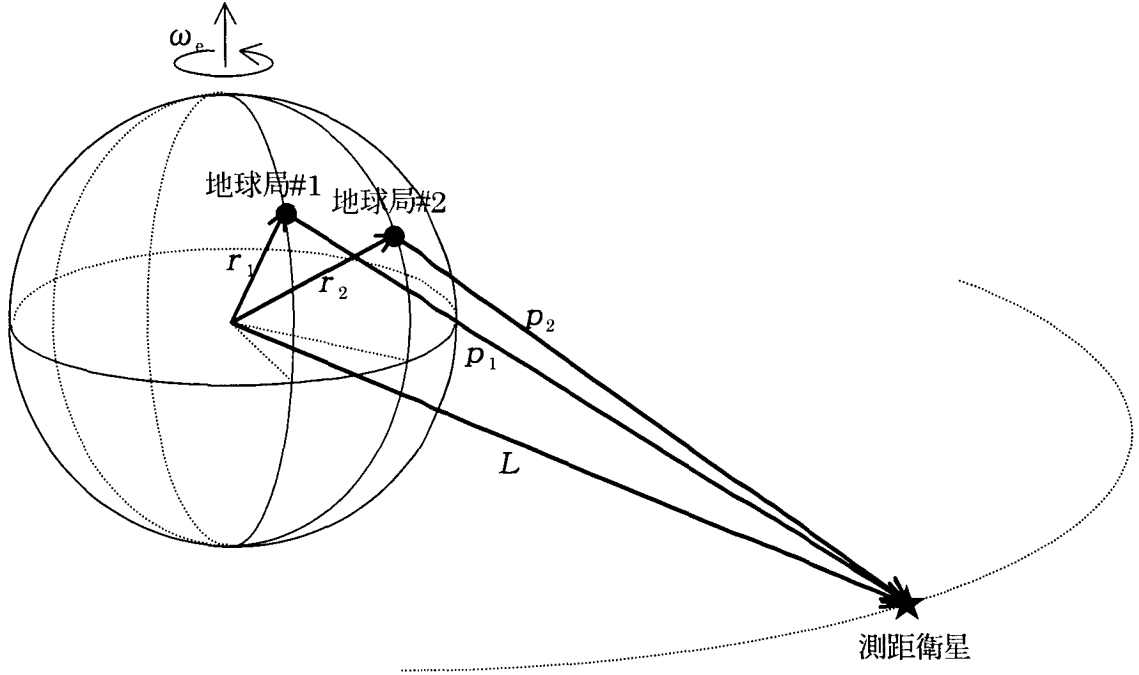
慣性空間から観測すれば、地球の中心は概ね慣性運動をしており、衛星及び地上局はこれを中心に回転運動をしているものとみなすことができる。このとき、衛星を介して電波が地上2局間を伝播するための所要時間は伝播する方向によって異なる。これは、衛星及び地上局が慣性空間に対して回転することにより、伝播方向によって電波伝播経路長が変化するためであり、移動局と地上局或いは衛星とのクロックオフセットの推定に $10^{-8} \sim 10^{-7}$ 秒程度の誤差をもたらす。従って、双方向通信による時刻同期を精密に行うためには、衛星の周回運動、地球自転及び移動局の移動による電波伝播経路長差を求める計算式を導き、前項(4.3)式或いは(4.8)式のクロックオフセットを補正する必要がある。

第 2.3 図を参考にして、地上局 # 1 から電波が送信される時刻を t_0 、地球中心と衛星を結ぶベクトルを $L(t_0)$ 、地球中心と地上局 # i を結ぶベクトルを $r_i(t_0)$ 、地上局 # i と衛星を結ぶベクトルを $p_i(t_0)$ 、この電波が衛星に到達する時刻を $t_1 (= t_0 + \Delta t_1)$ 、このときの地球中心と測距衛星を結ぶベクトルを $L(t_1)$ とすれば、線形近似により、

$$L(t_1) = L(t_0) + \Delta t_1 (\omega_s \times L(t_0)) \quad (4.10)$$

$$L(t_0) = p_i(t_0) + r_i(t_0) \quad (4.11)$$

が求められる。ただし、 ω_s は衛星の軌道角速度ベクトル、 ω_e は地球自転角速度ベクトルである。従って、実際の電波の伝播距離と衛星の回転運動を考慮しない場合の伝播距離と



第 4.3 図 測距衛星を中継手段した地上局間双方向通信の伝播経路

の差 Δp_{1s} は近似的に、

$$\begin{aligned}\Delta p_{1s} &= |L(t_1) - r_1(t_0)| - |p_1(t_0)| \\ &= \{p_1(t_0) \cdot (\omega_s \times L(t_0))\} \times \Delta t_1 / |p_1(t_0)| \\ &= \omega_s \cdot (r_1(t_0) \times L(t_0)) / c\end{aligned}\quad (4.12)$$

で表される。ただし、ベクトル間の演算子 \times はベクトル積、 \cdot はスカラー積とする。また、伝播時間 Δt_1 は $|p_1(t_0)|/c$ である。従って、衛星周回運動による地上局 # 1 から衛星までの電波伝播時間のシフト量 Δt_{1s} は $\Delta p_{1s}/c$ であるから、

$$\Delta t_{1s} = \omega_s \cdot \{r_1(t_0) \times L(t_0)\} / c^2 \quad (4.13)$$

なる関係式が得られる。

同様の考えで、衛星から地球自転によって地球中心に対して回転する地上局 # 2 までの電波伝播時間のシフト量 Δt_{s2} を求める。衛星での電波中継において遅延が発生しないものとして、衛星から電波が送信される時刻を t_1 、衛星から送信された電波が地上局に到達する時刻 $t_2 (= t_0 + \Delta t_2)$ とすれば、(4.10)式及び(4.11)式との類似から、

$$r_2(t_2) = r_2(t_0) + \Delta t_2 \{\omega_e \times r_2(t_0)\} \quad (4.14)$$

$$r_2(t_2) = L(t_2) - p_2(t_2) \quad (4.15)$$

なる関係式が得られる。従って、実際の電波の伝播距離と地球自転による地上局の移動を考慮しない場合の伝播距離との差 Δp_{s2} は、

$$\begin{aligned}\Delta p_{s2} &= |L(t_1) - r_2(t_2)| - |p_2(t_0)| \\ &= -\{\omega_e \cdot (r_2(t_0) \times L(t_0))\} \times \Delta t_2 / |p_2(t_0)| \\ &\quad + \{\omega_s \cdot (r_2(t_0) \times L(t_0))\} \times \Delta t_1 / |p_2(t_0)|\end{aligned}\quad (4.16)$$

となる。ただし、伝播時間 Δt_2 は $\{|p_1(t_0)| + |p_2(t_0)|\}/c$ である。従って、地球自転による衛星から地上局 # 2 までの電波伝播時間のシフト量 Δt_{s2} は $\Delta p_{s2}/c$ であるから、

$$\begin{aligned}\Delta t_{s2} &= -\{(p_1 + p_2)/p_2\} \{\omega_e \cdot (r_2(t_0) \times L(t_0))\} / c^2 \\ &\quad + \{p_1/p_2\} \{\omega_s \cdot (r_2(t_0) \times L(t_0))\} / c^2\end{aligned}\quad (4.17)$$

なる関係式が得られる。ただし、簡便のため、 $p_1 = |p_1(t_0)|$ 、 $p_2 = |p_2(t_0)|$ と置いた。以上より、地上局 # 1 から地上局 # 2 へ電波伝播時間 T_{12} のシフト量 ΔT_{12} は、

$$\begin{aligned}\Delta T_{12} &= \Delta t_{1s} + \Delta t_{s2} \\ &= \omega_s \cdot \{r_1(t_0) \times L(t_0)\} / c^2 - \{(p_1 + p_2)/p_2\} \{\omega_e \cdot (r_2(t_0) \times L(t_0))\} / c^2 \\ &\quad + (p_1/p_2) \{\omega_s \cdot (r_2(t_0) \times L(t_0))\} / c^2\end{aligned}\quad (4.18)$$

なる関係式で表される。

同様の手順で、ほぼ t_0 と同時刻に地上局 # 2 から送信された電波が衛星経由で地上局 # 1 に達するに要する電波伝播時間 T_{21} のシフト量 ΔT_{21} を算出する。まず、地上局 # 2 から送信された電波が衛星及び地上局 # 1 に到達する時刻を t_1' 及び t_2' とすれば、

$$L(t_1') = L(t_0) + \Delta t_1' \{\omega_s \times L(t_0)\} \quad (4.19)$$

$$L(t_0) = p_2(t_0) + r_2(t_0) \quad (4.20)$$

$$r_1(t_2') = r_1(t_0) + \Delta t_2 \{v + \omega_s \times r_1(t_0)\} \quad (4.21)$$

$$r_1(t_2') = L(t_2') - p_1(t_2') \quad (4.22)$$

なる関係式が成立する。ただし、 v は移動体の速度ベクトル、 $\Delta t_1' = |p_2(t_0)|/c$ 、他の記号は前出の定義に従う。これらの関係式より、地上局 # 2 から衛星までの電波伝播時間と衛星から地上局までの電波伝播時間のシフト量 Δt_{2s} 及び Δt_{s1} を求めると、

$$\Delta t_{2s} = \omega_s \cdot \{r_2(t_0) \times L(t_0)\} / c^2 \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned}\Delta t_{s1} &= -\{(p_1 + p_2)/p_1\} \{\omega_e \cdot (r_1(t_0) \times L(t_0))\} / c^2 \\ &\quad + (p_2/p_1) \{\omega_s \cdot (r_1(t_0) \times L(t_0))\} / c^2 - \{(p_1 + p_2)/p_1\} \{p_1(t_0) \cdot v\} / c^2\end{aligned}\quad (4.24)$$

となる。従って、地上局 # 2 から地上局 # 1 へ電波伝播時間 T_{21} のシフト量 ΔT_{21} は、

$$\begin{aligned}\Delta T_{21} &= \Delta t_{2s} + \Delta t_{s1} \\ &= \omega_s \cdot (r_2(t_0) \times L(t_0)) / c^2 - \{(p_1 + p_2) / p_1\} \omega_e \cdot (r_1(t_0) \times L(t_0)) / c^2 \\ &\quad + \{p_2 / p_1\} \{\omega_s \cdot (r_1(t_0) \times L(t_0)) / c^2 - \{(p_1 + p_2) / p_1\} \{p_1(t_0) \cdot v\} / c^2\end{aligned} \quad (4.25)$$

なる関係式で表される。

以上の解析より、衛星及び地球の回転運動によって生じる両方向の電波伝播時間の差 (以下、クロック同期化誤差、または単に同期化誤差と呼ぶ) ΔT_S は、

$$\begin{aligned}\Delta T_S &= \Delta T_{12} - \Delta T_{21} \\ &= (\omega_e + \omega_s) \cdot \{r_1(t_0) - r_2(t_0)\} \times L(t_0) / c^2 \\ &\quad + (\omega_e - \omega_s) \cdot \{[(p_2 / p_1) r_1(t_0) - (p_1 / p_2) r_2(t_0)] \times L(t_0)\} / c^2 \\ &\quad + \{(p_1 + p_2) / p_1\} \{p_1(t_0) \cdot v\} / c^2\end{aligned} \quad (4.26)$$

となる。従って、第 4.1 図の地上局同士間或いは地上局・移動局間の双方向通信によるクロックオフセット推定において、同期化誤差の補正のために (4.26) 式を適用して、

$$t_c = (t_b - t_u - \Delta T_S) / 2 \quad (4.27)$$

なる関係式を用いる必要がある。

次に、第 4.2 図に基づく衛星・移動局間クロックオフセットの推定では、電波伝播経路が第 4.1 図とは異なるため、(4.26) 式のクロック同期化誤差を適用することはできない。いま、衛星から移動局 (或いは地上局 # 1) に送信される測距電波の伝播時間 T_{s1} のシフト量を ΔT_{s1} 、衛星から地上局 (地上局 # 2) に送信される測距電波の伝播時間 T_{s2} のシフト量を ΔT_{s2} 、移動局から衛星に送信される測距電波の伝播時間 T_{1s} のシフト量を ΔT_{1s} 、衛星から地上局に送信される中継測距電波の伝播時間 T_{s2}' のシフト量を $\Delta T_{s2}'$ とすれば、

$$\Delta T_{s1} = -\omega_e \cdot \{r_1(t_0) \times L(t_0)\} / c^2 - \{p_1(t_0) \cdot v\} / c^2 \quad (4.28)$$

$$\Delta T_{s2} = -\omega_e \cdot \{r_2(t_0) \times L(t_0)\} / c^2 \quad (4.29)$$

$$\Delta T_{1s} = \omega_s \cdot \{r_1(t_0) \times L(t_0)\} / c^2 \quad (4.30)$$

$$\Delta T_{s2}' = \omega_s \cdot \{(p_1 / p_2) r_2(t_0) \times L(t_0)\} / c^2 - \omega_e \cdot \{[(p_1 + p_2) / p_1] r_2(t_0)\} \times L(t_0) / c^2 \quad (4.31)$$

となる。従って、第 4.2 図に基づくクロック同期での同期化誤差 ΔT_R は、

$$\begin{aligned}\Delta T_S &= (\Delta T_{1s} + \Delta T_{s2}' - \Delta T_{s2}) - \Delta T_{s1} \\ &= (\omega_s + \omega_e) \cdot \{r_1(t_0) \times L(t_0)\} / c^2 + (\omega_s - \omega_e) \cdot \{(p_1 / p_2) r_2(t_0) \times L(t_0)\} / c^2\end{aligned}$$

$$+\{\mathbf{p}_1(t_0) \cdot \mathbf{v}\}/c^2 \quad (4.32)$$

となる。従って、衛星・移動局間クロック同期においては、(4.32)式を適用して、

$$t_c = (\delta t_b - t_u - \Delta T_s)/2 \quad (4.33)$$

なる関係式に改める必要がある。

4.3 クロック同期化誤差の物理的意味

前項で求めた地上局・移動局間及び衛星・移動局間のクロック同期化誤差は特徴的な3つの項から成る。議論を(4.26)式に限定して述べると、まず第1項は、衛星の軌道運動及び地球の自転によって、回転中心（この場合、地心である）と電波伝播経路を構成する無線局（この場合、地上局、衛星及び移動局である）とを結ぶ閉じた経路が回転するために生じる同期化誤差であり、**伝播経路回転効果**と言える項である。第2項は、衛星と地上局或いは停止状態の移動局との間の距離が電波伝播時に変化することによって生じる同期化誤差であり、衛星が静止軌道にある場合は生じないことから、**非静止経路効果**と言える効果である。第3項は、電波伝播中に移動局の移動によって衛星・移動局間距離が変化することによって生じる同期化誤差であり、**移動速度効果**と言える項である。

また、(4.26)式で表される移動局・地上局間の同期化誤差 ΔT_s と(4.32)式で表される衛星・移動局間の同期化誤差 ΔT_s は異なった関係式になっているが、これは測定対象となる電波伝播経路がそれぞれ異なるためである。特に移動局・衛星間クロック同期では、移動局と地上局で測定する伝播時間に対する経路が対照的でないため、(4.32)式は(4.26)式のような対称的な形式になっていないが、(4.26)式と同様の3つの効果から構成される。

以下、(4.26)式を対象にして、それぞれの効果について物理的意味を考察する。

(1) 伝播経路回転効果

この効果は衛星が静止軌道にある場合に最も明確な特徴を示す。この場合、衛星軌道角速度 ω_s は地球自転角速度 ω_e に等しく、地球中心、2地上局及び衛星を結ぶ電波伝播経路の形状は不変になる。そこで、地球中心から電波が送信されたものとし、地上局#1、衛星、地上局#2を順に経由して、再び地球中心に戻って来る伝播経路での同期化誤差を考える。地球中心と両地上局を結ぶ経路では地球自転の影響を受けないため伝播時間シフトは零であるから、上記の閉じた伝播経路での回転効果 ΔT_R は(4.26)式より、

$$\Delta T_R = 2\omega_e \cdot \{\mathbf{r}_1(t_0) - \mathbf{r}_2(t_0)\} \times \mathbf{L}(t_0) / c^2 \quad (4.34)$$

となる。さらに、両地上局の地心からのベクトル \mathbf{r}_i を地球自転角速度ベクトルに直交する成分 \mathbf{r}_{iD} と、これに平行な成分 \mathbf{r}_{iQ} に分けると、衛星が静止衛星の場合、 \mathbf{L} は ω_e に直

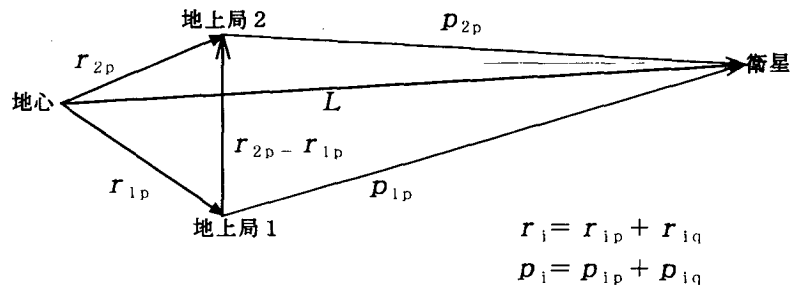
交するから、(4.34)式の[]内の式 $(r_1 - r_2) \times L$ は $(r_{1p} - r_{2p}) \times L$ となる。従って、第4.4 図より明らかなように、地心→地上局# 1→衛星→地上局# 2→地心の順に結んだ電波伝播経路を地球自転軸に直角な平面に直交に写像して構成される4角形の面積をAとすれば、 $|(r_{1p} - r_{2p}) \times L|$ はAの2 倍の値となるため、

$$\begin{aligned}\Delta T_R &= 2\omega_c \cdot [(r_{1p} - r_{2p}) \times L] / c^2 \\ &= 4A\omega_c / c^2\end{aligned}\quad (4.35)$$

なる関係式が得られる。従って、閉じたリング上を双方向に伝播する電波の伝播時間には、リングを回転させる角速度ベクトルに直交な平面に写像したリングの面積と角速度の積に比例する時間差が発生

することになる。これはまさしくリングレーザジャイロの角速度測定原理^aと同じである。

以上の関係式より、伝播経路回転効果 ΔT_R がどの程度の値になるかを概算することができ。例えば、地上局間の距離が 3,000km



第4.4 図 地球自転軸に直角な平面に射影した電波伝播経路

とすれば、最大の場合で、 $\Delta T_R = 0.2 \mu \text{ sec}$ 程度となる。

(2) 非静止経路効果

非静止伝播効果は、衛星の地球に対する相対的な回転運動のために伝播経路長が変化することにより生じる同期化誤差である。これを ΔT_N とおけば、(4.26)式より、

$$\Delta T_N = (\omega_c - \omega_s) \cdot [(p_2/p_1) r_1(t_0) - (p_1/p_2) r_2(t_0)] \times L(t_0) / c^2 \quad (4.36)$$

である。この式から明らかなように、静止衛星の場合、この効果は現れない。

(4.36)式は、 $p_1 = c \Delta t_1$ 、 $p_2 = c \Delta t_2$ を用いて、以下のように書き換えることができる。

$$c \Delta T_N = r_2(t_0) \cdot \{L(t_0) \times (\omega_s - \omega_c) \Delta t_1\} / p_2 - r_1(t_0) \cdot \{L(t_0) \times (\omega_s - \omega_c) \Delta t_2\} / p_1 \quad (4.37)$$

(4.37)式を幾何学的に考察すれば、 $L(t_0) \times (\omega_s - \omega_c) \Delta t_1$ 及び $L(t_0) \times (\omega_s - \omega_c) \Delta t_2$ は電波伝播中に衛星が地上局に対して相対的な回転運動をすることによって生じる衛星位置

^a サニヤック効果を伝播時間シフトとして捉えた場合の解析的表現である。

ベクトルの増分である。さらに、 $L(t_0)$ と p_1 及び p_2 との成す角度を α_1 及び α_2 とすれば、

$$c\Delta T_N = |L(t_0) \times (\omega_s - \omega_e) \Delta t_1| \sin \alpha_2 - |L(t_0) \times (\omega_s - \omega_e) \Delta t_2| \sin \alpha_1 \quad (4.38)$$

となり、非静止伝播効果は経路長の変化量によって生じることがわかる。

一例として、地上局間距離を 3,000km、衛星軌道高度を 20,000km、 $p_1 = p_2$ とした場合、(4.36)式より、最大の場合で $\Delta T_N = 0.05 \mu \text{sec}$ 程度となる。従って、高精度クロック同期においては、非静止伝播効果は補正すべきレベルの同期化誤差である。

(3) 移動速度効果

移動速度効果は、電波伝播中に移動局が移動して経路長が変化することにより発生する同期化誤差である。これを ΔT_M とあれば、(4.26)式より、

$$\Delta T_M = \{(p_1 + p_2)/p_1\} \{p_1(t_0) \cdot v\} / c^2 \quad (4.39)$$

である。(4.39)式において、 $(p_1 + p_2)/c = \Delta t_1 + \Delta t_2$ であることに注目すれば、 $c\Delta T_M$ は電波伝播中に生じる移動局位置ベクトルの変動分の、移動局と衛星を結ぶ方向の成分である。即ち、移動速度効果とは、地上局からの測距電波の伝播中にユーザが移動することによって生じた衛星・移動局間レンジの変化量を光速で割った値にすぎない。

一例として、静止衛星を適用した場合を考える。移動局の移動速度を航空機並の 1,000km/hr (280m/sec) とすれば、最大の場合で $\Delta T_M = 0.2 \mu \text{sec}$ 程度である。従って、高速移動体のクロック同期では、移動速度効果は補正すべき対象である。この同期化誤差の補正誤差は、移動局のクロック同期中の移動距離が 3m 程度の精度（速度精度に換算して 12m/sec）で算出されているならば、 $0.01 \mu \text{sec}$ を越えることはない。

4.4 ユーザクロックの較正とその効果

同期型測位方式において、移動局搭載クロック（ユーザクロック）の安定性は測位精度と運用性に影響を与える重要な性能諸元である。従って、運用中においても、印加された力学環境等の影響を受けて徐々に経年変化するようなクロック誤差パラメータを容易に較正できるならば、クロック同期型測位方式の有用性をさらに高めることができる。

この項では、クロック安定性と測位誤差の定量的な関係を明らかにし、測位機能を用いてクロック誤差パラメータを更新する方法とその精度について考察する。また、クロック較正の適切な効果を得るためには、クロックは相応の安定した性能を有していなければならない。参考のため、同期型測位に求められるユーザクロックの一般的な性能を求める。

クロック誤差の中には、例えば不規則ノイズの積算値のように平均値は零で、経過時間の平方根に比例して標準偏差が増大する確率（Stochastic）過程とみなされるようなランダム誤差がある。このような不規則誤差の統計的性質は最小自乗法やカルマンフィルタを

構成するパラメータとして使用できるが、誤差の決定的 (Deterministic) な補正には使用できない。一方、ある限られた時間間隔内では、経過時間に比例してクロックオフセットが増大する定常的誤差とみなせるような誤差要素、例えばクロックオフセットのドリフト誤差がある。これがランダム誤差に比較して無視できない値であれば、これを推定し、補正することによって、測位性能を高めることができる。以下では端末装置の測位機能を用いてクロックオフセットのドリフト率を推定する方法を述べる。

いま、測位誤差を $\delta \mathbf{r}$ 、衛星位置誤差を δL_i 、衛星・移動局間レンジ測定誤差を δp_i 、移動局から衛星 # i に向かう方向の単位ベクトルを \mathbf{m}_i とすれば、

$$\mathbf{m}_i \cdot \delta \mathbf{r} = \mathbf{m}_i \cdot \delta L_i - \delta p_i \quad (4.40)$$

なる関係が成立する^a。従って、3衛星の実レンジが測定できる場合に適用できる3次元同期型測位方式では、測位誤差 $\delta \mathbf{r}$ の解析解が求められ、

$$\delta \mathbf{r} = \frac{1}{\mathbf{m}_3 \cdot (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)} \begin{bmatrix} (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3)^T \\ (\mathbf{m}_3 \times \mathbf{m}_1)^T \\ (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 \cdot \delta L_1 - \delta p_1 \\ \mathbf{m}_2 \cdot \delta L_2 - \delta p_2 \\ \mathbf{m}_3 \cdot \delta L_3 - \delta p_3 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

となる。また、移動局の高度情報が利用できる場合は、高度誤差を δr_{xm} とすれば、

$$\delta \mathbf{r} = \frac{1}{\mathbf{m}_x \cdot (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)} \begin{bmatrix} (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_x)^T \\ (\mathbf{m}_x \times \mathbf{m}_1)^T \\ (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 \cdot \delta L_1 - \delta p_1 \\ \mathbf{m}_2 \cdot \delta L_2 - \delta p_2 \\ -\delta r_{xm} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

となり、2衛星の実レンジを測定するだけで測位可能となる。ただし、 \mathbf{m}_x は移動局から地球中心に向かう単位ベクトルである。以下では、上記の同期型測位アルゴリズムを用いて、クロックオフセット誤差と測位誤差の関係を解析し、実用的なクロック較正の方法を述べる。

いま、時刻 t_0 及び時刻 $t_1 (= t_0 + \Delta t)$ での位置誤差ベクトルをそれぞれ $\delta \mathbf{r}(t_0)$ 及び $\delta \mathbf{r}(t_1)$ 、上式右辺の誤差要素ベクトルをそれぞれ $\delta \mathbf{z}(t_0)$ 及び $\delta \mathbf{z}(t_1)$ とする。また、移動局は移動しない、あるいは移動してもその地点での移動局位置が正確に測定されているために、測位基準座標系に対する測位誤差 $\delta \mathbf{r}(t)$ が正確に決定できるものとする。そして、 \mathbf{m}_i 、 δL_i は時刻 t_0 から t_1 の間でほとんど変化しないものとする。このとき、3次元測位の測位誤差の変動量 $\delta \mathbf{r}_c (= \delta \mathbf{r}(t_1) - \delta \mathbf{r}(t_0))$ は近似的に、

^a 幾何学的に考えれば、内積 $\mathbf{m}_i \cdot \delta L_i$ と内積 $\mathbf{m}_i \cdot \delta \mathbf{r}$ との差が近似的に衛星・移動局間レンジの測定誤差 δp_i になることは明らかである。

$$\delta \mathbf{r}_e = \frac{1}{\mathbf{m}_3 \cdot (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)} \begin{bmatrix} (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3)^T \\ (\mathbf{m}_3 \times \mathbf{m}_1)^T \\ (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta p_1(t_0) - \delta p_1(t_1) \\ \delta p_2(t_0) - \delta p_2(t_1) \\ \delta p_3(t_0) - \delta p_3(t_1) \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

で表される。ここで、衛星搭載クロックはユーザクロックに比較して十分な安定性を持っており、かつ測距電波が電離層などを通過する際に発生する伝播時間誤差や移動端末装置内部の遅延時間などは短時間でランダムに変動するものとするれば、レンジ誤差 δp_i はユーザクロックのドリフトによって変化するものと考えられる。そこで、クロックオフセットのドリフト率を $\delta \varepsilon_c$ sec/sec とすれば、

$$\delta p_i(t_1) - \delta p_i(t_0) = c \int_{t_0}^{t_1} \delta \varepsilon_c(t) dt \quad (4.44)$$

となるから、 $\delta \varepsilon_c$ を一定値とすれば、(4.43)式より、

$$\delta \varepsilon_c = -\mathbf{m}_i \cdot \delta \mathbf{r}_e / (c \Delta t) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.45)$$

が求められる。ただし、 $\Delta t = t_1 - t_0$ である。従って、クロックオフセットドリフト率は(4.45)式のどれか1つの関係式より求められる^a。

測位誤差 $\delta \mathbf{r}$ の変動量 $\delta \mathbf{r}_e$ からクロックオフセットのドリフト率 $\delta \varepsilon_c$ を算出する関係式は、確定法の測位誤差 $\delta \mathbf{r}$ とレンジ偏位誤差 δq_m との関係から導くことができる。

まず、3衛星を用いる確定法の3次元同期型測位の測位誤差 $\delta \mathbf{r}$ とレンジ偏位誤差 δq_m との関係を求める。観測点（移動体の位置）から衛星の方向に向かう3つの単位ベクトル \mathbf{m}_i ($i = 1, 2, 3$) の頂点を通る円の中心に向かう単位ベクトルを \mathbf{u}_0 、 \mathbf{u}_0 と \mathbf{m}_i の成す角度を θ_0 とすれば、

$$\delta \mathbf{r} = -(\delta q_m / \cos \theta_0) \mathbf{u}_0 \quad (4.46)$$

なる関係式が得られる。

次に、2衛星と観測点の高度情報を用いる確定法の2次元同期型測位の測位誤差 $\delta \mathbf{r}$ とレンジ偏位誤差 δq_m との関係を求める。観測点での鉛直方向及び水平方向の単位ベクトルを \mathbf{u}_v 及び \mathbf{u}_h 、簡便のため2衛星の仰角は等しいとして、 \mathbf{m}_i と \mathbf{u}_v との成す角度を θ_v 、2衛星の方位方向の成す角度を ϕ_{12} 、移動局の高度データ誤差を δr_{xm} とすれば、

$$\delta \mathbf{r} = -\{\delta q_m / \sin \theta_v \cos(\phi_{12}/2)\} \mathbf{u}_h + \delta r_{xm} \{\mathbf{u}_v - \mathbf{u}_h / \tan \theta_v \cos(\phi_{12}/2)\}$$

^a 付録Dに、カルマンフィルタから導かれるイテラティブなドリフト率推定式を示す。

$$= \delta r_{xm} u_v - [(\delta q_m + \delta r_{xm} \cos \theta_v) / \{\sin \theta_v \cos(\phi_{12}/2)\}] u_{11} \quad (4.47)$$

なる関係式が得られる。確定法におけるレンジ偏位誤差と測位誤差との関係については、2.9 項で詳細に解析されている。

以上の関係式を用いて、ドリフト率 $\delta \varepsilon_c$ を $\delta \mathbf{r}$ の変化量 $\delta \mathbf{r}_e$ ($=\delta \mathbf{r}(t_1) - \delta \mathbf{r}(t_0)$) の絶対値 δr_e によって表すと、3次元測位の場合は、

$$\delta \varepsilon_c = -\text{SGN}(\delta \mathbf{r}_e \cdot \mathbf{u}_0)(\delta r_e / c \Delta t) \cos \theta_0 \quad (4.48)$$

なる簡便な関係式が得られる。ただし、 $\text{SGN}(\quad)$ は (\quad) 内の極性を示す。また、2次元測位の場合は、 δr_{xm} が時間的に変動しないとすれば、以下の式が得られる。

$$\delta \varepsilon_c = -\text{SGN}(\delta \mathbf{r}_e \cdot \mathbf{u}_{11})(\delta r_e / c \Delta t) \sin \theta_v \cos(\phi_{12}/2) \quad (4.49)$$

参考に、以上の方式によってドリフト率をどの程度の精度で推定可能かを考察する。いま、測位誤差 $\delta \mathbf{r}$ が Δt にわたって等間隔に複数回観測され、 $\delta \varepsilon_c$ の推定方法として最小自乗法を適用するものとする。 Δt の間に観測した $\delta \mathbf{r}$ のサンプル数を N_m 、 $\delta \mathbf{r}$ の測定時に発生する不規則誤差の標準偏差を σ_z とすれば、クロックオフセット及びオフセットドリフト率の推定誤差の標準偏差 σ_{c0} 及び σ_{c1} は、 $N_m \geq 10$ に対して概ね

$$\sigma_{c0} = (4/N_m)^{1/2} (\cos \theta_0 / c) \sigma_z \quad (4.50)$$

$$\sigma_{c1} = (12/N_m)^{1/2} (\cos \theta_0 / c \Delta t) \sigma_z \quad (4.51)$$

で表される。2次元測位では(4.50)式及び(4.51)式の $\cos \theta_0$ を $\sin \theta_v \cos(\phi_{12}/2)$ に置き換えればよい。

ここで、 $N_m=12$ 、 $\Delta t=20\text{min}$ 、 $\sigma_z=3\text{m}$ とし、衛星方位角差を 60 度、衛星仰角を 40 度としよう。このとき、(4.50)式及び(4.51)式より、2次元測位を適用した場合のクロックオフセット及びドリフト率の推定精度は $\sigma_{c0}=3.5 \times 10^{-9} \text{ sec}$ 、 $\sigma_{c1}=5.1 \times 10^{-12} \text{ sec/sec}$ となる。従って、測距誤差 $\delta \mathbf{r}$ やクロックのランダム誤差等が小さければ、クロックオフセット及びそのドリフト率を極めて精度よく推定することが可能である。

つぎに、ユーザ装置の搭載クロックとして具現性のある性能諸元を前提として、クロック較正の効果を解析する。いま、比較的低コストの水晶発振器等を使用するものとし、以下の基本性能が得られた場合を考える。

(1) 短期安定性 (作動 20 分間隔の標準偏差) $\cdots 1 \times 10^{-11}$ 以下

- (2) オンオフ安定性（作動毎の変動分の標準偏差） … 3×10^{-11} 以下
- (3) 長期安定性（作動毎の変動の傾き） … $6 \times 10^{-11}/\text{月}$ 以下
- (4) 加速度感応安定性 … $3 \times 10^{-11}/\text{G}$ 以下
- (5) 振動感応安定性 … $1 \times 10^{-11}/\text{G}_{\text{RMS}}$ 以下
- (6) 温度感応安定性（作動後の変動分の標準偏差） … $1 \times 10^{-11}/^\circ\text{C}$ 以下

まず、運用前或いは運用中に前述のクロック較正を行うことによって、項目(2)、(3)及び(6)による安定性の総和は 2×10^{-11} に低減できるだろう^a。前述のドリフト推定の解析結果を参考にすれば、この精度の推定は測定時間が20分以下の場合でも達成できる。また、並進加速度の平均値を 0.3G 、振動加速度を 1G_{RMS} として、クロックオフセットドリフト率 $\delta\epsilon_c$ の総和を求めれば、その標準偏差は $2.6 \times 10^{-11}(\text{RSS})$ となる。

以上の精密クロック較正は測位精度の向上と最少衛星構成の測位システムの実現に極めて有効である。特に、2基の衛星からの測距電波を適用するクロック同期型測位方式において、この精密クロック較正がどの程度の測位精度の向上をもたらすかを述べる。

(4.47)式を適用すれば、 $\delta\epsilon_c$ による測位誤差ベクトルの変化率 dr/dt は、

$$dr/dt = -\{c \delta\epsilon_c / \sin\theta_v \cos(\phi_{12}/2)\} u_H \quad (4.52)$$

なる関係式で表される。そこで、2基の静止衛星が東経110度と160度に配置され、移動局が緯度35度、経度135度にあるとすれば、 $\phi_{12} \doteq 50$ 度、 $\theta_v \doteq 40$ 度であるから、

$$|dr/dt| \doteq 1.7 c \delta\epsilon_c \quad (4.53)$$

となる。従って、 $\delta\epsilon_c = 2.6 \times 10^{-11}$ とすれば、これによる測位誤差半径の時間変化率は 0.05km/hr となる。この誤差の発散率は従来の航法装置、例えば慣性航法装置（測位精度は $1 \sim 3\text{km/hr}$ ）と比較すればたいへん小さい値であり、ドリフト率の安定性が 10^{-11} 級のクロックは同期型測位の測位精度を高める有力な手段となる。また、高安定クロックを適用することにより、クロック同期のために必要となる双方向通信の頻度を低減することができ、測位手段としての運用性が向上することは言うまでもない。

4.5 宇宙航行体のクロック同期と測位

宇宙機間或いは宇宙機・地上局間の精密クロック同期は、宇宙機の航法と管制にとって基本的な問題である。衛星群の自律運用に対する要求が高まるに従って、精密クロック

^a 付録Dには、時系列の測位誤差の測定条件とドリフト率推定精度との関係が解析されている。

同期と衛星間レンジ測定は基本的な技術になると思われる。

月探査機のような宇宙機が地上或いは地球周辺に配置された複数の測距電波源を用いて測位を行う場合、測距電波源は宇宙機から見て狭い範囲に集中して分布する。測距電波源がこのような配置状態にある場合、第2章で考察したように非同期型測位では良好な測位精度が得られない。従って、クロック同期型測位を選択する必要性が生じるが、宇宙機側で自律的な航法を行うには測距電波源・宇宙機間クロック同期は欠かせない技術となる。

月探査機のような高速で航行する宇宙機のクロック同期においては、宇宙機及び測距電波源の運動の影響を考慮する必要がある。宇宙機・測距電波源間の直接的な双方向通信によって測定された測距電波の到達時間差には、宇宙機及び測距電波源の移動速度の影響が加わる。従って、地球を周回する測距衛星或いは地上局とのクロック同期化のためには、移動局で受信される測距電波のドップラー周波数変移を補正情報に用いる新たなクロック同期方式を検討する必要がある。以下では、測距電波源として地球を周回する静止衛星等を想定し、送信側或いは受信側の移動速度に起因するクロック同期シフトを考慮に入れたクロックオフセット推定の方法について考察する。

いま、宇宙機及び測距衛星(地球局とも呼ぶ)の地球を原点とする位置ベクトルをそれぞれ \mathbf{r} 及び \mathbf{L} 、速度を \mathbf{v}_p 及び \mathbf{v}_s とし、宇宙機が自己の時刻を基準として測定した衛星測距電波(時刻 t_0 に送信)の伝播時間を t_p 、衛星が自己の時刻を基準として測定した宇宙機からの測距電波(時刻 $t_0 + t_c$ に送信)の伝播時間 t_s とする。

第4.5図を参考にして、双方から送信された電波の受信までの伝播距離を求めると、

$$c \times (t_p + t_c) = |\mathbf{r}(t_0 + t_p + t_c) - \mathbf{L}(t_0)| \quad (4.54)$$

$$c \times (t_s - t_c) = |\mathbf{L}(t_0 + t_s) - \mathbf{r}(t_0 + t_c)| \quad (4.55)$$

$$\mathbf{r}(t_0 + t_p + t_c) = \mathbf{r}(t_0) + \mathbf{v}_p \times (t_p + t_c) \quad (4.56)$$

$$\mathbf{L}(t_0 + t_s) = \mathbf{L}(t_0) + \mathbf{v}_s \times t_s \quad (4.57)$$

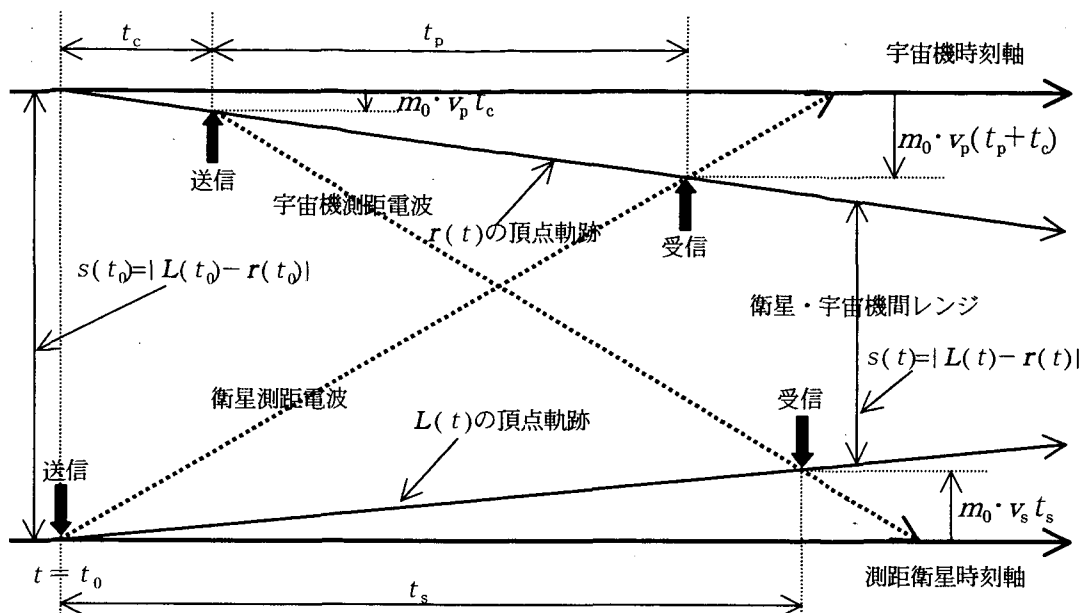
$$\mathbf{r}(t_0 + t_c) = \mathbf{r}(t_0) + \mathbf{v}_p \times t_c \quad (4.58)$$

なる関係が見い出される。従って、時刻 t_0 に関して上式をテーラー展開すれば、

$$c \times (t_p + t_c) = s_0 + \mathbf{m}_0 \cdot \mathbf{v}_p \times (t_p + t_c) \quad (4.59)$$

$$c \times (t_s - t_c) = s_0 + \mathbf{m}_0 \cdot (\mathbf{v}_p \times t_c - \mathbf{v}_s \times t_s) \quad (4.60)$$

なる近似式が得られる。ただし、



第 4.5 図 宇宙機速度を考慮したクロック同期の概念図

$$s_0 = |r(t_0) - L(t_0)| \quad (4.61)$$

$$m_0 = \{r(t_0) - L(t_0)\} / s_0 \quad (4.62)$$

である。従って、(4.59)式及び(4.60)式より、

$$t_c = (t_s - t_p)/2 + t_p(m_0 \cdot v_p)/2c + t_s(m_0 \cdot v_s)/2c \quad (4.63)$$

が求められる。

ここで、(4.53)式の宇宙機速度 v_p のベクトル m_0 に平行な成分は、測距衛星からの測距電波の周波数 f_0 のドップラー周波数変移量 δf より求めることができる。即ち、

$$m_0 \cdot v_p = -(\delta f / f_0) c + (1 + \delta f / f_0) m_0 \cdot v_s \quad (4.64)$$

となるから、(4.63)式は、

$$t_c = (t_s - t_p)/2 - t_p(\delta f / f_0)/2 + \{t_p(1 + \delta f / f_0) + t_s\}(m_0 \cdot v_s)/2c \quad (4.65)$$

なる関係式に書き換えられる。従って、地球局側より地球局の位置・速度データ（測距衛

星の軌道要素)と地球局側で測定された t_s が宇宙機側に送信されることにより、宇宙機の地球局(あるいは測距衛星)に対するクロックオフセットの推定が可能となる。

上記の関係式は 4.1 項の(4.3)式に地球局及び宇宙機の運動によるクロック同期シフトの補正値を加えたものであり、4.2 項の(4.26)式に現れる移動局速度に関係した補正式を(4.63)式のように一般的に表現し、さらに移動速度をドップラー周波数変移で書き換えた形式となっている。また、地球局・宇宙機間の直接の通信であるために、4.3 項の(4.34)式あるいは(4.35)式で示されるような伝播経路回転効果(サニヤック効果^{a)})は現れない。

(4.65)式を適用してクロックオフセット t_c が求められると、測距基準点に対する実レンジ p_i は測定された擬似レンジ s_i を用いて、

$$p_i = s_i + c \times t_c \quad (4.66)$$

より求められる。この実レンジの偏差 δp_i が3つの測距基準点に対して決定されると、宇宙機の位置ベクトル偏差 $\delta \mathbf{r}$ は、

$$\delta \mathbf{r} = \frac{1}{\mathbf{m}_3 \cdot (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)} \begin{bmatrix} (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3)^T \\ (\mathbf{m}_3 \times \mathbf{m}_1)^T \\ (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

より求められる。また、クロックオフセット誤差 δt_c による位置ベクトル誤差 $\delta \mathbf{r}_c$ は、(4.67)式の δp_i ($i=1,2,3$) にすべて $c \delta t_c$ を代入することにより求められ、

$$\delta \mathbf{r}_c = -(c \delta t_c / \cos \theta_0) \mathbf{u}_0 \quad (4.68)$$

となる。ただし、これまでの定義通り、 θ_0 は3つの測距基準点の宇宙機から見た広がり角、 \mathbf{u}_0 はその中心と通る方向の単位ベクトルである。従って、測距電波源の広がりが小さければ、位置誤差はレンジ偏位誤差とほぼ同レベルの大きさとなる。

このように実レンジを使用する測位はクロック同期(クロックオフセットの測定)が必要となるため、クロック同期型の測位方式と同等になる。第2章で述べたように、測距電波源が局所に集中する場合、GPS のような非同期型測位方式では測距電波源が4つ以上あっても精度が著しく劣化するため、例えば月近傍にある宇宙機の連続測位を実時間で行う場合は同期型測位を適用する必要がある。宇宙航法の精度については 4.8 項で再度述べる。月近傍での宇宙測位を可能とする双方向通信の回線条件は付録Fで検討している。

^a 閉じたリングが回転するために、リング上を双方向に伝播する電波に伝播時間差が生じる現象。

4.6 クロック同期型測位による衛星配置数の削減

GPS のような全地球域ではなく、限定域のサービスを目的とする測位システムを構築する場合、地球自転に同期した軌道周期を持つ地球同期衛星を測距電波源とすれば、必要な衛星配置数は全地球域測位サービスを提供する場合の3分の1以下になる。しかし、測距電波源が静止衛星に限定される場合は、測位精度上いろいろな問題が生じる^a。例えば、2次元測位に比較して3次元測位の精度が非常に低いこと、赤道に接近するに従い測位精度が著しく劣化することなど、GPS では問題とはならない測位原理上の問題が生じる。これはすべての衛星が静止軌道にあるために生じる幾何学的配置上の問題、即ち DOP の問題であり、衛星配置数を増加させることによって解決する問題ではない。

しかしながら、静止衛星を測距電波源とする局域サービスの測位システムは、同期型測位方式を適用することにより、配置衛星数を2基にまで減らすことが可能となる。この規模では通信衛星の利用も考えられ、GPS に代わる低コストの衛星測位システムを構築することが可能となる。このような2基の静止衛星による測位システムは、既に全世界で利用できるようになった Navstar/GPS を局域的に補完するものとして利用することもできる。さらに、クロック同期に必要な移動体・地上局間双方向通信手段を移動体通信に活用すれば、広域測位・移動体通信複合システムが構築されることになる。

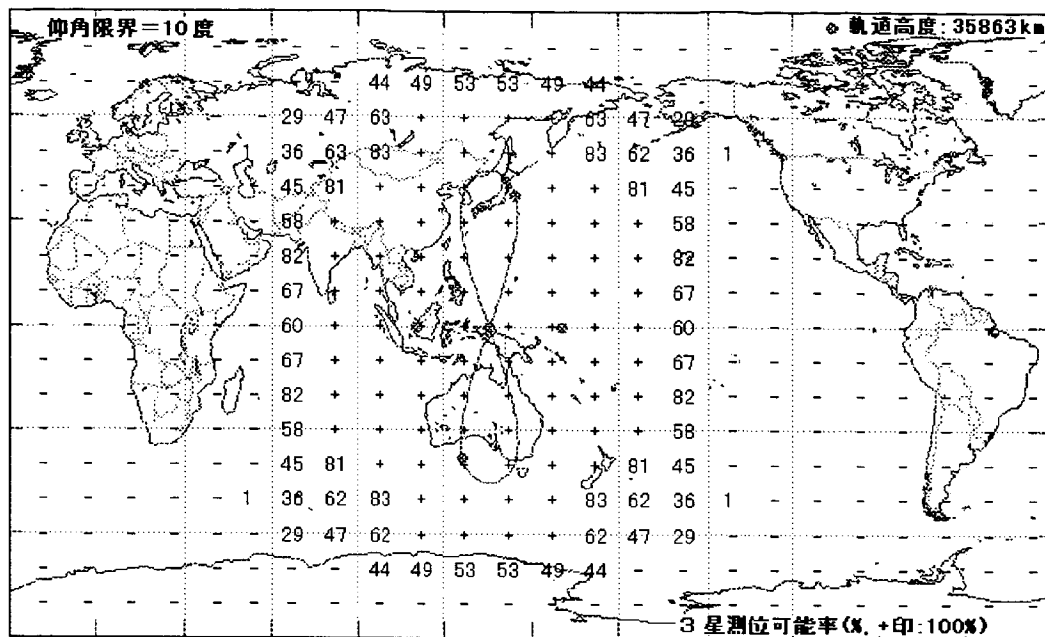
筆者が提案した静止衛星と地球同期衛星を併用する測位システム^bは、測位精度上の問題を解消するために、上記の静止衛星2基の衛星配置に、軌道傾斜角45度の地球同期衛星3基を加えたものである。これらの衛星群を、例えば東経135度を通る緯線が中心になるように配置した測位システム（便宜のため、以下では FSN と呼ぶ）では、赤道を挟んで極東、豪州を含む広域で3次元同期型或いは2次元非同期型の連続測位が可能となる。

第4.6図は FSN の一例であり、地図上には衛星軌跡と、3衛星測位が可能となる時間の比率が上書きされている。ただし、衛星の可視仰角限界は10度とした。これによれば、地球上の概ね3分の1の地域で3次元同期型或いは2次元非同期型の測位が100%可能である。また、測位（或いは通信）に対するニーズに応じて宇宙設備（衛星）及び地上設備を、漸次、拡張・整備することが可能であるから、民間ビジネスとしても有望なシステム形態を有している。

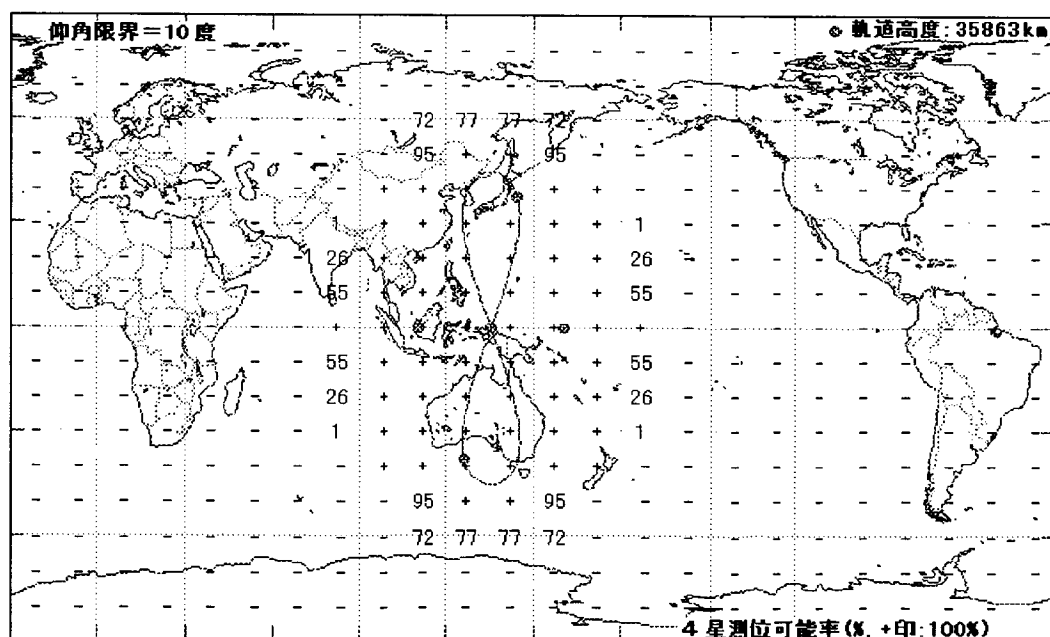
第4.7図は、第4.6図と同じ衛星配置条件で、4衛星測位が可能となる時間率を示したものであり、4衛星が100%可視となる地域は第4.6図の場合の約半分になる。さらに、この衛星配置数では4衛星が可視であっても、3次元非同期型測位の衛星配置上の問題により、1日に3回の割合で3次元測位精度の劣化する時間帯がある。従って、例えば $PDOT < 5$ を満足するような測位が可能となる時間率は、図中の数値よりもさらに低下する。

^a 静止衛星のみを測距電波源とする場合の測位精度は付録Bにおいて解析的に求められている。

^b 山脇功次：ポストGPSとしての測位通信複合衛星システムについて、日本航空宇宙学会誌、第43巻503号、pp.309-318、1995。



第 4.6 図 FSN の衛星配置と 3 衛星測位可能率



第 4.7 図 FSN の衛星配置と 4 衛星測位可能率

3次元非同期型測位の測位精度に関するこの特異性^aの故に、Navstar/GPS では可視衛星が常時5基以上になるよう多数の衛星を配置しなければならない。さらに、運用環境によって衛星の可視性が低下すれば、測位不能となる時間率が増大し、ますます配置衛星数を増加する必要が生じる。従って、GPS 型の非同期型測位にのみ依存すれば、たとえ限定域測位システムであっても運用経費の増大は免れない。測位システムとしての運用性、信頼性の観点からも、衛星配置数の増加だけで問題を解消するのではなく、バックアップ的、補完的な運用を可能とする統合的な測位方式、運用形態を検討することが望ましい。

衛星配置数を増加させないで、測位システムとしての信頼度と完全度を高める最も有力な方法として、まず、高度情報の利用による2次元測位の導入が挙げられる。陸上車両の航法では、高度データは一般に重要ではなく、船舶の航法においては逆に航法情報として利用できる。また、航空機においても、特異な運用でない限り、高度計などにより容易に取得できるデータである。従って、2次元測位を測位システムの1つの基本的な運用形態とし、3次元測位を必要とするユーザに対してはオプションな装置を補完的に提供する形態が考えられる。このような各種ユーザの利用形態を反映した運用条件に着目して、完全無欠のシステムではなく、費用対効果を重視したシステム設計を行うことにより運用経費が低減されるだけでなく、信頼性の高い測位システムの構築が可能になるだろう。

測位システムの信頼度と完全度を高めるもう1つの有力な方法は移動局搭載クロックの高安定化と精密クロック同期の利用である。衛星システムを移動体通信手段として利用できるならば、4.1 項において検討したように、移動局・地上局間の双方向の電波伝播時間を測定することにより、2局間の時刻基準の誤差を比較的容易に測定することができる。このクロック同期誤差を考慮して電波伝播時間を測定するならば、2衛星からの測距電波を受信するだけで2次元測位が可能となり、最少衛星数の測位システムが構成される^b。

4.7 クロック同期型測位の測位精度上の優位性

付録Bにおいて解析されているように、静止衛星のみを測距電波源とする測位システムでは良好な3次元測位精度が得られない。これは衛星配置上の幾何学的問題であり、衛星が観測点から見て概ね一直線に並ぶことに起因する。しかし、高度データを使用する2次元測位では、測距電波源が地球中心方向にあることと同義の幾何学的条件を得ることになり、赤道近辺での誤差発散の問題が残るものの、3次元測位に比較して測位精度は飛躍的に向上する^b。さらに、クロック同期を活用すれば、前項で示した FSN から高軌道傾斜角を持つ地球同期衛星を削除した測位システムに到達する。この方式では、既存の静止通信衛星や気象衛星を利用できる、衛星配置数が少なくすむといった実現性の面での大

^a (2.28)式が成立しなくなる衛星配置であり、(2.51)式の行列が発散する。第2.1図を参考にすれば、 S_4 が S_1 、 S_2 および S_3 を通る円周に接近するとき、(2.28)式が零に近づく。

^b 付録Gに、静止・地球同期衛星利用測位システムの測位精度に関して行ったシミュレーション結果を示す。

きな長所を生み出す。従って、今後も GPS の補完あるいは GPS を継承する測位システムとして、その実用化の検討が続けられるだろう。

以下では静止衛星利用の2次元測位システムに限定して、観測点緯度、衛星の静止経度差、高度データ誤差、同期データ誤差等をパラメータとする水平面測位劣化指数 *HDOP* の近似的な関係式を求め、同期型測位の精度上の優位性について述べる。

通常、衛星・移動局間の双方向通信により、衛星・移動局間のクロック同期化が可能であるか、衛星・移動体間の実レンジの測定が可能である場合は、衛星2基を用いて2次元の、衛星3基を用いて3次元の同期型測位が可能である。しかし、付録Bの解析及び付録Gのシミュレーション結果に見られるように、静止衛星のみを測距基準点とする測位システムでは、3次元測位において良好な DOP を得ることは幾何学的理由から困難である。従って、以下では測位システムの基本運用形態は3衛星測位の2次元非同期型測位を基本とし、衛星数が減少する場合はバックアップとして2次元同期型測位を適用することを考える。静止衛星のみを測距電波源とする2次元測位では、赤道近辺での測位性能の著しい劣化は避けられないものの、中緯度地域の運用では概ね良好な測位が可能である。

付録Bによれば、典型的な衛星配置のもとでの水平面測位劣化指数 *HDOP* は、

$$HDOP \cong \left[\frac{(p/r_s)^2}{2\sin^2(\phi/2)} + \frac{(1+2\mu^2)(p/r_s)^2}{2\cos^2(\phi/2)\sin^2\psi} + \frac{\lambda^2}{\tan^2\psi} \right]^{1/2} \quad (4.69)$$

である。ただし、高度データ及びレンジ偏位の誤差比例係数をそれぞれ λ 及び μ 、衛星静止経度差及び観測点緯度をそれぞれ ϕ 及び ψ とする。

第 4.8 図は、 ϕ 及び ψ をパラメータとして、(4.69) 式を図示したものである。誤差比例係数 λ 及び μ はいずれも 2 としている。これによれば、観測点の緯度が 30 度以上であれば、*HDOP* は $\phi = 30 \sim 90$ 度の範囲で概ね 5 以下である。しかし、 $\phi < 15$ 度、 $\phi > 120$ 度の範囲では、*HDOP* が急激に増大している。

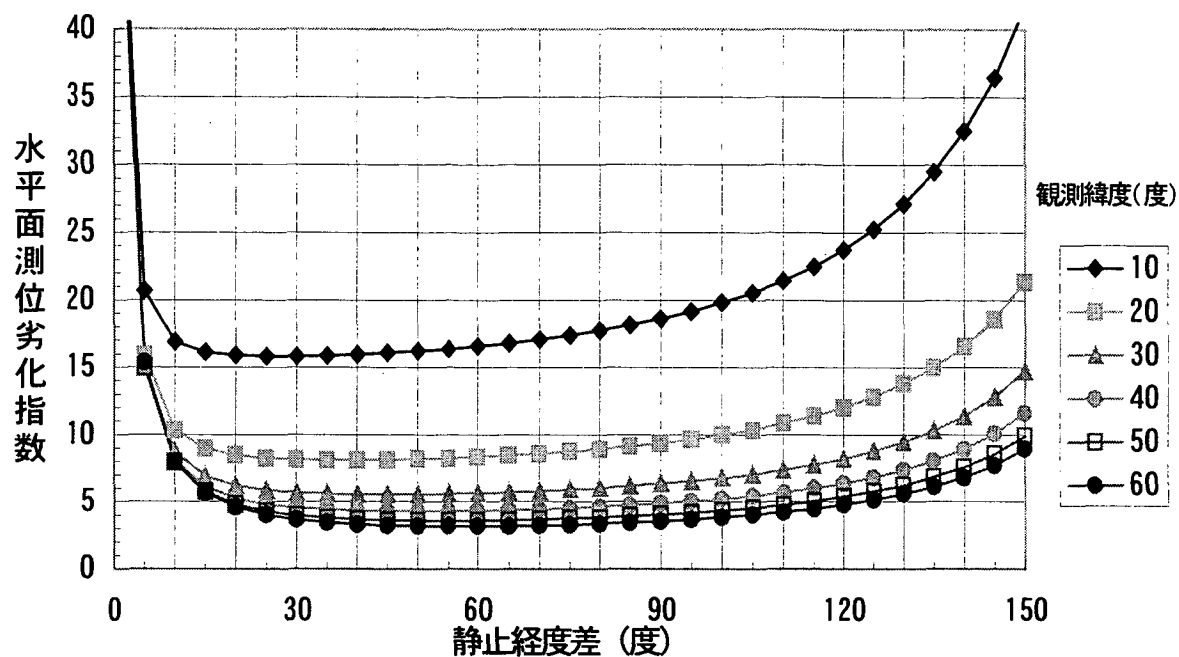
一方、3衛星の測距電波が受信される場合は、レンジ偏位の更新が可能となり、

$$HDOP \cong \left[\frac{(p/r_s)^2}{2\sin^2(\phi/2)} + \frac{3(p/r_s)^2}{2\Omega^2\sin^2\psi} + \frac{\lambda^2}{\tan^2\psi} \right]^{1/2} \quad (4.70)$$

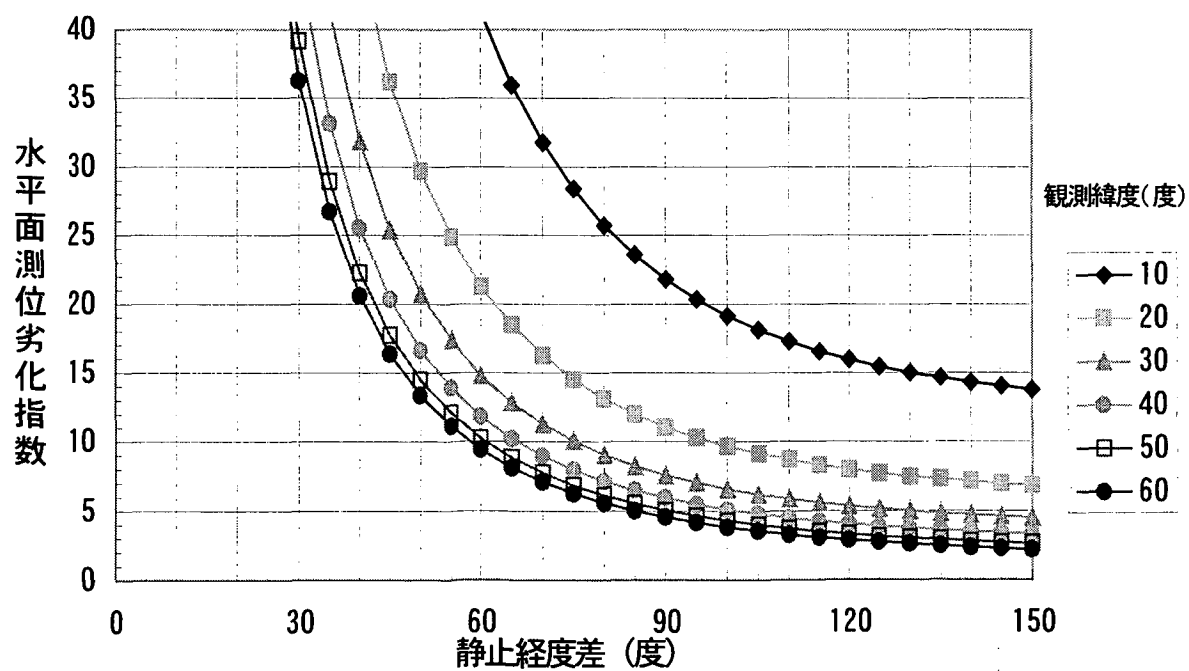
$$TDOP \cong \left[\frac{1 + 2\cos^2(\phi/2)}{2\Omega^2} + \left(\frac{r_c}{p} \right)^2 \lambda^2 \right]^{1/2} \quad (4.71)$$

$$\Omega \cong 1 - [1 - (r_c/r_s)\cos\psi\{1 - \cos(\phi/2)\}]\cos(\phi/2) \quad (4.72)$$

である。第 4.9 図は、静止経度差 ϕ 及び観測点緯度 ψ をパラメータとして、(4.70) 式を図示したものである。これによれば、観測緯度 30 度以上の地域で *HDOP* が 5 以下になる



第 4.8 図 2次元同期型測位の HDOP と静止経度差の関係
($\lambda = 2$, $\mu = 2$)



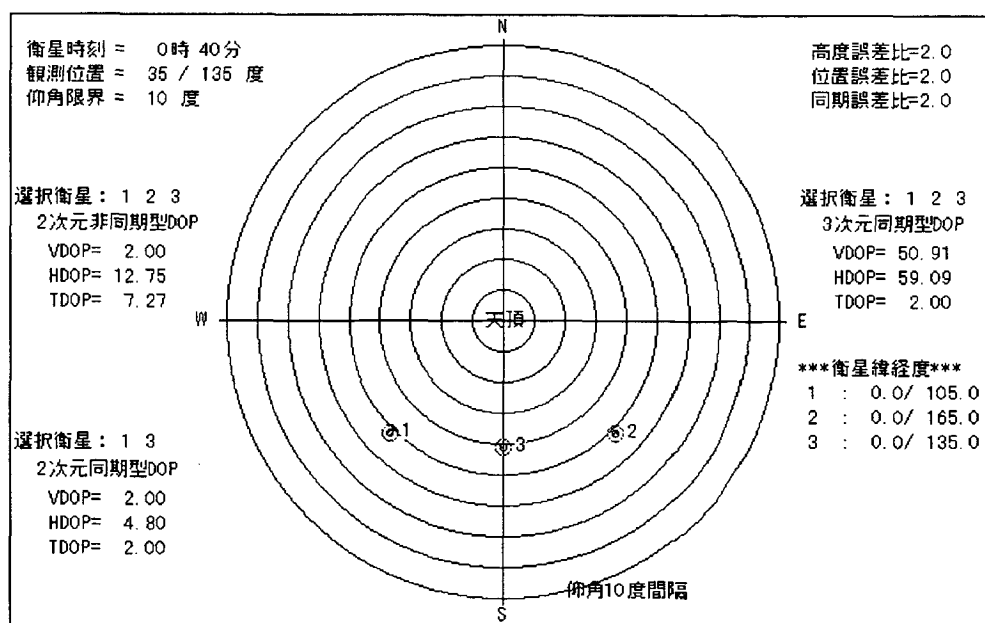
第 4.9 図 2次元非同期型測位の HDOP と静止経度差の関係
($\lambda = 2$)

静止経度差は $\phi > 90$ 度である。従って、3 静止衛星による良好な測位精度を得ようとするれば静止経度差が大きくなり、測位可能域は著しく狭められることになる。

ところで、衛星の天頂角が等しくなる典型的な衛星配置では、2次元同期型測位よりも2次元非同期型測位の方が *PDOP* において優ることは、2.8 項で解析的に求められている。しかし、この結果は第 2.2 図の典型的な衛星配置に基づくものである。測距電波源に静止衛星を使用するだけでは、この衛星配置は得られない。この幾何学的な欠点は、FSN のように軌道傾斜角を持つ地球同期衛星等を併用しない限り解消できない。

第 4.10 図は、測距電波源として静止衛星 3 基が経度 30 度間隔に配置された場合の測位精度を図示したものである。図中左側は2次元の同期型及び非同期型の *DOP* であり、非同期型の *HDOP* は同期型の 3 倍弱となっている。この数値は第 4.8 図及び第 4.9 図の結果とよく一致しており、静止衛星利用システムには2次元同期型測位だけがよく適合することが解析的にも示された。また、図中右側には3次元同期型測位の *DOP* が示されている。これによれば、静止衛星のみを測距電波源とする3次元同期型測位の *VDOP* 及び *HDOP* はいずれも 50 を越えており、付録Bの解析的結論とよく一致している。

以上より、静止衛星のみを測距電波源とする測位システムの特徴は次のようにまとめることができる。即ち、静止衛星利用測位システムは測位精度上、3次元測位には不適合であり、2次元測位を基本的な運用条件とするのが妥当である。そして、 $HDOP < 15$ を達成するためには、2 静止衛星による2次元同期型測位では、観測緯度が 15 度以上、静止経度差が 10 度～90 度であることが必要である。3 静止衛星による2次元非同期型測位ではこの条件がさらに厳しくなり、観測緯度が 30 度以上、静止経度差が 60 度以上でなければ2次元同期型測位精度と同等の精度が得られない。このため、2次元非同期型測位の



第 4.10 図 静止衛星利用測位の測位精度

測位可能域は2次元同期型測位よりも著しく狭められる。従って、静止衛星を適用する測位衛星システムでは、むしろ2次元同期型測位方式が運用の基本であり、2次元非同期型測位は3基以上の衛星が可視となる地域でのオプションであると考えるのが妥当である。

4.8 クロック同期型測位による宇宙航法

4.5 項で考察した宇宙機と測距基準点（測距衛星）との間のクロック同期は、地球より遠く隔てた宇宙機の連続測位にも有効である。

GPS 測位方式のように、宇宙機・測距衛星間のレンジを測定して、宇宙機の連続測位を行う場合、測距衛星は宇宙機から見て天空に広範囲に配置されていなければならない。しかし、測距衛星が地球上の固定局や地球周回の衛星である場合、宇宙機が地球から遠くなるに従って、測距衛星が地球を中心に狭い立体角の中に集中する。このため、非同期型測位精度は著しく悪くなり、クロック同期型測位方式を適用する必要がある^a。

この項では、地球・宇宙機間レンジの衛星軌道半径に対する比率 ν （以下、これを離隔率と呼ぶ）と測位精度との関係を解析的に求め、宇宙測位におけるクロック同期型測位の有用性と限界について考察する。また、測距衛星の軌道決定精度と測位精度の関係を考察し、測距衛星の軌道高度を例えば静止高度から 10 万 km に高めても、測位精度の向上に必ずしも有効ではないことを示す。測距衛星群としては、24 時間周期の地球同期衛星及び GPS 衛星に限定し、離隔率の大きい月周辺での測位精度に関する解析的な関係を求め、これをシミュレーションによって確認する。連続的な宇宙測位が可能となるための受信電力等の通信回線上的問題については、付録Fにおいて議論する。

(1) 宇宙測位におけるクロック同期型測位アルゴリズム

N個の擬似レンジ $s_i (i=1,2,\dots,N)$ と宇宙機・測距衛星間クロックオフセットに起因するレンジ偏位 q_m を測定値として適用するクロック同期型測位アルゴリズムは、3.1 項の重み付け最小自乗測位アルゴリズムから導かれる。即ち、宇宙機の3次元位置ベクトルを r 、レンジ偏位を q 、 r と q を合成した4次元の測位ベクトルを x 、その偏差ベクトルを δx とすれば、測定値 s_i 及び q_m の計算値に対する偏差 δs_i 及び δq_m を用いて、

$$\delta x = (\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \underline{H}^T \delta s \quad (4.73)$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} m_{1x} & m_{2x} & \cdots & m_{Nx} & 0 \\ m_{1y} & m_{2y} & \cdots & m_{Ny} & 0 \\ m_{1z} & m_{2z} & \cdots & m_{Nz} & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1/\kappa_c \end{bmatrix}^T \quad (4.74)$$

^a 測位劣化指数は3.2 項の(3.45)～(3.47)式と同形式になる。

$$\delta s = (\delta s_1 \ \delta s_2 \ \cdots \ \delta s_N \ \delta q_m / \kappa_c)^T \quad (4.75)$$

によって表される。ただし、ここでは説明を簡単にするために、擬似レンジ測定誤差の標準偏差はすべて等しいとしたが、これは概ね現実的な仮定である。 κ_c はレンジ偏位 q_m の測定誤差と擬似レンジ s_i の測定誤差の標準偏差との比率である。クロック同期データが間欠的に測定される場合は、 κ_c をクロック安定性と経過時間に係わる関数として与え、最新のレンジ偏位をこの間の測定値の補完に用いる。観測行列 H に含まれるベクトル m_i は、 r 及び L_i を地球の中心を原点とする宇宙機及び測距衛星の位置ベクトルとして、

$$\begin{aligned} m_i &= (m_{ix} \ m_{iy} \ m_{iz})^T \\ &= (L_i - r) / |L_i - r| \quad (i=1,2,\cdots,N) \end{aligned} \quad (4.76)$$

である。

衛星搭載クロックと同様に、宇宙機側にも高安定クロックが使用される場合、いったん同期化された宇宙機の時刻基準が衛星の時刻基準から急速にシフトすることはない。従って、レンジ偏位が測定されない場合でも、宇宙機側クロックのドリフト特性に応じた補正を加えることにより、時々刻々のレンジ偏位偏差 δq_m を模擬的に生成することができる。即ち、衛星・宇宙機間クロック同期によって測定されるレンジ偏位を $q_m(0)$ 、最新の測定からの経過時間を t_c 、時刻 t_c における補正値を $q_d(t_c)$ とすれば、模擬的なレンジ偏位 $q_m(t_c)$ ($= q_m(0) + q_d(t_c)$) が算出される。従って、最新の計算レンジ偏位を q とすれば、測位較正データとして使用できるレンジ偏位偏差

$$\begin{aligned} \delta q_m &= q_m(t_c) - q \\ &= q_m(0) + q_d(t_c) - q \end{aligned} \quad (4.77)$$

が得られ、(4.75)式の δq_m として用いることができる。

レンジ偏位の補正値 $q_d(t_c)$ はクロックオフセットの時間変化率 ε_c 等の予め測定された再現性のある補正係数によって算出されるが、これらの補正係数の測定誤差や経年変化により、レンジ偏位補正値は時間経過と共に変動する誤差を持つ。従って、レンジ偏位補正値の誤差比例係数 κ_c は時間関数として与えられ、3.9項の数学的モデル、

$$\kappa_c(t_c) = (\kappa_{c0}^2 + \kappa_{c1}^2 t_c + \kappa_{c2}^2 t_c^2)^{1/2} \quad (4.78)$$

を適用する。ただし、 κ_{c0} はレンジ偏位測定誤差の標準偏差、 κ_{c1} は経過時間の平方根

に比例して増大する誤差（ランダムウォーク）、 κ_{c2} は経過時間に比例して増大する誤差（バイアス変動）に対応する誤差係数であり、実験により予め定められた値である。 t_c はレンジ偏位測定時刻からの経過時間であり、測定毎にリセットされる。

また、これらの誤差係数が例えば温度や加速度等により大きく変動する要素を含むものであれば、このような力学的環境を反映した数学的モデルを適用する必要がある。

(2) 測位アルゴリズムの一般化

クロック同期だけでなく、宇宙機のレンジレートや運動方程式から推定される移動量を用いる重み付け最小自乗測位アルゴリズムは、(4.63)式の観測行列 \underline{H} をさらに一般化した(3.13)式によって与えられる。便宜上、再度、以下に関係式を示すと、

$$\delta \mathbf{x} = (\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \underline{H}^T \delta \boldsymbol{\rho} \quad (4.79)$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} m_{11}/\kappa_1 & \cdots & m_{N1}/\kappa_N & 1/\kappa_x & 0 & 0 & 0 \\ m_{12}/\kappa_1 & \cdots & m_{N2}/\kappa_N & 0 & 1/\kappa_y & 0 & 0 \\ m_{13}/\kappa_1 & \cdots & m_{N3}/\kappa_N & 0 & 0 & 1/\kappa_z & 0 \\ 1/\kappa_1 & \cdots & 1/\kappa_N & 0 & 0 & 0 & 1/\kappa_c \end{bmatrix}^T \quad (4.80)$$

$$\delta \boldsymbol{\rho} = (\delta Z_1/\kappa_1 \cdots \delta Z_N/\kappa_N \quad \delta r_{xm}/\kappa_x \quad \delta r_{ym}/\kappa_y \quad \delta r_{zm}/\kappa_z \quad \delta q_m/\kappa_c)^T \quad (4.81)$$

$$\kappa_i = \sigma_i / \sigma_0 \quad (i=1,2,\cdots,N) \quad (4.82)$$

$$\kappa_x = \sigma_x / \sigma_0 \quad (4.83)$$

$$\kappa_y = \sigma_y / \sigma_0 \quad (4.84)$$

$$\kappa_z = \sigma_z / \sigma_0 \quad (4.85)$$

$$\kappa_c = \sigma_c / \sigma_0 \quad (4.86)$$

である。ただし、 N は宇宙機での測距衛星の可視数、 δZ_i ($i=1,\cdots,N$)は擬似レンジの測定偏差、 δq_m はレンジ偏位の変動量、 σ_0 は基準の標準偏差、 σ_i 、 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 及び κ_c は測定値或いは計算値の誤差の標準偏差である。 δr_{mx} 、 δr_{my} 及び δr_{mz} は宇宙機の運動方程式或いはレンジレート測定値を用いて算出される更新時間間隔毎の宇宙機の移動量である。(4.82)～(4.86)式の誤差比例係数には、3.9 項の数学的モデルを適用することにより最適化が可能である。

(3) 測位劣化指数の解析的モデル

宇宙機が測距衛星の軌道半径内にあって、衛星が全天空に概ね均等に配置されている場合の測位劣化指数 (DOP) は 3.2 項で解析されており、宇宙機が測距衛星から大きく離れる場合もこれを適用することができる。

測位計算の座標系として、第 4.11 図を参考にする。x 軸を宇宙機から地球中心の方向に、y 軸及び z 軸を x 軸に直角でかつ各々に直角な方向に定義し、(4.80)式の行列 \underline{H} に含まれる単位ベクトル \underline{m}_i の成分をこの座標系で表せば、測位劣化指数は

$$P = (P_{ij}) = (\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \quad (4.87)$$

の対角成分から求められる。従って、x 軸方向（地球中心方向）、x 軸に直角な方向（y 軸及び z 軸の合成）及びレンジ偏位の測位劣化指数をそれぞれ $RDOP$ 、 $NDOP$ 及び $TDOP$ と定義すれば、

$$RDOP = (P_{11})^{1/2} \quad (4.88)$$

$$NDOP = (P_{22} + P_{33})^{1/2} \quad (4.89)$$

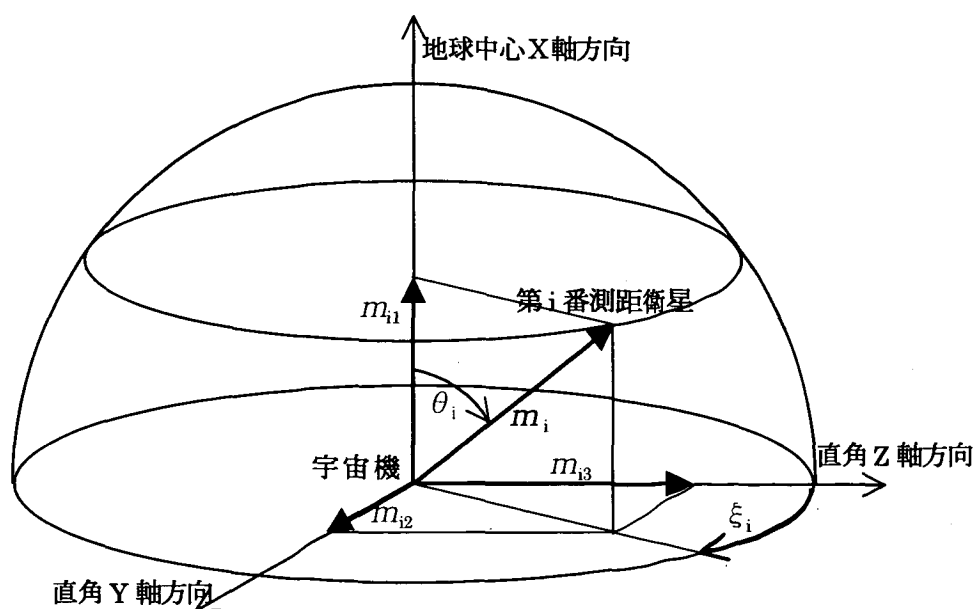
$$TDOP = (P_{44})^{1/2} \quad (4.90)$$

となる。そこで、ベクトル \underline{m}_i と x 軸との成す角度を θ_i 、 \underline{m}_i の x 軸まわりの回転角を ξ_i とし、宇宙機から見て衛星が均等に配置されているものとすれば、3.2 項と同様の測位劣化指数の解析モデルが得られる。便宜上、再度これらを示せば、

$$RDOP = 1/(h_{11} - h_{14}^2/h_{44})^{1/2} \quad (4.91)$$

$$NDOP = (1/h_{22} + 1/h_{33})^{1/2} \quad (4.92)$$

$$TDOP = 1/(h_{44} - h_{14}^2/h_{11})^{1/2} \quad (4.93)$$



第 4.11 図 宇宙測位における航法座標系の定義

である。ただし、宇宙測位では高度や水平面位置に該当する情報は得られないため、誤差比例係数 κ_x 、 κ_y 及び κ_z を無限大と置くことができるから、

$$h_{11} = \sum_{i=1}^N m_{ix}^2 = \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i \quad (4.94)$$

$$h_{22} = \sum_{i=1}^N m_{iy}^2 = \sum_{i=1}^N \sin^2 \theta_i (1 + \cos 2\xi_i) / 2 \quad (4.95)$$

$$h_{33} = \sum_{i=1}^N m_{iz}^2 = \sum_{i=1}^N \sin^2 \theta_i (1 - \cos 2\xi_i) / 2 \quad (4.96)$$

$$h_{44} = N + 1 / \kappa_c^2 \quad (4.97)$$

$$h_{14} = \sum_{i=1}^N m_{ix} = \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \quad (4.98)$$

となる。さらに、 ξ_i に関して衛星が均一に分布しているとすれば、

$$RDOP^2 = (1 + 1/N\kappa_c^2) / (N\beta^2 + \gamma^2 / \kappa_c^2) \quad (4.99)$$

$$NDOP^2 = 4 / \{N(1 - \gamma^2)\} \quad (4.100)$$

$$TDOP^2 = \gamma^2 / (N\beta^2 + \gamma^2 / \kappa_c^2) \quad (4.101)$$

となる。ただし、

$$\alpha = (1/N) \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \quad (4.102)$$

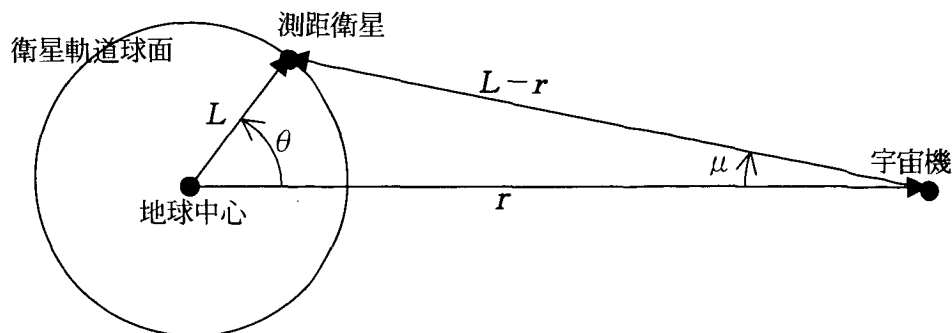
$$\beta^2 = (1/N) \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i - \alpha^2 \quad (4.103)$$

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 \quad (4.104)$$

である。

ここで、第 4.12 図を参考にして、測距衛星が衛星軌道半径を半径とする球面上に一様に分布するものとし、地球・宇宙機間レンジ r の衛星軌道半径 L に対する比率を離隔率 ν ($= r/L \gg 1$) に関する測位劣化指数を求める。

まず、上記 α 及び β^2 の平均値を $\bar{\alpha}$ 及び $\bar{\beta}^2$ とすれば、



第 4.12 図 地球と宇宙機との幾何学的関係

$$\overline{\alpha} = \int_0^{\pi} \frac{1}{2} \sin \theta \cos \left\{ \sin^{-1}(\sin \theta / \nu) \right\} d\theta \cong 1 - 1/(3\nu^2) - 1/(15\nu^4) \quad (4.105)$$

$$\overline{\beta^2} = \int_0^{\pi} \frac{1}{2} \sin \theta \cos^2 \left\{ \sin^{-1}(\sin \theta / \nu) \right\} d\theta - \alpha^2 \cong 1/(45\nu^4) \quad (4.106)$$

となる。従って、上記 2 式を(4.99)～(4.101)式に代入することにより DOP が求められる。

まず、測定レンジ偏位が利用できない場合、即ち $\kappa_c \gg 1$ のときは、

$$\begin{aligned} RDOP &= 1/(N\beta^2)^{1/2} \\ &= \nu^2/(N/45)^{1/2} \end{aligned} \quad (4.107)$$

$$\begin{aligned} TDOP &= \{\gamma^2/(N\beta^2)\}^{1/2} \\ &= \nu^2 \{1 - 2/(3\nu^2)\}^{1/2}/(N/45)^{1/2} \end{aligned} \quad (4.108)$$

となり、非同期型測位の平均的 DOP が得られる。この関係式から $RDOP$ 及び $TDOP$ は概ね離隔率 ν の自乗に比例して増大することがわかる。

つぎに、測定レンジ偏位が利用できる場合は同期型測位となり、

$$RDOP \cong (\kappa_c^2 + 1/N)^{1/2} \quad (4.109)$$

$$TDOP \cong \kappa_c \quad (4.110)$$

となる。従って、 $RDOP$ 及び $TDOP$ は概ねレンジ偏位の誤差比例係数と等しい。

$NDOP$ については、レンジ偏位の測定値の有無に関わらず、

$$NDOP \cong \nu/(N/6)^{1/2} \quad (4.111)$$

なる関係が成立する。即ち、直角方向の測位精度は同期型、非同期型に関わりなく、離隔率 ν に比例する。

(4) 測位劣化指数と離隔率の関係

以上の解析により、次の結論が得られる。即ち、非同期型測位ではレンジ方向の測位誤差及びレンジ偏位誤差が離隔率 ν の2乗に比例して増大するため、 $\nu > 9$ のような遠距離航法に対しては同期型測位を適用する必要がある。例えば、 $N=5$ の場合、非同期型測位では $\nu=2$ のとき $RDOP=12$ であるが、 $\nu=9$ （月近傍）のときは $RDOP=243$ となり、測位精度は著しく低下する。しかし、レンジ方向に直角な方向の測位誤差は離隔率 ν に比例し、 $N=5$ の場合、 $NDOP=1.1\nu$ であるため、月近傍でも測位劣化指数は10程度となる。従って、月近傍で $RDOP$ 及び $NDOP$ が10程度となるような測位精度を達成するためには、クロック同期型測位を適用し、 $\kappa_c \approx 10$ となるクロック同期が必要となる。

第 4.13 図～第 4.14 図は配置衛星数を6基として、(4.99)～(4.101)式により作成した測位劣化指数のグラフであるが、離隔率 ν と測位方式との関係が明らかになっている。

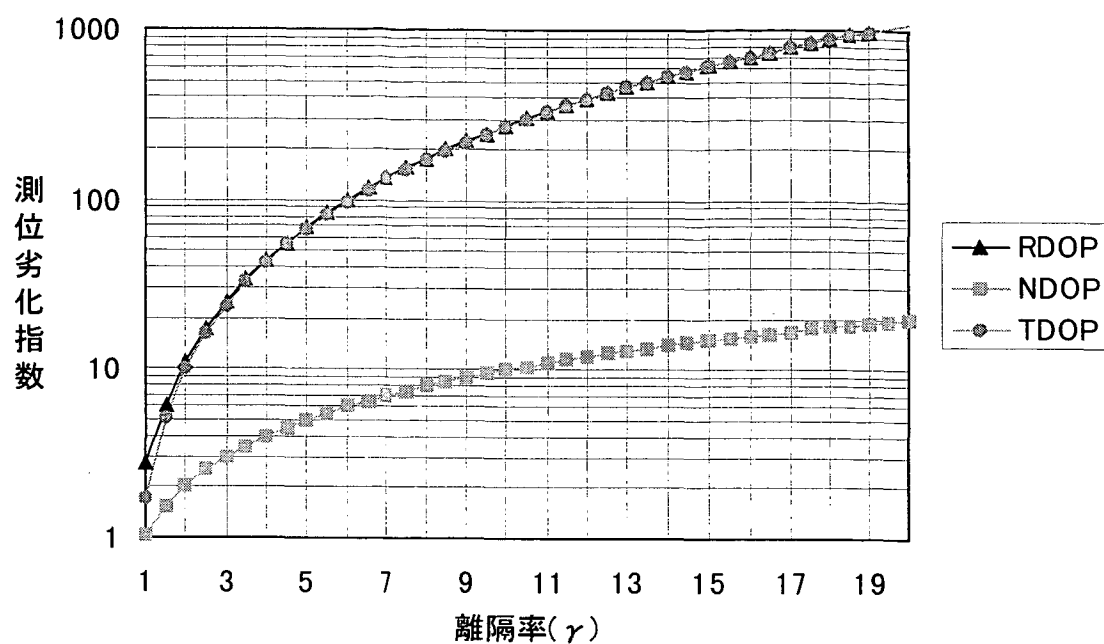
まず、第 4.13 図は κ_c を無限大（非同期型測位）とした場合の測位劣化指数である。非同期型の測位方式では、 x 軸方向の測位精度は ν の増大とともに急激に劣化する傾向が現れている。第 4.14 図は $\kappa_c=3$ とした場合であり、 x 軸に直角方向の測位精度は非同期型測位方式の場合と変わらないが、 x 軸方向の測位精度はレンジ偏位の測定精度と同等の精度にまで改善されている。

以上の検討により、非同期型測位は離隔率の大きい遠距離測位に不向きであり、測距精度を高めるか、高高度衛星を使用して離隔率 ν を小さくしない限り、高精度測位は不可能であることがわかる。従って、複数の地上局を測距基準点として、VLBI^a（超長基線電波干渉法）による測位を行うか、同期型測位による測位精度の改善が必要となる。

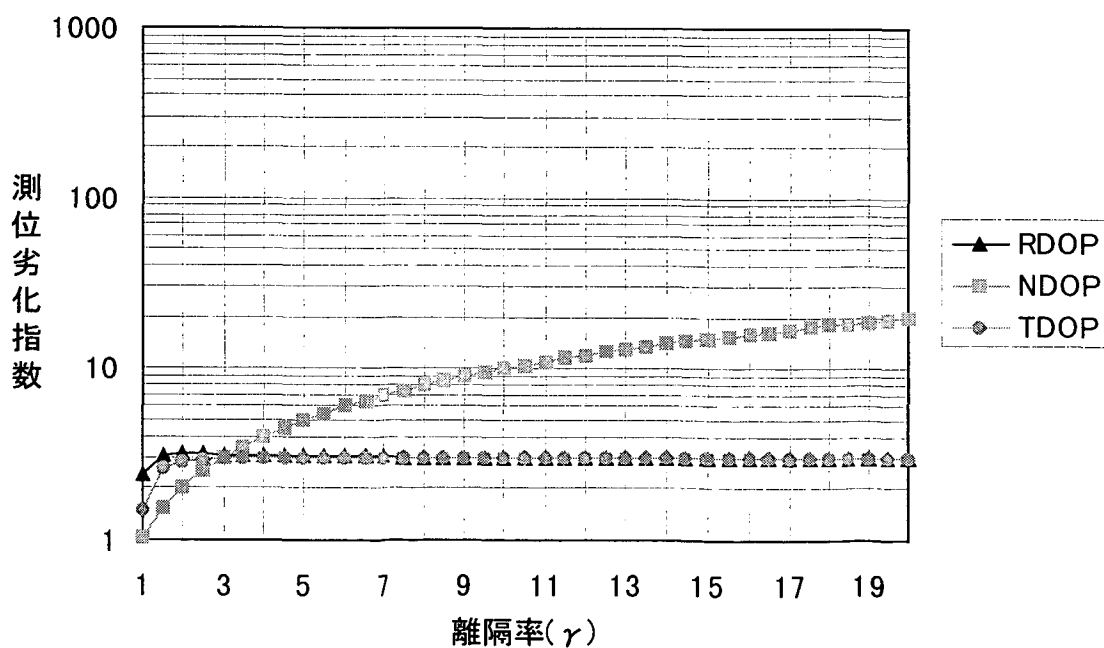
このような地球近傍の測距電波源を利用した宇宙測位システムは、将来、地球・月間の往還飛行が頻繁に行われるようになった場合に有効である。従来の地球からの追跡管制による宇宙機の軌道決定ではなく、宇宙機側で100m級の精度の測位が可能となれば、宇宙管制の自動化と宇宙機の自律飛行が容易になる。また、将来において月開発が大規模に行われるようになれば、燃料効率の極めて良いイオンエンジンを搭載した低推力宇宙機による地球・月間飛行^bが頻繁に行われるようになるだろう。このような場合、宇宙測位システムは宇宙機の自律化と安全性を高めることに役立つものと思われる。

^a GPSを電波源として、VLBIにより地上局の精密クロック同期を行い、この地上局を測距基準点として月軌道宇宙機の測位を行う場合の測位精度については、以下の論文にて考察されている。『山脇功次：GPSを利用した月軌道宇宙機の測位について、日本航空宇宙学会誌、第45巻516号、pp.18-28、1997。』

^b 低推力推進月飛行経路の研究例として次の論文がある。『山脇功次：低推力推進と重力捕捉による月周回軌道達成のための設計法、日本航空宇宙学会誌、第42巻491号、pp.754-765、1994。』



第4.13図 宇宙測位の測位劣化指数
(非同期型測位、 $\kappa_C = \infty$ 、測距衛星6基)



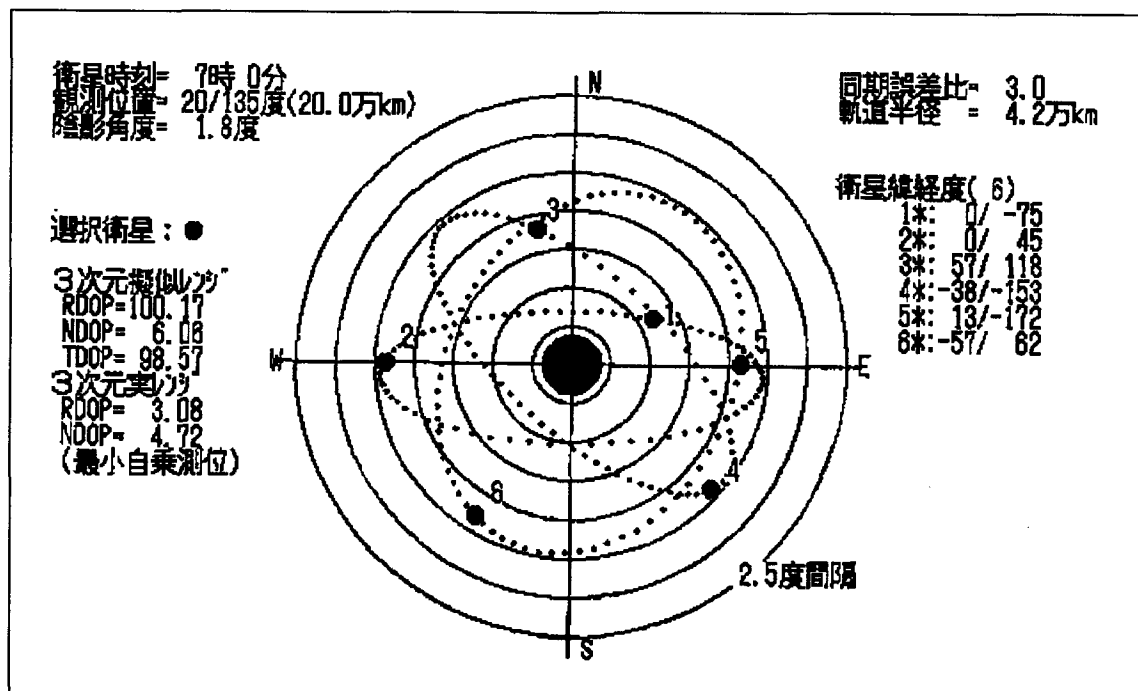
第4.14図 宇宙測位の測位劣化指数
(同期型測位、 $\kappa_C = 3$ 、測距衛星6基)

(5) 測距衛星の配置と測位精度

地球・月間で連続的な3次元同期型測位が可能であるためには、常時、3基以上の衛星が相互に離れて位置していなければならない。従って、6基程度の衛星を複数の軌道上に配置する必要がある。

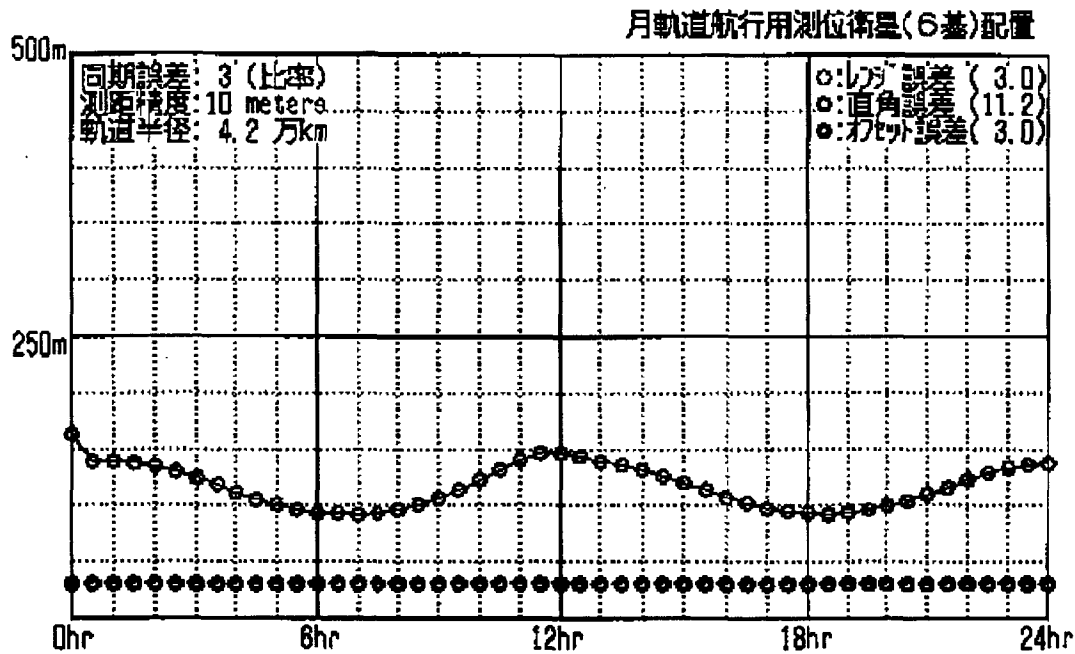
第4.15図は、静止軌道に2基、軌道傾斜角60度の地球同期軌道に4基の衛星を配置したものである。この図は地球から20万km離れた位置からの配置図であり、図の左側に可視衛星をすべて使用した最小自乗測位の測位劣化指数が示されている。3次元非同期型（擬似レンジ型）測位では $RDOP$ 及び $TDOP$ は既に100程度となっており、遠距離測位では同期型（実レンジ型）測位を適用するのが妥当であることがわかる。

衛星配置上の問題として、24時間周期の長楕円軌道を使用することも、離隔率の低減に効果がある。また、補完的な測距電波源としては、地球上にある地上局やGPS衛星のような周回衛星を利用することも考えられる。これらの測距電波源を追加した効果は(4.96)式～(4.100)式の可視衛星数 N が増加することによって示される。また、月面に測距電波源を設置することは、非同期型測位精度を飛躍的に高める効果的な方法であるが、新たに月面測距電波源の精密位置決定の問題に対応しなければならない。



第4.15図 地球・月間宇宙測位のための測距衛星配置例

第 4.16 図は、上記の衛星群を使用した場合の月近傍での測位精度を示したものである。このシミュレーション結果によれば、測距誤差が 10m のとき、同期型測位方式の直角方向測位精度は月近傍で誤差 100m 程度となる。付録 F において解析されているように、通信回線の点では、測距誤差 10m は十分に達成可能である。従って、さらに測距精度を高めることが可能であれば、月近傍で測位誤差数十メートルの連続実時間測位が行える測位システムの提供が可能であり、将来、月を基地とする宇宙活動のための有効な宇宙交通管制手段を提供することになると思われる。



第 4.16 図 月近傍での同期型測位精度 ($r = 38$ 万 km、 $\kappa_c = 3$)

4.9 クロック同期型測位による GPS の補完

クロック同期の有望な利用分野として、4.7 項で述べたような静止衛星を適用した GPS 補完型の測位通信複合システムが考えられる。

GPS は測位専用の衛星システムであり、通信機能は測位情報の移動体への放送に限られている。従って、高精度測位を行ったり、GPS 不具合に対するインテグリティ対策を講じるためには、他の通信手段を使用する必要がある。また、GPS 衛星には地上局・移動局間の電波中継手段がないため、地上局・移動局間の双方向通信、双方向通信を利用したクロック同期、クロック同期による同期型測位等を行うことはできない。

GPS 補完型の測位通信複合システムは測位較正情報の放送、測距電波源の追加補充が行えるだけでない。測距電波の中継手段を有し、かつ軌道を精密に決定することのできる少なくとも 1 基の静止衛星と、GPS 時刻基準に精密に同期することが可能な高安定時刻基準装置を有する地上局が準備されると、GPS 衛星・移動局間のクロック同期が可能となり、GPS 衛星を併用した非同期型・同期型統合の測位方式が可能となる。

第 2 章によれば、クロック同期型測位は非同期型測位よりも可視衛星数が 1 基少なくても測位可能であるため、測位システムとしての適用度を大幅に向上できる。また、非同期型測位では、高精度測位を可能とするために 1 衛星を中心に残りの 3 衛星が広く分布している必要があったが、同期型測位ではこのような衛星配置上の問題は大幅に緩和される。

上記の衛星配置に起因する測位精度上の問題は主に 3 次元測位において現れる。すべての可視衛星が狭い視野に集中したり、同一円周に接近すると、概ね鉛直な方向の測位誤差が増大する。再び、第 2.2 図を参考にすれば、 $VDOP$ の近似式は、同期型測位では 3 衛星の広がり角^a θ_0 とレンジ偏位誤差比例係数 μ 、非同期型測位では 3 衛星の広がり角 θ_0 とその中心からの第 4 番衛星のずれ角 θ_4 によって表される。便宜のため、2.2 項より同期型及び非同期型測位の鉛直方向測位劣化指数を $VDOP_S$ 及び $VDOP_A$ として引用すれば、

$$VDOP_S = (1/3 + \mu^2)^{1/2} / \cos \theta_0 \quad (\text{同期型}) \quad (4.112)$$

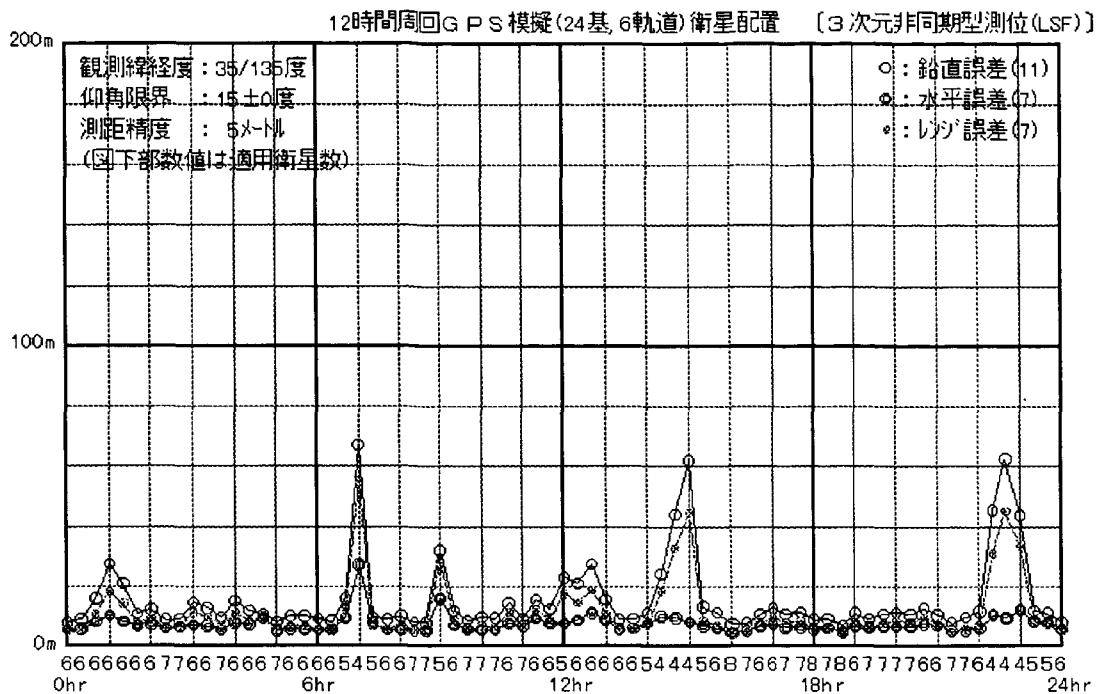
$$VDOP_A = (4/3)^{1/2} / |\cos \theta_4 - \cos \theta_0| \quad (\text{非同期型}) \quad (4.113)$$

である。従って、 $\mu=1$ 、 $\theta_4=0$ のとき、広がり角 θ_0 が 60 度以上でなければ、非同期型は同期型よりも測位精度が悪いことになる。もしも視界が制限され、 $\theta_0=30$ 度となれば、 $VDOP_S / VDOP_A = |\cos \theta_4 - \cos \theta_0| / \cos \theta_0 = 0.15$ となり、狭い視界での同期型測位の優位性が明確に現れる^b。

第 4.17 図は、仰角限界を 15 度として、GPS 模擬衛星群を測距電波源とする 3 次元非

^a 第 2.2 図では天頂角に相当する。外接円垂直方向が観測点の鉛直方向とずれている場合は、 θ_0 及び θ_4 は付録 A の第 A.1 図の θ_0 及び θ_4 に相当する。

^b 第 2.3 図には、 $\mu=2$ のときの非同期型と同期型測位の DOP が示されている。



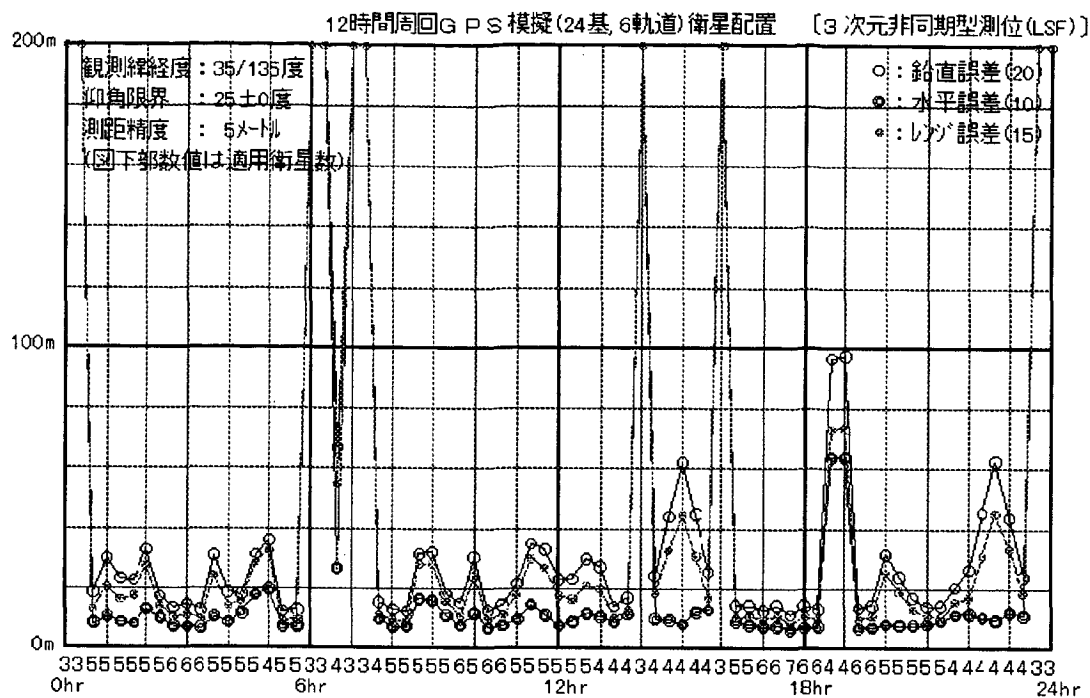
第 4.17 図 GPS衛星による3次元非同期型最小自乗測位精度(通常運用)

同期型最小自乗測位の測位精度を示したものである。この場合、測位精度は概ね良好である。可視衛星4基の場合に $VDOP$ 及び $TDOP$ の劣化する傾向が現れている。

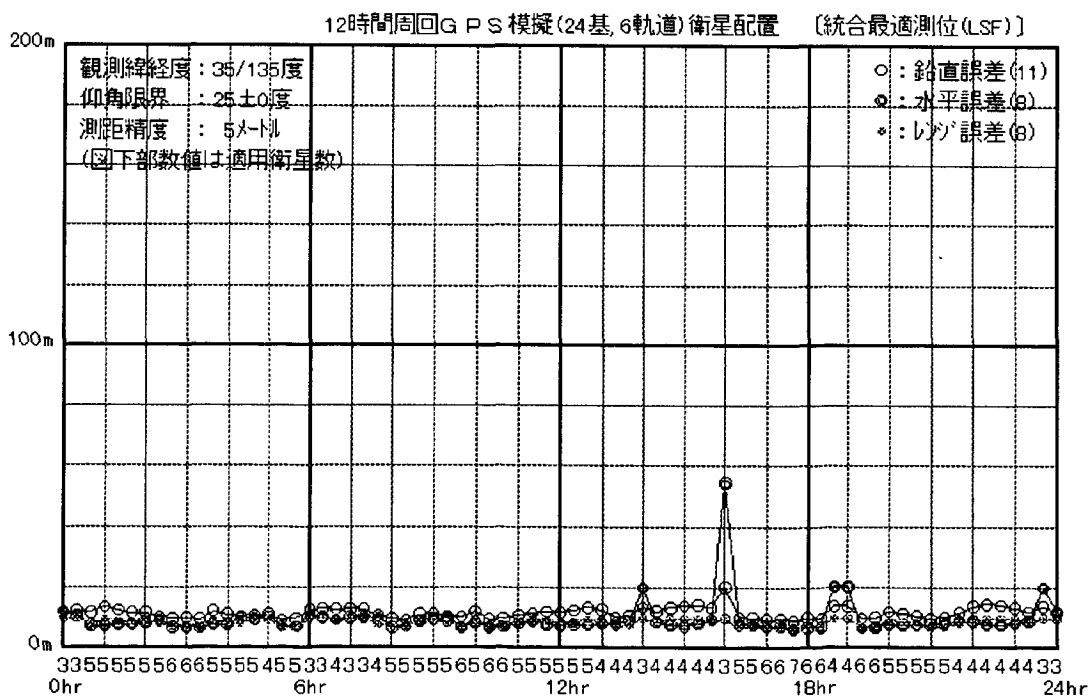
第 4.18 図は、仰角限界を 25 度とした場合であるが、全時間にわたり可視衛星数が減少することによる測位劣化が見られる。また、可視衛星数が4基以下になる頻度が高まることにより、測位精度の著しく劣化する頻度が高まっている。

第 4.19 図は、第 4.18 図と同じく仰角限界 25 度の場合であるが、移動局のクロックとして 3×10^{-11} 級の高安定クロックを用いた統合最適測位の測位精度を示したものであり、 $\mu=2$ での3次元同期型最小自乗測位の場合とほとんど同じ精度となる。可視衛星数が3基の場合だけでなく4基の場合も、第 4.18 図の非同期型測位に比較して測位精度が向上しており、高安定クロックの適用効果は顕著である。言い方を換えれば、適切なクロック同期手段を有する測位方式、即ち同期型測位方式の有用性が明らかになっている。

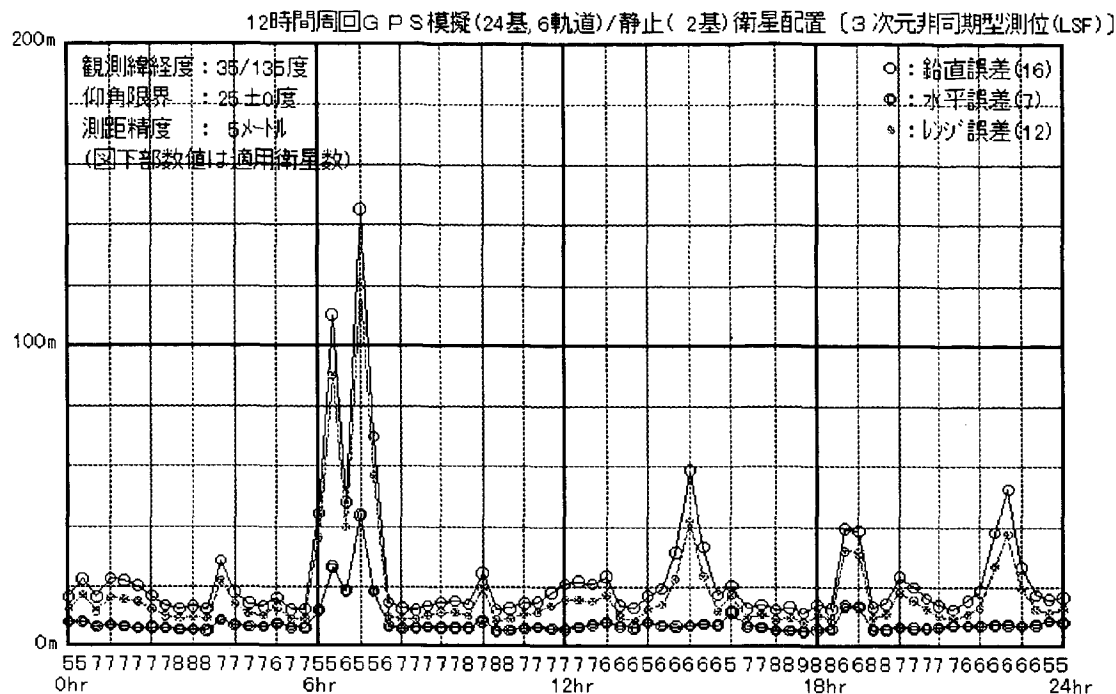
第 4.20 図は、上記3図の GPS 模擬衛星群に静止衛星2基を測距電波源として追加した場合の3次元非同期型測位の精度である。第 4.19 図の統合最適測位の場合よりもやや測位精度が悪いが、第 4.18 図の GPS 模擬衛星群だけを使用する非同期型測位の場合よりも測位精度は改善されており、測位不能状態は解消されている。衛星数が増加しても統合最適測位或いは同期型測位のような極めて顕著な改善が見られないのは、非同期型測位方式が衛星の幾何学的配置条件に強く影響されるからである。従って、視界が制限される運用上の問題に対しても、同期型測位方式の適用が最も効果的であることがわかる。



第 4.18 図 GPS衛星による3次元非同期型最小自乗測位精度(市街地運用)



第 4.19 図 高安定クロック適用の場合の最小自乗測位精度(市街地運用)



第 4.20 図 静止衛星併用の 3 次元非同期型最小自乗測位精度 (市街地運用)

4.10 クロック同期型測位による精密軌道決定

静止衛星を単に通信やクロック同期のためにのみ使用する場合、衛星の精密な軌道決定は不要であるが、測距電波源として GPS 衛星と併用する場合は、時々刻々の衛星位置を正確に割り出すための軌道要素やクロック較正データを推定して、これらをすべての移動体ユーザに通報しなければならない。このため、衛星の軌道要素の精密決定が必要となる。

この項では、衛星・地上局間レンジから直接求められる位置の決定精度について検討する。測距電波源として静止衛星を使用する場合、衛星までのレンジを複数の地上局で連続的に測定できるため、衛星位置ベクトルを連続的に決定できる。従って、時系列に決定された衛星位置ベクトルとレンジレートを用いて軌道推定を行うことも考えられる。

(1) 複数地上局による実時間位置決定

位置が正確に定められた 4 力所以上の地上局において、衛星から送信された測距電波の擬似伝播時間^aが連続的に測定できるならば、時々刻々の衛星の位置とクロックオフセットが決定できる。これは非同期型測位方式と逆の原理である。地上局は三ツ矢型にできるだけお互いに離して設置し、地上局相互の時刻基準を精密に同期させる必要がある。地上局間クロック同期は、衛星を中継手段とする双方向通信によって行うことができる。

^a 衛星と地上局のクロックが同期していない場合、電波伝播時間の測定値には衛星・地上局間クロックオフセットが加わっている。このため、擬似伝播時間と呼ぶ。擬似レンジと同じ意味である。

衛星・地上局間クロックオフセットも、4.1 項で考察されているように、衛星・地上局間の双方向通信によって測定できる。測距衛星を中継手段として、地上局の測距電波と衛星の測距電波との電波伝播時間差の測定によりクロックオフセットを推定する方法は、高精度クロック同期に適している^a。

4 力所以上の地上局で測距電波の擬似伝播時間を測定することにより、衛星の位置と同時に衛星・地上局間クロックオフセットを決定する方法^bは、双方向通信手段を使用することがないため、便利な方法であるように思われる。しかし、非同期型測位方式と原理的に全く同じであるから、非同期型測位における衛星配置上の幾何学的問題と同様の問題が、地上局の配置上の制約と測位精度の問題として現れる。

衛星から見た地上局配置の広がり角は、衛星高度が高くなるに従って狭くなる。静止衛星の場合、この広がり角 θ は最大でも 9 度に満たないため、非同期型測位では十分な位置決定精度は得られない。第 4.21 図に示す地上局の衛星から見た広がり角 θ を第 2.2 図の θ とみなせば、 $\theta = 9$ 度の場合の $VDOP$ は 90 に達する。従って、4.8 項で述べた宇宙測位と同じように、衛星・地上局間のクロック同期化を行うか、測距電波の衛星・地上局間往復伝播時間の測定により直接に実レンジを求めて、3 次元同期型測位を行う必要がある。

衛星と個々の地上局との距離（レンジ）は、地上局・衛星間を往復する測距電波の伝播時間を測定することにより、ほぼ実時間で求められる。衛星・地上局間クロックが同期している場合は、測距電波の衛星・地上局間伝播時間を測定するだけで測距可能である。従って、相互に隔てて位置する 3 力所の地上局において、3 つのレンジをほぼ同時刻に測定すれば、衛星の位置ベクトルを実時間で決定することができる。

往復伝播時間によるレンジ測定では、地上局間の精密なクロック同期化は不要である。それぞれの地上局でのレンジ測定のタイミングが 10^{-4} 秒程度^dずれていても、測定精度上の問題はない。また、衛星が静止軌道にあっても往復伝播時間は 0.3 秒を超えることがないため、地上局には 10^{-10} 程度の高安定クロックを準備すればよい。測距精度の向上には電離層遅延や水蒸気補正の問題³⁹⁾が重要であるが、ここでは検討していない。

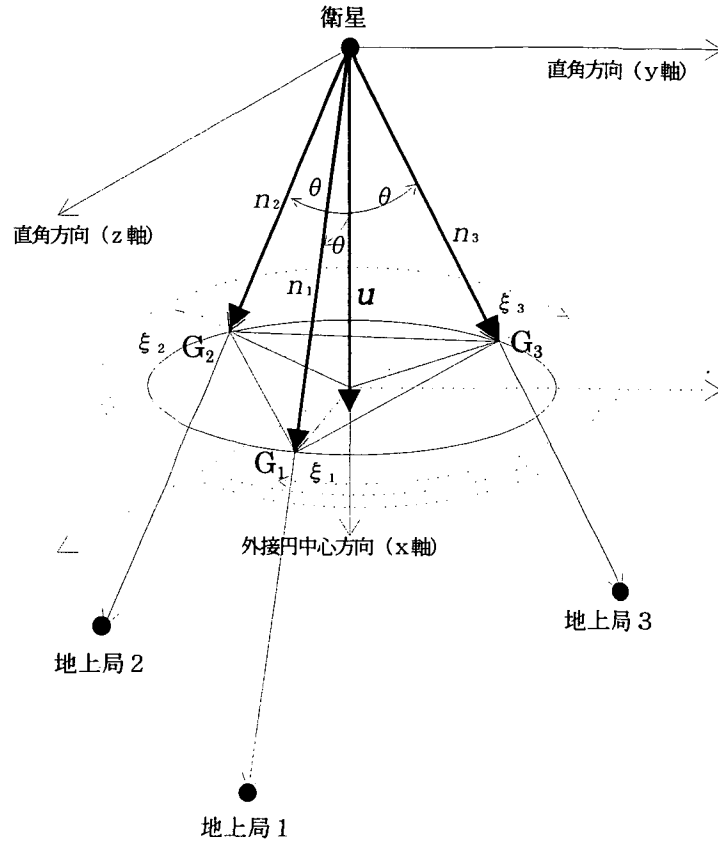
以下では、クロック同期型測位アルゴリズムを参考にして、地上局配置、測距誤差と位置決定誤差との関係を導く。レンジ測定は 3 力所の地上局によって行われ、衛星軌道ダイナミクスを含む軌道要素の推定問題には関わらないものとする。往復測距により実レンジを測定する場合もクロック同期を行う場合も、適用するアルゴリズムは変わらない。非同期型は低高度衛星以外には適用できないので検討から外す。

^a 第 4.2 図の移動局を地上局とみなせば、他の地上局からの衛星を中継して到達した測距電波と衛星測距電波との到達時間差により、衛星・地上局間クロックオフセットの測定が可能である。

^b 非同期型測位と同じ原理に基づく。ただし、地上局側のクロックが同期していなければならない。

^c 3.3 項の測位劣化指数のパラメータである天頂角 θ と同じ意味を持つ。

^d この間に衛星が移動する距離は 1 m 以下である。



第 4.21 図 地上局配置関係の幾何学的表現

いま、衛星・地上 3 局間の測距電波の往復伝播時間より、衛星・地上局間レンジ Z_{N1} 、 Z_{N2} 及び Z_{N3} がほぼ同時刻に測定できるものとする。そして、衛星位置ベクトルを L 、3 地上局の位置ベクトルを r_{N1} 、 r_{N2} 及び r_{N3} とする。このとき、衛星と 3 地上局を結ぶ方向の単位ベクトル n_i は、

$$n_i = (r_{Ni} - L) / |r_{Ni} - L| \quad (i=1,2,3) \quad (4.114)$$

である。つぎに、衛星位置ベクトルの偏差 δL と 3 つの衛星・地上局間レンジ Z_{Ni} の偏差 δZ_{Ni} で構成されるベクトル δz_N との関係は、(4.114)式を用いて、

$$\delta z_N = H_N \delta L = \begin{bmatrix} n_1^T \\ n_2^T \\ n_3^T \end{bmatrix}^T \delta L \quad (4.115)$$

となる。従って、 δL は2.5項の3次元同期型測位アルゴリズムを参考にすれば、

$$\delta L = \frac{1}{n_1 \cdot (n_2 \times n_3)} \begin{bmatrix} (n_2 \times n_3)^T \\ (n_3 \times n_1)^T \\ (n_1 \times n_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta Z_{N1} \\ \delta Z_{N2} \\ \delta Z_{N3} \end{bmatrix} \quad (4.116)$$

なる誤差関係式が得られる。

ここで、 δL の共分散行列 P_N は、地上3局でのレンジ測定誤差の標準偏差をすべて等しく σ_N とすれば、3.2項の(3.17)式と同様に、

$$\begin{aligned} P_N &= E[\delta L \delta L^T] \\ &= H_N^{-1} E[\delta z_N \delta z_N^T] (H_N^{-1})^T \\ &= \sigma_N^2 (H_N^T H_N)^{-1} \end{aligned} \quad (4.117)$$

で表される。従って、衛星位置決定誤差は $(H_N^T H_N)^{-1}$ の対角成分の平方根と σ_N の積に比例するから、 $(H_N^T H_N)^{-1}$ の対角成分より、測位劣化指数と同じ意味を持つ軌道決定の劣化指数が求められる。そこで、3.2項と同じ手順を用いて、レンジ方向及びこれに直角な方向の軌道決定劣化指数 $RDOP$ 及び $NDOP$ を算出する。

まず、行列 G を

$$G = H_N^T H_N = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (4.118)$$

と定義して、行列 G の各要素を求めると、

$$h_{11} = \sum_{i=1}^N n_{i1}^2 \quad (4.119)$$

$$h_{22} = \sum_{i=1}^N n_{i2}^2 \quad (4.120)$$

$$h_{33} = \sum_{i=1}^N n_{i3}^2 \quad (4.121)$$

$$h_{12} = \sum_{i=1}^N n_{i1} n_{i2} \quad (4.122)$$

$$h_{13} = \sum_{i=1}^N n_{i1} n_{i3} \quad (4.123)$$

$$h_{23} = \sum_{i=1}^N n_{i2} n_{i3} \quad (4.124)$$

$$h_{23} = \sum_{i=1}^N n_{i2} n_{i3} \quad (4.125)$$

となる。

第 4.21 図を参考にして、衛星の位置から地上の 3 局に向かう 3 つの単位ベクトル n_i の先端を頂点とする三角形の外接円を考える。そして、衛星とこの外接円の中心を通る方向に x 軸、これに直角な方向に y 軸及び z 軸をとり、これら 3 軸から成る座標系を定義して、 n_i をこの座標系で表せば、

$$\begin{aligned} n_i &= (n_{i1} \quad n_{i2} \quad n_{i3})^T \\ &= (\cos \theta \quad \sin \theta \sin \xi_i \quad \sin \theta \cos \xi_i)^T \end{aligned} \quad (4.126)$$

となる。ただし、 θ は x 軸と外接円円周との成す角度、 ξ_i はベクトル n_i の x 軸回りの角度である。このとき、地上局の配置はお互いに同じ程度隔てて設置されるものと考えてよいので、近似的に

$$\sum_{i=1}^N \sin \xi_i = \sum_{i=1}^N \cos \xi_i = 0 \quad (4.127)$$

$$\sum_{i=1}^N \sin^2 \xi_i = \sum_{i=1}^N \cos^2 \xi_i = 3/2 \quad (4.128)$$

とすれば、(4.119)式～(4.125)式は以下の近似式で置き換えられる。

$$h_{11} = 3 \cos^2 \theta \quad (4.129)$$

$$h_{22} = (3/2) \sin^2 \theta \quad (4.130)$$

$$h_{33} = (3/2) \sin^2 \theta \quad (4.131)$$

$$h_{12} = 0 \quad (4.132)$$

$$h_{13} = 0 \quad (4.133)$$

$$h_{23} = 0 \quad (4.134)$$

従って、 G の逆行列より、レンジ方向及びこれに直角方向の軌道決定劣化係数 $RDOP$ 及び $NDOP$ は、

$$RDOP = 1/h_{11} = 1/(3^{1/2} \cos \theta) \quad (4.135)$$

$$NDOP = 1/h_{22} + 1/h_{33} = 2/(3^{1/2} \sin \theta) \quad (4.136)$$

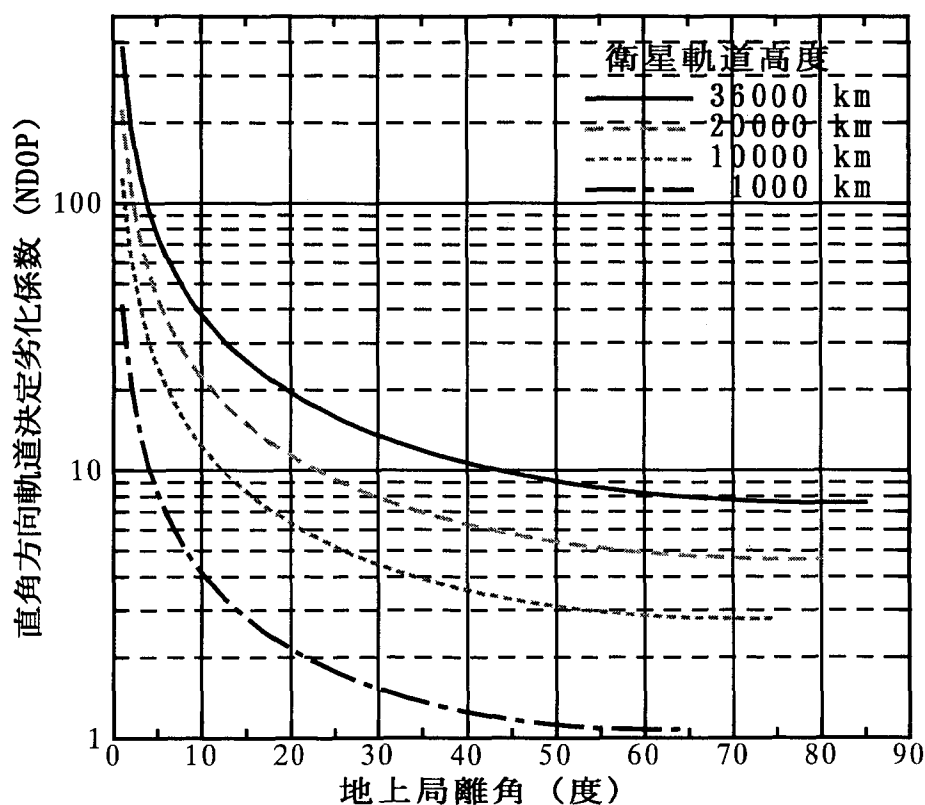
が得られる。また、衛星軌道半径 r_s が地球半径 r_e に比較して充分小さい場合、

$$\theta \approx \chi r_e / r_s \quad (\chi < 1) \quad (4.138)$$

が成立する。従って、 $r_e / r_s \ll 1$ の場合、

$$RDOP = 1 / \{3^{1/2} \cos(\chi r_e / r_s)\} \approx 1 / 3^{1/2} \quad (4.139)$$

$$NDOP = 2 / \{3^{1/2} \sin(\chi r_e / r_s)\} \approx (2 / 3^{1/2}) (r_s / \chi r_e) \quad (4.140)$$



第 4.22 図 地上局配置離角と軌道決定劣化係数の関係

が導かれる。ここで、衛星の地表直下点と地上局との成す角度を ϕ とすれば、

$$\chi \approx \sin \phi \{1 + (r_e / r_s) \cos \phi\} \quad (4.141)$$

なる関係が成り立つ。 ϕ は便宜上、地上局離角と呼ぶ。

第 4.22 図は、衛星軌道高度をパラメータとして、地上局離角と $NDOP$ の関係を図示

したものである。この図を用いて静止衛星の位置決定精度を算定する。地上局の広域配置例として、地上局が勝浦、豪州のパース、クリスマス島に設置されるものとする。このとき、 $\phi \doteq 40$ 度であるから、 $NDOP \doteq 11$ である。従って、1メートル級の測距精度で10メートル級の位置決定が可能となる。地上局が日本領土内に設置される狭域配置の場合は、 $\phi \doteq 10$ 度であるから、 $NDOP \doteq 380$ となり、位置決定精度は著しく低下する。

以上の軌道決定劣化係数にレンジ測定誤差を掛け合わせれば、概ね衛星のレンジ方向及び直角方向の位置決定誤差が得られるが、これはレンジ測定誤差が統計的に独立な不規則変数である場合の統計的数値である。クロック同期誤差 δt_c のようにすべてのレンジに等しく加わる誤差の場合は、 δL は(4.116)式より直接に求められ³、

$$\begin{aligned}\delta L &= -(c \delta t_c / \cos \theta) u \\ &\doteq -c \delta t_c u\end{aligned}\tag{4.142}$$

である。ただし、 u は第 4.21 図の n_i の頂点から成る三角形の外接円に直交する方向の単位ベクトルである。従って、衛星と地上局との時刻基準が同期しているものとして 3 次元同期型測位を行うならば、同期誤差 δt_c に起因する位置決定誤差はほとんどレンジ方向誤差となることがわかる。

以上の解析より、レンジ方向に直角な方向の衛星軌道決定誤差は、レンジ方向よりも一桁大きく現れることが明らかになったが、軌道決定精度に対する適切な要求条件を見出すためには、これらの軌道決定誤差が測位誤差にどの程度の影響を与えるかを解析的に検討する必要がある。

いま、第 i 番衛星の位置決定誤差ベクトル δL_i によって生じる測位計算上のレンジ誤差を δZ_{ci} とすれば、観測点と衛星を結ぶ方向の単位ベクトル m_i を用いて、

$$\delta Z_{ci} = m_i \cdot \delta L_i \quad (i = 1, 2, 3)\tag{4.143}$$

なる関係式が得られる。(4.143)式に(4.116)式を代入すれば、

$$\begin{aligned}\delta Z_{ci} &= \{m_i \cdot (n_2 \times n_3) \delta Z_{N1} + m_i \cdot (n_3 \times n_1) \delta Z_{N2} \\ &\quad + m_i \cdot (n_1 \times n_2) \delta Z_{N3}\} / \{n_i \cdot (n_2 \times n_3)\}\end{aligned}\tag{4.144}$$

となるが、これは単位ベクトル m_i と衛星・地上局間を結ぶ単位ベクトル n_j 及び n_k を稜とする 4 面体の体積と、 n_1 、 n_2 及び n_3 を稜とする 4 面体の体積 $n_i \cdot (n_2 \times n_3)$ との比

³ 2.9 項の(2.90)式～(2.92)式と同様の関係式がから求められる。

率を係数とする δZ_{Nj} の線形方程式である。そこで簡便のため、 u (第 4.21 図を参照) とベクトル m_i の方向がほぼ同一方向であり、地上 3 局が概ね等距離に離れて位置しているものとするれば、(4.144)式の 3 係数はともに、

$$\{m_i \cdot (n_j \times n_k)\} / \{n_i \cdot (n_2 \times n_3)\} = 1 / (3 \cos \theta) \quad (4.145)$$

である^a。 δZ_{Nj} ($j=1,2,3$) を標準偏差 σ_N のお互いに統計的に独立な不規則変数とすれば、レンジ誤差 δZ_{ei} の標準偏差 σ_e は(4.145)式が成立している場合に最小になり、

$$\sigma_N / (3^{1/2} \cos \theta) \leq \sigma_e \leq \sigma_N / \cos \theta \quad (4.146)$$

となる。

ここで、測距衛星が静止衛星の場合は θ が 10 度を越えることがないから、概ね、 $\sigma_e \leq \sigma_N$ である。従って、衛星位置決定誤差 δL_i によって生じる測距誤差 δZ_{ei} の標準偏差は、衛星軌道決定で使用した測距電波の誤差 δZ_{Ni} の標準偏差を越えない^b という結論が得られる。

(2) 静止衛星クロックの較正

静止衛星を GPS 衛星の補完的な測距電波源として使用する場合、衛星から送信される測距電波のエポックは GPS の時刻基準に同期していなければならない。地上局の時刻基準が GPS の時刻基準と既に同期しているならば、地上局測距電波の地上局・静止衛星間往復伝播時間 t_a と、地上局測距電波と静止衛星測距電波との到達時間差 Δt を測定することにより、静止衛星のクロックオフセット t_c を推定することが可能となる。

第 4.23 図を参考にすれば、測距電波の到達時間差 Δt 及び往復伝播時間 t_a は、

$$\Delta t = (p_b/c - t_c + \delta t_s) + \delta t_{n1} + \delta t_{p1} \quad (4.147)$$

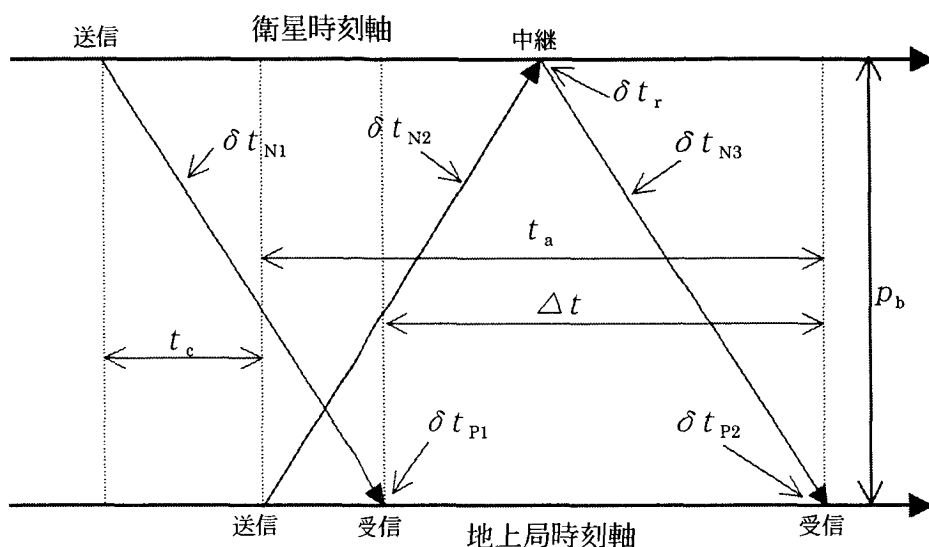
$$t_a = 2(p_b/c + \delta t_s) + \delta t_{n2} + \delta t_r + \delta t_{n3} + \delta t_{p2} \quad (4.148)$$

である。ただし、 δt_s は定常的な伝播遅延誤差でアップリンク、ダウンリンク共に等しいとする。また、 δt_{n1} 、 δt_{n2} 及び δt_{n3} は不規則な伝播遅延誤差、 δt_{p1} 及び δt_{p2} は受信処理の遅延誤差、 δt_r は電波中継の遅延誤差、 p_b は静止衛星・地上局間レンジとする。

(4.147)式と(4.148)式を用いて p_b を消去すれば、クロックオフセット t_c は、

^a 第 4.21 図の三角形 $G_1G_2G_3$ の面積に着目すればよい。

^b (4.143)式より、衛星単位ベクトル m_i に直交する軌道誤差はレンジ誤差に影響を与えないことがわかる。



第 4.23 図 静止衛星・地上局間クロック同期の原理

$$t_c = (t_a/2 - \Delta t) + (\delta t_{n2} + \delta t_r + \delta t_{n3} + \delta t_{p2})/2 - (\delta t_{n1} + \delta t_{p1}) \quad (4.149)$$

となる。従って、定常的な伝播遅延誤差 δt_s は相殺されて、クロックオフセットの推定に影響を与えないことがわかる。

以上の方法は、地上局が GPS 時刻基準と同期した時刻基準を維持しているならば、最も簡単なクロック同期の方法であり、連続的に或いは周回毎に測定される t_c の統計的処理により、補完衛星の時刻基準の較正に必要なパラメータを求めることができる。

また、(4.149)式によれば、クロックオフセットの推定に影響を与える誤差要素は電波伝播時の不規則な遅延誤差 δt_{n1} 、 δt_{n2} 及び δt_{n3} 、電波中継の遅延誤差 δt_r 、受信処理の遅延誤差 δt_{p1} 及び δt_{p2} である。これらを統計的に独立な不規則変数とみなせば、 t_c の誤差の標準偏差を 3nsec (レンジ換算で 0.9m) 以下に押さえるには、それぞれの誤差の標準偏差は 1nsec 程度でなければならない。

静止衛星を測距電波源とする場合は、衛星位置やクロックオフセットの測定は連続して行える。このため、衛星側に高安定クロックを搭載する必要はないという特徴がある。以下、周回衛星搭載クロックの安定性とレンジ測定精度との定量的な関係を示す。

いま、クロックオフセットの測定が行える地上局が地球上の 1 カ所に配置されていて、衛星が地上局の視野内にある期間のみ衛星搭載クロックの誤差パラメータを較正できる場合を考える。衛星の回帰日数を N_r とすれば、クロック較正パラメータの更新時間間隔 τ_r は $N_r \times 3600 \times 24$ である。クロック較正パラメータの更新後、それぞれの衛星の時刻基

準が期間 τ_r にわたって平均 ε_s (sec/sec) の比率でドリフトするものとすれば、それぞれの衛星が回帰した直後には、

$$\delta Z_s = c \varepsilon_s \tau_r \quad (4.150)$$

なるレンジ測定誤差が生じていると考えられる。 ε_s はそれぞれの衛星のクロックによって異なる不規則変数であるとみなされるから、 δZ_s はそれぞれの測定レンジに現れる統計的に独立な不規則変数となる。参考に、GPS 衛星の場合では回帰日数が 1 日となるから、 $\varepsilon_s = 3 \times 10^{-13}$ の高安定クロック^a を使用しても、更新直前では 26nsec のクロックオフセット、即ち、7.8m の等価的レンジ測定誤差が生じている。このレンジ誤差はそれぞれの衛星に関して統計的に独立な不規則変数であり、個々には補正できない誤差である。従って、如何に精度よく衛星のクロックオフセットを測定してクロック同期化を行っても、衛星搭載クロック自体の安定性が低ければレンジ測定精度は向上しない。このように、衛星軌道や衛星搭載クロックの安定性により、地上局の設置数と配置間隔、衛星軌道決定の要求精度が決まる。以上の点において、静止衛星は周回衛星よりも有利である。

4.11 精密クロック同期の移動体通信への利用

無線局間の時刻基準が精密に同期しており、その間の電波伝播距離が正確に測定されている場合、ある無線局から特定の無線局に対して、通信電波を指定された時刻に送信することができる。このような無線局間のクロック同期を条件とした時刻同期型の通信方式は、多くのユーザが同一の通信回線を利用する移動体通信の分野で有効である。

精密なクロック同期に基づく移動体通信^b は、メッセージ通信のような多数ユーザ/小容量データ（短時間回線接続）を特徴とする通信に対する効率的な回線制御方式を可能とする。以下では、時刻同期型測位技術の有望な応用分野として、複数の衛星及び地上局によって構成される移動体メッセージ通信衛星システムの通信方式について検討する。

時刻同期型の通信方式は、通信データは高々数百バイトのサイズの情報量ではあるが、数百万の移動体ユーザが共有できるような移動体メッセージ通信システムを効率的に運用することを目的とする回線割当接続方式である。さらに、測位と移動体通信の複合化により、各種移動体の広域交通管制、運行管理及び搜索救難活動を支援するための効率的な移動体情報ネットワークを構築するものである。

^a ここでは安定性として、時間に比例して発散するクロック誤差（秒/秒）を扱っている。支配的なクロック誤差が不規則雑音の時間積分値（sec/sec^{1/2}）の場合は、クロック誤差の標準偏差は時間の平方根に比例して増加するから、数値上の評価も変わる。いずれにせよ、クロックの特性に依拠した検討が必要である。

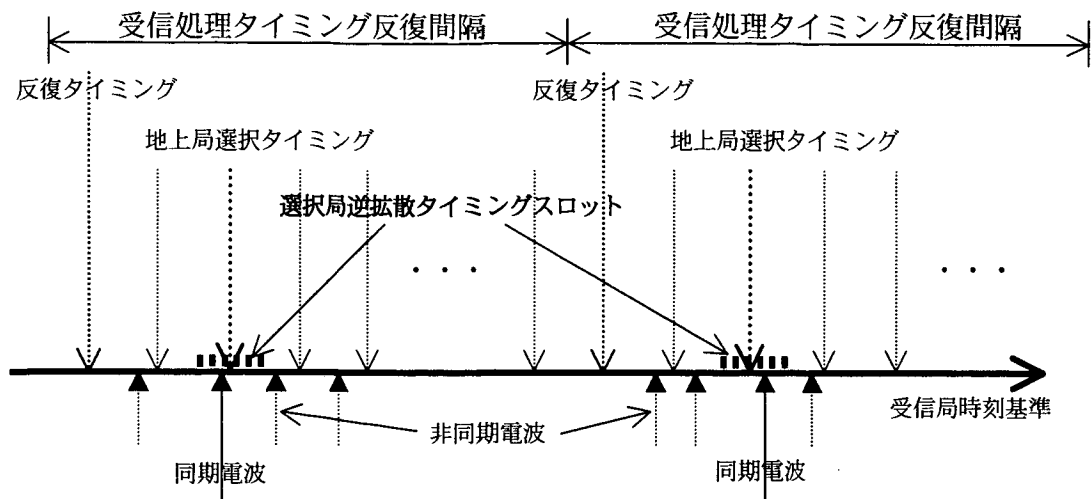
^b 無線局間の精密クロック同期を適用するスペクトル拡散通信は以下の論文で提案されている。『山脇功次：精密クロック同期に基づく測位通信複合化について、日本航空宇宙学会誌、第 46 巻 第 525 号、1997。』

本方式における通信回線の制御方式には、擬似乱数系列コードによってスペクトル拡散された測距電波と同様の電波を使用して、符号分割多元接続（CDMA）の方式を適用するものとする。そうすれば、GPS 衛星等の測距電波の受信機と共用できるため、無線局間の距離を正確に測定して、無線局間での送受信タイミングの管理を行うことができる。即ち、送信側は擬似乱数系列コードのエポックが相手側無線局の指定する時刻エポックに同期して到達するような送信を行い、受信側は自己の指定した時刻エポックに合致する電波のみを受信処理することができる。このような送受信タイミングの制御は、1本の回線を多数のユーザが使用する時分割多元接続（TDMA）方式の回線制御に利用できる。

スペクトル拡散通信における CDMA と TDMA の併用は、多数のメッセージ通信ユーザの収容を可能とする。しかし、移動局が無指向アンテナを用いる移動体衛星通信では、通信電波が複数の衛星によって中継される場合がある。さらに、衛星が単に電波中継のみを行う場合は、衛星とリンクするすべての地上局（衛星通信基地局）が衛星の中継した電波を受信処理することになる。従って、例えば移動局から地上回線網に接続されたオフィスへの通信を考えると、それぞれの地上局は到達した電波をまず無差別に受信処理し、つぎに自分に向かって送信された情報を選択して、移動局が指定する地上回線に接続する必要がある。しかし、これでは複数の地上局を配置しても受信処理の負荷を低減できない。

上述の精密時刻同期を条件とする通信方式（以下、クロック同期型通信方式と呼ぶ。）では、まず GPS 衛星、通信衛星等を用いて、移動局及び地上局のすべての時刻基準に必要な精度で同期させる。これは 4.1 項で考察したクロック同期と高安定クロックの適用によって可能である。そして、送信側の無線局（移動局とする）は受信側の無線局（地上局とする）までの電波伝播距離を正確に推定して、受信側の指定するタイミングに合わせて電波を送信する。送信側が特定の受信局の指定する受信タイミングに同期するように通信電波を送信することは、送信側はこの通信に使われる中継衛星と受信局を選択する、即ち、電波伝播経路を指定すること同義である。また、受信側は自己の公表したタイミングに合った“同期電波”のスペクトル逆拡散処理を行うため、このタイミングに同期していない“非同期電波”は雑音として処理される。

第 4.24 図は、移動局から送信された電波が地上局に到達するタイミングと地上局の指定する受信処理タイミングの模様を示したものである。スペクトル拡散された後、指定された地上局の受信処理タイミングに同期して送信された同期電波に、地上局の受信処理タイミングに同期していない非同期電波が混入しても、地上局が自己の受信処理タイミングの近傍にある信号のみをスペクトル逆拡散することにすれば、地上局にとって非同期電波はノイズに過ぎない。このような雑音としての処理が可能であるのは、擬似雑音系列によって変調された電波は、異なった雑音系列同士だけでなく、系列のシフト（時系列に受信される擬似雑音系列間の時刻のずれ）に対しても非相関性を有することによる。ただし、各地上局と衛星との間の距離が異なることによって、特定の地上局受信タイミングが重な



第 4.24 図 クロック同期による選択的通信の概念図

ることがあり得るため、地上局相互の受信タイミングの調整が必要となるだろう。

このような衛星利用の移動体通信における相手地上局との選択的通信は、通信システム全体の正確な時刻管理と電波伝播時間の正確な決定が可能となって初めて実現できるものであり、従来の CDMA 方式や TDMA 方式、あるいはその複合方式を越える効率が得られる。即ち、衛星通信における同報性の特長に加えて、さらにアンテナ指向性のごとき空間的選択性の代わりに時間的選択性を導入することにより、広域メッセージ通信における回線利用効率を高めることが可能となる。

以上、要約すれば、クロック同期型通信方式はスペクトル拡散通信技術を基本として、GPS 衛星や通信衛星による精密時刻同期と精密測位の技術を統合して利用する回線接続方式³である。従って、GPS 測位技術や移動体通信技術の著しく発展した今日では、その実現に大きな障害はない。GPS 衛星と静止衛星 1 基による時刻同期型の移動体通信システムは、早期に実現可能な形態である。

4.12 クロック同期型通信方式の検討

直交性のある複数の擬似雑音系列でスペクトル拡散した通信回線を準備し、これをユーザに割り当てる回線割当方式が CDMA であり、1 チャンネルの電波回線をさらに時分割で割り当てる方式が TDMA である。この両方式を併用することにより、多数のユーザの収容可能な双方向メッセージ通信ネットワークを構築することができる。この項では精密クロックタイミングを用いたスペクトル拡散通信回線の制御方式について検討する。

³ 一般に、TDMA では時分割された時間スロットを 1 つの通信電波が占有する。従って、他の通信電波が部分的に重なっても混信状態になる。しかし、スペクトル拡散電波を使用すると電波の重なりは許容され、逆拡散時に 2 つの拡散電波のエポックが重なって受信されない限り混信状態にはならない。

(1) スペクトル拡散電波の測距・移動体通信への利用

衛星から送信される電波は、大きく分けて測距電波と通信電波の2種類が考えられる。前者は、測距精度を高めるため、GPS 電波と同様に精密時刻基準に同期した擬似雑音の時系列コードによってスペクトル拡散された電波であり、測位のための情報が重畳されている。後者も通信における耐干渉性を考慮して、測距電波と同様のスペクトル拡散を適用するのが望ましい。測距電波程度の精密タイミングによる変調は必要でないが、可能な限り電波処理回路を共通利用することがユーザ端末の低価格化に有効であるからである。通信電波には一般・共通情報と、比較的小容量を単位としてパケット化された各ユーザ宛メッセージが時系列で重畳される。従って、複数の移動体ユーザは1つの擬似雑音系列を共用することになる。さらに異なる擬似雑音系列のコードにより多元接続されるが、作成できる通信回線数は擬似雑音系列の長さ、チップレート等によって制限される。

移動局から送信される電波についても、双方向通信によるクロック同期を行うためには、擬似雑音系列によってスペクトル拡散された電波を適用することが望ましい。移動局が地上基地局に情報を送りたい場合は、自分に割り当てられた擬似雑音系列のスペクトル拡散電波にデータを重畳し送信することができる。そこで、電波の地上局到達時刻（あるいは衛星到達時刻）を基準として分割された時間スロットに入るように電波を送信するものとするれば、複数の移動体ユーザによって1つの擬似雑音系列のコードを共有することができる。短くても数十秒間にわたり回線を占有する電話回線のような場合は、ユーザの回線利用要求に対して地上局が使用回線を割り当てる^aのが一般的であるが、メッセージ通信ではメッセージ送信時間が極めて短いため、各ユーザが随意にメッセージを送信できるように回線接続が行われるのが効率的である。この場合、相応の回線の輻輳は許容されることが前提であり、地上局が受信したことを通報するまで送信を繰り返す^bことになる。

(2) 精密クロック同期のスペクトル拡散通信への利用

衛星からの一般・共通情報は全衛星を中継して放送されるべきである。個人向け情報は特定の衛星のみを使用することが考えられるが、原則として一般・共通情報と同じように扱った方が通信の信頼度が向上して都合がよい。衛星から送信される電波の混信はスペクトル逆拡散によって防止することができる。

付録Eに示すように、移動局からの送信では輻射電力が低くなるため、一般にデータ伝送速度は制限される。従って、移動局→衛星→地上局の回線を効率的に利用する通信方式を検討することが重要であり、通信ルートが重複して使用されない方法を考案する必要がある。また、移動局からの電波は、ほとんどの場合、無指向性アンテナによって送信されるため、移動局の電波は通信可能な空間にあるすべての衛星に到達する。従って、あ

^a デマンドアサイン方式である。周波数分割多元接続方式では SCPC 方式で使用される。

^b アロハ方式である。

らゆる移動局の送信電波がスペクトル拡散によって 数 MHz の帯域に拡散された雑音となり、複数の衛星に入る。このように雑音に埋まった信号の中から目的の信号を抽出するために、受信電波をスペクトル拡散に用いた擬似雑音系列によって逆拡散することになる。

受信電波のスペクトル逆拡散では、受信電波と受信局が生成する擬似雑音系列との相関関数が最大になるように擬似雑音系列のタイミングを調整する。相関関数の最大となるタイミングが得られると受信電波に重畳された擬似雑音を消去できるため、電波に重畳されたメッセージ等のデータを抽出することが可能になる。このような変復調を原理とする通信方式が CDMA の主要技術となるスペクトル拡散通信方式である。

送信側と受信側の時刻基準が精密に同期しており、送信・受信間の距離が既知であれば、送信側は受信側の指定するタイミングに従って、スペクトル拡散電波を“同期電波”として送信することができる。この場合、受信電波のスペクトル拡散コードのタイミングは受信局の生成する逆拡散コードから大きくずれていないため、時間で区切られた限られた狭い範囲のサーチにより同期化することが可能になる。逆に考えれば、サーチ範囲を限定することにより、受信側の求めるタイミングに合わない“非同期電波”の大半は逆拡散されずに雑音として残り、受信側において“同期電波”のみが選択されて受信処理される選択的通信が可能になる。

(3) 精密クロック同期による多元接続の拡張

スペクトル拡散通信の上記の性質をさらに利用して、メッセージ通信に適応する多元接続方式を検討し、通信回線としての能力について考察する。

送信、中継及び受信における精密同期は、移動局、衛星及び地上局の間での精密なクロック同期と電波伝播距離の測定によって可能になる。以下、この原理を利用した多元接続の拡張の可能性について簡単に整理して述べる。

まず、上記の理由から、特定の移動局から送信される電波は、特定の衛星に割り当てられた特定の時間スロットに正確なタイミングで送信されるものと考える。この場合、衛星によって中継された電波が特定の地上局において特定の受信タイミングでスペクトル逆拡散処理されるならば、他の移動局からの同期していない電波は、ほとんど雑音として処理される。従って、個々の移動局が送信タイミングを衛星から放送される“回線利用情報”に基づいて選択することとすれば、移動局は電波中継の衛星と送信したい地上局を指定できることとなる。かくして、移動局→衛星→選択地上局の電波リンクが成立する。

移動局電波は無指向性アンテナにより送信されるため、衛星には多くの電波が混入することは避けられない。このため、雑音電力は回線利用密度の増大と共に増加するが、時間軸においてもその分布が均等化されるため、適切にスペクトル拡散された電波であれば、S/N 比の極端な低下は防ぐことができるだろう。

次に、精密同期を用いた多元接続の多層化について検討する。まず、適用できる擬似雑音系列の数を N_0 とすれば、 N_0 本の CDMA 回線を作成することができる。さらに、衛星

を介して地上局に到達する電波の送信タイミングが調整できれば、このスペクトル拡散電波を多数の移動局が時分割して使用することができる。1分割の時間幅を τ 秒、繰り返し周期を T 秒^aとすれば、 $N_1 (= T/\tau)$ チャンネルの割当可能な TDMA 回線を作成することができる。さらに、移動局・衛星間及び衛星・地上局間の電波伝播距離が既知で、かつ移動局・地上局間の精密クロック同期が可能であれば、この回線は擬似雑音系列によってスペクトル拡散されていることを利用して、新たな遅延回線を作成することができる。例えば、擬似雑音系列の周期を N_2 等分にした時間間隔の整数倍の時間をシフトさせた N_2 チャンネルの遅延回線を作成するものとすれば、最終的には繰り返し送信時間幅 T 秒で、

$$N = N_0 N_1 N_2 \quad (4.151)$$

の低速データ通信向け CDMA/TDMA 回線が生成される。このように、擬似雑音系列の周期よりも短い時間間隔で同期がとれるならば、通信チャンネル数の大幅な増加が可能となる。これがクロック同期型通信方式の特長である。

以上の多元接続方式の特徴をまとめれば、以下の通りである。従来の TDMA では、時間分割によって作成された時間スロット内に1つのバースト電波が送信されるように回線制御され、2つ以上の電波が重なって受信された場合には混信状態となる。しかし、これでは移動局が選択できるタイミングは少なく、利用回線の輻輳する確率が高い。そこで、擬似雑音系列の周期よりもさらに短い時間シフトを移動局送信タイミングとして追加作成すれば、非同期電波の時刻独立性を利用した同期型 CDMA 回線を形成することができる。

4.13 クロック同期型通信の回線設計に関する考察

地上局との選択的通信を行うためには、それぞれの地上局に対して異なった受信タイミングを割り当てる必要がある。また、複数の衛星の中継した移動局電波はそれぞれの地上局の受信装置^bで処理されるため、それぞれの受信装置を別個の地上局として扱うことができる。このような受信タイミングに合わせて、多くの移動局が CDMA 回線を、前項の遅延回線の如く受信時間帯（電波受信スロット）を重ねるように利用する場合、複数の移動局が同一の受信タイミングを選択するか、移動局、衛星、地上局の距離関係により指定していない地上局の受信タイミングと偶然に一致することによって、混信状態になる確率が高くなる。また、雑音レベルは多数の CDMA チャンネルを使用するだけでなく、同一スペクトル拡散コードの電波に多元接続することによりさらに高くなる。

以下では、移動体メッセージ衛星通信に適していると考えられるバースト型の同期スベ

^a τ 及び T はユーザの利用状態によって決まるパラメータである。 τ はユーザがメッセージを送信できる最小の時間間隔であり、 T は全ユーザの平均アクセス時間間隔と考えることができる。

^b 複数のリターン回線は通信回線の信頼度を高めることに利用することができる。

クトル拡散電波を用いた通信の多元接続回線方式、回線の輻輳、信号雑音比、通信可能容量等について概略の検討を加える。

(1) 精密クロック同期による地上局の選択的通信

CDMA 回線の時間軸に関して多元接続を行うためには、すべての送受信局のクロックが精密に同期しており、スペクトル拡散及び逆拡散では、この同期したクロックを用いて擬似雑音系列を生成する必要がある。このため、すべての地上局のクロックは時刻基準局となる無線局、例えば地上主局のクロックと同期させる必要がある。このクロック同期の頻度（時間間隔）は地上局に使用されるクロックの安定性と同期精度の要求条件によって決まる。許容される同期誤差を距離換算で 20m、クロック安定性が $1 \times 10^{-12} \text{sec/sec}$ とすれば、地上局のクロック同期の頻度は 0.65 回/日である。移動局のクロック同期は選定した衛星・地上局間の双方向通信によって必要に応じて行うことができる。移動局搭載クロックの安定性が $3 \times 10^{-11} \text{sec/sec}$ であり、許容される同期誤差を 10m とする同期型測位にも利用するものとすれば、移動局のクロック同期頻度は 3.2 回/時となる。

多くの移動局に対して遅延回線による多元接続の多重化（以下、回線多重化と言う）を行うと、衛星と移動局との位置関係のために、他の衛星時間スロットにも同一移動局の電波の進入する確率が多くなるはずである。この場合、地上局では複数の衛星の中継した移動局電波を受信処理することになり、地上通信回線との接続においても冗長が生じる。この問題は、移動局から送信される電波に地上局を指定する情報を加えることにより対応できるが、以下では無線局間クロック同期による選択的通信について具体的に述べる。

移動局の位置を精密に決定することができ、かつユーザクロックの安定性が向上すれば、移動局は送信電波のエポックを地上局受信タイミングの許容スロットにさらに正確に投入することができる。従って、スペクトル拡散電波の時間的無相関性が成立しておれば、特定地上局の選択が可能になる。例えば、移動局や衛星の位置決定誤差等による電波伝播距離の推定誤差を 0.3km とすれば、送信タイミングの不確定さは $1 \mu \text{秒}$ である。この 3 倍の時間幅をスペクトル逆拡散の際の最大許容シフト幅として、擬似雑音系列の繰り返し周期 1m秒の拡散電波を受信処理する場合、複数の受信局で受信処理される確率 P_1 は、衛星数(N_s) \times 地上局数(N_G) $\times(1/333)$ であるから、 $N_s=3$ 、 $N_G=10$ のとき、 $P_1=0.09$ である。従って、選択した地上局に割り当てられたタイミングに合わせて移動局が電波を送信するだけで、地上局を概ね 1 局に限定したことと同じような回線接続制御が可能になる。

衛星数や地上局数の増加に対して、移動局からの電波が複数の地上局で受信処理される確率 P_1 を増加させないようにするには、送信タイミングの不確定さを低減して逆拡散のタイミングスロットを狭くするか、擬似雑音系列の繰り返し周期を大きくする必要がある。

(2) 通信回線の多元接続の一例

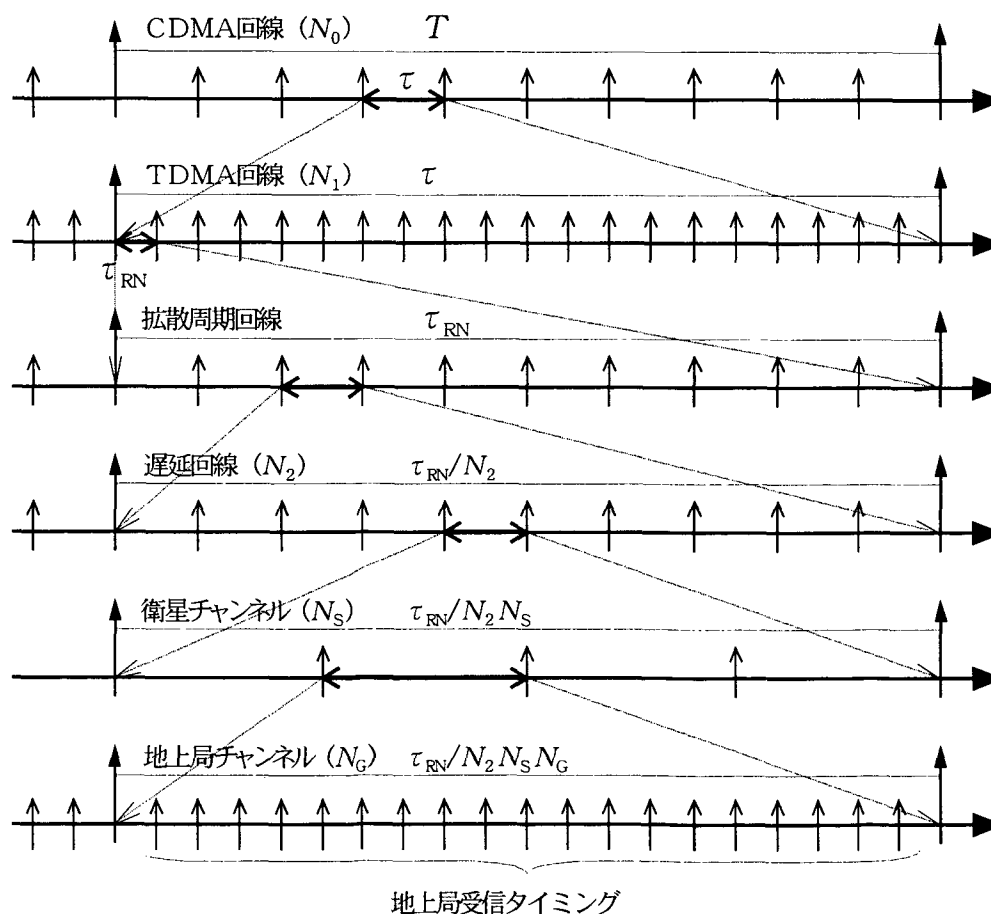
通信回線は、(4.139)式で表されるように、 N_0 チャンネルの CDMA 回線、 N_1 チャンネルの TDMA 回線及び N_2 チャンネルの遅延回線によって多重化が行われる。地上局との選

択的通信を行うには、遅延回線の1チャンネルに与えられた遅延スロットを、さらに地上局回線の受信タイミングに割り当てなければならない。一例として、まず上記の遅延スロットを衛星（中継局）数 N_s で分割して N_s チャンネルの衛星割当スロットを作成し、次に衛星割当スロットを地上局数 N_G で分割して N_G チャンネルの受信タイミングを定める。この場合、 J_{N1} 番の TDMA 回線を使用し、 J_{N2} 番の遅延回線を選択し、さらに J_s 番の衛星（中継局）を選んで J_G 番の地上局と通信を行う場合、選択された地上局の基準受信タイミングからのシフト量 ΔT_D は、

$$\Delta T_D = \tau J_{N1} + (\tau_{RN}/N_2) \{ J_{N2} + (1/N_s) \times (J_s + J_G/N_G) \} \quad (4.152)$$

となる。ただし、 τ_{RN} は擬似雑音系列の周期である。

従って、移動局の送信タイミングは、 ΔT_D より J_s 番の中継局を経由して J_G 番の地上局に達する電波伝播時間を差し引くことによって得られる。



第 4.25 図 地上局受信タイミングの作成方法（図中の回線数は例）

第 4.25 図は、一例として多重化回線と受信タイミングの関係を示したものである。移動局→衛星→地上局の通信で $N_S N_G$ の電波伝播経路があるが、これらの受信タイミングはすべて遅延回線スロット内に割り当てられるものとする。この例では TDMA 回線スロットの先頭の拡散回線スロットのみを使用するものとしているが、スペクトル逆拡散処理によつては、数カ所の拡散回線スロットを使用できる可能性がある。

(3) クロック同期型通信の回線制約条件

簡便のため、受信タイミングは等しい時間間隔で設定されるものとして、クロック同期による選択的通信の回線制約条件を求める。

前述の回線多重化の例に従えば、地上局のスペクトル逆拡散時のサーチ時間間隔を τ_{SS} とすれば、

$$\tau_{SS} < \tau_{RN} / (N_2 N_G N_S) \quad (4.153)$$

なる不等式が成立しなければ、選択的通信に混信が生じる。従つて、移動局の許容クロック同期誤差 $\delta\tau$ に対して、 $\delta\tau = \tau_{SS} / \chi$ ($\chi > 1$) を設計要求とすれば、 τ_{RN} 内の受信タイミング数 $M_T (= N_2 N_G N_S)$ は、

$$M_T < \tau_{RN} / \tau_{SS} = \tau_{RN} / (\chi \delta\tau) \quad (4.154)$$

となる。従つて、 M_T は擬似雑音周期 τ_{RN} 及び移動局許容クロック同期誤差 $\delta\tau$ によって決まる。

参考に、 $\tau_{RN} = 1 \times 10^{-3} \text{sec}$ 、 $\chi = 2$ 、 $\delta\tau = 2.5 \times 10^{-6} \text{sec}$ (距離換算で 0.75km 相当) とすれば、 $N_2 N_G N_S = 200$ となるから、例えば地上局数 N_S を 10、中継衛星数 N_G を 2 とすれば、遅延回線数 N_2 は 10 となる。従つて、同一通信ルートでも 10 通りの送信タイミングの選択が可能であることになる。

(4) 通信回線の輻輳

地上局→移動局のメッセージ通信では、地上局間での CDMA 回線の時分割割当が必要であるが、地上局数は移動局数に比較して数桁少ないため、通信回線接続は比較的容易である。また、各移動局へのメッセージは地上局から送信される放送電波に時系列で組み込まれる。

移動局→地上局のメッセージ通信では、多数の移動局の利用を可能とするために、1 つの時間スロットを複数の移動局によって共有する。そして、それぞれの移動局は割り当てられた TDMA 回線の遅延チャンネルを任意に選択して、前項で述べた特定のタイミングで電波を送出する。従つて、複数の移動局が同一受信タイミングを選択することにより、通信回線が混信する可能性がある。

また、各移動局がどの衛星を中継手段として使用し、どの遅延チャンネルとどの地上局を選定するのがよいかについては、地上局から共通情報として通報される回線利用情報に基づき決定することができる。従って、適切な回線利用情報の提供により、回線の輻輳状態を時間的に平均化し、混信や干渉による回線品質の低下を抑えることができる。

ここで回線の輻輳する確率を求める。いま、1つの CDMA 回線を共用する移動局数を n 、1回の送信で使用する時間幅を τ 秒、移動局が1回の送信を行う平均時間間隔を T 秒とすれば、1つの時間スロットを同時に s 個以上の移動局が送信することによって回線が輻輳する確率 $P(s)$ は、2項分布により、

$$P(s) = 1 - \sum_{i=0}^{s-1} \frac{n!}{i!(n-i)!} \left(\frac{\tau}{T}\right)^i \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)^{n-i} \quad (4.155)$$

となる。これは、TDMA 回線の1スロットを同時に使用する輻輳確率であり、CDMA 回線に遅延回線を併用する多重化方式では、そのまま通信回線の混信確率とはならない。

第 4.25 図の回線作成例によれば、CDMA 回線は拡散周期 τ_{RN} を $N_2 N_G N_S$ に分割した受信タイミングの遅延回線の導入により多重化している。

まず、TDMA チャンネルの平均回線割当率 r なるパラメータを導入し、

$$r = n\tau/T \quad (4.156)$$

とすれば、2つ以上の同一拡散コードの電波が同一チャンネルに重なって入る確率 P_1 は (4.143) 式より、

$$\begin{aligned} P_1 &= P(2) \\ &= 1 - (1 - r/n)^n \{1 + r/(1 - r/n)\} \\ &\doteq 1 - (1 + r) e^{-r} \end{aligned} \quad (4.157)$$

である。従って、受信タイミングの遅延回線による多重化を行わない場合は、 P_1 が混信確率になる。

次に、遅延回線による多重化を行った場合の混信確率 P_2 を求める。この場合、(4.156) 式のチャンネル選択確率 τ/T は $(\tau/T) \times (\tau_{SS}/\tau_{RN})$ で置き換えられるから、

$$\begin{aligned} P_2 &= 1 - (1 - r/nk)^n \{1 + (r/k)/(1 - r/nk)\} \\ &\doteq 1 - (1 + r/k) e^{-r/k} \end{aligned} \quad (4.158)$$

となる。ただし、

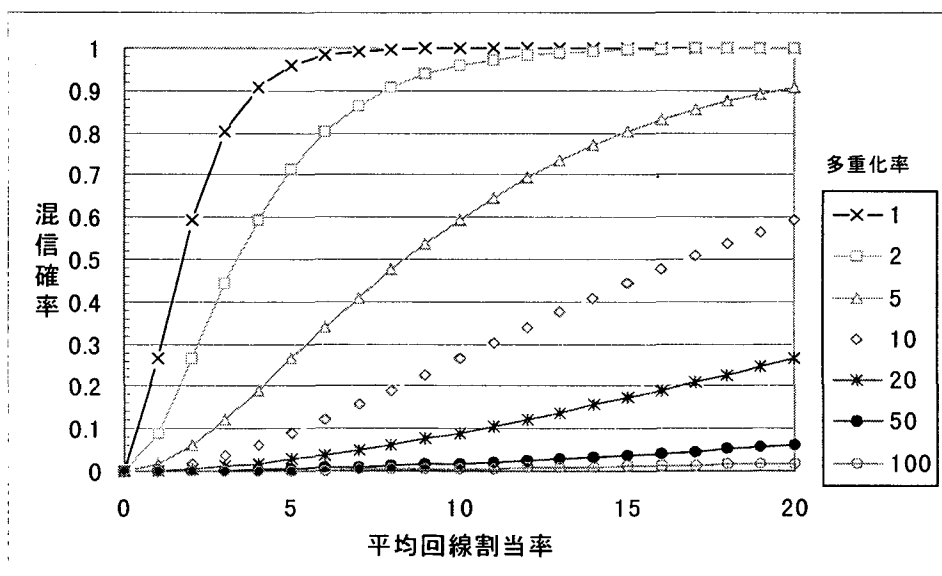
$$k = \tau_{RN} / \tau_{SS} \quad (4.159)$$

であり、多重化率と言えるようなパラメータである。従って、(4.157)式と(4.158)式を比較すれば、多重化された平均回線割当率 r は多重化により r/k に引き下げられることになる。また、通常、

$$k = \tau_{RN} / \tau_{SS} < \tau_{RN} / \delta\tau \quad (4.160)$$

であるから、擬似雑音周期 τ_{RN} を長くするか、移動局許容クロック同期誤差 $\delta\tau$ を低減することによって k を高め、混信確率を低減することができる。

参考に、 $n=1000$ 、 $T=100(\text{sec})$ 、 $\tau=1(\text{sec})$ とし、 $r=10$ の場合を考えると、多重化を行わない場合の混信確率は、(4.145)式より概ね 100% であるが、 $k=20$ の多重化を行えば、混信確率は(4.158)式より 9% となり、スループットの大幅な改善が可能となる。



第 4.26 図 混信確率と平均回線割当率の関係

第 4.26 図は、多重化率をパラメータとして、平均回線割当率と混信確率の関係を示したものである。多重化により混信確率は大幅に減少することが明らかである。もっとも、同一 TDMA チャンネルに同一拡散コードの電波が輻輳する確率には変わりがなく、電波干渉の問題は残る。

(5) 信号雑音比

地上局が受信する電波に複数の擬似雑音系列の電波が重なっているとき、これらの電波の干渉により信号雑音比 (S/N 比) が低下する。

いま、データ伝送速度を R_i 、拡散符号速度を R_c とすれば、スペクトル拡散により得られる処理利得 G_p は、

$$G_p = 10 \log(R_c / R_i) \quad (\text{dB}) \quad (4.161)$$

で表される。そして、文末に示す参考文献(27)^aによれば、S/N 比の集合平均 SNR は、所要ビットエネルギー対雑音密度比 E_b / η_0 、CDMA 回線を使用している端末数 U 及び処理利得 G_p の関数として表され、近似的に、

$$SNR = \left[\frac{U-1}{3G_p} + \frac{\eta_0}{2E_b} \right]^{-1/2} \quad (4.162)$$

である。従って、 U の増加とともに S/N 比が減少し回線の品質が低下する傾向は(4.162)式により定量的に表される。

ここで、端末数が 1 で多元接続による干渉電波がない場合の S/N 比を SNR_0 とすれば、

$$SNR_0 = (2E_b / \eta_0)^{1/2} \quad (4.163)$$

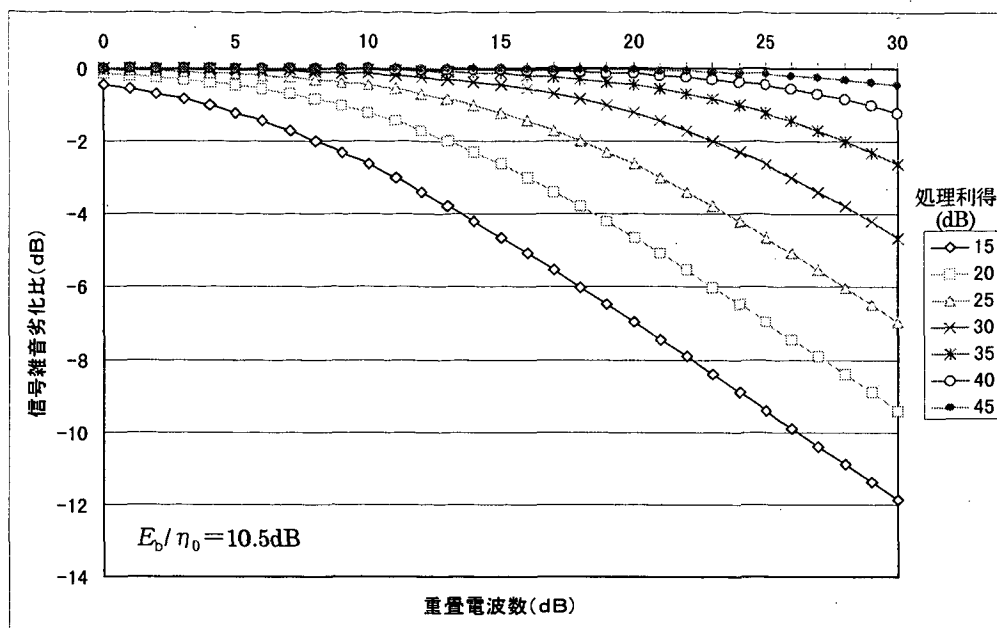
であるから、(4.162)式は次式に書き換えられる。

$$\begin{aligned} SNR &= SNR_0 \left[1 + \frac{(U-1)SNR_0^2}{3G_p} \right]^{-1/2} \\ &= SNR_0 \times K_1 \end{aligned} \quad (4.164)$$

(4.164)式は次のように解釈できる。即ち、右辺の係数 K_1 は多元接続の干渉電波によって S/N 比が減少する程度を示す値となる。従って、例えば付録 E の要求 C/N_0 を算出する際には、 K_1 を CDMA 回線の多元接続によって生じる損失として考慮に入れておく必要がある。

第 4.27 図は、 $E_b / \eta_0 = 10.5 \text{ dB}$ (ビット誤り率 10^{-6} に相当する) として、信号雑音比 SNR の低下分 K_1 (以下、これを信号雑音劣化比と呼ぶ) と CDMA 電波重畳数 U との関係を図示したものである。この図によれば、 $U=400$ (26dB) に対して S/N 比の低下を

^a 次の参考文献による。『Raymond L. Pickholtz, et al. Theory of Spread-Spectrum Communications - A tutorial, IEEE Trans. Communications, Vol.COM-30, pp.855-884, May, 1982.』



第 4.27 図 重畳電波数 (U) と信号雑音劣化比 (K_T) の関係

例えば 3dB 以下とするためには、処理利得は 30dB 以上必要となる。従って、拡散符号速度が 1Mbps の場合で、データ伝送速度は 1Kbps 程度が上限となる。

また、重畳電波数 U と拡散符号速度 R_c との関係を見るために、スペクトル拡散されたバースト電波の干渉による S/N 比への影響を雑音による影響と同程度まで許容する^a、即ち、 $\eta_0/2E_b = (U-1)/3G_p$ とすれば、 U が 10 を越えるとき、以下の近似的な関係が得られる。

$$U \cong R_c - R_i - E_b/\eta_0 + 1.8 \quad (\text{dB}) \quad (4.165)$$

従って、 $E_b/\eta_0 = 10.5\text{dB}$ 、 $U=400$ とすれば、データ伝送速度 R_i は、

$$R_i = 3.4 \times 10^{-4} \times R_c \quad (\text{Hz}) \quad (4.166)$$

となるから、 R_c が 1Mbps 当たり増加するのに対して R_i の増加量は 0.34Kbps となる。

CDMA 回線の電波干渉の問題は以下のようにまとめることができる。再び(4.164)式に戻れば、信号雑音劣化比 K_T が -3dB 以下にならない値に維持するためには、概ね、

$$(U-1) \times (R_i/R_c) < 4.5/(E_b/\eta_0) \quad (4.167)$$

^a (4.152)式によれば、この条件を許容することにより、回線マージンは 1.5dB 低下することになる。

が成立しなければならない。即ち、 $E_b/\eta_0 = 10.5\text{dB}$ とすれば、(4.155)式の右辺は 0.40 であるから、 $R_i = 1\text{Kbps}$ 、 $R_c = 1\text{Mbps}$ として処理利得 G_p を 30dB とすれば、 $U < 400$ となる。また、 U を増加させるには R_i を低めるか、 R_c を高める必要があるが、データ通信の場合は誤り訂正符号等を適用して符号化利得を得ることにより、 E_b/η_0 に対する要求を緩和することも考えられる。通常、畳み込み符号化、ビタビ復号により 5.5dB 程度の符号化利得が得られるから、上記の条件の下では、CDMA 回線の多元接続によって生じる S/N 比の劣化は誤り訂正符号の適用により解消できることになる。

以上の電波干渉の問題は、同一の拡散符号速度を持つスペクトル拡散電波が同時に重畳される場合の問題である。この重畳数 U は移動局数 N_U と 1 移動局の平均回線利用頻度の関数であり、間隔 τ 秒の TDMA チャンネルを 1 時間当たり n_c 回利用するとすれば、

$$U = N_U n_c \tau / 3600 \quad (4.168)$$

と考えられる。従って、 $n_c = 12$ 、 $\tau = 1$ 秒、 $N_U = 300,000$ とすれば、 $U = 1,000$ となり、上記の条件の下で S/N 比の劣化を 5dB 以内に抑えることができる。

(6) 通信可能容量

上記の考察により、同期型通信方式の基本的な設計条件がわかった。しかし、通信可能容量は使用できる電波のバンド幅、送信電力、アンテナ利得等の条件に左右され、これらが定まらなければ通信可能容量を適切に概算することはできない。さらに、CDMA 通信では自己相関性、相互相関性の両方とも良好な擬似雑音系列が必要であり、その数にも制限がある。

通常の通信においては、その回線の通信能力は与えられたバンド幅とほぼ等しいと言われている。従って、例えば搬送波のバンド幅を 10MHz にすることができるならば、10Mbps 程度の通信が可能となる。しかし、実際には回線の品質を高めるためにデータ伝送速度を低めたり誤り訂正符号等を用いたり、多くのユーザに対応するために通信回線割当とその制御を行う必要があることから、回線使用効率は上記よりも低くなる。

まず、移動局→衛星→地上局のスペクトル拡散通信における通信可能容量を概算する。(4.152)式によれば、ユーザ数は処理利得 G_p 、信号雑音劣化比 K_1 および信号対雑音電力比 E_b/η_0 によって表される。そして、便宜上、伝送速度 (R_i) とユーザ数 (U) の積を拡散符号速度 (R_c) で割った値 ($R_i U / R_c$) を回線利用効率 Q とすれば、近似的に、

$$Q = U / G_p = \frac{3(K_1^{-2} - 1)}{2E_b/\eta_0} + \frac{1}{G_p} \quad (4.169)$$

となる。

ここで(4.169)式の意味するところをまとめると、以下の通りである。 $K_1=1$ 、即ち、 SNR の劣化を認めない場合、 $Q=R_i/R_c$ という妥当な解が得られる。また、 $E_b/\eta_0=10.5\text{dB}$ で効率 Q が1となる場合、 $K_1=-4.6\text{dB}(=0.34)$ であり、このときの SNR は 2.1dB である^a。このように、回線利用効率 Q を高めようとするれば、信号雑音劣化比 K_1 を下げなければならない。

通信回線容量に関する具体的なイメージを得るために、(4.157)式を用いて、回線効率 Q 、ビット誤り率 BER 等の数値を概算する。いま、 $E_b/\eta_0=10.5\text{dB}$ 、 $R_c=1\text{Mbps}$ 、 $R_i=1.2\text{Kbps}$ の通信回線を考える。(4.161)式によれば、この条件でのスペクトル拡散による処理利得 G_p は 29.2dB 、混信のない場合の信号雑音比 SNR_0 は(4.163)式より 6.76dB である。そこで、混信により SNR が 3dB 低下することが許されるとすれば、回線利用効率 Q 及び重畳数 U は(4.169)式より 0.40 及び 335 となる。また、このときの SNR は 3.76dB であるから、ビット誤り率は 1×10^{-6} から 0.8×10^{-4} に低下する^bが、誤り訂正符号を用いれば、ビット誤り率は 3×10^{-6} のレベルにまで改善される^c。

地上局→衛星→移動局の放送では、移動局は割り当てられた特定の拡散コードの信号をスペクトル逆拡散し、時分割で割り当てられたデータを抽出することになる。参考に、 $E_b/\eta_0=10.5\text{dB}$ 、放送電波の拡散符号速度 R_c を 2MHz 、スペクトル拡散電波の伝送レートを 16Kbps とし、 SNR の低下を 3dB まで許容するものとすれば、電波重畳数 U は 50 程度となる。従って、移動局への総データ伝送量は 0.82Mbps であるから、 10 万の移動局に対して、連続して平均 8bps のメッセージを送信することができる能力を有する。

4.14 この章のまとめ

この章では、精密クロック同期の方法とその有用性に関わる課題として、

- 1) 移動局・地上局間の衛星中継による双方向通信を利用した移動局・衛星間クロック同期と宇宙機間双方向通信を用いた宇宙機間クロック同期の方法と特徴
 - 2) クロック同期型測位方式の有用性と利用分野
 - 3) クロック同期型通信方式の移動体通信における可能性と有用性
- の問題について考察した。

第1のクロック同期の問題では、クロック同期の方法、衛星の軌道運動や地球の自転等

^a この検討結果が妥当であるかどうかは、(1.150)式が妥当であるかどうか依存している。文献『R. Skaug and J. F. Hjelmstad: SPREAD SPECTRUM IN COMMUNICATION, Peter Peregrinus Ltd., 1985』においても、PNRの集合平均として同一の関係式が求められている。ただし、処理利得はM系列の周期に置き換えられている。集合平均の算出において拡散コードの直交性が前提となることは当然である。

^b ビット誤り率 BER は、正規分布 $N(0,1)$ の累積分布関数を $\Phi(t)$ とすれば、 $BER=1-\Phi(SNR)$ となる。

^c デジタル伝送方式では、誤り訂正符号によりビット誤り率を改善することができる。参考文献『郵政省通信政策局監修：衛星通信ガイドブック、オーム社、1989』によれば、畳み込み符号とビタビ復号の組み合わせにより、 5dB 程度の複合化利得が得られる。

によって生じるクロック同期誤差の補正アルゴリズム、宇宙機間のクロック同期アルゴリズム等を導き、無線局間の双方向通信による精密クロック同期の有効性を検討した。

GPS 利用分野において高精度測距技術が普及した今日、高精度クロック同期は測距電波の無線局間双方向通信によって比較的容易に実現できる技術である。例えば、GPS 受信機によって 10m の鉛直方向測位精度が得られたならば、概ね 30 ナノ秒のクロック同期が受信機内部で実現していることになる。ここに示した双方向通信によるクロック同期では電波伝播遅延誤差等が相殺されるため、さらに高精度のクロック同期が可能になる。また、このクロック同期情報が高安定クロックによって維持されるならば、第3章において考察した統合最適測位方式が実現性の高いものとなる。このように精密クロック同期の問題は本研究の要であり、将来の測位通信複合化の可能性を考えれば、実用化のための研究を進める意義のある課題である。勿論、小規模の衛星通信実験によってその有効性を十分に検証できる課題である。

第2のクロック同期型測位方式の問題については、測位手段と双方向通信手段を統合することによって実用的な方式と成りうることを示した。静止衛星を利用した最小規模の測位システムと GPS 補完、非同期型測位に対する測位精度上の優位性、宇宙航法への応用等について検討した。

双方向通信による精密クロック同期と高安定クロックによるクロック同期性能の向上により、クロック同期型測位は極めて有効な測位方式となることが明らかになった。非同期型測位ではクロック同期が不要であるが、衛星配置数が同期型測位よりも 30% 以上多くなること、測位精度が衛星配置の幾何学的条件の影響を受けやすいこと、等において不利な点が多い。同期型測位は双方向通信機能が必要となるものの、非同期型測位の上記欠点を解決できる新たな展望を有する測位方式であることが明らかになった。特に、同期型測位により最小規模の衛星測位システムの実現が可能となるだけでなく、既存の GPS を補完する測位通信複合システムとなることに注目される。また、同期型測位は将来の宇宙航法の測位方式としても有効である。

第3のクロック同期型通信方式の問題については、スペクトル拡散通信と無線局間測距の機能を活用して、スペクトル拡散電波の精密送受信タイミングによる多元接続と、これを利用した無線局間の選択的通信の可能性について検討した。

この研究の要点は、擬似雑音系列によって拡散された電波の時間的非相関性を利用することにある。スペクトル拡散通信では、同一擬似乱数コードの拡散電波が重畳しても、これらのエポックが時間的にわずかにずれておれば相互に雑音であるという性質がある。この性質を利用して受信電波のエポックを精密に測定することがスペクトル拡散電波による精密測距の原理となっているが、クロック同期型通信はこの性質を逆に利用しようとするものである。即ち、送信側と受信側のクロックが同期しており、かつ電波伝播距離が既知であれば、送信側はバースト電波の先頭が受信側の特定のタイムスロット内に入るように

送信することができ、受信側は特定のタイムスロット内に入る電波のみを受信処理することができる。このように、電波の重畳に対して混信の少ないスペクトル拡散通信方式、無線局間の精密クロック同期機能及び測距機能を統合することにより、選択的通信の可能なクロック同期型通信方式を実現することのできる見通しが得られた。このようなクロック同期型通信方式は、広域移動体通信においてスペクトル拡散電波回線の効率的な利用を可能とする新たな通信方式であり、移動体メッセージ通信分野における今後の有望な技術課題であると思われる。

以上、要約すれば、 10^{-8} 秒級の精密クロック同期により高精度の同期型測位が可能となり、さらに、測位情報と無線局間のクロック同期により効率的な移動体メッセージ通信が可能となった。これまでの解析的結論より、測距機能を有する移動体通信手段が精密クロック同期を容易に実現すると思われるからであり、無線局間の精密クロック同期はこの研究のテーマである同期型測位通信方式の実現性を高めるものであるからである。また、 10^{-10} 秒/秒級の高安定クロックの適用が可能であれば、クロック同期化の頻度を低減し、運用性の高い測位通信複合サービスの利用が可能となる。このように、クロック同期、測位及び移動体通信は相互補完的な関係にあることから、測位と移動体通信の複合はこれらの高精度化と高機能化に有効な方法であるという知見が得られた。

第5章 結論

5.1 本研究のまとめ

本研究は、衛星・移動局間のクロック同期を利用する同期型測位方式の提案に端を発して、最小自乗法による測位アルゴリズムの統合化と、精密クロック同期の方法及びその利用について検討したものである。そして、次世代衛星測位システム方式として、クロック同期に基づく測位と移動体通信の統合化の有用性について考察したものである。

測位と移動体通信の民生利用が進展するなかで、整備・運用経費の少ない複合的な衛星システムが求められることは、市場原理として当然の成り行きである。従って、片方向通信機能に限定した GPS 型の非同期型測位方式^aに代わるものとして、移動体通信が可能であり、かつ、これを有効に活用して最小規模の測位システムを実現することのできる新たな測位方式を検討する必要がある。

第2章において、従来の非同期型測位方式に代わる新たな方式として同期型測位方式が存在しうることを提案した。そして、同期型測位と非同期型測位の特徴を比較・検討して、同期型測位方式の優位性を明らかにした。同期型測位方式は、既存の GPS が適用している非同期型測位方式とは測位性能において異なった性質を有するものである。ユーザ装置側に双方向通信機能が不可欠であり、運用性を高めるには高安定クロックが必要となるが、衛星配備規模の最小化と測位精度の向上に有力な方式であることを示した。

第3章において、同期型測位方式におけるクロック同期化と高安定クロックの効果を測位計算に反映させるために、重み付け最小自乗法を用いて測位アルゴリズムを構成した。さらに、測位計算の最適化と受信環境の変化に強い測位方式とするために、移動体の不規則な運動の統計量を数学的モデルによって表現し、これを最小自乗法の重み係数を調整する関数として用いる測位アルゴリズムについて検討した。この成果の一つとして、同期型と非同期型、2次元と3次元のそれぞれの測位方式を統一的に扱う測位アルゴリズムを導くことができた。

以上の測位理論に関する研究成果は、その解析的な結論が計算機シミュレーションの結果と概ね一致していることから、将来の測位システムの設計検討において有用であると判断できる。また、重み係数を可変とする最小自乗法は、測位環境の変化に対応できる測位アルゴリズムとして有効な方法であった。第3章において詳細に検討しているように、最小自乗法では測位ベクトルの観測更新のみを行うため、時間更新の効果を反映する方法として測位ベクトルを観測データとして回帰モデルに組み込んだ。そして、それらの重み係数として移動局の不規則な運動やクロック誤差の傾向をモデル化した関数を用いることに

^a 既存の GPS はいわば軍事的要請から生まれた特産物であり、経済性の問題に煩わされない国際政治の落とし子である。GPS が軍事システムであり続ける限り、経済性の故に測位機能と双方向通信機能の統合を計ることはあり得ないし、グローバル性、受信型の測位等のシステム要求は GPS の普遍的要求と言える。

より、多様な運用条件に対応できる簡便な測位アルゴリズムとすることができた。この工夫は重み付け最小自乗法をカルマンフィルタに近づける役目を果たす^aものである。

最小自乗法のこのような利用方法は調査した限り文献にはないものである。しかし、この方法はカルマンフィルタに比較すればアルゴリズムが極めて簡単であるだけでなく、測定データ誤差やシステム雑音の統計的性質を重み係数の時間関数として柔軟に扱えるため、汎用的に利用できる方法である。

同期型通信方式は、クロック同期情報と測位情報を利用して通信回線制御を行う方式であり、移動体通信回線の効率的な利用を達成するために検討したものである。従来から、CDMA 通信方式は電波干渉には強いが、周波数の利用効率の低い方式であると言われていた。スペクトル拡散のために、通常、数 MHz から数十 MHz の周波数帯を占有するからであり、優れた擬似雑音系列の数にも制限があるからである。しかし、この研究において提案している同期型通信では、同一雑音系列の拡散電波を精密受信タイミングによって多重化しようとするものであり、また、送信相手を選択して通信する選択的通信を可能とするものである。これは無線局間の精密クロック同期が成立して初めて可能なことであるが、移動体メッセージ通信における通信回線の利用効率を高めるものである。

以上の研究成果から、まずクロック同期型測位は GPS にない測位性能を有するものであり、民生利用においては GPS を越える測位方式に成りうるという知見が得られた。この実現のためには測位と通信の機能的な統合化が必要となるが、これが同期型測位方式の欠点にはならないと判断している。測位と通信の手段の同時利用は、運輸車両の運行管理、広域航空管制、捜索救難、市街地の交通管制等を行うための移動体情報ネットワークの構築において不可欠であり、その低コスト化を実現する条件を備えているからである。

また、クロック同期型通信はグローバル移動体メッセージ通信を効率的に具現する1つの方式であり、精密クロック同期の有効な利用形態であるという知見が得られた。上述の如く広域メッセージ通信の必要性が認識され、電波の資源としての有効利用が強く求められるようになれば、クロック同期型通信方式は測位通信複合化の単なる産物としてだけでなく、情報通信に関わるインフラストラクチャの最適化の一手段として研究されることになろう。従って、数ナノ秒級のリアルタイム高精度クロック同期に関する研究は、安価な高安定クロックの開発研究と並んで、測位通信技術の高度化にとって重要な課題であり、今後、大いに推進されるべき研究分野である。

5.2 今後の研究開発と技術的課題

測位の分野においては、GPS が航法援助システムの主役となり、NNSS、ロラン、オ

^a 例えば、停止している移動体の測位では、位置ベクトル偏差に関する重み係数を小さく設定できるから、測位誤差は測位ベクトルの更新回数の増加と共に減少する。このような測位計算の繰り返しによる測位精度の向上は、従来の最小自乗法では得られない特徴である。

メガ等の従来の設備は段階的に廃止されようとしている。

GPS については、米国の最も重要な軍事設備であることもあって、システムの核心に触れるようなレベルでの国際的な協力が今後とも求められることはなさそうである。従って、我が国が独自の移動体情報ネットワークの構築とその商業的な運営を目指すのであれば、衛星測位技術に関する基礎研究をさらに深める必要がある。

GPS を補完する衛星システムの研究開発は、特に民生利用に適応した測位サービスの提供を目的として、米国、欧州、日本において進められている。静止衛星を補完的に追加配備する WAAS (Wide Area Augmentation System)、GNSS (Global Navigation Satellite System) 及び MTSAT (Multi-functional Transport Satellite) は米国、欧州及び日本において進められている計画である。GPS を含め、これらの航法援助設備に関わる宇宙インフラストラクチャはそのほとんどが国家事業として推進・維持されるのが特徴であり、測位サービスの提供が STARFIX のように民間事業として成立した例は少ない。

移動体通信の分野においては、我が国においても静止衛星を利用した研究開発が進められている。携帯電話回線として使用できるようになるには、衛星に搭載されるアンテナの直径は 10m 級、衛星の所要電力も 10KW 級になり、重量数トンの大型衛星が必要となる。従って、衛星開発においても、衛星の姿勢制御や熱制御、大型アンテナの展開、衛星の低コスト化と長寿命化等、諸々の技術的課題に遭遇することになるだろう。

また、国際的なビジネスとして、低軌道に投入された多数の低軌道周回衛星を使用するグローバル移動体通信事業 (IRIDIUM、GLOBALSTAR 等) が複数の事業体によって活発に進められている。これが民間事業としてどの程度の規模にまで成長するかは、地上無線通信事業と比較して費用対効果が優れているかどうかによって左右され、特に衛星整備コストの低減が重要課題である。

移動体情報ネットワーク化のための測位通信手段としては、現状では GPS と既存の通信手段の併用が考えられているが、移動体通信には地上設備を隈無く配備する必要のない衛星通信システムを利用することが望ましい。しかし、低コストのメッセージ通信が可能な衛星通信手段を求めるとなれば、現在のところ適切な手段は存在しない。しかし、受益者負担の原則が尊重される今日、測位通信サービスの商業化はそう遠くない話である。このことを勘案すれば、これまでのように GPS のような測位システムを無料で流用することを移動体情報ネットワークの構築の前提とするのは問題が多い。このため、近き将来においては、測位サービスを含めた移動体通信サービスを低コストで提供する衛星システムが必要になると思われるが、これは地域型でありながらグローバル化が可能であり、放送型でありながらも利用料金の徴収が可能な GPS を越える測位機能を有し、多数の移動体が低コストで利用できる通信性能を備えたものでなければならない。

筆者は WAAS のような GPS を主軸とする補完的な測位システムだけでなく、次世代の移動体情報化社会を目指した測位システムの検討が必要であることを痛感し、地域型あ

るいはグローバルな形態の測位システム構想を学術講演会^aあるいは学術論文^bにおいて提案している。これらは要約すれば測位と通信の複合化の提案であり、本研究の成果である同期型測位の適用と、長楕円軌道衛星、静止或いは地球同期衛星などを使用した地域型衛星群の解析とトレードオフがテーマとなっている。測位と移動体通信のサービスを効率的に提供する宇宙インフラストラクチャのシステム検討は、さらに具体性を強めて続けなければならない研究課題である。

本研究の成果を具体的なものとするため、以下の技術的課題が考えられる。

- ①無線局間精密クロック同期の実験
- ②測位通信複合衛星と衛星コンステレーション及びその自律管制の検討
- ③測位通信端末の試作実験
- ④地上局送受信システムの研究試作及び同期型通信実験
- ⑤低コスト高安定クロックの研究試作

以上の技術的課題の中で、①、③及び④は、現在、研究開発が進められている技術試験衛星 8 型において実施可能なものである。特に①は、郵政省通信総合研究所と宇宙開発事業団によって進められる予定の項目であり、クロック同期の測位及び通信への利用を考えれば重要な技術に一步接近することになる。また、精密クロック同期実験は精密測距実験そのものであるから、高精度化測位技術、宇宙測位技術につながる重要な実験である。

②は、測位通信サービスの事業化、商業化において、市場のニーズと採算性に関わる研究課題であり、エンジニアリングを越える問題を含んでいる。

⑤は、測位と通信の融合における要件であるため、その具現性の検討は今後の重要な研究課題である。

5.3 測位通信複合衛星システムの将来像

本研究の成果に基づいて商業システムとしての将来の衛星測位システムを考えた場合、測位専用システムである現状の GPS とは異なった新たな衛星測位システムの検討が不可欠になる。序論で述べたように、ポスト GPS としての将来の衛星測位システムは課金性

^a 講演会発表で用意した論文は以下の通りである。

『山脇功次：測位通信におけるクロック同期の有用性について、第 40 回宇宙科学技術連合講演会講演集、p.63 - p.64、1996.』

『山脇功次：測位通信複合ミッションにおけるグローバル衛星コンステレーションについて、SANE97-37、信学技報、Vol.97 No.209、p.17-26、1997.』

『山脇功次：中高度軌道(MEO)/高高度軌道(GEO)混成衛星群による測位・通信ミッションの複合化と自律化について、第 41 回宇宙科学技術連合講演会講演集、1997.』

^b 学術論文として以下の論文を提出している。

『山脇功次：精密クロック同期に基づく測位通信複合化について、日本航空宇宙学会誌、第 46 巻 第 525 号、1997.』

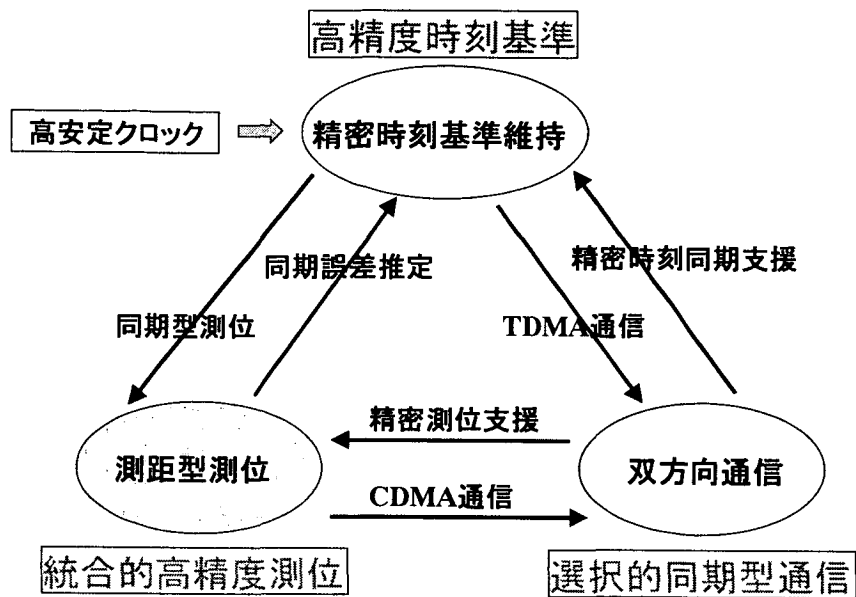
に対応できる機能を備えており、商業用として採算性が成立し、かつ費用対効果の優れたサービスの提供が可能であり、さらに移動体情報ネットワーク化に適合する機能を有するシステムでなければならない。このような要求に答える候補の一例として、この論文で取り上げた複数の静止衛星と地球同期衛星を用いる地域型の測位通信複合化衛星システムがあげられる。そして、精密クロック同期技術を媒体とする測位と通信の機能的な統合により、経済的な広域移動体情報ネットワーク化を進めるための基幹となるインフラストラクチャを構築することができるだろう。

では、なぜ測位と通信の機能的統合が必要なのか。それは無線局間の精密クロック同期を可能とするからであり、この同期による無線局間での精密時刻基準の共有が電波測距による測位を可能とし、移動体通信における効率的な通信回線制御を可能とするからである。

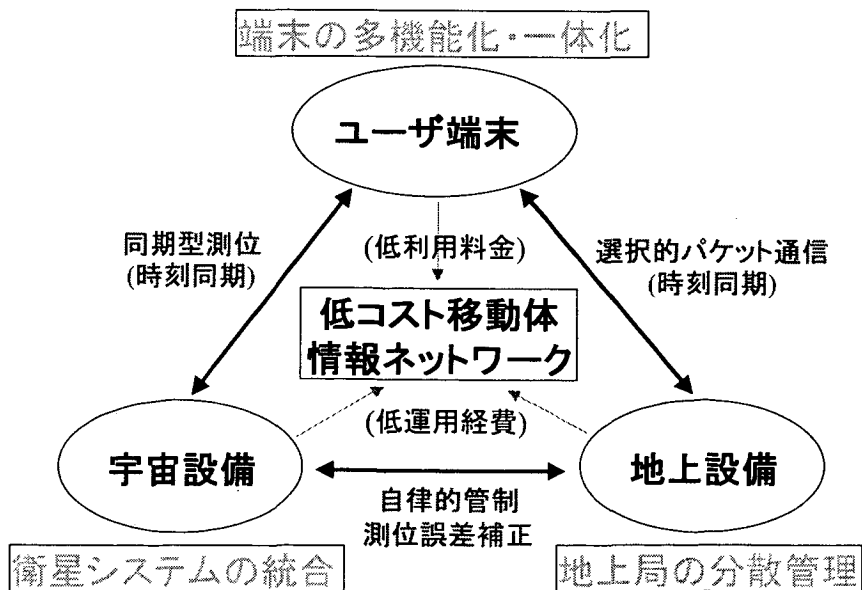
まず、移動局において測位と通信の手段を複合的に使用でき、移動局からスペクトル拡散電波を送信することができるものとする。このとき、第4章で述べたような双方向の電波伝播時間の測定により、移動局・衛星間或いは移動局・地上局間のクロックオフセットの推定、即ちクロック同期化が可能になる。前者のクロック同期化により同期型測位方式の適用が可能になり、衛星配備規模を抑えることができる。また、後者のクロック同期化によりスペクトル拡散通信における同期型通信方式、即ち特定の移動局から特定の地上局への選択的通信と回線の多重化が可能になる。そして、この同期型測位方式と同期型通信方式を適用した測位通信複合化衛星システムにより、効率的な広域移動体情報ネットワークを構築することができる。これらは測位と通信の複合的な利用によって可能となるため、まさしく測位と通信の機能的融合がもたらす産物であると言える。

第5.1図は、精密クロック同期と高安定クロックを媒体として、測位と通信の技術が機能的に融合される構図を示したものである。また、第5.2図は、測位と通信の融合によってもたらされる経済的効果により低コスト移動体情報ネットワークが実現されるであろうことを示したものである。これらによれば、測位通信複合化による衛星システムの統合化とユーザ端末の多機能化・一体化、同期型通信の選択性による地上局の効率的な分散管理或いは衛星群の自律管制等は、移動体情報ネットワークの利用コストを左右する要件であり、測位と通信の融合によって初めて達成されるものである。

以上の議論より、本研究の成果を活用した測位通信技術の将来像は、以下のようにまとめることができる。即ち、スペクトル拡散通信を用いた測距技術と精密クロック同期技術により、高精度なクロック同期型測位と効率的なクロック同期型通信が実現されるだろう。これらは測位と通信の機能的融合によって達成され、高い費用対効果が期待されるから、民間事業の測位通信複合化衛星システムとしてGPSのような測位専用システムに代わって開発・整備されることが望ましい。そして、測位と通信の同時利用を必要とする移動体情報ネットワークの分野において、新たな事業の創出を可能とするであろう。



第 5.1 図 測位通信融合の構図



第 5.2 図 測位通信融合の効果

《参考文献》

- (1) 山脇功次：ユーザクロック同期型衛星測位方式、日本航空宇宙学会誌、第 39 巻 447 号、pp.171-179、1991.
- (2) 山脇功次：最小自乗法に基づく衛星測位の精度解析、日本航空宇宙学会誌、第 40 巻 465 号、pp.543-552、1992.
- (3) 山脇功次：衛星測位アルゴリズムの統合とその運用効果、日本航空宇宙学会誌、第 41 巻 475 号、pp.472-481、1993.
- (4) 山脇功次：GPS による陸上航法の機能強化について、日本航空宇宙学会誌、第 41 巻 478 号、pp.655-664、1993.
- (5) 山脇功次：衛星測位におけるグローバル衛星配置の考察、日本航空宇宙学会誌、第 42 巻 483 号、pp.232-242、1994.
- (6) 山脇功次：地球・月間宇宙航行のための衛星利用航法について、日本航空宇宙学会誌、第 42 巻 484 号、pp.309-318、1994.
- (7) 山脇功次：ポスト GPS としての測位通信複合衛星システムについて、日本航空宇宙学会誌、第 43 巻 484 号、pp.309-318、1995.
- (8) 山脇功次：GPS を利用した月軌道宇宙機の測位について、日本航空宇宙学会誌、第 45 巻 516 号、pp.18-28、1997.
- (9) 山脇功次：精密クロック同期に基づく測位通信複合化について、日本航空宇宙学会誌、第 45 巻 第 525 号、pp.584-594、1997.
- (10) 山脇功次：民間向け衛星航法システムの方式提案、SANE88-19、信学技報、Vol.88 No.166、p.23-30、1988.
- (11) 山脇功次：ポスト GPS への展望、SANE95-102、信学技報、Vol.95 No.493、p.1-8、1996.
- (12) 山脇功次：測位通信複合ミッションにおけるグローバル衛星コンステレーションについて、SANE97-37、信学技報、Vol.97 No.209、p.17-26、1997.
- (13) 山脇功次：測位と通信の融合について、SANE97-117、信学技報、Vol.97 No.523、p.1-8、1998.
- (14) 山脇功次：静止/同期衛星による航法援助系の構成について、日本航空宇宙学会第 17 期年回講演集、1986.
- (15) 山脇功次：移動体測位通信システム方式の検討、第 34 回宇宙科学技術講演会講演集、p.38-p.39、1990.
- (16) 山脇功次：衛星測位方式と測位精度について、第 35 回宇宙科学技術講演会講演集、p.37-p.38、1991.
- (17) 山脇功次：衛星配置条件と測位精度について、第 35 回宇宙科学技術講演会講演集、

- p.39-p.40、1991.
- (18) 山脇功次：衛星測位アルゴリズムの最適統合について、第 36 回宇宙科学技術講演会講演集、p.35-p.36、1992.
 - (19) 山脇功次：GPS 補完型測位通信衛星システムについて、第 36 回宇宙科学技術講演会講演集、p.33-p.34、1992.
 - (20) 山脇功次：グローバルミッションのための衛星配置、第 37 回宇宙科学技術講演会講演集、p.375-p.376、1993.
 - (21) 山脇功次：月ミッションのための衛星航法、第 37 回宇宙科学技術講演会講演集、p.373-p.374、1993.
 - (22) 山脇功次：測位通信におけるクロック同期の有用性について、第 40 回宇宙科学技術講演会講演集、p.63-p.64、1996.
 - (23) 山脇功次：中高度軌道(MEO)/高高度軌道(GEO)混成衛星群による測位・通信ミッションの複合化と自律化について、第 41 回宇宙科学技術連合講演会講演集、1997.
 - (24) 山脇功次：衛星航法システムの展望、ITU 研究、日本 ITU 協会、N.237/238、1991.
 - (25) 山脇功次：GPS 補完型測位通信衛星システム (その 1)、ITU ジャーナル、Vol.24 No.1、p.47-51、1994.
 - (26) 山脇功次：GPS 補完型測位通信衛星システム (その 2)、ITU ジャーナル、Vol.24 No.2、p.36-44、1994.
 - (27) 山脇功次：GPS 補完型測位通信衛星システム (その 3)、ITU ジャーナル、Vol.24 No.3、p.42-46、1994.
 - (28) 山脇功次：ポスト GPS 構想、ITU ジャーナル、Vol.25 No.6、p.48-59、1995.
 - (29) 山脇功次：衛星航法の基礎理論とその応用、宇宙開発事業団技術報告、NASDA-TMR-960001、1996.
 - (30) Raymond L. Pickholtz, et al. :Theory of Spread-Spectrum Communications - A tutorial, IEEE Trans. Communications, Vol.COM-30,pp.855-884,May,1982.
 - (31) Rusch, Roger J. ,et al.: Odyssey, A Constellation For Personal Communication, AIAA Paper 92-2060, 14th AIAA International Communication Satellite Systems Conference & Exhibit,March,1992.
 - (32) Green, C.G., Massatt, P. D. and Rhodus, N. W.: The GPS 21 Primary Satellite Constellation, NAVIGATION, Vol.36,No.1,pp9-24,Spring 1989.
 - (33) Wolfe, C.A.: NAVSTAR/GPS Navigation Analysis and Algorithm Development Study, ORINCON Corp. Report OC-R-76-0564-1, Nov.1976.
 - (34) Massatt, P. and Rudnick, K.: Geometric Formulas for Dilution of Precision Calculation, NAVIGATION, Vol.37,No.4, Winter, 1990-91.
 - (35) Knable, N. and Kalafus, R.M.: Clock Coasting and Altimeter Error Analysis for

- GPS, NAVIGATION, Vol.31, No.4, Winter, 1984-85.
- (36) Phillips, A.H.: Geometrical Determination of PDOP, NAVIGATION, Vol.31, No.4, Winter, 1984-85.
- (37) Spilker Jr., J.J.: GPS Signal Structure and Performance Characteristics, NAVIGATION, Vol.25 No.2, Summer, 1978.
- (38) Yamawaki, K.: Methods of Performance Enhancement of GPS-Based Satellite Navigation, Proceedings of the 4th Symposium on Small Satellites, Small Payload Workshop, p.81-97, 1992.
- (39) Yamawaki, K.: Integration of Satellite Navigation Algorithms based on the Least-Squares Method, Proceedings of the 4th Symposium on Small Satellites, Small Payload Workshop, p.99-109, 1992.
- (40) NAPA and NRC: THE GLOBAL POSITIONING SYSTEM, "Charting the Future", NAPA Academy of public Administration, May, 1995.
- (41) 日本測地学会：GPS 人工衛星による精密測位システム, 日本測量協会, 1986.
- (42) 片山徹：応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983.
- (43) 加藤寛一郎：最適制御入門, 東京大学出版会, 1987.
- (44) 鈴木義一郎：例解多変量解析, 実教出版, 1983.
- (45) Parkinson, B. W. and Spilker Jr. J. J., ed., Global Positioning System: Theory and Application Volume I and II, Progress in Astronautics and Aeronautics, Volume 163 and 164, AIAA, 1996.

あとがき

本論文は、1990年から1995年にわたって筆者が日本航空宇宙学会誌に発表した複数の論文の中から、主にクロック同期型測位に係わる理論解析要素を取り出し、衛星測位理論として体系的に再構成したものである。

GPSの特徴は、測距電波を受信するだけで高精度かつ連続的な測位が全世界で行えることである。この偉大な成果を考えると、クロック同期の測位への利用には、何か技術の進歩の流れに逆行した印象を受ける。実際、GPSの他にどのような測位システムが必要なのかと問われれば、筆者も答えに窮するところである。

しかしながら、社会基盤技術としてのGPSの真価が問われるのはこれからである。多数の移動体の情報化に必要なのは完璧な性能を提供する測位端末だけではない。簡便な移動体通信端末の必要性は今後ますます強くなるに違いない。そして、社会的設備としての利用コストと維持コストが問われるとき、この論文の底流にある測位通信複合化の問題が浮かび上がってくるだろう。

移動体・地上局間のクロック同期や2次元同期型測位は十分に具現性があり、この実験には今や大きな困難は伴わないと予想される。また、この論文において提案した精密クロック同期を利用した移動体通信方式は、測位通信複合化の貴重な産物であるかもしれない。その意味でも、同期型測位方式やクロック同期は今後の興味ある技術課題であり、GPSを継承する次世代の測位システムの発展的な研究課題として具体的に取り組む必要があると思われる。

衛星測位に関連した研究は、米国のGPS開発をコアにして、その実利用化の面で非常に活発に進められた。軍用の航法装置だけでなく、自動車航法向け、精密測量用等のGPS受信機の開発が正規の衛星配備の完了していない段階から進められ、特に地殻変動の観測などの精密測量の分野では、GPS受信機は既に大きな成果を上げている。

しかしながら、いろいろな運用形態での測位アルゴリズムや測位精度の問題に取り組もうとすると、ほとんどの文献はDOPの形式的な表現に留まり、解析的、幾何学的レベルの検討が体系的に成されてはいないことがわかる。本研究が結果的に長期間を要したのは、衛星測位アルゴリズムの定式化と重み付け最小自乗法による統合化から始め、簡便な精度解析の手法とその評価へと研究を進めたからである。この意味では、本研究は衛星測位の基礎理論として、一つのまとまりを持つこととなったと思われる。

この研究において、確定的測位に関しては測位解が系統だった形式に整理でき、最小自乗測位では思い切った近似化により比較的単純な測位劣化指数の関係式が得られたことは、筆者の喜びとするところである。これらは結局、重み付け最小自乗法によって統合され、レンジ測定型の各種測位方式の特徴を包括的に表現できるようになった。筆者にとっても、この成果は次世代衛星測位システムの検討において役に立っている。

謝辞

本論文をまとめるにあたり、日本大学理工学部 of 志甫教授には多大のご指導を賜った。志甫先生には、科学技術庁航空宇宙技術研究所にご勤務の頃から最適推定理論に関して数々のご教授をいただくとともに、先生のご指導を得て、稚拙ながらも測位理論としてこの論文を完結しうるのは望外の喜びであり、感謝の念に絶えない。

また、日本大学理工学部の長谷部教授には多方面から貴重なご指導をいただいた。特に本研究の通信に関わる分野では、本研究の不備なる点を多々ご指摘いただき、本論文の内容に新たな考察を加えることとなった。

また、日本大学理工学部の大月先生は、筆者が日本航空電子工業株式会社に在籍した初期の頃、航空宇宙技術研究所に数年間出向した際に慣性誘導技術の分野で指導していただいた研究官であり、今日まで長きにわたり宇宙科学技術のいろいろな分野でご指導をいただいた。特に、先生の専門分野である慣性センサの研究分野では数々の示唆をいただき、クロック同期や高安定クロックの考え方にも多大の影響をいただくところとなっている。本研究に対する深い理解のもとで、常々、論文としてまとめるべきを論じていただいたことに深く感謝する。

最後に、筆者が勤務する宇宙開発事業団技術研究本部の古川正夫前副本部長（現衛星システム本部副本部長）には、本研究の成果をまとめるチャンスと、日々、多大の叱咤激励をいただいた。この感謝の念を稚拙な言葉では言い尽くせない。

《付録A：確定法における測位精度の幾何学的表現》

本文の 2.8 項では、4 種の測位方式に分類して確定法の測位劣化指数を示した。これらは典型的な衛星配置を前提として得られた近似式であるが、各方式の測位精度上の特徴を把握することのできる解析的な表現となっている。

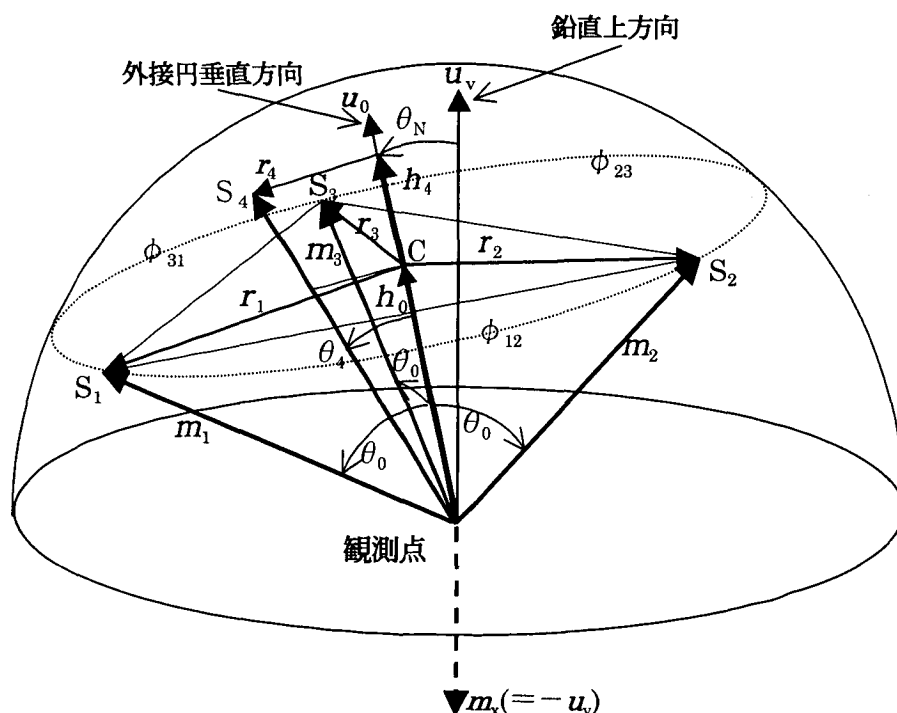
解析的な見通しを犠牲にすれば、確定法の測位劣化指数はより厳密な関係式で与えることができる。2.8 項の(2.78)式～(2.87)式がどのような近似的取り扱いによって得られ、どの程度の有効性があるかを知るためにも、厳密な関係式を与えて測位誤差の幾何学的な意味を捉えておく必要がある。以下では、第A.1 図～第A.2 図に表現された衛星配置の幾何学的定義を用いて測位誤差の関係式を求め、特定の測位誤差の典型的な性質を示す。

(1) 衛星配置の幾何学的定義

第A.1 図の定義に従えば、3 基以上の衛星を使用する 3 次元同期型測位、3 次元非同期型及び 2 次元非同期型測位の場合、衛星の単位ベクトル m_i ($i=1,2,3,4$) 及び鉛直下方向の単位ベクトル $m_x (= -u_v)$ は、単位ベクトル m_1 、 m_2 、 m_3 の頂点を通る三角形 $S_1S_2S_3$ の平面に直角な単位ベクトル u_0 と平面に平行なベクトル r_i を用いることにより、

$$m_i = r_i + h_0 u_0 \quad (i=1,2,3) \quad (\text{A.1})$$

$$m_j = r_j + h_j u_0 \quad (j=4 \text{ or } x) \quad (\text{A.2})$$



第 A.1 図 3 衛星配置の幾何学的定義

の形式に書き換えることができる。

また、第A.2 図の定義に従えば、2 衛星を用いる2次元同期型測位の場合、 m_1 及び m_2 は(A.1)式が成立し、単位ベクトル m_x は鉛直上方向の単位ベクトル m_y で置き換えれば、

$$m_y = -m_x = r_y + h_y u_0 \quad (\text{A.3})$$

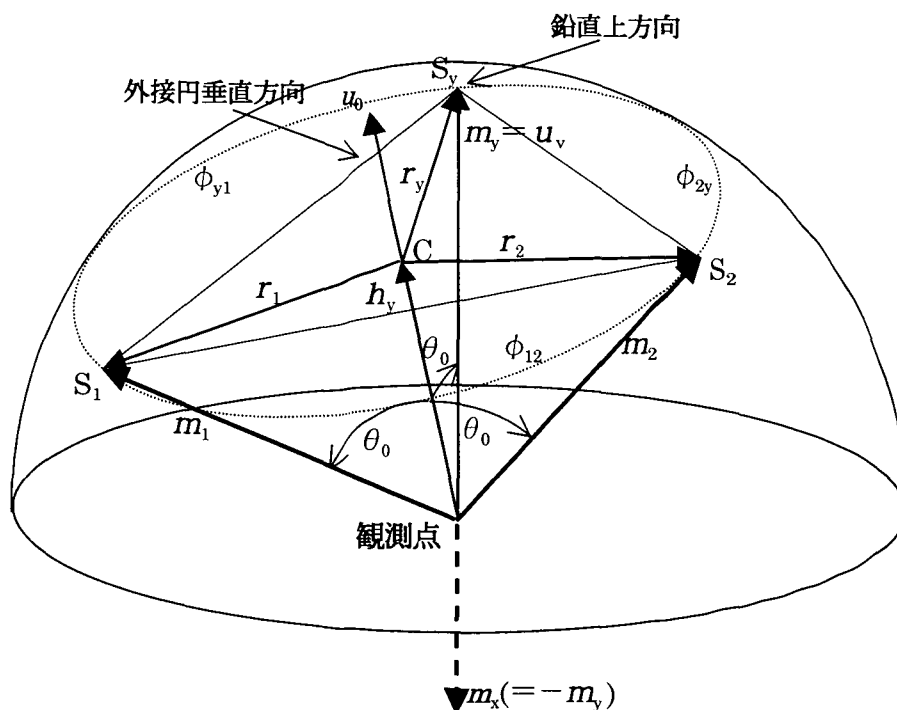
が成立する。ただし、 u_0 は単位ベクトル m_1 、 m_2 及び m_y の頂点を通る三角形 $S_1 S_2 S_y$ の平面に直角方向の単位ベクトルである。この場合、 m_1 、 m_2 及び m_y と u_0 との成す角度が等しくなるから、

$$h_y = h_0 \quad (\text{A.4})$$

である。また、簡便のため、上記三角形の平面上にあり、かつ r_i に直角な単位ベクトル

$$u_i = (u_0 \times r_i) / |r_i| \quad (\text{A.5})$$

を定義する。ただし、 $h_0 = \cos \theta_0$ 、 $|r_i| = \sin \theta_0$ である。さらに以下のベクトル



第A.2 図 2 衛星配置の幾何学的定義

$$s_{ij} = u_i - u_j \quad (\text{A.6})$$

を定義し、以下の関係式の表現を簡単にする。

また、ベクトル m_i 、 m_j 及び m_k の頂点によって構成される三角形 $S_i S_j S_k$ の2倍の面積を A_{ijk} とすれば、 i 、 j 及び k が 1、2、3、4、 x または y となる場合に対して、常に、

$$A_{ijk} = |r_i \times r_j + r_j \times r_k + r_k \times r_i| \quad (\text{A.7})$$

が成立する。2つのベクトル m_i 及び m_j の頂点と外接円の中心点 C によって構成される三角形 $CS_i S_j$ の2倍の面積 A_{cij} は

$$A_{cij} = |r_i \times r_j| \quad (\text{A.8})$$

で表される。

また、便宜のため、本文第2章に示す観測行列 M または H の逆行列 M^{-1} または H^{-1} を、

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} g_{R1} & g_{R2} & g_{R3} \end{bmatrix} \quad (\text{同期型測位}) \quad (\text{A.9})$$

$$H^{-1} = \begin{bmatrix} g_{Q1} & g_{Q2} & g_{Q3} & g_{Q4} \\ g_{T1} & g_{T2} & g_{T3} & g_{T4} \end{bmatrix} \quad (\text{非同期型測位}) \quad (\text{A.10})$$

によって表す。ただし、 g_{Ri} 及び g_{Qi} は3次元ベクトル、 g_{Ti} はスカラーである。このとき同期型の位置ベクトル誤差 δr 、非同期型の位置ベクトル誤差及びレンジ偏位誤差 δr 及び δq と測定偏差 δZ_i との関係は次式によって表される。

$$\delta r = \sum_{i=1}^3 g_{Ri} \delta Z_i \quad (\text{同期型測位}) \quad (\text{A.11})$$

$$\delta r = \sum_{i=1}^4 g_{Qi} \delta Z_i \quad (\text{非同期型測位}) \quad (\text{A.12})$$

$$\delta q = \sum_{i=1}^4 g_{Ti} \delta Z_i \quad (\text{非同期型測位}) \quad (\text{A.13})$$

ただし、2次元測位の場合、 $\delta Z_3 = -\delta r_{xm}$ (高度データ誤差) とする。

以下では、上記の定義を用いて、各測位方式の誤差係数に関する行列の要素を導出する。

(2) 3次元同期型測位の誤差係数

(A.1)式～(A.8)式を用いれば、(2.60)式の各要素は以下のように書き換えられる。

$$V_{123} = m_1 \cdot (m_2 \times m_3)$$

$$\begin{aligned}
&= (\mathbf{r}_1 + h_0 \mathbf{u}_0) \cdot \{(\mathbf{r}_2 + h_0 \mathbf{u}_0) \times (\mathbf{r}_3 + h_0 \mathbf{u}_0)\} \\
&= h_0 \mathbf{u}_0 \cdot (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1) \\
&= A_{123} \cos \theta_0
\end{aligned} \tag{A.14}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{m}_i \times \mathbf{m}_j &= (\mathbf{r}_i + h_0 \mathbf{u}_0) \times (\mathbf{r}_j + h_0 \mathbf{u}_0) \\
&= \mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_j - h_0 \mathbf{u}_0 \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \\
&= A_{cij} \mathbf{u}_0 - \sin \theta_0 \cos \theta_0 \mathbf{s}_{ij}
\end{aligned} \tag{A.15}$$

従って、(A.9)式の行列 \mathbf{M}^{-1} の縦ベクトル \mathbf{g}_{Ri} は

$$\mathbf{g}_{R1} = \{A_{c23}/(A_{123} \cos \theta_0)\} \mathbf{u}_0 - (\sin \theta_0 / A_{123}) \mathbf{s}_{23} \tag{A.16}$$

$$\mathbf{g}_{R2} = \{A_{c31}/(A_{123} \cos \theta_0)\} \mathbf{u}_0 - (\sin \theta_0 / A_{123}) \mathbf{s}_{31} \tag{A.17}$$

$$\mathbf{g}_{R3} = \{A_{c12}/(A_{123} \cos \theta_0)\} \mathbf{u}_0 - (\sin \theta_0 / A_{123}) \mathbf{s}_{12} \tag{A.18}$$

となる。

以上の関係式と、 $A_{123} = A_{c12} + A_{c23} + A_{c31}$ 及び $s_{2y} + s_{y1} + s_{12} = 0$ なる関係を適用すれば、(A.11)式の $i=1,2,3$ に対して $\delta Z_i = -\delta q_m$ とおくことにより、測位誤差の典型的な性質であるレンジ偏位誤差 δq_m と位置誤差 $\delta \mathbf{r}$ との関係が容易に求められ、

$$\delta \mathbf{r} = -(\delta q_m / \cos \theta_0) \mathbf{u}_0 \tag{A.19}$$

となる。従って、測定レンジ偏位誤差 δq_m は3衛星の広がり角が大きくなるに従って、広がりを中心方向に増大することがわかる。

(3) 3次元非同期型測位の誤差係数

(A.1)式～(A.8)式を用いれば、(2.51)式の各要素は以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}_{41} \cdot (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31}) &= \{(\mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_1) + (h_4 - h_0) \mathbf{u}_0\} \cdot \{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1)\} \\
&= -A_{123} (h_4 - h_0)
\end{aligned} \tag{A.20}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{n}_{i4} \times \mathbf{n}_{j4} &= (\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_j + \mathbf{r}_j \times \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_4 \times \mathbf{r}_i) + (h_4 - h_0) \mathbf{u}_0 \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \\
&= A_{4ij} \mathbf{u}_0 + (h_4 - h_0) \sin \theta_0 \mathbf{s}_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3)
\end{aligned} \tag{A.21}$$

$$\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31} = -A_{123} \mathbf{u}_0 \tag{A.22}$$

$$\begin{aligned}
V_{4ij} &= h_0 \mathbf{u}_0 \cdot (\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_j + \mathbf{r}_j \times \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_4 \times \mathbf{r}_i) + (h_4 - h_0) \mathbf{u}_0 \cdot (\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_j) \\
&= A_{4ij} h_0 + A_{cij} (h_4 - h_0) \quad (i, j = 1, 2, 3)
\end{aligned} \tag{A.23}$$

$$V_{123} = A_{123} h_0 \tag{A.24}$$

従って、(A.10)式の行列 H^{-1} の要素 g_{Qi} 及び g_{Ti} は次式で表される。

$$g_{Q1} = -\{(A_{423}/A_{123})/(h_4 - h_0)\} u_0 - (\sin \theta_0 / A_{123}) s_{23} \quad (A.25)$$

$$g_{Q2} = -\{(A_{431}/A_{123})/(h_4 - h_0)\} u_0 - (\sin \theta_0 / A_{123}) s_{31} \quad (A.26)$$

$$g_{Q3} = -\{(A_{412}/A_{123})/(h_4 - h_0)\} u_0 - (\sin \theta_0 / A_{123}) s_{12} \quad (A.27)$$

$$g_{Q4} = \{1/(h_4 - h_0)\} u_0 \quad (A.28)$$

$$g_{T1} = (A_{423}/A_{123})\{h_0/(h_4 - h_0)\} + A_{c23}/A_{123} \quad (A.29)$$

$$g_{T2} = (A_{431}/A_{123})\{h_0/(h_4 - h_0)\} + A_{c31}/A_{123} \quad (A.30)$$

$$g_{T3} = (A_{412}/A_{123})\{h_0/(h_4 - h_0)\} + A_{c12}/A_{123} \quad (A.31)$$

$$g_{T4} = -h_0/(h_4 - h_0) \quad (A.32)$$

以上の関係式を用いれば、(A.12)式及び(A.13)式の $i = 1, 2, 3, 4$ に対して、 $\delta Z_i = -\delta s_0$ とおくことにより、すべての測定レンジに現れる同一のレンジ誤差 δs_0 に対して、位置誤差 δr 及び計算されるレンジ偏位誤差 δq が、

$$\begin{aligned} \delta r &= \delta s_0 \{[(A_{423} + A_{431} + A_{412})/A_{123}] - 1\} / (h_4 - h_0) u_0 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (A.33)$$

$$\begin{aligned} \delta q &= \delta s_0 \{1 - (A_{423} + A_{431} + A_{412})/A_{123}\} \{h_0/(h_4 - h_0)\} \\ &\quad - \delta s_0 (A_{c23} + A_{c31} + A_{c12})/A_{123} \\ &= -\delta s_0 \end{aligned} \quad (A.34)$$

となる。従って、非同期型測位方式では、クロックオフセットによってすべての測定レンジに生じる同一のレンジ誤差 δs_0 は位置誤差にいったい影響を与えず、レンジ偏位として算出されることがわかる。

(4) 2次元同期型測位の誤差係数

高度データを使用する場合は、3次元同期型測位における単位ベクトル m_3 を m_x に置き換えることができる。しかし、鉛直下方向のベクトルでは幾何学的配置のイメージを捉えにくいため、(A.3)式に従って、 m_x の代わりに m_y を用いる方がよい。このとき、(A.16)～(A.18)式は以下の式に書き換えられる。

$$g_{R1} = \{A_{c2y}/(A_{12y} \cos \theta_0)\} u_0 - (\sin \theta_0 / A_{12y}) s_{2y} \quad (A.35)$$

$$g_{R2} = \{A_{c1y}/(A_{12y} \cos \theta_0)\} u_0 - (\sin \theta_0 / A_{12y}) s_{y1} \quad (A.36)$$

$$g_{R3} = \{A_{c12}/(A_{12y} \cos \theta_0)\} u_0 - (\sin \theta_0 / A_{12y}) s_{12} \quad (A.37)$$

以上の関係式から、高度データ誤差はそのまま鉛直方向の測位誤差となることが示され

る。いま、高度データ誤差のみを考慮し、 $\delta Z_1=0$ 、 $\delta Z_2=0$ 、 $\delta Z_3=\delta r_{xm}$ とすれば、

$$\delta \mathbf{r} = \mathbf{g}_{R3} \delta r_{xm} \quad (\text{A.38})$$

である。従って、(A.4)式及び(A.5)式より

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{12} &= \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 \\ &= \mathbf{u}_0 \times (\mathbf{r}_1 / |\mathbf{r}_1| - \mathbf{r}_2 / |\mathbf{r}_2|) \\ &= \mathbf{u}_0 \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) / \sin \theta_0 \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

に注目すれば、測位誤差の鉛直上方成分 δr_x は(A.4)式及び(A.37)式を用いることにより、

$$\begin{aligned} \delta r_x &= -\mathbf{m}_x \cdot \delta \mathbf{r} \\ &= (\mathbf{m}_y \cdot \mathbf{g}_{R3}) \delta r_{xm} \\ &= \{[A_{c12}/(A_{12y} \cos \theta_0)] \mathbf{u}_0 - \{\mathbf{u}_0 \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)/A_{12y}\} \cdot (\mathbf{r}_y + h_0 \mathbf{u}_0)\} \delta r_{xm} \\ &= [A_{c12}/A_{12y} - \{\mathbf{u}_0 \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\} \cdot \mathbf{r}_y / A_{12y}] \delta r_{xm} \\ &= \{(A_{c12} + A_{c2y} + A_{cy1})/A_{12y}\} \delta r_{xm} \\ &= \delta r_{xm} \quad (A_{c2y} + A_{cy1} + A_{c12} = A_{12y}) \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

が導かれる。従って、高度データ誤差はそのまま鉛直方向誤差に現れることがわかる。

また、レンジ偏位誤差 δq による位置誤差ベクトル $\delta \mathbf{r}$ は、 $\delta Z_1 = \delta q$ 、 $\delta Z_2 = \delta q$ 及び $\delta Z_3 = 0$ と置き、 $\mathbf{s}_{2y} + \mathbf{s}_{y1} + \mathbf{s}_{12} = \mathbf{0}$ なる関係と(A.38)式を適用することにより、

$$\delta \mathbf{r} = \{[(1 - A_{c12}/A_{12y})/\cos \theta_0]\} \mathbf{u}_0 + (1/A_{12y})\{\mathbf{u}_0 \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\} \delta q \quad (\text{A.40})$$

が得られる。ただし、 \mathbf{r}_1 と \mathbf{r}_2 の成す角度を ϕ_{12} とすれば、典型的な衛星配置の場合、

$$A_{12y} = \sin^2 \theta_0 \sin(\phi_{12}/2)\{1 + \cos(\phi_{12}/2)\} \quad (\text{A.41})$$

である。このように、 δq による測位誤差は $\theta_0 \rightarrow 0$ 、 $\phi_{12} \rightarrow 0$ のとき発散する。

(5) 2次元非同期型測位の誤差係数

(A.1)式～(A.8)式を用いれば、(2.56)式の各要素は以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_x \cdot (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31}) &= (\mathbf{r}_x + h_x \mathbf{u}_0) \cdot \{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1)\} \\ &= A_{123} h_y \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

$$\begin{aligned}
m_x \times n_{ij} &= (r_x + h_x u_0) \times (r_i - r_j) \\
&= (-r_i \times r_j - r_y \times r_i - r_j \times r_y + r_i \times r_j) - h_y u_0 \times (r_i - r_j) \\
&= (A_{cij} - A_{yij}) u_0 - h_y \sin \theta_0 s_{ij} \quad (i=1,2,3)
\end{aligned} \tag{A.43}$$

$$\begin{aligned}
V_{xij} &= -h_0 u_0 \cdot (r_i \times r_j + r_j \times r_y + r_y \times r_i) - (h_y - h_0) u_0 \cdot (r_i \times r_j) \\
&= -(A_{yij} - A_{cij}) h_0 - A_{cij} h_y \quad (i=1,2,3)
\end{aligned} \tag{A.44}$$

従って、(A.12)式の各要素は次式で表される。

$$g_{Q1} = \{(A_{c23} - A_{y23})/A_{123}/h_y\} u_0 - (\sin \theta_0 / A_{123}) s_{23} \tag{A.45}$$

$$g_{Q2} = \{(A_{c31} - A_{y31})/A_{123}/h_y\} u_0 - (\sin \theta_0 / A_{123}) s_{31} \tag{A.46}$$

$$g_{Q3} = \{(A_{c12} - A_{y12})/A_{123}/h_y\} u_0 - (\sin \theta_0 / A_{123}) s_{12} \tag{A.47}$$

$$g_{Q4} = -(1/h_y) u_0 \tag{A.48}$$

$$g_{T1} = \{(A_{y23} - A_{c23})/A_{123}\}(h_0/h_y) + A_{c23}/A_{123} \tag{A.49}$$

$$g_{T2} = \{(A_{y31} - A_{c31})/A_{123}\}(h_0/h_y) + A_{c31}/A_{123} \tag{A.50}$$

$$g_{T3} = \{(A_{y12} - A_{c12})/A_{123}\}(h_0/h_y) + A_{c12}/A_{123} \tag{A.51}$$

$$g_{T4} = h_0/h_y \tag{A.52}$$

参考に、 $i=1,2,3$ に対して、 $\delta Z_i = -\delta s_0$ 、 $\delta Z_4 = 0$ （高度誤差）と置き、クロックバイアスに対する測位誤差を求めれば、上記の関係式により容易に

$$\delta r = 0 \tag{A.53}$$

$$\delta q = -\delta s_0 \tag{A.54}$$

が求められる。

また、高度データ誤差 δr_{xm} に対する鉛直方向の測位誤差についても、2次元実レンジ型測位の場合と同様に、

$$\delta r_x = -(g_{Q4} \cdot m_y) \delta r_{xm} = \delta r_{xm} \tag{A.55}$$

が導かれる。

《付録B：静止衛星利用測位システムの測位精度》

衛星・移動局間の双方向通信により衛星・移動局間の実レンジが測定可能な場合、衛星2基を用いて2次元の、衛星3基を用いて3次元の実レンジ型測位が可能である。従って、静止軌道に配置された2、3基の通信衛星を利用して、連続測位の可能な地域型測位システムを構築することができる。もちろん、衛星及び地上局の配置域を拡張すれば、グローバルな測位システムにまで発展させることができる。

ここで注目すべきことは、静止衛星のみを測距基準点とする場合、3次元測位精度は著しく低下することである。これはすべての測距基準点の単位ベクトル m_i がほぼ同一平面上に位置するからである。しかし、高度データを活用できるならば、移動局の位置が赤道近辺（北緯数度から南緯数度の範囲）でない限り、この問題は緩和される。以下では、静止衛星を用いた際の測位劣化指数の傾向を解析的な関係式で示そう。

(1) 静止衛星利用3次元同期型測位の測位劣化指数

いま、 i 番目の衛星と移動局を結ぶ方向の単位ベクトルを m_i 、レンジ測定誤差を δZ_i 、レンジ偏位測定誤差を δq_m とすれば、3次元同期型の位置誤差 δr は

$$\delta r = \frac{1}{V_R} \begin{bmatrix} (m_2 \times m_3)^T \\ (m_3 \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ \delta Z_3 \end{bmatrix} + \frac{(m_1 - m_2) \times (m_3 - m_1)}{V_R} \delta q_m \quad (B.1)$$

$$V_R = m_1 \cdot (m_2 \times m_3) \quad (B.2)$$

で表される。ただし、地球中心を原点とした衛星及び移動局の位置ベクトルを L_i 及び r 、衛星・移動局間レンジを p_i ($= |L_i - r|$) とすれば、

$$m_i = (L_i - r) / p_i \quad (B.3)$$

で表されるから、

$$V_R = \{L_1 \cdot (L_2 \times L_3) - r \cdot (L_2 \times L_3 + L_3 \times L_1 + L_1 \times L_2)\} / p_1 p_2 p_3 \quad (B.4)$$

となる。さらに、衛星が静止軌道に配置される場合を考えると、すべての p_i はほぼ等しく p とみなせるから、 $|r| = r_c$ 、 $|L_i| = r_s$ 、移動局の緯度を ψ 、衛星の静止経度を ϕ_i とすれば、

$$V_R \equiv -(r_e r_s^2 / p^3) \sin \psi (\sin \phi_{12} + \sin \phi_{23} + \sin \phi_{31}) \quad (\text{B.5})$$

$$\phi_{ij} = \phi_i - \phi_j \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (\text{B.6})$$

なる関係式が導かれる。また、単位ベクトル m_i を移動局位置での鉛直上方向、東西方向及び北南方向を 3 軸とする局地水平座標系で表せば、

$$m_1 \times m_2 = \frac{r_s^2}{p_1 p_2} \begin{bmatrix} -\sin \psi \sin \phi_{12} \\ 0 \\ \cos \psi \sin \phi_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

$$m_2 \times m_3 = \frac{r_s^2}{p_2 p_3} \begin{bmatrix} -\sin \psi \sin \phi_{23} \\ 0 \\ \cos \psi \sin \phi_{23} \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

$$m_3 \times m_1 = \frac{r_s^2}{p_3 p_1} \begin{bmatrix} -\sin \psi \sin \phi_{31} \\ 0 \\ \cos \psi \sin \phi_{31} \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

となる。従って、(B.5)～(B.9)式を(B.1)式に代入すれば、3 静止衛星利用の 3 次元同期型測位に対する $PDOP$ は、近似的に

$$PDOP \equiv \left(\frac{p}{r_e \sin \psi} \right) \left[\frac{\sin^2 \phi_{12} + \sin^2 \phi_{23} + \sin^2 \phi_{31}}{(\sin \phi_{12} + \sin \phi_{23} + \sin \phi_{31})^2} + \mu^2 \right]^{1/2} \quad (\text{B.10})$$

によって表される。ただし、 μ はレンジ偏位測定誤差 δq_m の誤差比例係数であり、レンジ測定誤差 δZ_i の標準偏差を σ_0 、 δq_m の標準偏差を σ_c としたとき、 $\mu = \sigma_c / \sigma_0$ である。

一例として、静止衛星が 30 度間隔で配置され、移動局ユーザの経度が中央の衛星の経度と一致するものとして $PDOP$ を概算すれば、

$$PDOP = 6.1(8.3^2 + \mu^2)^{1/2} / \sin \psi \quad (\text{B.11})$$

となり、 $\mu = 0$ としても、 $PDOP \approx 51 / \sin \psi$ となる。

以上の解析より、同期型測位の場合でも静止衛星を適用した 3 次元測位では、良好な測位精度は得られないことがわかる。

(2) 静止衛星利用 3 次元非同期型測位の測位劣化指数

非同期型測位では、位置誤差 δr 及びレンジ偏位誤差 δq は次式で表される。

$$\delta \mathbf{r} = \frac{1}{V_Q} \begin{bmatrix} (\mathbf{n}_{24} \times \mathbf{n}_{34})^T \\ (\mathbf{n}_{34} \times \mathbf{n}_{14})^T \\ (\mathbf{n}_{14} \times \mathbf{n}_{24})^T \\ (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31})^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ \delta Z_3 \\ \delta Z_4 \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

$$\delta q = (-V_{423} \delta Z_1 - V_{431} \delta Z_2 - V_{412} \delta Z_3 + V_{123} \delta Z_4) / V_Q \quad (\text{B.13})$$

ただし、

$$\mathbf{n}_{ij} = \mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j \quad (\mathbf{i}, \mathbf{j}=1,2,3,4) \quad (\text{B.14})$$

$$V_Q = \mathbf{n}_{14} \cdot (\mathbf{n}_{24} \times \mathbf{n}_{34}) = V_{123} - V_{423} - V_{431} - V_{412} \quad (\text{B.15})$$

$$V_{ijk} = \mathbf{m}_i \cdot (\mathbf{m}_j \times \mathbf{m}_k) \quad (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}=1,2,3,4) \quad (\text{B.16})$$

なる関係式で表され、一般に解析解が得られる。しかし、(B.15)式に(B.3)式を代入すれば、

$$\begin{aligned} V_Q &= \mathbf{m}_1 \cdot (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3) - \mathbf{m}_4 \cdot (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3 + \mathbf{m}_3 \times \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2) \\ &\equiv \{L_1 \cdot (L_2 \times L_3) - L_4 \cdot (L_2 \times L_3 + L_3 \times L_1 + L_1 \times L_2)\} / p^3 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

なる関係式が導かれ、4衛星とも静止軌道にある場合、 L_i はすべて同一平面内にあるため、上式右辺の{ }内は明らかに零となる。従って、

$$V_Q \equiv 0 \quad (\text{B.18})$$

となるため、(B.12)式及び(B.13)式は発散、即ち3次元非同期型測位の *PDOP* 及び *TDOP* は発散することがわかる。

(3) 静止衛星利用2次元非同期型測位の測位劣化指数

移動局の高度データが既知である場合、2次元非同期型測位が可能である。高度データ測定誤差を δh_m とすれば、位置誤差ベクトル $\delta \mathbf{r}$ 及びレンジ偏位誤差 δq は、

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{r} \\ \delta q \end{bmatrix} = \frac{1}{V_Q} \begin{bmatrix} (\mathbf{m}_x \times \mathbf{n}_{23})^T & -V_{x23} \\ (\mathbf{m}_x \times \mathbf{n}_{31})^T & -V_{x31} \\ (\mathbf{m}_x \times \mathbf{n}_{12})^T & -V_{x12} \\ (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31})^T & V_{123} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ \delta Z_3 \\ -\delta h_m \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

$$\begin{aligned} V_Q &= \mathbf{m}_x \cdot (\mathbf{n}_{12} \times \mathbf{n}_{31}) \\ &= -V_{x23} - V_{x31} - V_{x12} \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

で表される。ただし、 m_x は移動局と地球中心を結ぶ単位ベクトルであり、

$$m_x = -r/r_e \quad (\text{B.21})$$

と定義する。

ここで、(B.20)式に対して(B.3)式を代入して、静止衛星の条件を適用すれば、

$$\begin{aligned} V_Q &= r \cdot \{p_1(L_2 \times L_3) + p_2(L_3 \times L_1) + p_3(L_1 \times L_2)\} / r_e p_1 p_2 p_3 \\ &= (r_s^2 / p_1 p_2 p_3) \sin \psi (p_1 \sin \phi_{23} + p_2 \sin \phi_{31} + p_3 \sin \phi_{12}) \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

である。また、移動局経度を ϕ_0 とし、(B.6)式に従い、 $\phi_{i0} = \phi_i - \phi_0$ とすれば、

$$m_x \times n_{23} = \frac{r_s}{p_2 p_3} \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \psi (p_2 \cos \phi_{30} - p_3 \cos \phi_{20}) \\ p_2 \sin \phi_{30} - p_3 \sin \phi_{20} \end{bmatrix} \quad (\text{B.23})$$

$$m_x \times n_{31} = \frac{r_s}{p_3 p_1} \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \psi (p_3 \cos \phi_{10} - p_1 \cos \phi_{30}) \\ p_3 \sin \phi_{10} - p_1 \sin \phi_{30} \end{bmatrix} \quad (\text{B.24})$$

$$m_x \times n_{12} = \frac{r_s}{p_1 p_2} \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \psi (p_1 \cos \phi_{20} - p_2 \cos \phi_{10}) \\ p_1 \sin \phi_{20} - p_2 \sin \phi_{10} \end{bmatrix} \quad (\text{B.25})$$

$$n_{12} \times n_{31} = -V_Q \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \tan \psi \end{bmatrix} \quad (\text{B.26})$$

となる。

ここで、高度データ測定誤差 δh_m の誤差比例係数（レンジ測定誤差に対する標準偏差との比率）を λ 、 $p_0 = (r_s^2 + r_e^2 - 2r_s r_e \cos \psi)^{1/2}$ 、左右端の静止衛星の経度差を ϕ とする。さらに、見通しのよい関係式を得るために、3衛星が等間隔で配置され、かつ移動局経度と中央の衛星の静止経度が一致するものとして $\phi = \phi_{12} = 2\phi_{10} = 2\phi_{02}$ 、 $\phi_{30} = 0$ とすれば、 $p_0 = p_3$ 、 $p_1 = p_2$ （ $= p$ ）なる関係が成立するから、2次元非同期型測位に対して、

$$PDOP \cong \left[\frac{(p/r_s)^2}{2\sin^2(\phi/2)} + \frac{3(p/r_s)^2}{2\Omega^2\sin^2\psi} + \frac{\lambda^2}{\sin^2\psi} \right]^{1/2} \quad (B.27)$$

$$\begin{aligned} \Omega &= 1 - (p_0/p)\cos(\phi/2) \\ &\cong 1 - [1 - (r_e/r_s)\cos\psi\{1 - \cos(\phi/2)\}]\cos(\phi/2) \end{aligned} \quad (B.28)$$

なる近似式が成立する。

また、レンジ偏位に関する測位劣化指数 $TDOP$ は近似的に

$$TDOP \cong \left[\frac{1 + 2\cos^2(\phi/2)}{2\Omega^2} + \left(\frac{r_e}{p} \right)^2 \lambda^2 \right]^{1/2} \quad (B.29)$$

となる。

参考に、上記2式の ϕ を90度として、2次元非同期型測位精度の概算式を求めると、

$$PDOP = \{0.83 + (12.4 + \lambda^2)\}^{1/2} / \sin\psi \quad (B.30)$$

$$TDOP = \{9.9 + (0.16\lambda)^2\}^{1/2} \quad (B.31)$$

となり、移動局が赤道に接近するに従い測位誤差が増大することがわかる。また、衛星静止経度差が減少する場合も測位誤差が増大し、 $\phi = 60$ 度のとき、 $PDOP$ は $\psi = 35$ 度で10を越える程度になる。いずれにせよ、3次元測位に比較して $PDOP$ は大幅に改善される。

(4) 静止衛星利用2次元同期型測位の測位劣化指数

高度データに加えて、レンジ偏位測定データが利用できる場合、2次元同期型測位が可能であり、最少衛星数2基の測位が可能となる。

2次元同期型測位は移動局の位置に衛星があることと同じ意味である。従って、この誤差関係式は、(B.19)式及び(B.20)式において、 $m_3 = 0$ 、 $\delta Z_3 = -\delta q_m$ と置くことによって得られ、

$$\delta \mathbf{r} = \frac{1}{V_R} \begin{bmatrix} (m_2 \times m_x)^T \\ (m_x \times m_1)^T \\ (m_1 \times m_2)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta Z_1 \\ \delta Z_2 \\ -\delta h_m \end{bmatrix} + \frac{m_x \times (m_1 - m_2)}{V_R} \delta q_m \quad (B.32)$$

$$V_R = m_x \cdot (m_1 \times m_2) \quad (B.33)$$

となる。従って、静止衛星が適用される場合は、

$$V_R \cong r \cdot (L_1 \times L_2) / r_c p_1 p_2$$

$$=(r_s^2/p_1 p_2)\sin\psi\sin\phi_{12} \quad (\text{B.34})$$

となる。また、前記の2次元非同期型測位の場合と同様に、移動局経度を ϕ_0 とすれば、

$$\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_x = \frac{r_s}{p_2} \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin\psi\cos\phi_{20} \\ -\sin\phi_{20} \end{bmatrix} \quad (\text{B.35})$$

$$\mathbf{m}_x \times \mathbf{m}_1 = \frac{r_s}{p_1} \begin{bmatrix} 0 \\ \sin\psi\cos\phi_{10} \\ \sin\phi_{10} \end{bmatrix} \quad (\text{B.36})$$

$$\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2 = \frac{r_s^2}{p_2 p_2} \begin{bmatrix} -\sin\psi\sin\phi_{12} \\ 0 \\ \cos\psi\sin\phi_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{B.37})$$

となる。従って、前記同様に、左右端にある静止衛星の経度差を ϕ 、ユーザの経度を衛星配置幅の中央の経度と一致するものとすれば、2次元同期型測位のPDOPは近似的に、

$$PDOP \cong \left[\frac{(p/r_s)^2}{2\sin^2(\phi/2)} + \frac{(1+2\mu^2)(p/r_s)^2}{2\cos^2(\phi/2)\sin^2\psi} + \frac{\lambda^2}{\sin^2\psi} \right]^{1/2} \quad (\text{B.38})$$

となる。さらに、 $\phi=30$ 度または 60 度として2次元同期型測位精度の概算式を示すと、

$$\begin{aligned} PDOP &\cong \{5.8 + (0.41 + 0.82\mu^2 + \lambda^2)/\sin^2\psi\}^{1/2} & (\phi=30\text{度}) \\ &\cong \{1.6 + (0.53 + 1.06\mu^2 + \lambda^2)/\sin^2\psi\}^{1/2} & (\phi=60\text{度}) \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

となる。参考に、静止衛星経度差 ϕ が 30 度の場合を見れば、 $\lambda=\mu=1$ 、 $\psi=35$ 度に対して、 $HDOP=3.5$ であり、概ね経度幅 ± 50 度、緯度 ± 65 度の広域で比較的良好なPDOPが得られることがわかる。

(5) 静止衛星利用測位システムの特性比較

以上の解析により、静止衛星を測距電波源とする測位システムでは、まず、3次元非同期型測位方式は測位誤差が発散し、静止衛星利用の測位方式として実現性のないことがわかった。また、3次元同期型測位方式では、3次元非同期型測位のようにPDOPの解析的な関係式が得られない程の大きな誤差にはならないが、極めて大まかに言えば、2次元非

同期型の測位方式よりも概ね r_s/r_e 倍の $PDOP$ が生じる。さらに、3次元同期型、2次元非同期型及び2次元同期型の3測位方式とも、 $PDOP$ は観測緯度の正弦値に反比例して増加することも明らかである。

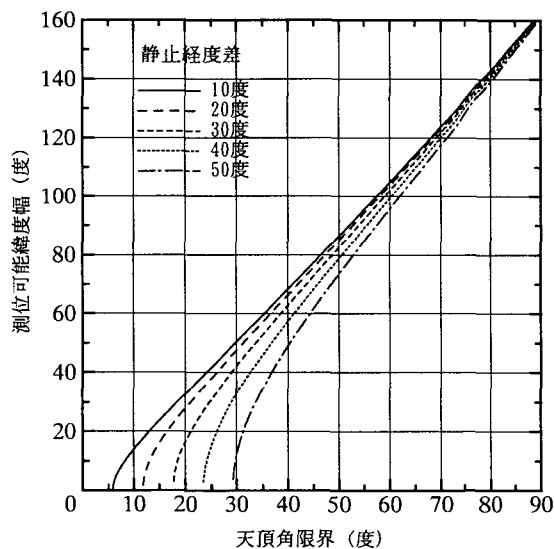
測位方式の特性の中で重要なものに測位可能域がある。静止衛星を測距電波源とする場合は、視野条件が変わらない限り、測位精度も測位域も変化しない。

いま、衛星が可視となる天頂角（仰角の予角）の下限値を θ_L とすれば、測位可能な領域の最大緯度幅 ψ_A 及び最大経度幅 ϕ_A は近似的に、

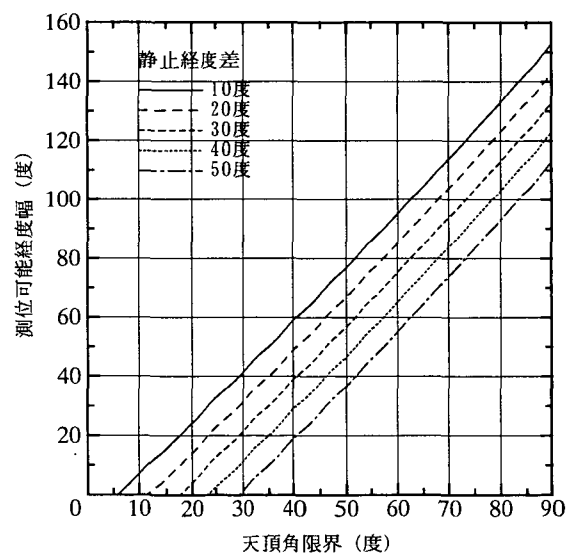
$$\psi_A = 2 \cos^{-1} \left[\cos(\theta_L - (r_e / r_s) \sin \theta_L) / \cos(\phi / 2) \right] \quad (\text{B.40})$$

$$\phi_A = 2\theta_L - \phi - 2(r_e / r_s) \sin \theta_L \quad (\text{B.41})$$

である。第 B.1 図及び第 B.2 図は、上記2式を図示したものであるが、静止経度差 ϕ が大きくなるに従い、測位域が狭められることがわかる。



第 B.1 図 測位可能最大緯度幅



第 B.2 図 測位可能最大経度幅

また、静止経度差は特に2次元非同期型測位方式において測位精度に強い影響を与える。これらの解析的な検討は本文第4章 4.6 項において行われている。これらを整理して、測位劣化指数 $PDOP$ 及び $TDOP$ を衛星の静止経度差 ϕ 、移動局緯度 ψ 、高度データ及び同期データの誤差比例係数 λ 及び μ の関数として表すと以下の如くなる。

● 3次元同期型測位：

$$PDOP = \left(\frac{1}{(r_e / p) \sin \psi} \right) \left[\frac{1 + 2 \cos^2(\phi / 2)}{2 \{1 - \cos(\phi / 2)\}^2} + \mu^2 \right]^{1/2} \quad (\text{B.42})$$

● 2次元非同期型測位：

$$PDOP \cong \left[\frac{(p/r_s)^2}{2\sin^2(\phi/2)} + \frac{3(p/r_s)^2}{2(2-p/r_s)^2\{1-\cos(\phi/2)\}^2\sin^2\psi} + \frac{\lambda^2}{\sin^2\psi} \right]^{1/2} \quad (B.43)$$

$$TDOP \cong \left[\frac{1+2\cos^2(\phi/2)}{2(2-p/r_s)^2\{1-\cos(\phi/2)\}^2} + \left(\frac{r_e}{p} \right)^2 \lambda^2 \right]^{1/2} \quad (B.44)$$

● 2次元同期型測位：

$$PDOP \cong \left[\frac{(p/r_s)^2}{2\sin^2(\phi/2)} + \frac{(1+2\mu^2)(p/r_s)^2}{2\cos^2(\phi/2)\sin^2\psi} + \frac{\lambda^2}{\sin^2\psi} \right]^{1/2} \quad (B.45)$$

ただし、3衛星を用いる3次元同期型測位及び2次元非同期型測位の場合、衛星は $\phi/2$ の等間隔で配置され、移動局は衛星配置の中央の経度に位置するものとする。また、 p は左右の静止衛星までのレンジ、 r_s 及び r_e は衛星軌道半径及び地球半径であり、

$$p/r_s = 1 - (r_e/r_s)\cos\psi\cos(\phi/2) \quad (B.46)$$

$$r_e/p = (r_e/r_s)(2 - p/r_s) \quad (B.47)$$

なる近似的な関係が成立している。

以上の関係式を見れば、3次元同期型及び2次元非同期型測位は静止経路差 ϕ の影響を強く受ける。2次元同期型測位では、 $\phi=20$ 度で比較的良好な $PDOP$ となるが、2次元非同期型測位では、 ϕ が70度以上でなければ2次元同期型と同程度の $PDOP$ にはならない。また、前述の如く、3次元同期型の測位誤差は係数 p/r_e によって増幅されるため、高精度測位には不向きである。従って、静止衛星利用測位システムは、その基本的な運用形態を2次元測位とすることが合理的である。

地球同期衛星等の赤道面から離れた測距基準点が適用できる場合は、3次元同期型/非同期型測位への機能向上が可能となる。しかし、3次元非同期型測位を行おうとすれば、可視衛星数が4基以上でなければならないから、限定域測位でも2～3基の衛星を追加配備しなければならない。このように、3次元非同期型測位を運用上の基本条件とすれば、2次元測位の場合に必要な衛星数の2倍程度の衛星を配備しなければならないことがわかる。

《付録C：ドップラー追尾型（NNSS）測位方式》

NNSS（Navy Navigation Satellite System）は米国が最初に実用化した衛星測位システムである。測位性能上の限界はあるものの、低高度を周回する衛星1基の送信電波を数分間にわたり連続受信することにより2次元測位が行える点で、原理的には極めて優れた測位システムである。また、衛星から送信された電波のドップラー周波数変移を観測して受信点の位置を算出することから、衛星・受信点間レンジを測定して位置を算出するGPS型測位とは全く異なった方式であるかの如き印象を受ける。測位方式をその原理から解釈すれば、移動する衛星1基を複数の測距電波源として時系列に使用するのではあるが、測距電波源間のレンジ差と高度情報を観測値として利用する点で2次元非同期型測位である。このような測位原理上の特殊性と共通性を考慮すれば、低高度を周回する通信衛星や地球観測衛星を利用して、NNSSを一步進めたドップラー追尾型測位システムの構築、GPSと併用して通信とGPS補完の機能を提供する測位通信複合システムの構築等の可能性が潜在しているように思われる。

以下では、NNSS測位方式はGPS測位方式と同等の非同期型測位方式であること、測距電波源の幾何学的配置は1衛星の軌道上に制限されていること、高度データを使用する2次元測位であること、レンジ差はドップラー効果による同一の測距電波の変移周波数を一定時間積算して時系列で測定すること、などの特徴を考慮して、ドップラー追尾型測位方式の測位誤差の定式化を行う。

第C.1図に示すように、時刻 t における衛星の位置ベクトル及び速度ベクトルをそれぞれ $L(t)$ 及び $\mathbf{v}_s(t)$ 、移動局の位置ベクトル及び速度ベクトルをそれぞれ $\mathbf{r}(t)$ 及び $\mathbf{v}_m(t)$ とすれば、衛星から送信された周波数 f_0 の測距電波はドップラー効果により移動局において周波数 f_1 で受信される。このとき、周波数変移量 Δf は、

$$\begin{aligned}\Delta f &= f_1 - f_0 \\ &= \left[\frac{1}{(1 + \mathbf{m} \cdot \mathbf{v}_s / c)(1 - \mathbf{m} \cdot \mathbf{v}_m / c)} - 1 \right] f_0 \\ &\equiv -(f_0 / c) \mathbf{m} \cdot (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_m)\end{aligned}\tag{C.1}$$

となる。ただし、 $\mathbf{m}(t)$ は観測点から衛星に向かう方向の単位ベクトルであり、衛星の位置ベクトルを $L(t)$ 、観測点・衛星間レンジを $p(t)$ ($=|L(t) - \mathbf{r}(t)|$) とすれば、

$$\mathbf{m} = (L - \mathbf{r}) / p\tag{C.2}$$

で定義される。しかるに、(C.1)式の $\mathbf{m} \cdot (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_m)$ はレンジ変化率に相当するから、周波

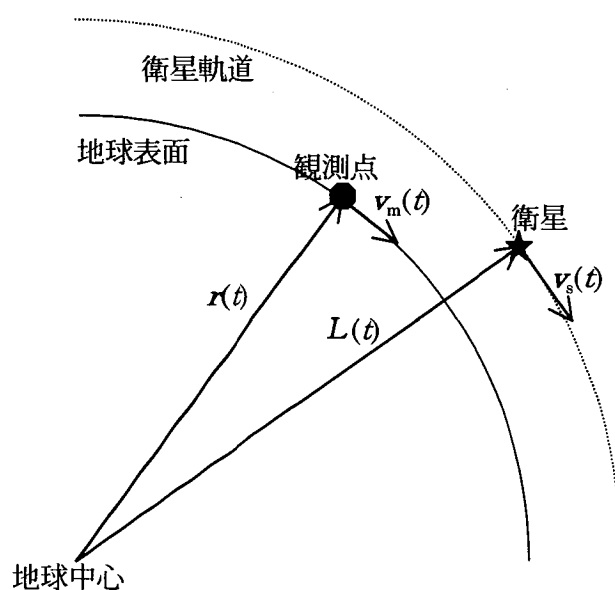
数変移量 Δf の時刻 t_i から t_{i+1} までの時間積分を ΔN_i とすれば、

$$\begin{aligned}\Delta N_{i+1} &= \int_{t_i}^{t_{i+1}} \Delta f dt = -\frac{f_0}{c} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{m} \cdot (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_m) dt \\ &= -\frac{f_0}{c} \{p(t_{i+1}) - p(t_i)\} = -\frac{f_0}{c} \Delta p(t_{i+1})\end{aligned}\quad (\text{C.3})$$

なる関係が得られる。従って、時刻 t_i から時刻 t_{i+1} の間に生じるレンジ差 $\Delta p(t_i)$ は、

$$\Delta p(t_{i+1}) = -(c / f_0) \Delta N_{i+1} \quad (\text{C.4})$$

なる関係式で表され、観測点が地球表面に対して移動しなければ、変移周波数の時刻 t_i から時刻 t_{i+1} までの積算値はその時間に発生したレンジ変動値に比例する。



第 C.1 図 観測点・衛星の幾何学的定義

ここで、(C.4)式によって求められるレンジ差 Δp は地球固定座標系で観測されるレンジ差と同等であることを確認しておこう。いま、衛星も観測点も地球固定座標系から見て運動していない、例えば静止衛星と地上固定局のような位置関係にあるとすれば、衛星及び地上局は地球自転角速度 ω_e によって慣性空間に対して $\mathbf{v}_s = \omega_e \times \mathbf{L}$ 及び $\mathbf{v}_m = \omega_e \times \mathbf{r}$ なる速度を持つ。このとき、衛星・地上局間レンジ p の時間変化率は、

$$dp/dt = \mathbf{m} \cdot (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_m)$$

$$= m \cdot \{(\omega_e \times (L - r))\} \quad (C.5)$$

となるが、(C.2)式より $(L - r)$ は m に平行であるから $dp/dt=0$ である。即ち、慣性空間に対して回転する座標系に固定された2点間では、ドップラー周波数変移は生じない。従って、(C.4)式によって測定されたレンジ差は、地球固定座標系から観測した場合に、時刻 t_i から時刻 t_{i+1} の間に増加するレンジ増加量であることが示された。

つぎに、時刻 t_i における衛星の位置ベクトル $L(t_i)$ が既知で、観測点の暫定的な位置ベクトルを r_0 とする。そして、(C.4)式に従って $\Delta p(t_{i+k})$ が $k=1,2,3$ に対して観測されたものとして、

$$p(t_i) = |L(t_i) - r_0| \quad (C.6)$$

$$p(t_{i+k}) = p(t_{i+k-1}) + \Delta p(t_{i+k}) \quad (k=1,2,3) \quad (C.7)$$

なる4時点の衛星・観測点間レンジ $p(t_{i+k})$ を求める。(C.6)式には r_0 の設定誤差に起因するレンジ偏位 δq が存在するが、これは(C.7)式によりすべてのレンジに等しく加わる。従って、3次元非同期型測位アルゴリズムが適用できるから、位置ベクトル偏差 $\delta r(t_i)$ (観測点位置ベクトル r_0 と実際の観測点位置ベクトル $r(t_i)$ との差)は、

$$\delta r(t_i) = \frac{1}{n_{41} \cdot (n_{12} \times n_{31})} \begin{bmatrix} (n_{24} \times n_{34})^T \\ (n_{34} \times n_{14})^T \\ (n_{14} \times n_{24})^T \\ (n_{12} \times n_{31})^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ p(t_{i+1}) - |L(t_{i+1}) - r_0| \\ p(t_{i+2}) - |L(t_{i+2}) - r_0| \\ p(t_{i+3}) - |L(t_{i+3}) - r_0| \end{bmatrix} \quad (C.8)$$

$$n_{kl} = m_k(t_i) - m_l(t_i) \quad (k,l=1,2,3,4) \quad (C.9)$$

により得られる。

しかし、衛星1基の観測点から見た軌跡は、通常、ほぼ直線上にあり、非同期型測位で必要とされる測距基準点の広がりが見られない。即ち、(C.9)式の $n_{41} \cdot (n_{12} \times n_{31})$ が小さな値となる。従って、観測点の地球中心からの距離 $p_x(t_i)$ が既知であるとして、

$$\delta r(t_i) = \frac{1}{m_x \cdot (n_{12} \times n_{31})} \begin{bmatrix} (m_x \times n_{23})^T \\ (m_x \times n_{31})^T \\ (m_x \times n_{12})^T \\ (n_{12} \times n_{31})^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ p(t_{i+1}) - |L(t_{i+1}) - r_0| \\ p(t_{i+2}) - |L(t_{i+2}) - r_0| \\ p_x(t_i) - |r_0| \end{bmatrix} \quad (C.10)$$

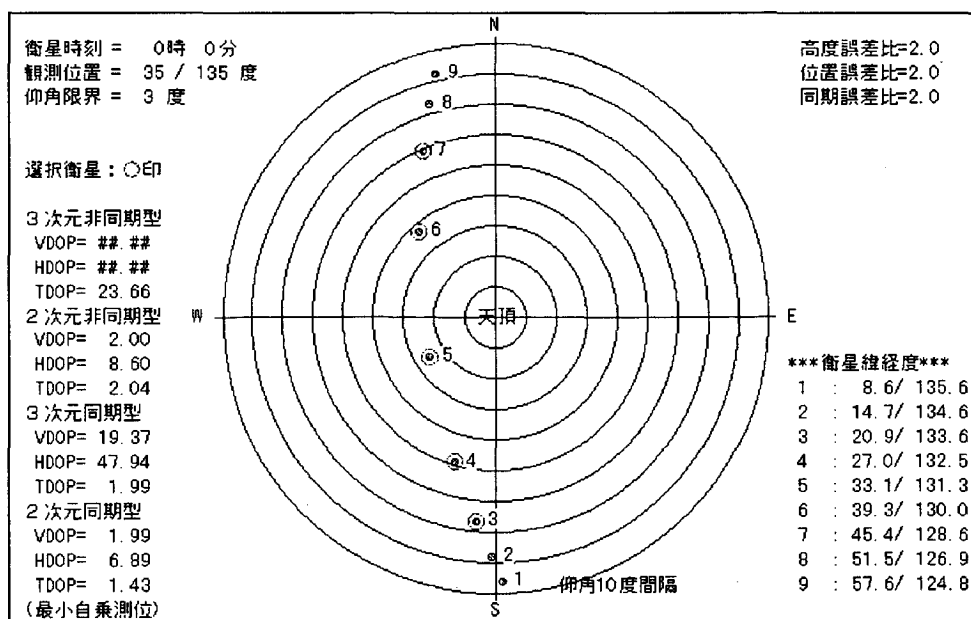
$$m_x = -r_0 / |r_0|$$

より求めることにより、良好な測位精度が得られる。

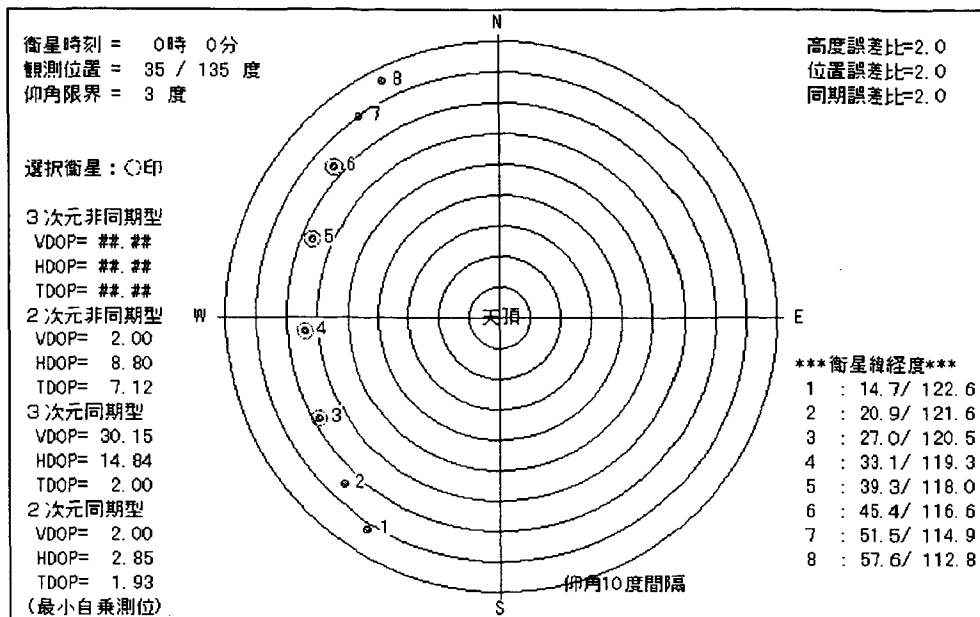
以上の解析より、ドップラー追尾型測位方式では、原則として観測点は移動しないこと、高度情報を利用する2次元測位であること、連続する変移周波数積算値が少なくとも2つ観測される必要があること、等の条件が明らかになった。観測点の移動による測位誤差は移動量が測定可能であれば勿論補正可能である。また、この測位方式の精度解析は付録Bと類似した方法で可能であることも予想される。

第 C.2 図～第 C.4 図はドップラー追尾型測位の測位劣化指数を解析したものである。幾何学的な効果のみに注目すれば、ドップラー追尾型測位精度は、①衛星通過軌跡が低仰角にある方が良い、②周波数変移量の測定時間は長い方が良い、等の解析的に予想される傾向が明確に現れている。

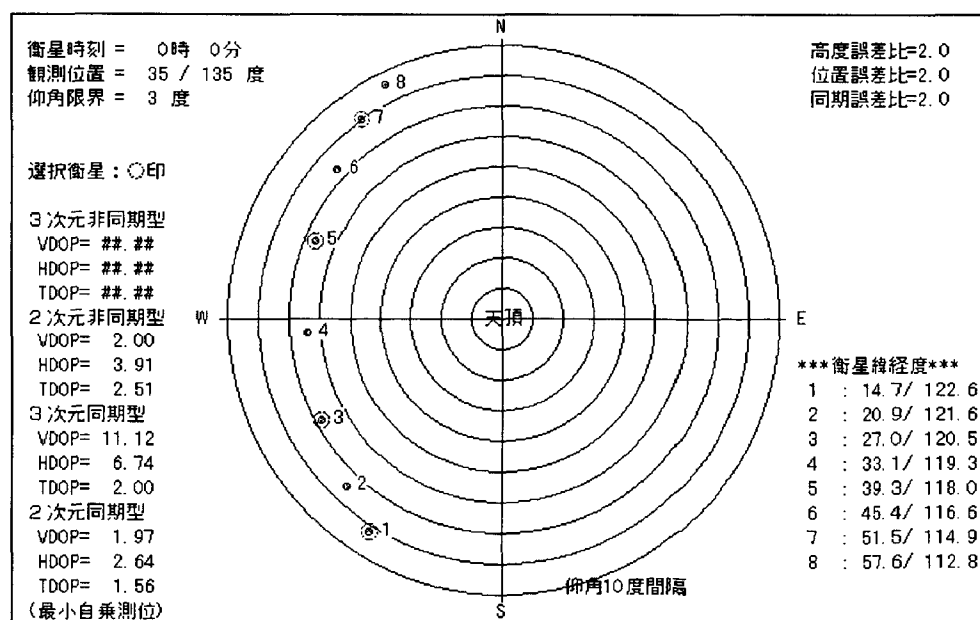
まず、第 C.2 図は衛星が高仰角（約 65 度）で通過する場合で、水平面内測位精度が悪い。通過経路が天頂に近づくに従い、水平面内測位精度がさらに悪くなる。第 C.3 図は通過経路の仰角が約 25 度の場合であり、2次元同期型測位の水平面内測位精度が向上している。しかし、2次元非同期型の水平面内測位精度は向上していない。これはデータ取得の方位幅が狭くなっているからである。第 C.4 図は第 C.3 図と同じ軌道で、データ取得時間幅をさらに増加させた場合であり、水平面内測位精度が極めて良好となっている。しかし、非同期型であれ同期型であれ、3次元測位では良好な測位精度が得られないことは、上記の3ケースに共通している。これは測距基準点がほぼ直線に並ぶ場合、付録Bで解析した同じ理由で3次元測位精度が悪くなるためである。



第 C.2 図 衛星通過軌跡とNNS S測位精度の関係（高仰角軌跡）



第 C.3 図 衛星通過軌跡とNNS S測位精度の関係（低仰角軌跡）



第 C.4 図 データ取得時間（方位幅）とNNS S測位精度の関係

《付録D：クロックオフセット及びドリフト率の推定に関する補足説明》

第4章の(4.35)式によれば、移動局の位置が既知で、測位開始から ΔT 経過した時点での測位誤差 $\delta \mathbf{r}(\Delta T)$ が求められる場合、クロックオフセット δt_{c0} 、そのドリフト率 $\delta \varepsilon_c$ は、

$$\delta \mathbf{r}(\Delta T) = -\{c(\delta t_{c0} + \delta \varepsilon_c \Delta T) / \cos \theta_0\} \mathbf{u}_0 \quad (\text{D.1})$$

で表される。ただし、 θ_0 は第2章の第2.5図で定義される3衛星配置の広がり角である。従って、 $\delta \mathbf{r}$ を時系列に複数回観測すれば、 δt_{c0} 及び $\delta \varepsilon_c$ は最小自乗法により求められる。例えば、 ΔT を $(n-1)$ 等分した時間間隔毎に n 個の位置データ偏差 $\delta \mathbf{r}_k (= \delta \mathbf{r}(k\Delta t))$ を測定するものとすれば、 δt_{c0} 及び $\delta \varepsilon_c$ の推定誤差の標準偏差 σ_{c0} 及び σ_{c1} は、 n が大きくなるに従い、

$$\sigma_{c0} = (4/n)^{1/2} (\cos \theta_0 / c) \sigma_r \quad (\text{D.2})$$

$$\sigma_{c1} = (12/n)^{1/2} (\cos \theta_0 / c \Delta T) \sigma_r \quad (\text{D.3})$$

に近づく。ただし、 σ_r は $\delta \mathbf{r}_k$ の測定誤差の標準偏差である。

2次元測位の場合は、本文第4章の(4.36)式を参考にすれば、

$$\sigma_{c0} = (4/n)^{1/2} \{\sin \theta_v \cos(\phi_{12}/2) / c\} \sigma_r \quad (\text{D.4})$$

$$\sigma_{c1} = (12/n)^{1/2} \{\sin \theta_v \cos(\phi_{12}/2) / c \Delta T\} \sigma_r \quad (\text{D.5})$$

となる。

(D.2)～(D.5)式は、衛星配置及び統計的に不規則な測位誤差とクロック較正精度との関係を示すものであり、移動局（地上局でもよい）に一定の位置誤差がある場合は一定のクロックオフセット誤差が現れる。

次に、 δt_{c0} 及び $\delta \varepsilon_c$ を最小自乗法により推定するアルゴリズムを示す。(D.1)式によれば、時系列に測定される位置ベクトル誤差 $\delta \mathbf{r}_k$ は $k=0,1,\dots,n$ に対して、

$$\begin{aligned} (\mathbf{m}_i \cdot \delta \mathbf{r}_k) / c &= (\cos \theta_0 / c) |\delta \mathbf{r}_k| \\ &= -(\delta t_{c0} + k \Delta t \delta \varepsilon_c) \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

が得られる。従って、 $k=n$ のときの δt_{c0} 及び $\delta \varepsilon_c$ に関する最小自乗解 δt_{c0n} 及び $\delta \varepsilon_{cn}$ は、

$$\delta \mathbf{x}_n = \begin{bmatrix} \delta t_{c0n} \\ \delta \varepsilon_{cn} \end{bmatrix} = (H_n^T H_n)^{-1} H_n^T \delta \mathbf{Z}_n \quad (D.7)$$

$$H_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & \Delta t & 2\Delta t & \cdots & n\Delta t \end{bmatrix}^T \quad (D.8)$$

$$\delta \mathbf{Z}_n = (\delta z_0 \ \delta z_1 \ \delta z_2 \ \cdots \ \delta z_n)^T \quad (D.9)$$

より求められる。ただし、簡便のため、(D.6)式の左辺を δz_k 、これを要素とする n 次元ベクトルを $\delta \mathbf{Z}_n$ 、 $\delta \mathbf{r}_k$ のサンプリング時間間隔を等間隔として Δt とした。

$\delta \mathbf{r}_n$ の要素であるクロックオフセット及びドリフト率の推定誤差の標準偏差は(D.7)式より求められる。いま、 σ_c ($=(\sigma_r/c) \cos \theta_0$) を δz_i の標準偏差として、すべての観測において等しいとすれば、 $\delta \mathbf{x}_n$ の共分散行列 P_n は、

$$\begin{aligned} P_n &= (\delta \mathbf{x}_n \ \delta \mathbf{x}_n^T) = \sigma_c^2 (H_n^T H_n)^{-1} \\ &= \sigma_c^2 \begin{bmatrix} \frac{2(2n+1)}{n(n-1)} & -\frac{6}{n(n-1)\Delta t} \\ -\frac{6}{n(n-1)\Delta t} & \frac{12}{n(n^2-1)\Delta t^2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (D.10)$$

となる。よって、 δt_{c0} 及び $\delta \varepsilon_c$ の標準偏差は P_n の対角成分より求められ、 n が大きくなるに従い(D.2)式及び(D.3)式に近づく。

以上の最小自乗法では、時系列に保存された観測値をすべて使用し、一括処理する必要がある。推定状態を観察しながらイテラティブに処理するアルゴリズムを導くにはカルマンフィルタが便利である。いま、最新の推定値 $\delta \mathbf{x}_{n-1}$ を観測値 δz_n によって更新する場合を考える。この場合、最適な推定値 $\delta \mathbf{x}_n$ は

$$\delta \mathbf{x}_n = \delta \mathbf{x}_{n-1} + K_n (\delta z_n - H_{0n} \delta \mathbf{x}_{n-1}) \quad (D.11)$$

$$H_{0n} = (1 \quad n\Delta t) \quad (D.12)$$

より求められる。ただし、 $\delta z_n = (\mathbf{m}_i \cdot \delta \mathbf{r}_k) / c$ であり、測定された測位誤差 $\delta \mathbf{r}_k$ から計算されるクロックオフセット誤差に相当するものである。また、 K_n はカルマンゲインであり、 δz_n の標準偏差が σ_c ($=(\sigma_r/c) \cos \theta_0$) の場合は、

$$K_n = P_n H_{0n}^T (H_{0n} P_n H_{0n}^T + \sigma_c^2)^{-1} \quad (D.13)$$

$$P_n^{-1} = P_{n-1}^{-1} + \sigma_c^{-2} H_{0n} H_{0n}^T \quad (D.14)$$

となる。そこで、 $P_0^{-1} = 0$ とすれば、

$$P_n^{-1} = \sigma_c^{-2} \sum_{k=1}^n H_{0k} H_{0k}^T \quad (D.15)$$

となるから、

$$P_n = \sigma_c^2 \begin{bmatrix} \frac{2(2n+1)}{n(n-1)} & -\frac{6}{n(n-1)\Delta t} \\ -\frac{6}{n(n-1)\Delta t} & \frac{12}{n(n^2-1)\Delta t^2} \end{bmatrix} \quad (D.16)$$

が求められ、最小自乗法で求められる共分散行列(D.10)式と同じ共分散行列が得られる。

また、(D.16)式及び(D.12)式を(D.13)式に代入すれば、カルマンゲイン K_n は、

$$K_n = \left(1 + \frac{2(2n-1)}{n(n+1)} \right)^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{2}{n} \\ \frac{6}{n(n+1)\Delta t} \end{bmatrix} \quad (D.17)$$

となる。即ち、カルマンゲインは n と Δt のみによって定まり、観測データ誤差の標準偏差 σ_c に無関係であることがわかる。

以上の解析結果を参考にすれば、クロックオフセットの推定誤差は概ねサンプル数の平方根に反比例して減少し、そのドリフト率の推定誤差は、サンプリング間隔を一定にすれば、概ね観測時間 $n \Delta t$ の $3/2$ 乗に反比例して減少することがわかる。(D.3)式を参考にすれば、クロックオフセットドリフト率の推定誤差 $\delta \varepsilon_c$ と観測時間 ΔT の関係式は

$$\Delta T = n \Delta t = (12 \Delta t)^{1/3} \left(\frac{\sigma_r \cos \theta_0}{c \delta \varepsilon_c} \right)^{2/3} \quad (D.18)$$

である。従って、 1×10^{-11} の精度でドリフト率を推定するためには、 $\sigma_r = 3 \text{ m}$ 、 $\Delta t = 10$ 秒、 $\theta_0 = 45$ 度とすれば、 $\Delta T = 391$ 秒となる。

クロックオフセット δt_{c0n} 及びドリフト率 $\delta \varepsilon_{cn}$ のイテラティブな推定式は(D.11)式に(D.17)式を代入することによって得られ、

$$\delta t_{c0n} = \delta t_{c0n-1} - \frac{2(n+1)}{n^2 + 5n - 2} (\delta z_n - \delta \bar{t}_{cn}) \quad (D.19)$$

$$\delta \varepsilon_{cn} = \delta \varepsilon_{cn-1} + \frac{6/\Delta t}{n^2 + 5n - 2} (\delta z_n - \delta \bar{t}_{cn}) \quad (D.20)$$

となる。ただし、 $\delta \bar{t}_{c_n}$ は前回の推定値より算出され、

$$\delta \bar{t}_{c_n} = \delta t_{c_{n-1}} + n \Delta t \delta \varepsilon_{c_{n-1}} \quad (\text{D.21})$$

である。また、更新から $n \Delta t$ 経過後の δt_{c_n} は、

$$\delta t_{c_n} = \delta t_{c_{n-1}} + \frac{2(2n-1)}{n^2 + 5n - 2} (\delta z_n - \delta \bar{t}_{c_n}) \quad (\text{D.22})$$

となる。

《付録E：移動体メッセージ通信 / 同期支援に必要な通信回線の成立性》

移動体端末の測距電波源に対するクロックオフセットの測定は、本研究の対象である同期型測位及び同期型通信を具現するための中心的な技術課題である。

測距電波源である衛星（以下、衛星と呼ぶ）が移動体端末（以下、移動局と呼ぶ）或いはクロック同期測定を支援する地上無線局（以下、地上局と呼ぶ）の送信する測距電波を中継する手段を有しており、移動局が衛星測距電波の受信タイミングを測定し、地上局が衛星及び移動局の送信する測距電波の受信タイミングを測定することが可能であれば、衛星・移動局間或いは地上局・移動局間のクロックオフセットの推定が容易に行える。このような移動局及び地上局における測距電波の送受信タイミングから擬似伝播時間を測定して無線局間のクロックオフセットを推定する方法とその特長は、本文第4章において詳細に記述されているので、ここでは測距電波源である衛星と移動体端末とのクロックオフセットの測定とメッセージ通信に必要な衛星通信回線の成立性について検討する。

いま、通信回線上最も厳しい条件を適用するものとして、衛星は静止軌道上に配置され、移動体端末は携帯、そのアンテナは無指向性とする。また、地上局は直径1m級のアンテナによって簡易な設備を構成するものとする。

測距信号受信処理ループの解析⁴⁵⁾によれば、測距誤差の標準偏差 σ_{PR} と、この精度を達成する測距を行う場合に必要な信号雑音比 S/N_0 との関係は次式によって表される。

$$\sigma_{PR} = R \sqrt{\frac{B_L}{2S/N_0} \left(1 + \frac{2/T}{S/N_0} \right)} \quad (\text{E.1})$$

ただし、 R は拡散コードのチップ長、 B_L は遅延ロックループ（DLL）のバンド幅、 $1/T$ はDLL前段のバンド幅である。従って、信号雑音比 S/N_0 は、

$$S/N_0 = \frac{R^2 B_L}{4\sigma_{PR}^2} \left(1 + \sqrt{1 + 16\sigma_{PR}^2 / R^2 B_L T} \right) \quad (\text{E.2})$$

によって求められる。

GPS受信機を参考にして、 B_L 、 $1/T$ 及び R の標準的な値として1 Hz、 10^3 Hz及び300mを想定すれば、メートル級の測距に対して近似的に

$$S/N_0 \cong \frac{R^2 B_L}{2\sigma_{PR}^2} \quad (\text{E.3})$$

なる関係が成立し、 σ_{PR} を1m以下とするには、 S/N_0 は46.5dB以上でなければならないことがわかる。この要求はビットレート10kbpsのデータ通信を想定した場合、ビット誤り率が 10^{-5} 以下となるための信号雑音比要求と同等である。

以下、信号雑音比要求に対する上記見積結果を適用し、静止衛星、無指向性アンテナを適用した移動局及び直径1mのパラボラアンテナを適用した簡易地上局からなる通信ネッ

トワークを用いて、クロックオフセットの推定と共に、静止衛星経由で送信された地上局測距電波による測位が可能であることを通信回線解析によって確認する。

移動局に無指向アンテナを用いることとしてアンテナ利得を 0dB、低速メッセージ通信に限定して伝送ビットレートを 4.8kbps、移動局送信電波の出力を 20W（幅 1 秒のバースト電波）とする。また、アンテナ口径を d 、開口面効率を η 、使用する電波の波長を λ とすれば、アンテナ利得は以下のアンテナ公式より求められる。

$$G = \eta \left(\frac{\pi d}{\lambda} \right)^2 \quad (\text{E.4})$$

従って、衛星・地上局間アップリンク及びダウンリンクの周波数をそれぞれ 2.6GHz 及び 2.5GHz、 $d=1\text{m}$ 、 $\eta=0.35$ とすれば、地上局の受信アンテナ利得は 24.2dB、送信アンテナ利得は 23.8dB となる。

以上の回線計算条件に加えて、衛星・移動局間アップリンク及びダウンリンクに使用する電波の周波数をそれぞれ 1.6GHz、1.5GHz、衛星搭載アンテナの口径を 3m、送信出力を 30W、地上局の送信出力を 10W、データ通信のビットレートを 4.8kbps、要求ビット誤り率を 10^{-5} としてリンク解析を行うと、以下の回線計算表が得られる。ただし、表中の衛星搭載アンテナの受信アンテナ利得及び送信アンテナ利得は開口面効率を 0.5 として、(E.4) 式を用いて算出した値である。

第 E.1 表は、時刻同期支援（クロックオフセット推定）における回線計算例である。移動局送信電波の出力を 20W のバースト電波としたとき、回線マージンは 2.4dB である。衛星搭載アンテナの口径を大きくしないで回線マージンを 4～5dB 程度にまで高めるには、バースト出力を 30W 程度にするか、アンテナに若干の指向性を持たせる必要がある。

第 E.2 表は、小型地上局から測距電波を送信して、地上局間の時刻同期或いは地上局の測距電波送信における回線計算例であり、回線マージンは 6.2dB である。衛星搭載アンテナの口径を 2m、衛星送信出力を 50W とすれば、回線マージンは 4.9dB となるから、送信側アンテナを小型化することも可能である。

第 E.3 表は、ビットレート 4.8kbps、ビット誤り率 10^{-5} の移動局・地上局間データ通信における回線計算例である。データ通信では要求 C/N_0 が測距の場合よりも 2dB 程度低いため、移動局側のデータ送信の回線マージンは測距電波送信の場合よりも良好となる。

第 E.4 表は、移動局・移動局間データ通信の場合の回線計算例である。回線マージンは 2.6dB であるが、衛星搭載アンテナの口径を例えば 10m とすれば、回線マージンは 13dB 程度にまで改善されるため、ビットレートを 50kbps 程度に高めることができる。回線マージンを数 dB 高めたい場合は、移動局にパッチアンテナ等を使用することができる。

以上の解析より、メッセージ通信に限定すれば、直径 3m 級アンテナを搭載した静止衛星を適用する場合でも測距精度が 1m 級となる衛星通信回線を確立することが可能であり、クロック同期型測位通信複合サービスを現状技術で提供できる見通しが得られた。

第 E.1 表 移動体通信回線計算表：時刻同期支援（移動局→静止衛星→小型地上局）

項目	単位	送信局 → 中継局(受信)		中継局(送信) → 受信局	
周波数	GHz	1.6	(0.188m)	2.5	(0.120m)
送信機出力	dBW		13.0 (burst)		14.8
給電損失	dB		0.0		-3.0
アンテナ利得	dB _i		0.0 (携帯)		34.9 (3mφ)
EIRP	dBW	13.0		46.7	
電力分配損失	dB	0.0		0.0 (BW=	0.0 MHz)
ポインティング損失	dB	0.0		0.0	
自由空間損失	dB	伝	-188.0 (d= 37306 km)	伝	-191.8 (d= 37302 km)
偏波損失	dB	搬	-0.5	搬	-0.5
大気吸収損失	dB	損	-0.1	損	-0.1
降雨損失 (不稼働率 0.1%)	dB	失	0.0	失	0.0
ポインティング損失	dB		0.0		0.0
アンテナ利得	dB _i		31.0 (3mφ)		23.8 (1mφ)
給電損失	dB		-3.0		0.0
(給電雑音温度)			(T= 313.0 K)		(T= 313.0 K)
受信レベル	dBW	中	-147.6	受	-121.9
アンテナ雑音温度	K	継	300.0	信	100.0
雑音指数	dB	局	3.0	局	3.0
(受信機雑音温度)			(T= 313.0 K)		(T= 313.0 K)
システム雑音温度	dBK		27.9		26.2
[天空雑音温度増加分]	dB				0.1
雑音電力密度	dBW/Hz		-200.7		-202.4
G/T	dB/K		0.1		-2.4
受信C/N ₀	dB Hz		53.1		80.4
総合C/N ₀	dB Hz		53.1		
要求C/N ₀	dB Hz		50.7		
マージン	dB		2.4		

信号種別		測距信号 (CDMA)	
変調方式		PN-BPSK	
要求Eb/No又は要求S/N	dB	46.7	(測距精度：1m)
信号分配損失	dB	0.0	
符号化利得又はFM改善度	dB	0.0	
PN損失	dB	-2.0	
復調損失	dB	-2.0	
ビットレート又は帯域幅	dB Hz	0.0 (##### bps)
伝送系損失	dB	0.0	
要求C/N ₀	dB Hz	50.7	

第 E.2 表 移動体通信回線計算表：測距電波送信（小型地上局→静止衛星→移動局）

項目	単位	送信局 → 中継局(受信)		中継局(送信) → 受信局	
周波数	GHz	2.6 (0.115m)		1.5 (0.200m)	
送信機出力	dBW	送信局	10.0 (10w)	中継局	14.8
給電損失	dB		0.0		-3.0
アンテナ利得	dB _i		24.2 (1mφ)		30.5 (3mφ)
EIRP	dBW		34.2		42.3
電力分配損失	dB		0.0		0.0 (BW= 0.0 MHz)
ポインティング損失	dB		0.0		0.0
自由空間損失	dB	伝	-192.2 (d= 37302 km)	伝	-187.4 (d= 37306 km)
偏波損失	dB	搬	-0.5	搬	-0.5
大気吸収損失	dB	損	-0.1	損	-0.1
降雨損失 (不稼働率 0.1%)	dB	失	0.0	失	0.0
ポインティング損失	dB	中継局	0.0	受信局	0.0
アンテナ利得	dB _i		35.3 (3mφ)		0.0 (携帯)
給電損失	dB		-3.0		0.0
(給電雑音温度)			(T= 313.0 K)		(T= 313.0 K)
受信レベル	dBW		-126.3		-145.7
アンテナ雑音温度	K		300.0		70.0
雑音指数	dB		3.0		3.0
(受信機雑音温度)			(T= 313.0 K)		(T= 313.0 K)
システム雑音温度	dBK		27.9		25.9
[天空雑音温度増加分]	dB				0.1
雑音電力密度	dBW/Hz		-200.7		-202.7
G/T	dB/K		4.4		-25.9
受信C/N ₀	dB Hz	74.4		57.0	
総合C/N ₀	dB Hz	56.9			
要求C/N ₀	dB Hz	50.7			
マージン	dB	6.2			

信号種別		測距信号 (CDMA)	
変調方式		PN-BPSK	
要求Eb/No又は要求S/N	dB	46.7 (測距雑音：1m)	
信号分配損失	dB	0.0	
符号化利得又はFM改善度	dB	0.0	
PN損失	dB	-2.0	
復調損失	dB	-2.0	
ビットレート又は帯域幅	dB Hz	0.0 (#####)	
伝送系損失	dB	0.0	
要求 C/N ₀	dB Hz	50.7	

第 E.3 表 移動体通信回線計算表：データ通信（移動局→静止衛星→小型地上局）

項目	単位	送信局 → 中継局(受信)		中継局(送信) → 受信局	
周波数	GHz	1.6 (0.188m)		2.5 (0.120m)	
送信機出力	dBW	送信局	13.0 (burst)	中継局	14.8
給電損失	dB		0.0		-3.0
アンテナ利得	dB _i		0.0 (携帯)		34.9 (3mφ)
EIRP	dBW		13.0		46.7
電力分配損失	dB		0.0		0.0 (BW= 0.0 MHz)
ポインティング損失	dB		0.0		0.0
自由空間損失	dB	伝	-188.0 (d= 37306 km)	伝	-191.8 (d= 37302 km)
偏波損失	dB	搬	-0.5	搬	-0.5
大気吸収損失	dB	損	-0.1	損	-0.1
降雨損失 (不稼働率 0.1%)	dB	失	0.0	失	0.0
ポインティング損失	dB	中継局	0.0	受信局	0.0
アンテナ利得	dB _i		31.0 (3mφ)		23.8 (1mφ)
給電損失	dB		-3.0		0.0
(給電雑音温度)			(T= 313.0 K)		(T= 313.0 K)
受信レベル	dBW		-147.6		-121.9
アンテナ雑音温度	K		300.0		100.0
雑音指数	dB		3.0		3.0
(受信機雑音温度)			(T= 313.0 K)		(T= 313.0 K)
システム雑音温度	dBK		27.9		26.2
[天空雑音温度増加分]	dB				0.1
雑音電力密度	dBW/Hz		-200.7		-202.4
G/T	dB/K		0.1		-2.4
受信C/N ₀	dB Hz	53.1		80.4	
総合C/N ₀	dB Hz	53.1			
要求C/N ₀	dB Hz	49.0			
マージン	dB	4.1			

信号種別		データ通信 (CDMA)		
変調方式		PN-BPSK		
要求Eb/No又は要求S/N	dB	9.4 (ビット誤り率: 10 ⁻⁵)		
信号分配損失	dB	0.0		
符号化利得又はFM改善度	dB	0.0		
PN損失	dB	-1.0		
復調損失	dB	-1.8		
ビットレート又は帯域幅	dB Hz	36.8 (4.8E+3 bps)		(bps)
伝送系損失	dB	0.0		
要求C/N ₀	dB Hz	49.0		

第 E.4 表 移動体通信回線計算表：データ通信（移動局→静止衛星→移動局）

項目	単位	送信局 → 中継局(受信)		中継局(送信) → 受信局	
周波数	GHz	1. 6 (0. 188m)		1. 5 (0. 200m)	
送信機出力	dBW	送信局	13. 0 (burst)	中継局	14. 8
給電損失	dB		0. 0		-3. 0
アンテナ利得	dB _i		0. 0 (携帯)		30. 5 (3mφ)
E I R P	dBW		13. 0		42. 3
電力分配損失	dB		0. 0		0. 0 (BW= 0. 0 MHz)
ポインティング損失	dB		0. 0		0. 0
自由空間損失	dB	伝	-188. 0 (d= 37306 km)	伝	-187. 4 (d= 37302 km)
偏波損失	dB	搬	-0. 5	搬	-0. 5
大気吸収損失	dB	損	-0. 1	損	-0. 1
降雨損失 (不稼働率 0. 1 %)	dB	失	0. 0	失	0. 0
ポインティング損失	dB	中継局	0. 0	受信局	0. 0
アンテナ利得	dB _i		31. 0 (3mφ)		0. 0 (携帯)
給電損失	dB		-3. 0		0. 0
(給電雑音温度)			(T= 313. 0 K)		(T= 313. 0 K)
受信レベル	dBW		-147. 6		-145. 7
アンテナ雑音温度	K		300. 0		70. 0
雑音指数	dB		3. 0		3. 0
(受信機雑音温度)			(T= 313. 0 K)		(T= 313. 0 K)
システム雑音温度	dBK		27. 9		25. 9
[天空雑音温度増加分]	dB				0. 1
雑音電力密度	dBW/Hz		-200. 7		-202. 7
G / T	dB/K		0. 1		-25. 9
受信C / N _o	dB / Hz	53. 1		57. 0	
総合C / N _o	dB / Hz	51. 6			
要求C / N _o	dB / Hz	49. 0			
マージン	dB	2. 6			

信号種別		データ通信 (CDMA)		
変調方式		PN-BPSK		
要求Eb/No又は要求S/N	dB	9. 4	(ビット誤り率 : 10 ⁻⁵)	
信号分配損失	dB	0. 0		
符号化利得又はF M改善度	dB	0. 0		
P N損失	dB	-1. 0		
復調損失	dB	-1. 8		
ビットレート又は帯域幅	dB / Hz	36. 8 (4. 8E+3 bps)	(bps)
伝送系損失	dB	0. 0		
要求C / N _o	dB / Hz	49. 0		

《付録F：宇宙航法における達成可能な測位精度と双方向通信回線の成立性》

地上或いは地球近傍に配置された複数の測距電波源との距離を測定して一点測位を行える範囲は、測位精度の点から考えれば月近傍までである。本章の4.8項で解析したように、同期型（実レンジ型）測位の誤差半径は概ね宇宙機・測距電波源間距離に比例して増大する。いま、測距電波源として半径 L の軌道球面上に N 個の衛星が配置されており、宇宙機が地球中心から距離 r の空間を航行しているものとすれば、測位誤差半径 δr は近似的に、

$$\delta r = (N/6)^{1/2} \times (r/L) \delta p \quad (\text{F.1})$$

で表される。ただし、 δp はレンジ測定誤差であり、 $L/r \ll 1$ とする。

上式を適用すれば、配置衛星数6基の時の月近傍での測位誤差半径は概ね、

$$\delta r = 9 \times \delta p \quad (\text{F.2})$$

となるから、 δp は $=1\text{ m}$ で δr は 10 m 以下に抑えられることがわかる。

位置がほぼ実時間で連続的に測定できることは、宇宙機が推進飛行を行っている場合の誘導制御に大変都合がよい。そして、位置決定誤差が 10 m 級となれば、宇宙機の速度の推定誤差を 1 m/sec 以下にするもできる。このような高精度測位を実時間で行うことは、VLBIやレンジ/レンジレート測定に基づく位置決定の方法では不可能である。

ところで、(F.1)式は同期型測位を行った場合の測位精度と測距精度との関係を示したものである。(F.2)式によれば 10 メートル級の同期型測位を行うには、 1 メートル級の測距と数ナノ秒級の宇宙機・測距電波源間クロックオフセットの推定が必要である。

第F.1表は、月近傍での測距精度が 1 m^a となる宇宙機・測距電波源間双方向通信の成立条件を示したものである。表中の要求 E_b/N_0 は付録Eの(E.3)式、アンテナゲインは(E.4)式より求めたものである。通信に使用する電波はGPS電波と同様の 1 MHz のチップレートでスペクトル拡散され、その搬送周波数は両方向ともS帯とする。

この解析例によれば、数dBの回線マージンを確保するためには、宇宙機及び測距衛星に搭載するアンテナの口径をそれぞれ 2 m 及び 4 m 程度にすればよい。搭載アンテナの口径を変えないで測位精度を高めたい場合は、スペクトル拡散のチップレートを高める必要がある。(E.3)式によれば、チップレートを 10 MHz にすれば、測距誤差は 0.1 m となる。

また、宇宙機に口径 1 m のアンテナを搭載する場合はアンテナゲインが 6 dB 低下する。従って、他の条件を変えなければ、測距精度は 3 m に低下することになる。

^a これは $10\sim 20$ メートル級の測位を達成する条件と考えてよい。

第 F.1 表 宇宙機・測距衛星間通信回線計算表：測距電波（宇宙機→測距衛星→宇宙機）

項目	単位	宇宙機→測距衛星		測距衛星→宇宙機	
周波数	GHz	2. 2 (0. 136m)		2. 3 (0. 130m)	
送信機出力	dBW	送信局	10. 0 (10W)	中継局	14. 8 (30W)
給電損失	dB		-3. 0		-3. 0
アンテナ利得	dB i		28. 7 (2mφ)		35. 1 (4mφ)
E I R P	dBW		35. 7		46. 9
電力分配損失	dB		0. 0		0. 0 (BW= 0. 0 MHz)
ポインティング損失	dB		-0. 5		-0. 5
自由空間損失	dB	伝搬損失	-212. 3 (d= 448085 km)	伝搬損失	-212. 7 (d= 448085 km)
偏波損失	dB	搬送損失	-0. 5	搬送損失	-0. 5
ポインティング損失	dB	中継局	0. 0	受信局	0. 0
アンテナ利得	dB i		34. 8 (4mφ)		29. 1 (2mφ)
給電損失	dB		-3. 0		-3. 0
(給電雑音温度)			(T= 313. 0 K)		(T= 313. 0 K)
受信レベル	dBW		-145. 8		-140. 7
アンテナ雑音温度	K		100. 0		100. 0
雑音指数	dB		3. 0		3. 0
(受信機雑音温度)			(T= 313. 0 K)		(T= 313. 0 K)
システム雑音温度	dBK		27. 1		27. 1
雑音電力密度	dBW/Hz		-201. 5		-201. 5
G / T	dB/K	4. 7	-1. 0		
受信C / N o	dB Hz	55. 6		60. 7	
総合C / N o	dB Hz	54. 5			
要求C / N o	dB Hz	50. 7			
マージン	dB	3. 8			

信号種別		測距信号 (CDMA)	
変調方式		PN-BPSK	
要求Eb/No又は要求S/N	dB	46. 7 (測距精度：1 m)	
信号分配損失	dB	0. 0	
符号化利得又はF M改善度	dB	0. 0	
P N損失	dB	-2. 0	
復調損失	dB	-2. 0	
ビットレート又は帯域幅	dB Hz	0. 0 (##### bps)	
伝送系損失	dB	0. 0	
要求C / N o	dB Hz	50. 7	

《付録G：静止・地球同期衛星群を利用した地域型測位システムについて》

静止衛星或いは地球同期衛星を利用した測位通信衛星システムは衛星が地球固定座標に関して周回することがないため、少ない衛星配備数でも限られた地域に対し連続して測位通信サービスを提供することができる。本文第4章4.6項の第4.6図に、2基の静止衛星と3基の地球同期衛星を用いた測位衛星群（本文ではこの衛星群を FSN（Five Stars Network）衛星群と呼んでいる）の世界地図上での3衛星測位可能率を示したが、このようなFSN型の衛星システムは地域独立性のある事業運営と段階的な事業展開に適合しているため、次世代測位システムの開発において費用対効果の最適性が求められるような場合、融通性の高いシステム形態として有力である。また、測位だけでなく移動体通信を複合したサービスを提供する場合、移動体通信サービスの利用度に応じた料金の徴収が容易となるため、測位通信複合サービス事業として商業的に運営することが可能となるだろう。

FSN衛星群は、例えば衛星群の中心を東経135度に置けば、東アジア・豪州を中心とした概ね世界の3分の1の地域を対象とする測位通信複合事業を展開することが可能である。従って、事業規模の肥大化を抑えて民間事業として推進し易くなるが、FSN衛星群を例えば東経15度と西経105度の2地域に追加配備すれば、全世界を対象とした測位通信事業へと拡張することも可能である。特に、同期型測位方式による衛星配置数の削減と同期型通信方式による電波の有効利用が進めば、移動体通信の利用料金の低コスト化が実現するだろう。このように、FSN型の測位通信複合衛星システムは地域指向型でありながら、FSN衛星群の複数化により事業エリアの段階的拡張と相互補完を考慮した事業展開が可能であり、そのグローバル化の社会的要請にも効率的に応えることができる形態である。

以下では、次世代測位通信システムに適合する衛星コンステレーションの1つの例として、FSN衛星群を取り上げ、その有用性について論じる。FSN衛星群は地球の両半球にわたって連続的な2次元非同期型測位あるいは3次元同期型測位を可能とする最小規模の衛星群である。3次元非同期型測位を可能とするには、例えば静止衛星2基と地球同期衛星4基の合計6基の衛星群からなるFSN改良型の衛星コンステレーションを検討する必要があるが、ここではこの議論を割愛する。

まず、1つのFSN衛星群を適用した地域型衛星システムでは、測位可能域と測位精度が同期型/非同期型あるいは2次元/3次元の測位方式によってどのように変わるかについて、計算機シミュレーションを適用して検討する。次に、FSN衛星群を上記の3地域に配備して衛星システムをグローバル化すれば、3次元の同期型あるいは非同期型の測位性能がどのように向上するかについて簡単に述べる。また、静止衛星2基からなる測位システムはFSN衛星群による測位通信複合事業の過渡的段階のシステム形態と考えられるため、2次元同期型測位の測位性能に関しても簡単なシミュレーションを行う。この形態は最小規模の測位通信複合事業の展開が可能であるだけでなく、GPSに対する地域補完的システムで

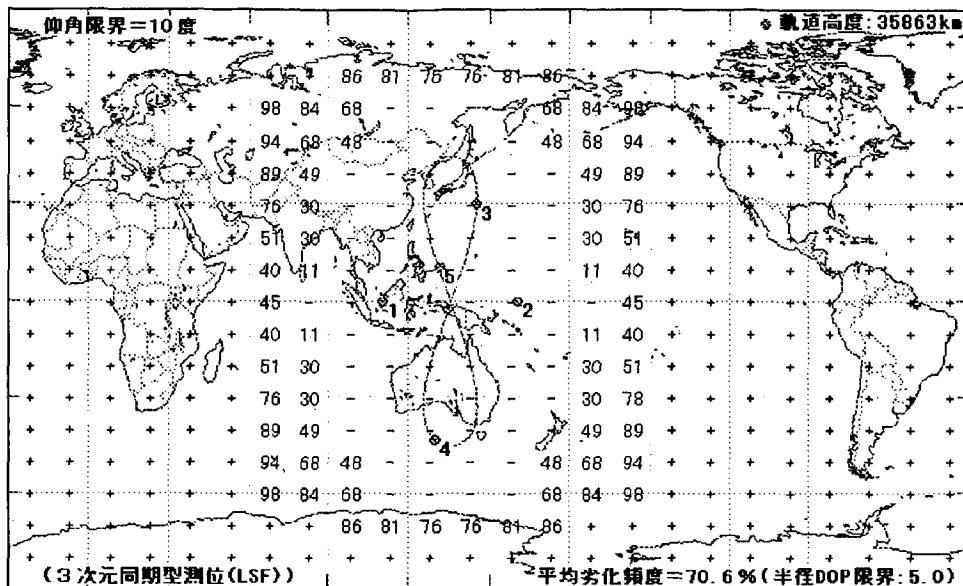
あることから、次世代測位システムへの第一歩として実現性の高いものである。

まず、第 G.1 図及び第 G.2 図は、東経 135 度を中心にして FSN 衛星群を 1 つ配置し、それぞれ 3 次元同期型測位及び 2 次元非同期型測位の $PDOP$ が 5 以下となる時間帯の比率を示したものである。ただし、観測点での可視仰角限界は 10 度、レンジ偏位及び高度データに関する誤差比例係数はいずれも 2 として、最小自乗測位アルゴリズムを適用している。3 次元同期型測位方式では、FSN 衛星群の中心点（緯度 0 度、東経 135 度）から東西 ± 60 度及び南北 ± 70 度の範囲において、概ね常時、 $PDOP$ が 5 以下になっている。従って、FSN 衛星群によって概ね地球表面の 3 分の 1 の地域で良好な測位が可能となる。2 次元非同期型測位方式では、 $PDOP$ が 5 以下になる範囲は概ね東西 ± 50 度及び南北 ± 60 度となり、測位可能域が約 30% 狭くなっているが、これは測位可能域の辺境では特に 2 次元非同期型測位の $HDOP$ が 3 次元同期型測位の場合よりも著しく増大するからである。

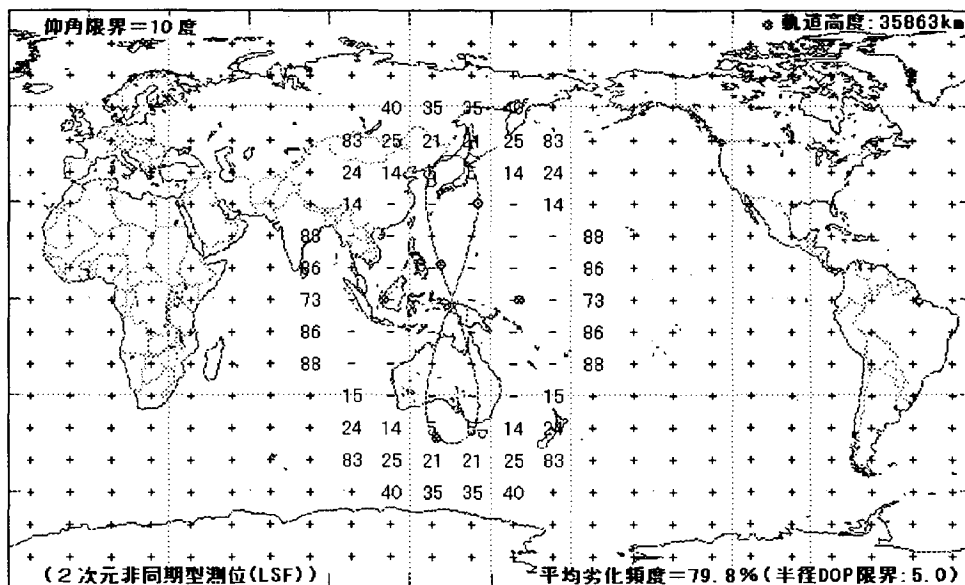
第 G.3 図と第 G.4 図は、3 次元非同期型測位において $PDOP < 5$ となる時間帯の比率と、北緯 35 度、東経 135 度における測位誤差の時間的推移を示したものである。これによれば、3 次元非同期型測位の可能な範囲は 3 次元同期型及び 2 次元非同期型の場合に比較して極めて狭くなるだけでなく、衛星 5 基からなる FSN 衛星群では良好な 3 次元非同期型測位を得ることは困難である。また、第 G.4 図に見られるように、可視衛星が 4 基の場合でも、衛星の幾何学的配置条件のために測位精度が著しく劣化する時間帯が 1 日あたり 3 回生じる。4 衛星が同心円上に近づかないように衛星の軌道に工夫を加えて測位誤差をある程度低減することもできるが、これは衛星配置条件（配置数と幾何学的配置関係）の故に生じる非同期型測位の原理的な問題であり、程度の差こそあれ避けがたい問題である。

第 G.5 図と第 G.6 図は、東経 15 度及び西経 105 度を中心にして FSN 衛星群を 2 つ追加配備し、全世界で 3 次元同期型測位の $PDOP$ が 5 以下となる時間帯の比率と、3 次元非同期型測位による定点での測位誤差を示したものである。ただし、グローバル化のため FSN 衛星群をやや広く配置し直している。他の条件は第 G.1 図、第 G.2 図と同じである。第 G.5 図によれば、 $PDOP$ が 5 以上となる平均劣化頻度は 0.6% であり、グローバル化は達成している。しかし、3 次元非同期型測位方式では測位可能域のグローバル化は不可能である。第 G.6 図は常に 4 基以上の衛星が可視となる地点（房総半島）での測位誤差の時間的推移を示したものであるが、類推すれば 8 時間毎に測位精度が著しく劣化していることがわかる。この原因は観測点から見て全ての衛星が 8 時間毎に同一円周に接近するからであり、FSN 衛星群の配置条件を改善するだけでなく衛星配置数を増加させる必要がある。参考に、第 G.7 図に或る時間帯での衛星の天空配置と、そのときの各測位方式の DOP を示したものである。この例は隣の FSN 衛星（図の上部にある # 5 及び # 6 の衛星）が見えている優れた衛星配置となっており、3 次元非同期型測位の測位精度も極めて良好となっている。

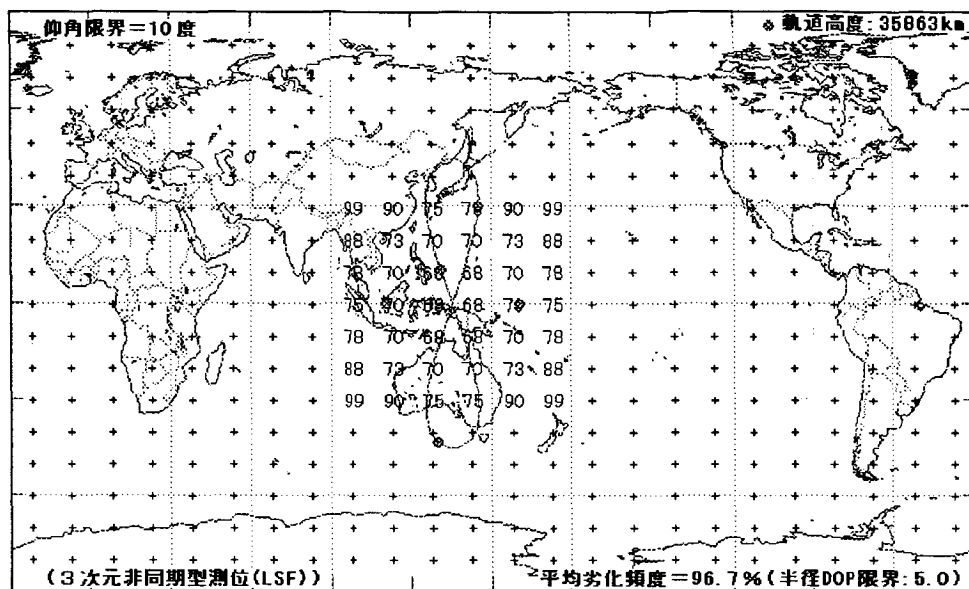
第 G.8 図には、静止経度差 30 度で配置された静止衛星 2 基による 2 次元同期型測位誤差を示したが、測位精度は東経 95 度～175 度、緯度 20 度～60 度の範囲で概ね良好である。



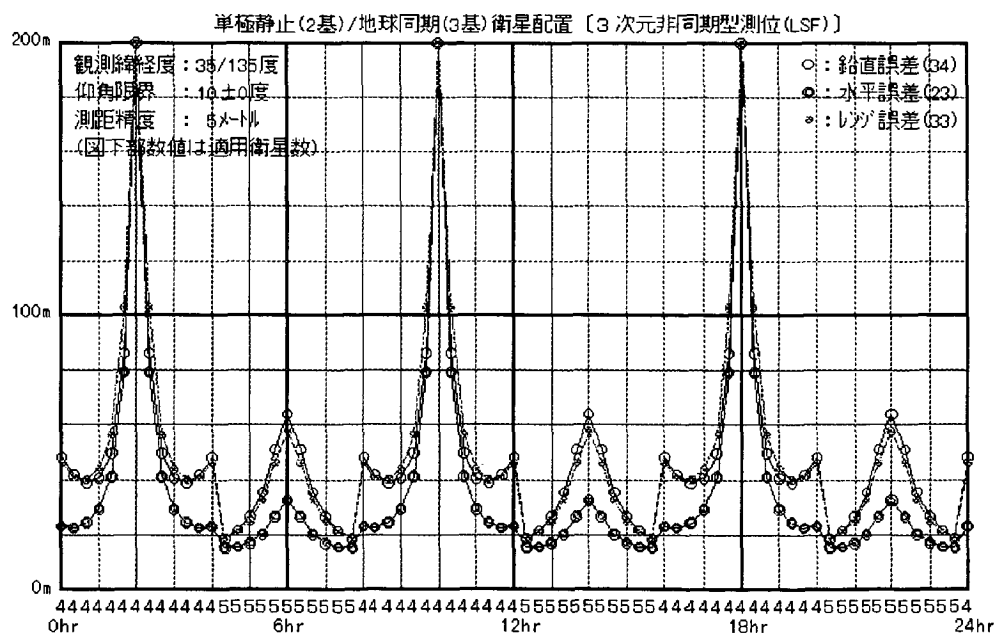
第 G.1 図 FSN 衛星群1組の衛星システムによる3次元同期型測位の劣化頻度地図
(図中の数字はPDOPが5以上の比率、-印は0%、+印は100%)



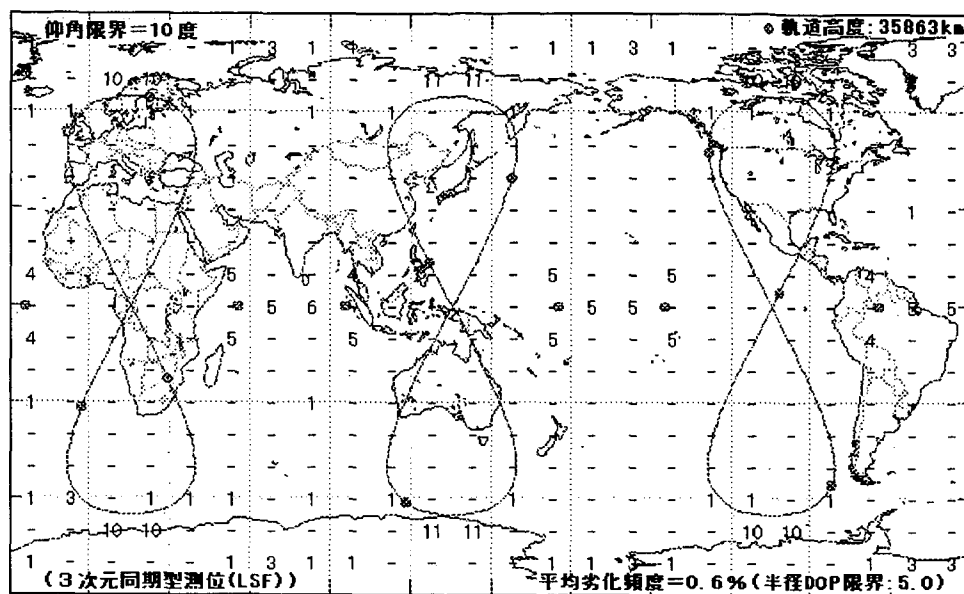
第 G.2 図 FSN 衛星群1組の衛星システムによる2次元非同期型測位の劣化頻度地図
(図中の数字はPDOPが5以上の比率、-印は0%、+印は100%)



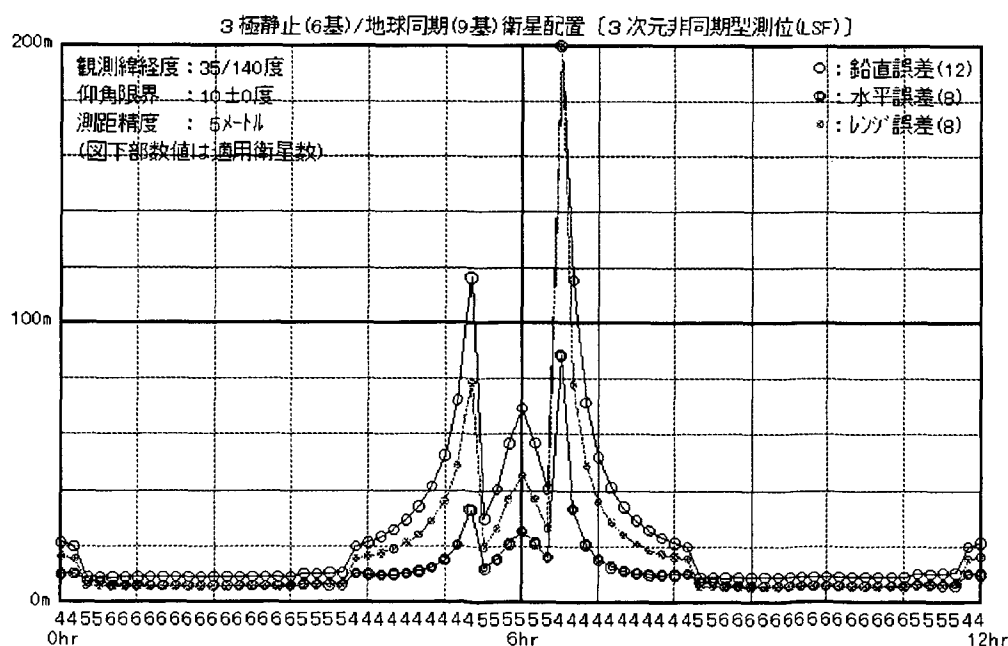
第 G.3 図 FSN 衛星群 1 組の衛星システムによる 3 次元非同期型測位の劣化頻度地図
(図中の数字は PDOP が 5 以上の比率、－印は 0%、＋印は 100%)



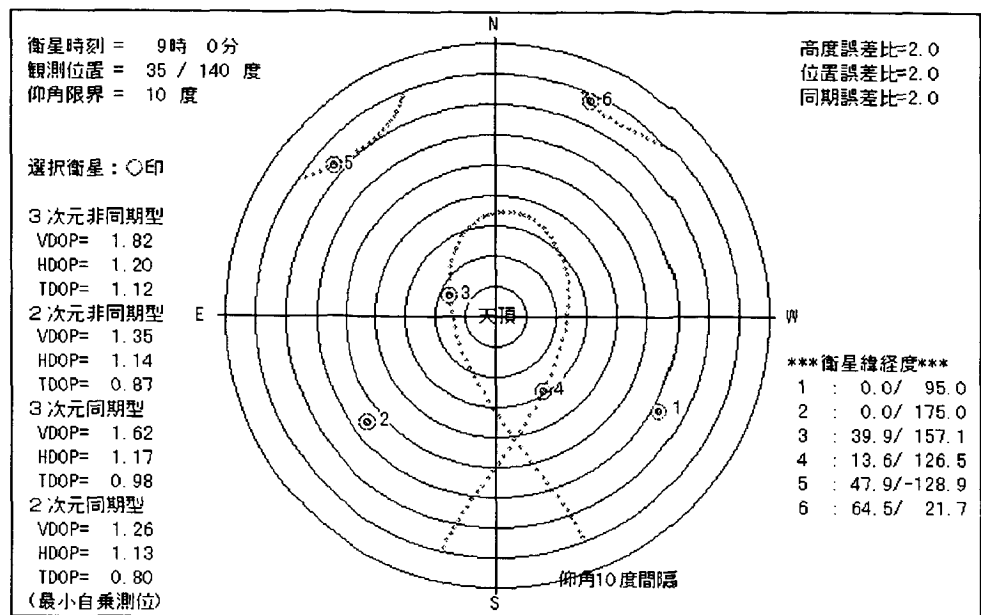
第 G.4 図 FSN 衛星群 1 組の衛星システムによる 3 次元非同期型測位の測位誤差



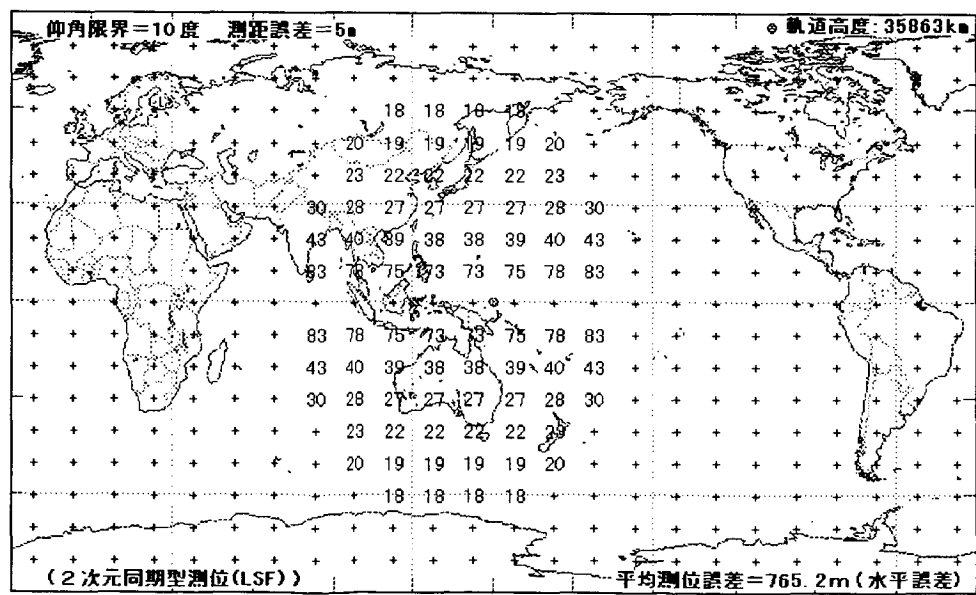
第 G.5 図 FSN 衛星群 3 組の衛星システムによる 3 次元同期型測位の劣化頻度地図
(図中の数字は PDOP が 5 以上の比率、－印は 0%、＋印は 100%)



第 G.6 図 FSN 衛星群 3 組の衛星システムによる 3 次元非同期型測位の測位誤差



第 G.7 図 FSN 衛星群 3 組の衛星システムにおける衛星天空配置と測位劣化指数



第 G.8 図 静止衛星 2 基による 2 次元同期型測位の測位誤差地図
(高度誤差比:2、同期誤差比:2、+印:測位不可)

宇宙開発事業団技術報告 NASDA-TMR-970008

発行日 1998年2月27日
編集・発行 宇宙開発事業団
〒105-8060
東京都港区浜松町2丁目4番1号
世界貿易センタービル29階
TEL 03-3438-6000 (代表)

©1998 NASDA

無断複写、転載を禁ずる

<本資料に関するお問い合わせ先>

宇宙開発事業団調査国際部技術情報課

TEL 03-3438-6582

