

UDC 532.526

航空宇宙技術研究所資料

TM-34

極超音速風洞ノズルの境界層補正について

長 洲 秀 夫

1964年 5 月

航空宇宙技術研究所

極超音速風洞ノズルの境界層補正について*

長 洲 秀 夫**

1. ま え が き

超音速あるいは極超音速風洞のノズルを設計するに当って、非粘性流に対する形状は特性曲線法などにより正確に求めることができる。しかし実際にはノズル面に沿って境界層が発達するため、非粘性流に対する座標では境界層排除厚分だけ流路が狭められることになり、測定部において設計マッハ数が得られないのみならず、また均一な流れを得ることもできない。これを防ぐために、まず非粘性流に対してノズル形状、壁上マッハ数分布等を求め、これを層外の条件として境界層方程式を解いて排除厚を求め、非粘性流の座標に排除厚を加えて最終的な座標とする方法が用いられている。

ノズル面上の境界層は、特に澱み点圧力の低い場合は別として、通常はレイノルズ数が高いので乱流になっている。また、超音速風洞では一般に澱み点温度は常温に近いので、境界層内での温度の回復を考えると壁での熱伝達はいずれも問題にならないので、壁での熱伝達がないとした Tucker¹⁾の方法が用いられている。

極超音速風洞では測定部における空気の液化を防ぐため、澱み点温度は摂氏数百度から千数百度位まで高めなければならない。したがって、この場合にはノズルは冷却を行なわねばならず、壁では大きな熱伝達があり、それを無視した計算を用いることはできない。

航空宇宙技術研究所空気力学第一部では、極超音速における空気力学についての基礎ならびに開発研究のため極超音速風洞を建設中であるが、そのノズルの設計に当っては当然境界層補正の必要がある。しかしながら、熱伝達および圧力勾配のある圧縮性乱流境界層の計算方法についてはまだ確立された方法がないといってよい。

乱流境界層の近似計算法については、低速の場合には種々の方法が提案されており、例えば谷²⁾は実用的な立場から見た乱流境界層の計算についてのべているが、ここでは特に澱み点温度が高い極超音速流に使用できる近似計算法として、今迄に提案されている四つの方法、Sivells-Payne³⁾の方法、Reshotko-Tucker⁴⁾の方法、Persh-Lee⁵⁾の方法および Bartz⁶⁾の方法について実例計算をし、比較検討を行なったのでその結果と、二三の注意について述べる。

* 昭和39年3月18日受付

** 空気力学第一部

参考のため、現在航空宇宙技術研究所に建設中の極超音速風洞の主要目を下に示す。

型式	間欠吹出式
測定部	直径 50 cm 軸対称噴流型
澱み点圧力	最高 100 kg/cm ² G
澱み点温度	最高 1,000°C
マッハ数	5~11
ノズル	軸対称交換式
加熱器	アルミナペブル蓄熱型加熱器

2. 記 号

a	音速
A	断面積
C_f	表面摩擦係数
h	エンタルピー
H	境界層形状係数, δ^*/θ
M	境界層の端におけるマッハ数
n	速度分布の指数
N	変換された速度分布の指数
Pr	プラントル数
r	ノズル半径
R_x	x に基づくレイノルズ数
R_{θ}	θ に基づくレイノルズ数
R_{δ}	δ に基づくレイノルズ数
s	ノズル曲面に沿う長さ
S	変換された s
T	温度
u	境界層内速度
U	変換された速度
x	ノズル中心線に沿う長さ
y	s に直交する座標
X	変換された x

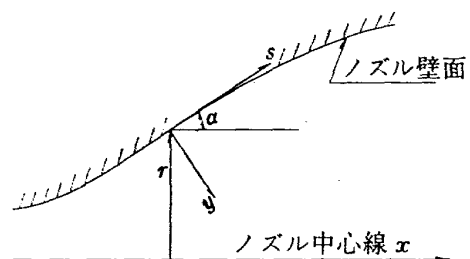
- Y : 変換された y
 α : ノズル壁の傾斜角
 δ : 境界層の厚さ
 δ^* : $\int_0^\delta \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) dy$
 δ_T : 温度境界層の厚さ
 Δ : 変換された δ , または軸対称流における境界層の厚さ
 Δ^* : 軸対称境界層の排除厚
 θ : 運動量厚
 γ : 比熱比
 ω : 粘性係数の温度指数
 ϕ : エネルギー厚
 添 字
 $*$: スロートにおける条件
 w : 壁における条件
 aw : 断熱壁における条件
 e : 境界層の端における条件
 i : 非圧縮性
 L : 層流底層の端における条件
 o : 自由流の激み点
 s : 境界層内の局所激み点
 tr : 変換された座標に関するもの
 $'$: reference temperature における条件

3. 基礎方程式

第1図に示すような座標系を用いるとき, s 方向の運動方程式を y について0から δ まで積分すると, 軸対称の流れに対する運動量の方程式として次の式が得られる。

$$\frac{d\theta}{ds} + \theta \left[-\frac{2-M+H}{M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)} \frac{dM}{ds} + \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \right] = \frac{C_f}{2} \quad (1)$$

また一般にノズルは x, r 座標で与えられるから, s



第1図 座 標 系

の代りに x を用いた方が便利である。

$$\frac{ds}{dx} = \sec \alpha$$

を考慮すると (1) 式は次のようになる。

$$\frac{d\theta}{dx} + \theta \left[\frac{2-M^2+H}{M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)} \frac{dM}{dx} + \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} \right] = \frac{C_f}{2} \sec \alpha \quad (2)$$

非粘性流に対するノズル座標の計算により x に対して r, M, α が与えられるから、もし境界層の形状係数 H と摩擦係数 C_f とがなんらかの方法で求められれば、(1) ないし (2) 式から θ を解くことができる。 θ と H とから排除厚 δ^* が求められるわけである。

H や C_f を圧縮性、圧力勾配、熱伝達の影響を含めて厳密に求めることはできないので、半実験的關係を導入しなければならないが、その際、低速における多くの知識を利用するために Stewartson⁷⁾ 変換を行なって、式を非圧縮性の場合と等価にする方法がよく用いられる。すなわち

$$Y = \int_0^y \frac{\rho}{\rho_0} \frac{a_e}{a_0} dy \quad (3)$$

と置くと、次の関係式が得られる。

$$U = \frac{a_0}{a_e} u \quad (4)$$

$$\theta = \frac{\rho_0 a_0}{\rho_e a_e} \int_0^A \frac{U}{U_e} \left(1 - \frac{U}{U_e} \right) dY = \theta_{tr} \frac{\rho_0 a_0}{\rho_e a_e} = \theta_{tr} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (5)$$

ここに

$$\theta_{tr} = \int_0^A \frac{U}{U_e} \left(1 - \frac{U}{U_e} \right) dY \quad (6)$$

A は変換された座標での境界層の厚さである。また、

$$\delta^* = \int_0^{\delta^*} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \right) dy = \int_0^{\delta^*} \frac{\rho}{\rho_e} \left(\frac{T}{T_e} - \frac{u}{u_e} \right) dy \quad (7)$$

しかるに

$$\frac{T}{T_e} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \frac{T_s}{T_0} - \frac{\gamma-1}{2} M^2 \left(\frac{u}{u_e} \right)^2 \quad (8)$$

(8)を(7)に代入し

$$\delta^* = \frac{\rho_0 a_0}{\rho_e a_e} \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \int_0^A \left(\frac{T_s}{T_0} - \frac{U}{U_e} \right) dY - \frac{\gamma-1}{2} M^2 \int_0^A \frac{U}{U_e} \left(1 - \frac{U}{U_e} \right) dY \right]$$

$$\delta^*_{tr} = \int_0^A \left(\frac{T_s}{T_0} - \frac{U}{U_e} \right) dY$$

と置くと

$$\delta^* = \frac{\rho_0 a_0}{\rho_e a_e} \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \delta^*_{tr} - \frac{\gamma-1}{2} M^2 \theta_{tr} \right] \quad (9)$$

もしプラントル数 1 で断熱壁の場合には $T_i = T_o$ であるから $\delta^*_{ir} = \int_0^d \left(1 - \frac{U}{U_e}\right) dY$ となり、非圧縮性の場合と同じ形になる。

(5) (9) より

$$H = H_{ir} \left(\frac{T_o}{T_e} \right) + \left(\frac{T_o}{T_e} - 1 \right) \quad (10)$$

ここで

$$H_{ir} = \frac{\delta^*_{ir}}{\theta_{ir}} \quad (11)$$

また

$$\begin{aligned} \delta^*_{ir} &= \int_0^d \left(\frac{T_i}{T_o} - \frac{U}{U_e} \right) dY = \int_0^d \left\{ \left(\frac{T_i}{T_o} - 1 \right) + \left(1 - \frac{U}{U_e} \right) \right\} dY \\ &= \int_0^d \left(\frac{T_i}{T_o} - 1 \right) dY + \delta^*_i \end{aligned} \quad (12)$$

(6), (12) より

$$H_{ir} = H_i + \frac{1}{\theta_{ir}} \int_0^d \left(\frac{T_i}{T_o} - 1 \right) dY \quad (13)$$

ここで

$$H_i = \frac{\delta^*_i}{\theta_{ir}} \quad (14)$$

で、これは非圧縮性の場合の形状係数になる。この変換を用いるとき(2)は次の形となる。

$$\frac{d\theta_{ir}}{dx} + \frac{\theta_{ir}}{M} (2 + H_{ir}) \frac{dM}{dx} + \frac{\theta_{ir}}{r} \frac{dr}{dx} = \frac{C_f}{2} \sec \omega \left(\frac{T_e}{T_o} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (15)$$

この変換された式を用いる場合には、なんらかの方法で H_i を求め (13) から H_{ir} を出す。 H_{ir} と C_f が分れば (15) 式を解いて θ_{ir} が求まる。しかるのち (5) と (10) とから δ^* が求まるわけである。ここで (13) から H_{ir} を求めるときには (13) の右辺第二項に含まれる澱み点温度分布を知らなくてはならない。この温度分布の求め方と摩擦係数の求め方が、近似計算法の主要な課題である。

4. Sivells-Payne の方法

基礎方程式としては (2) 式を用いている。

a) H_{ir} の求め方

境界層内の温度分布として Crocco の Quadratic law を用いている。すなわち

$$\frac{T}{T_e} = \frac{T_w}{T_e} - \left(\frac{T_w - T_{aw}}{T_e} \right) \left(\frac{u}{u_e} \right) - \left(\frac{T_{aw} - T_e}{T_e} \right) \left(\frac{u}{u_e} \right)^2 \quad (16)$$

Crocco の法則はもともと $P_r=1$ の場合に導かれたものであるが、ここでは壁面点温度 T_o の代りに断熱壁温度 T_{aw} を導入して P_r が 1 でない場合に拡張しているわけである。

(3), (4), (16) を用いて (7) から求めた δ^* と (5) の θ とから

$$H = \frac{T_w}{T_e} H_i + \frac{T_{aw}}{T_e} - 1 \quad (17)$$

(10), (17) より

$$H_{ir} = H_i \frac{T_w}{T_o} + \frac{T_{aw}}{T_o} - 1 \quad (18)$$

(18) から H_{ir} を求めるためには H_i を知る必要がある。 H_i はレイノルズ数の関数であるが、ここでは摩擦係数と関係づけて次の式を用いている。

$$H_i = \frac{1}{1 - 7\sqrt{C_{fi}/2}} \quad (19)$$

b) C_f の求め方

圧縮性のある場合については非圧縮性の場合に比べて知識が十分でないので、いわゆる reference temperature の概念を用い、 C_{fi} から C_f を求めている。すなわち、圧縮性のある場合でも壁の近くでは非圧縮性の流れになっているから、適当な温度を基準にとって ρ , μ を評価すれば非圧縮性の場合の関係が用いられるであろうというのが reference temperature の考え方である。reference temperature として壁の温度をとるときには圧縮性の効果を大きく評価しすぎることは知られている。ここでは Eckert⁸⁾ による reference temperature を用いている。

すなわち

$$T' = \frac{1}{2}(T_w + T_e) + 0.22(T_{aw} - T_e) \quad (20)$$

しかるとき

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho_e u_e^2} = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho' u_e^2} \frac{\rho'}{\rho_e} = C_{f'}' \frac{T_e}{T'} \quad (21)$$

ここで $C_{f'}' = F(R_x')$ は非圧縮性の場合の $C_{fi} = F(R_x)$ の関係を用いる。

ここで

$$R_x' = \frac{\rho' u_e x}{\mu'} = \frac{T_e}{T'} \frac{\mu_e}{\mu'} R_x \quad (22)$$

したがって C_{fi} と R_{xi} の関係が分っていれば R_x から (20) (22) により R_x' が分り (21) から C_f が求められる。

c) C_{fi} の求め方

圧力勾配のない流れに対する Kármán-Schoenherr⁹⁾ の平均摩擦抵抗係数の式

$$\frac{0.242}{\sqrt{C_{Fi}}} = \log(C_{Fi} R_{xi})$$

をもとにしているが、この式は R_{xi} から C_{Fi} を解くことが容易でないので、これに対する近似

式を導き、さらに局所の摩擦係数を求めている。すなわち

$$C_{fi} = \frac{0.088(\log R_{xi} - 2.3686)}{(\log R_{xi} - 1.5)^3} \quad (23)$$

したがって

$$C_f = \frac{T_e}{T'} \frac{0.088(\log R_x' - 2.3686)}{(\log R_x' - 1.5)^3} \quad (24)$$

(23) から C_{fi} を求めるためには R_{xi} (すなわち、圧縮性流に対する等価な非圧縮性流のレイノルズ数) を知る必要がある。このため基礎方程式(3)に対して

$$X = \int_0^x \frac{C_f}{C_{fi}} \left(\frac{T_e}{T_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} dx \quad (25)$$

なる変換を行なうと、(3)は完全に非圧縮性の場合と同じ形になる。(23) (24) を (25) に入れ、近似計算により

$$R_x = \frac{K}{(\log K - 2.3686)} \left[\frac{(\log K - 1.5)^3}{(\log R_x' - 1.5)^2} - 0.8686 \right] \quad (26)$$

ここに
$$K = \frac{\mu'}{\mu_0} R_x'$$

すなわち $R_x \rightarrow R_x' \rightarrow R_x (= R_{xi}) \rightarrow C_{fi}$ が求まり、また R_x' から C_f が求まる。

以上から C_f と H_{tr} が求まるから (3) をとき θ_{tr} を求める。 H_{tr} から (10) により H を、 θ_{tr} から (5) により θ が求まり、 δ^* が得られる。

Kármán-Schoenherr の式は圧力勾配のない場合に対するものであるから (24) の C_f も結局圧力勾配のない場合に対するものとなることは注意すべきことであると思われる。また (23) は近似式であるため $\log R_{xi} = 1.5$ および 2.3686 に特異な点があるのであまり低いレイノルズ数まではもちろん使用できない。これらの点に相当するレイノルズ数は乱流の計算に対しては十分低い。著者の推奨しているレイノルズ数の範囲は $10^5 \sim 10^9$ である。(第5図参照)

5. Reshotko-Tucker の方法

ここでは運動方程式に対して最初から Stewartson 変換を s, y とも行なっている。すなわち y に対しては (3) と同じものを、 s に対しては

$$S = \int_0^s \frac{p_e}{p_0} \frac{a_e}{a_0} ds \quad (27)$$

その時運動量積分の方程式は

$$-\frac{d\theta_{tr}}{dS} + \frac{\theta_{tr}}{U_e} \frac{dU_e}{dS} \left[2 + H_i + \frac{\int_0^4 \left(\frac{h_s}{h_0} - 1 \right) dY}{\theta_{tr}} \right]$$

$$+\frac{\theta_{tr}}{r} \frac{dr}{dS} = \frac{\tau_w}{\rho_o \left(\frac{p_e}{p_o} \right) \left(\frac{a_e}{a_o} \right)^2 U_e^2} \quad (28)$$

ここで θ_{tr} , H_i などは前出のものと同じである。この式をとくに当て知っていなければならないものは H_i , τ_w (または C_f) および左辺に含まれるエンタルピの境界層内分布 $\frac{h_s}{h_o}$ (または気体が熱量的に完全ならば温度分布) である。

または (13) を用いると

$$\frac{d\theta_{tr}}{dS} + \frac{\theta_{tr}}{U_e} \frac{dU_e}{dS} [2 + H_{tr}] + \frac{\theta_{tr}}{r} \frac{dr}{dS} = \frac{\tau_w}{\rho_o \left(\frac{p_e}{p_o} \right) \left(\frac{a_e}{a_o} \right)^2 U_e^2} \quad (29)$$

当然のことではあるがこれは (15) と同じ形をしている。ここで θ_{tr} , H_{tr} , H_i などはそれぞれ (6), (13) (14) と同じものである。

a) H_{tr}

H_{tr} を求めるに当っては温度分布に (16) のような関係を導入せず、層流からの類推で

$$H_{tr} = H_i + \frac{1}{\theta_{tr}} \int_0^1 \left(\frac{h_s}{h_o} - 1 \right) dY \approx H_i + \left(\frac{h_w}{h_o} - 1 \right) H_{i,fp} \quad (30)$$

とおいている。 $H_{i,fp}$ は平板に対する非圧縮性の形状係数であり、計算に当っては大抵の場合 1.3 とおけばよいと述べている。

b) H_i

H_i を求めるため、変換された運動方程式に Y をかけ、更に $\frac{U}{U_e} = \left(\frac{Y}{\Delta} \right)^N$ の指数法則を仮定して $Y=0$ から Δ まで積分して、moment of momentum integral の方程式を導いている。

すなわち

$$\begin{aligned} \frac{dH_i}{dS} = & -\frac{1}{U_e} \frac{dU_e}{dS} \left[\frac{H_i(H_i+1)^2(H_i-1)}{2} \right] \left[1 + \frac{2}{(H_i+1)\theta_{tr}} \int_0^1 \left(\frac{h_s}{h_o} - 1 \right) dY \right. \\ & \left. - \frac{2(H_i-1)}{H_i^2(H_i+1)\theta_{tr}^2} \int_0^1 \left(\frac{h_s}{h_o} - 1 \right) Y dY \right] \\ & + \frac{\tau_w(H_i^2-1)}{\rho_o \frac{p_e}{p_o} \left(\frac{a_e}{a_o} \right)^2 U_e^2 \theta_{tr}} \left[H_i - (H_i+1) \int_0^1 \frac{\tau}{\tau_w} d\left(\frac{Y}{\Delta} \right) \right] \end{aligned} \quad (31)$$

c) C_f

(20) と同じ reference temperature を導入して C_{fi} から求める。 C_{fi} としては Ludwig-Tillman¹⁰⁾ の式を用いている。

$$C_{fi} = 0.246 e^{-1.561 H_i} R_{e\theta}^{-0.268} \quad (32)$$

これに reference temperature を導入し、さらに θ を θ_{tr} に変換することにより

$$C_f = 0.246e^{-1.561H_i} \left(\frac{Ma_o \theta_{tr}}{\nu_o} \right)^{-0.268} \left(\frac{T_e}{T'} \right)^{0.732} \left(\frac{T_e}{T_o} \right)^{0.268} \quad (33)$$

この式を導くには多くの仮定が用いられているが、元来 (32) は圧力勾配のあるときにも使用できるので、(33) も圧力勾配の下でも使用できるであろうと述べている。(29) で S を物理座標 s にもどし (33) を用いると

$$-\frac{d\theta_{tr}}{ds} + \frac{\theta_{tr}}{M} \frac{dM}{ds} (2 + H_{tr}) + \frac{\theta_{tr}}{r} \frac{dr}{ds} = A \quad (34)$$

$$A = 0.123e^{-1.561H_i} \left(\frac{Ma_o \theta_{tr}}{\nu_o} \right)^{-0.268} \left(\frac{T_e}{T'} \right)^{0.732} \left(\frac{T_e}{T_o} \right)^{3.268} \quad (35)$$

(29) と (30) とを連立して解けばよいわけであるが、実際の計算にあたっては (34) に (30) を代入し、さらに

$$\Theta = \theta_{tr} \left(\frac{Ma_o \theta_{tr}}{\nu_o} \right)^k$$

$$\zeta = A \left(\frac{Ma_o \theta_{tr}}{\nu_o} \right)^k$$

なる変換を行ない、さらに非圧縮性の場合の関係

$$\zeta - \frac{\Theta}{M} \frac{dM}{dx} \left(H_{tr} + \frac{2+k}{1+k} \right) = 0.01173 - 4.2 \frac{\Theta}{U_e} \frac{dU_e}{dx}$$

$$(1+k) \left(H_i + \frac{2+k}{1+k} \right) = 4.2$$

を用いると (34) は

$$\frac{d\Theta}{ds} + 1.2155 \frac{\Theta}{r} \frac{dr}{ds} = 0.01173 \left(\frac{T_e}{T'} \right)^{0.732} \left(\frac{T_e}{T_o} \right)^{3.268} - B \frac{\Theta}{M} \frac{dM}{ds} \quad (35)$$

$$B = 4.2 + 1.2155 H_{i,fp} \left(\frac{h_w}{h_o} - 1 \right)$$

このように種々の仮定を導入することにより (34) から H_{tr} は消去することができたので、この (35) から Θ を、したがって θ_{tr} を求めることができる。したがって (5) から θ が求められる。

一方 θ_{tr} が求まれば (31) から H_i を解く。その際 (30) の仮定から

$$\int_0^d \left(\frac{h_s}{h_o} - 1 \right) dY = \left(\frac{h_w}{h_o} - 1 \right) H_{i,fp}$$

また

$$\int_0^d \left(\frac{h_s}{h_o} - 1 \right) Y dY = d^2 \left(\frac{h_w}{h_o} - 1 \right) \frac{H_{i,fp} - 1}{2(H_{i,fp} + 3)} \quad (36)$$

$$\int_0^1 \frac{\tau}{\tau_w} d\left(\frac{Y}{d} \right) = 1.03 \frac{H_i}{H_i + 1} \quad (37)$$

などの仮定を置いている。これにより H_i が求められ (30) から H_{tr} が、したがって (10) か

ら H が求まり, H と θ から δ^* が得られる。

6. Persh-Lee の方法

基礎方程式としては (1) の運動量積分の式を用い, **Stewartson** 変換は行なわない。

境界層内の速度分布は指数法則に従うものと仮定する。

すなわち

$$\frac{u}{u_e} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (38)$$

a) $C_f^{11)}$

基準として非圧縮性の場合の C_{fi} を用いる。

$$C_{fi} = 2[20n]^{\frac{1-n}{1+n}} \left[\frac{1}{R_{e\delta}} \right]^{\frac{2}{n+1}} \quad (39)$$

この式は層流底層を考慮し **Prandtl** の混合距離を用いて求めたものである。これを圧縮性のある場合に用いるため, ρ, μ を層流底層の端において評価する。添字 L で層流底層の端を表わし, μ について

$$\frac{\mu_L}{\mu_e} = \left(\frac{T_L}{T_e} \right)^{\omega} \quad (40)$$

を仮定すると C_f として

$$C_f = 2(20n)^{\frac{1-n}{1+n}} \left[\frac{1}{R_{e\delta} \left(\frac{\delta}{\theta} \right)} \right]^{\frac{2}{n+1}} \left(\frac{T_e}{T_L} \right)^{\frac{n-2\omega-1}{n+1}} \quad (41)$$

b) T_L/T_e

温度分布に **Crocco** の法則 (16) を用いる。すなわち

$$\frac{T_L}{T_e} = \frac{T_w}{T_e} - \left(\frac{T_w - T_{aw}}{T_e} \right) \left(\frac{u_L}{u_e} \right) - \left(\frac{T_{aw} - T_e}{T_e} \right) \left(\frac{u_L}{u_e} \right)^2 \quad (42)$$

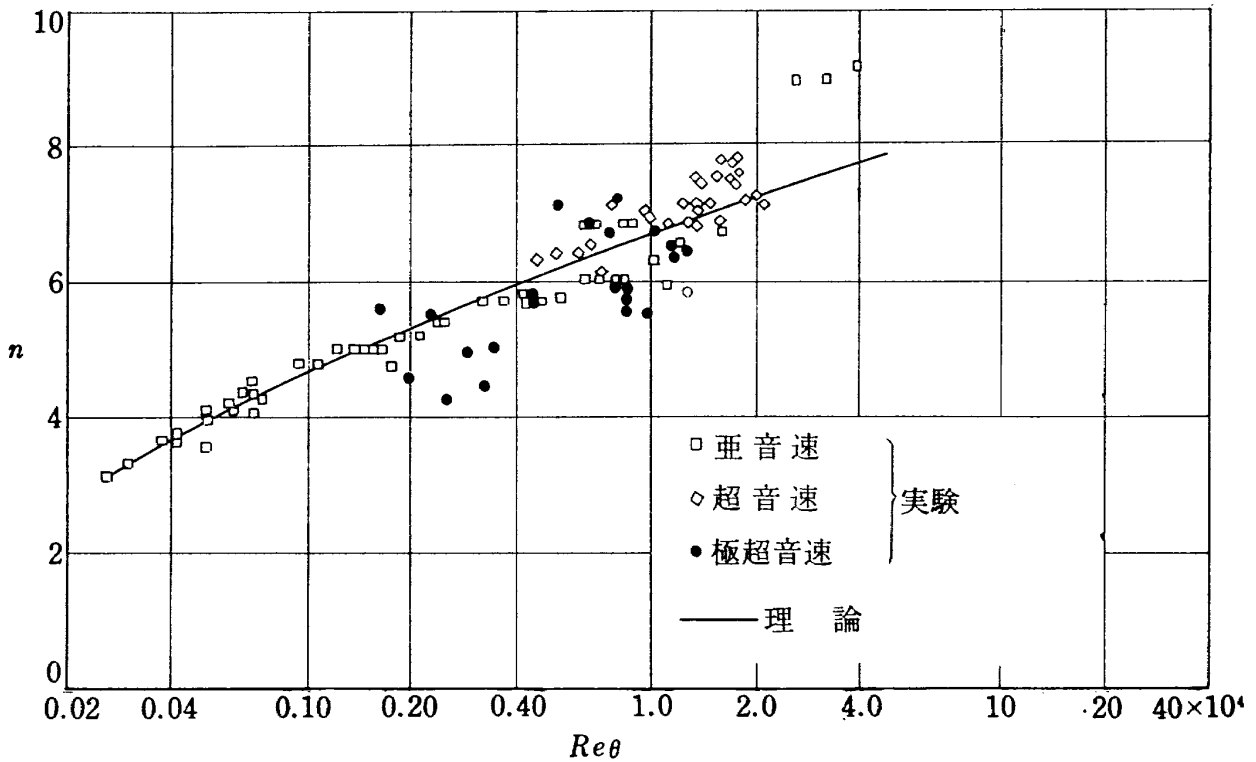
u_L/u_e については混合距離を用いて層流底層の厚さを求め, (38) の指数分布を使って

$$\frac{u_L}{u_e} = \left(\frac{20n}{R_{e\delta} \left(\frac{\delta}{\theta} \right)} \right)^{\frac{1}{n+1}} \left(\frac{T_L}{T_e} \right)^{\frac{\omega+1}{n+1}} \quad (43)$$

(42), (43) とから u_L/u_e , T_L/T_e が求まる。計算法としては u_L/u を適当にとって (42) から T_L/T_e を求め, (43) により最初の u_L/u_e を調べる。これをくりかえすことにより T_L/T_e が求められる。

c) n

n はレイノルズ数の関数であるが、ここでは (41) (43) に使い易いように Re_θ の関数としてグラフにより与えられている (第 2 図)



第 2 図 レイノルズ数と速度分布の指数¹¹⁾

d) H , および δ/θ

速度に対して (38), 温度に対して (16) を仮定しているのので, n がきまれば δ/δ^* , δ/θ および H は容易に数値積分により求めることができる。

この方法では $\theta=0$ から出発することはできない。適当な θ を最初にきめ n を求め C_f, H をきめて, (1) を解くわけである。種々のマッハ数, 熱伝達条件, n に対して $H, \delta/\theta, \delta/\delta^*$ が文献 12) にのせられている。

7. Bartz の方法

運動量積分の式に対して一次元等エントロピ流での速度と面積比 A/A^* を導入し, さらに

$$\frac{dr}{r} = \frac{1}{2} d \ln \frac{A}{A^*} \quad (44)$$

とにおいて

$$\frac{d\theta}{ds} + \frac{\theta}{2} \left[\frac{M^2 - 2H - 3}{1 - M^2} \right] \frac{d}{ds} \ln \frac{A}{A^*} = \frac{C_f}{2} \quad (45)$$

を出している。(44)を用いて(45)を導くのは厳密には円錐ノズルの場合のみ正しく、曲線形状ノズルの緩和領域では正しくない。

a) C_f

C_{fi} として $1/7$ 乗速度分布から導かれる¹³⁾

$$\frac{C_{fi}}{2} = 0.0228 \left(\frac{\nu}{u_e \delta} \right)^{1/4} \quad (46)$$

を用い, reference temperature としては

$$T' = \frac{1}{2}(T_e + T_w) \quad (47)$$

を用い, $\mu \sim T^{0.58}$ とすると,

$$\frac{C_f}{2} = 0.0228 \sigma \left(\frac{\mu_o}{\rho_e u_e \delta} \right)^{1/4} \quad (48)$$

ここに

$$\sigma = \frac{1}{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{T_w}{T_o} \right) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) + \frac{1}{2} \right]^{0.6} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{0.15}} \quad (49)$$

b) H

この方法の特徴的な点は温度境界層を考慮している点である。温度境界層の厚さを δ_T とすると、今迄の方法では $\delta = \delta_T$ としてあつてきた。厳密にはこれは $P_r = 1$ の場合にのみ成立する。ここではそれを考慮するために、エネルギー積分の式を使っている。

速度分布に対しては $1/7$ 乗則を仮定する。

$$u/u_e = (y/\delta)^{1/7} \quad (50)$$

温度境界層内の局所澱み点温度分布に対しても次のような $1/7$ 乗則を仮定する。

$$\frac{T_s - T_w}{T_o - T_w} = \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^{1/7} \quad (51)$$

これから T の分布を求めると

$$\begin{aligned} \frac{T}{T_{\delta_T}} &= \frac{T_w}{T_o} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) - \left(1 - \frac{T_w}{T_o} \right) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^{1/7} \\ &\quad - \frac{\gamma-1}{2} M^2 \left(\frac{\delta_T}{\delta} \right)^{2/7} \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^{2/7} \end{aligned} \quad (52)$$

ただし T_{δ_T} は $y = \delta_T$ における温度である。(50) (52) から H および C_f の計算に必要な θ/δ を求めるわけであるがそのためには δ_T/δ を知る必要があるのでエネルギー積分の式を用いる。

エネルギー積分の式は

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\delta_T}{\delta} \right)^{9/7} + \frac{9}{8} \left(\frac{\delta_T}{\delta} \right)^{9/7} \frac{d}{dx} \left[\ln \frac{\lambda \theta C_p (T_o - T_w)}{r} \right]$$

$$= \frac{9}{8} (0.0228\sigma) \frac{\left[\left(\frac{\mu_0}{\rho_* u_*} \right) \left(\frac{\theta}{\delta} \right) \left(\frac{A}{A^*} \right) \right]}{\theta^{5/4} P_r^{0.46} \lambda} \quad (53)$$

ただし $\lambda = \frac{\phi}{\theta} \left(\frac{\delta_T}{\delta} \right)^{-8/7}$ で ϕ はエネルギー厚さである。

原理的には (45), (53) を連立して解けばよいが, 非常に複雑なので $\delta_T/\delta=1$ として (45) から θ を求め, それにより (53) から δ_T/δ を出し, 第 2 近似を求めていく。エネルギー式と熱伝達係数も求めているので, 冷却条件がきまっていれば, たとえば T_w = 一定から出発して T_w 分布を求めることもできる。

8. 実例計算

以上の 4 つの方法はいずれも近似計算法であって, その優劣をきめるような精密な実験がない現在ではどれを採用すべきか明らかでない。そこでまず 4 つの方法により同一条件で計算を行ないその結果を比べてみた。

計算に用いたノズルは $M=7$ のもので

$$P_o = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_o = 1000^\circ\text{C}$$

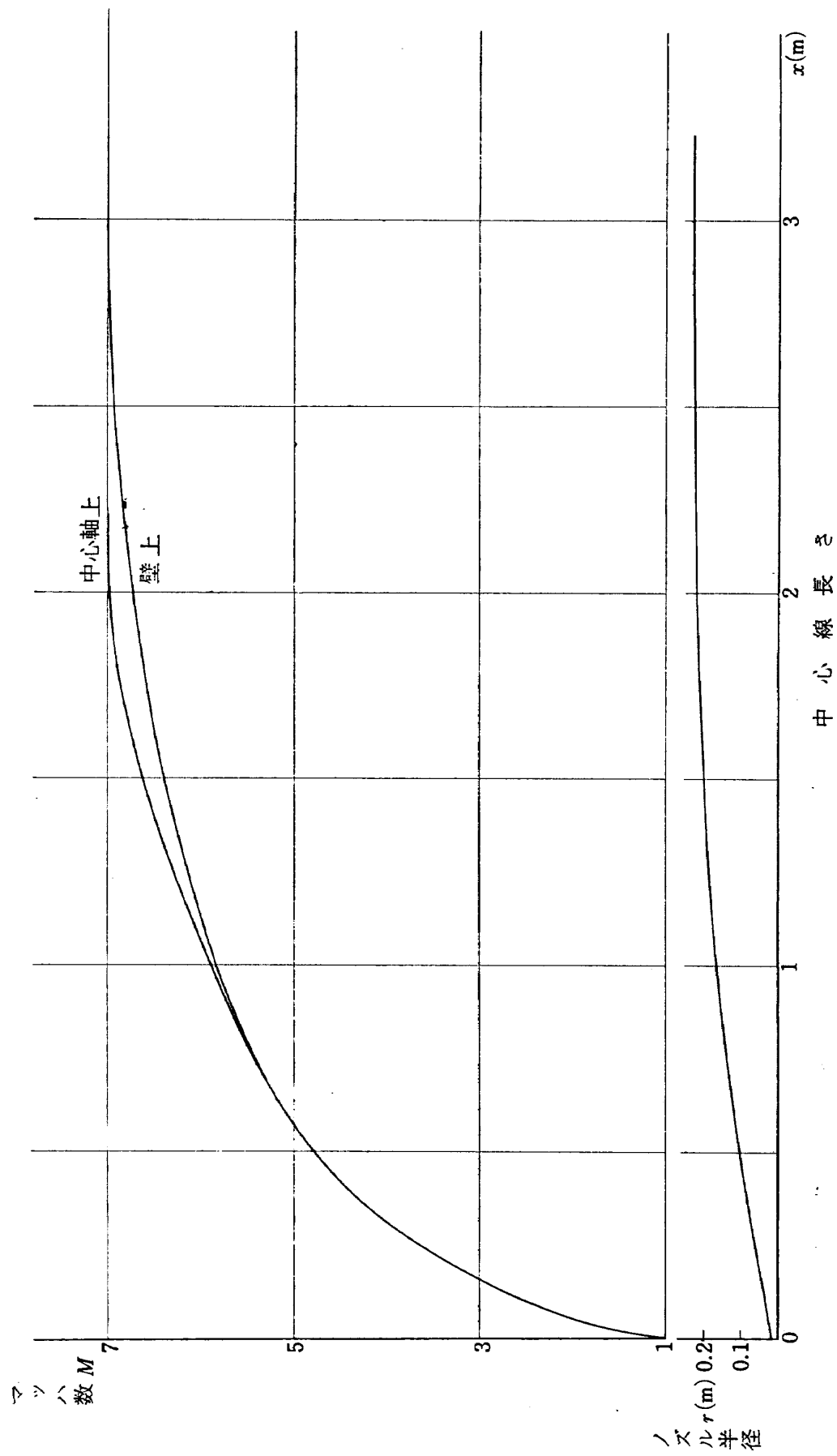
$$T_w = 300^\circ\text{C} \text{ (一定)}$$

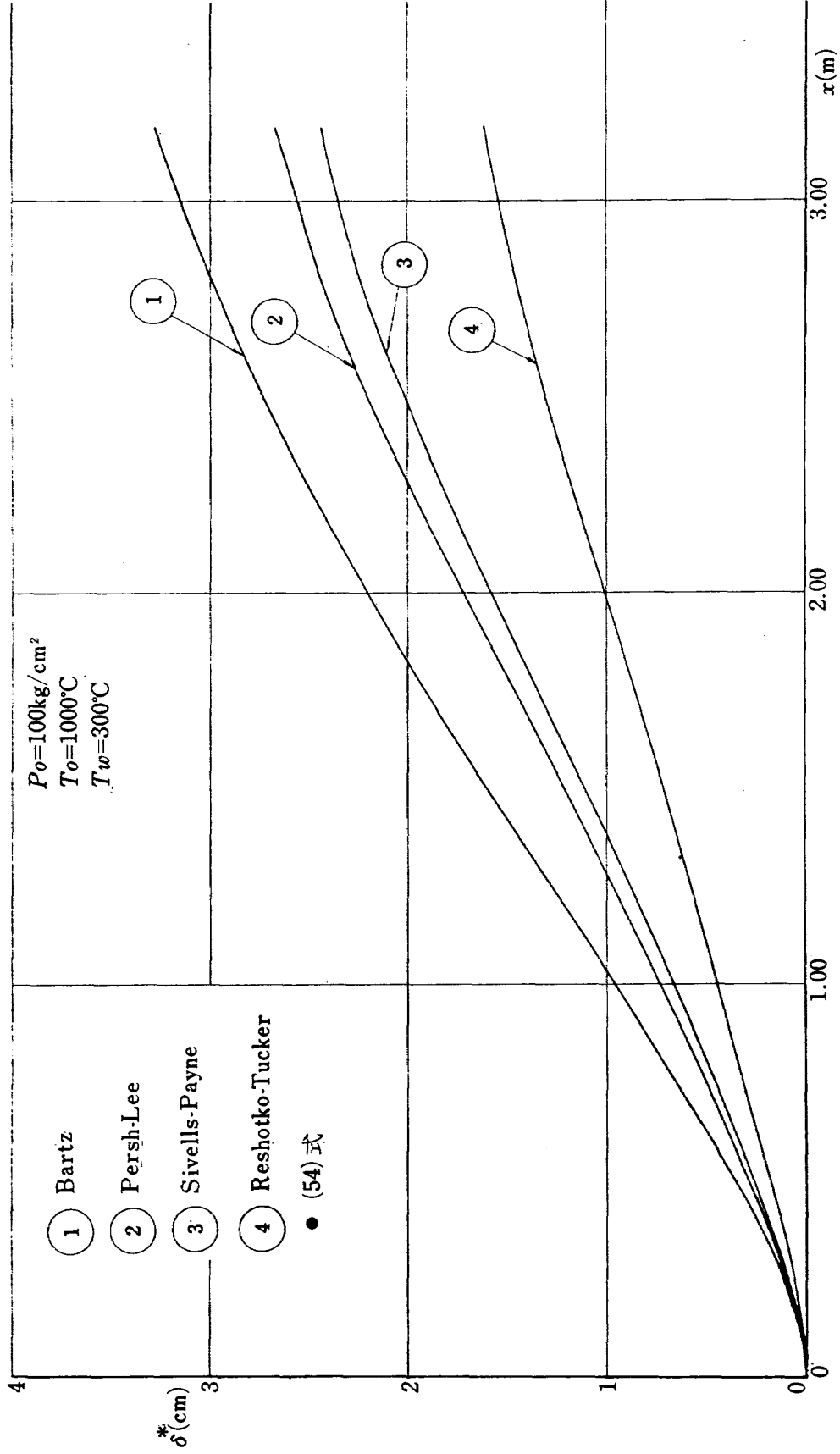
で計算した。なお μ には Sutherland の公式¹⁴⁾を, 回復温度係数としては 0.896 を用い, スロート部で $\theta=0$ とした。また空気は熱量的に完全であるとし, $\gamma=1.4$ とした。

第 3 図に特性曲線法により求めた非粘性流に対するノズル形状と中心軸上および壁面上マッハ数分布を示す。第 4 図には計算された δ^* の分布を示す。なお Sivells-Payne の方法では (2) 式の $\sec \alpha$ を考慮して計算したが, その他の方法では $s=x$ として, すなわち (1) 式に基づいて計算されている。このノズルの最大傾斜角は 10° であるから, この近似はそれほど大きな誤差は生じない。計算はすべて電子計算機により行なったが, 積分を行なう際の分割点の数は 110 点, 区間間隔は場所により異なり, 上流部で短く下流部では長い。実際の計算は, Sivells-Payne 法は航空宇宙技術研究所で, Reshotko-Tucker 法および Persh-Lee 法は新三菱重工で, Bartz 法は川崎重工で行なった。

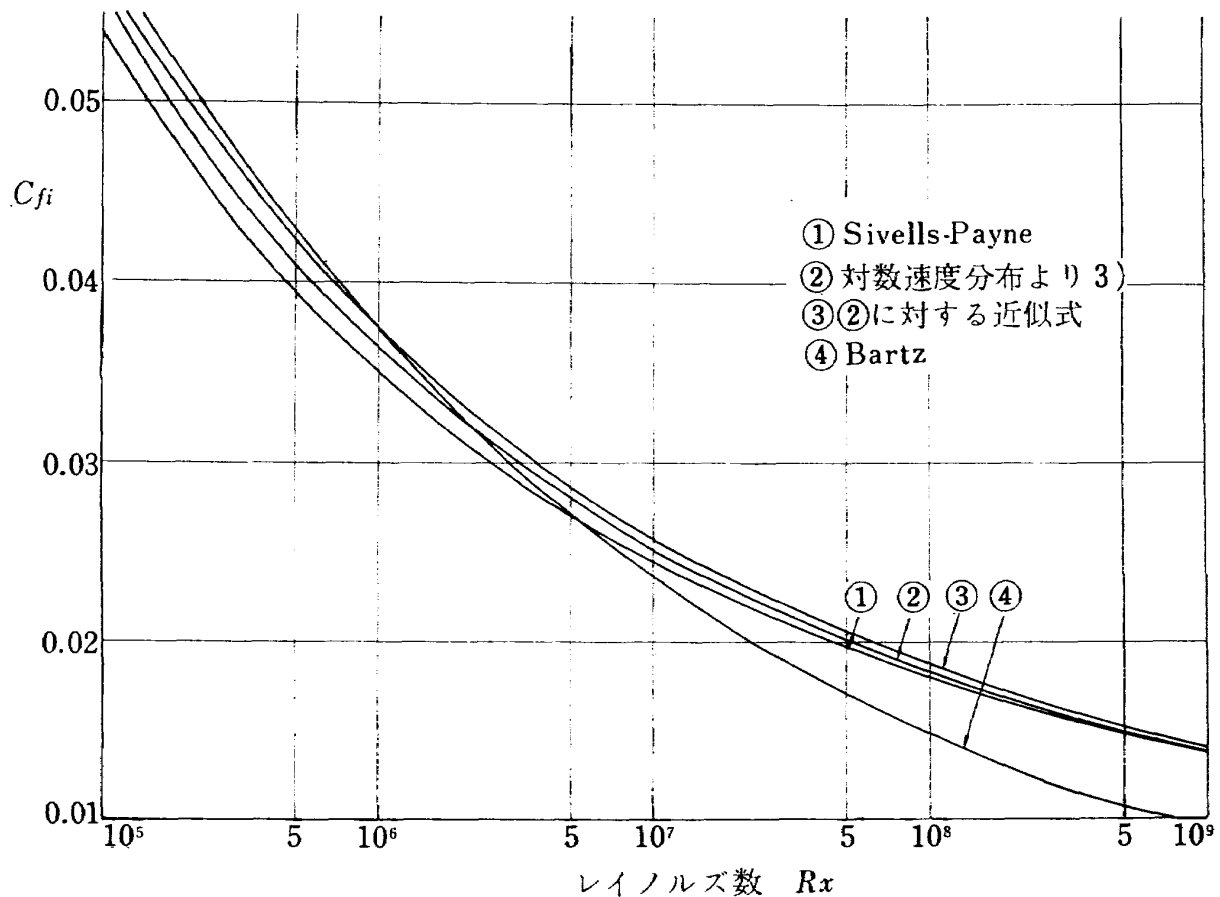
第 4 図から明らかなように計算法により δ^* の値は非常に異なっている。この原因は理論の途中に含まれる種々の仮定によるものであるが, 一番大きな影響のあるのは C_f であろうと思われる。第 5 図に各方法に使用された C_{fi} の値を, 第 6 図には C_f のノズル上の分布を示した。

第 5 図から明らかなるように C_{fi} にはあまり大きな差はみとめられない。Bartz の用いた (46) 式は実験値と比較した場合, 推奨できるレイノルズ数の使用範囲は $10^5 \sim 10^7$ である。これら非圧

第3図 $M=7$ ノズルの非粘性流に対する形状とマッハ数分布



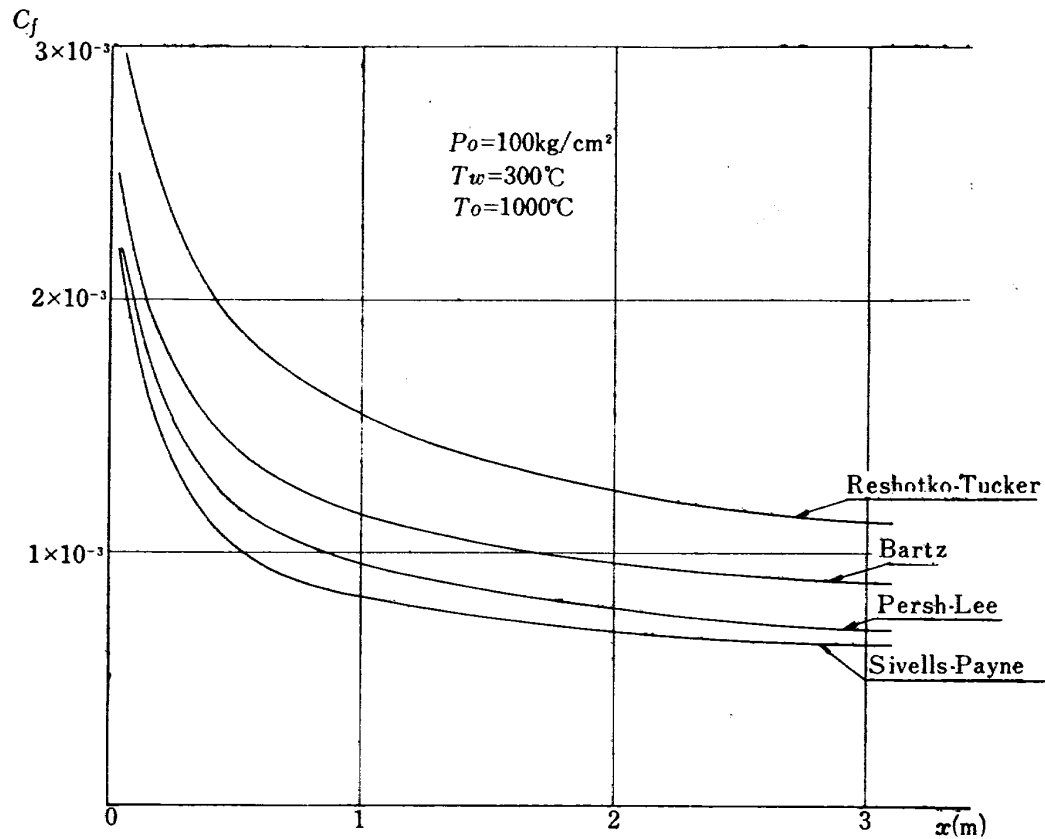
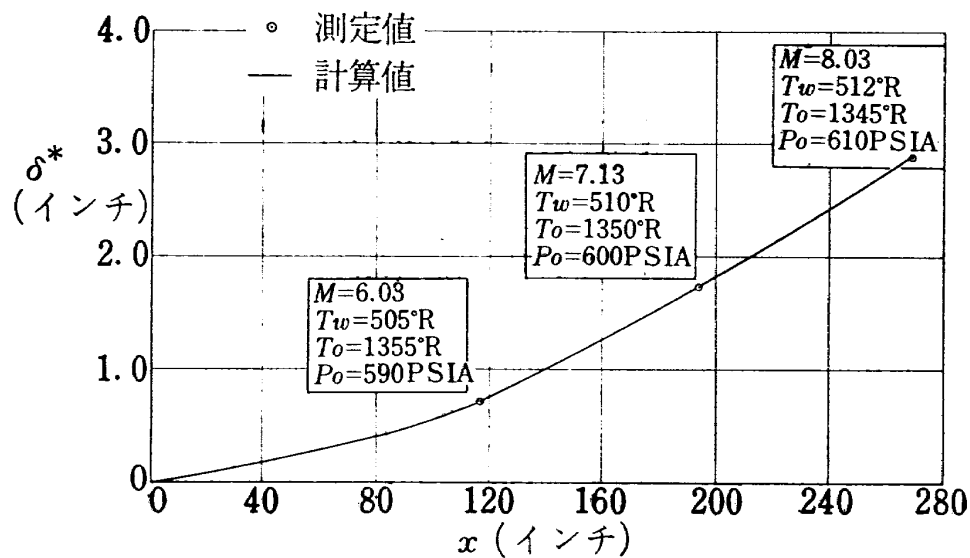
第4図 $M=7$ ノズルに沿う排除厚の計算結果



第 5 図 非圧縮性局所摩擦係数

縮性流体の摩擦抵抗公式については、たとえば文献 13) を参照されたい。これに反し第 6 図で明らかのように、実際の極超音速ノズルについて計算された C_f はかなり異なっている。これらのいずれがより正しいかは今後の実験との比較にまづはかはないと思われる。Sivells-Payne, Persh-Lee, Bartz いずれの場合も圧力勾配のない場合の式に基づいている点に問題があるように思われる。Persh-Lee では層流底層を考え、物理的な考察を加えて導いている点がすぐれている。また Reshotko-Tucker の場合 C_{fi} は圧力勾配のある場合でも使用できる点ですぐれているが、 C_f を求める際にはあまりに多くの仮定があるので、その点に問題があるであろう。

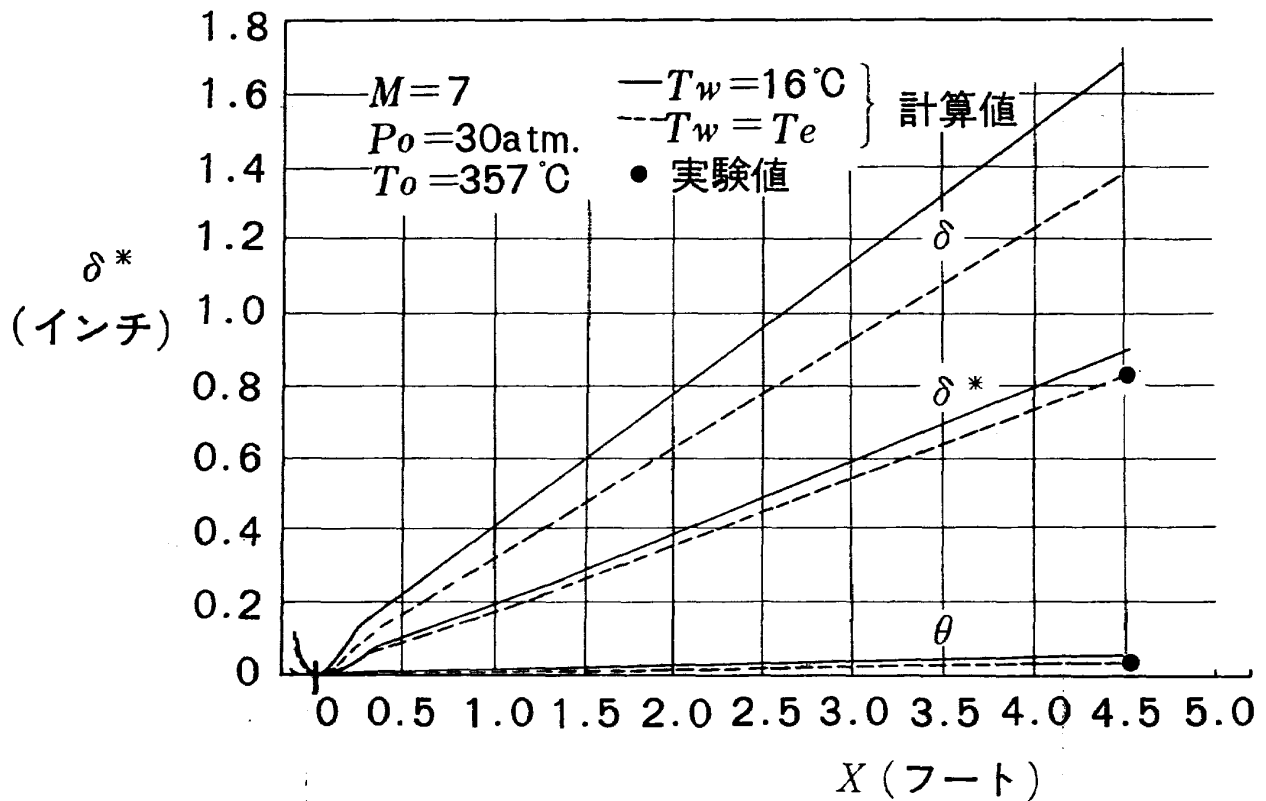
なお、Sivells-Payne, Persh-Lee の文献にはそれぞれ実際の極超音速風洞ノズルで測定した δ^* と計算による δ^* との比較がのせられており、それぞれ実験との一致はよいように思われる。参考のため第 7, 第 8 図に文献 3), 5) から引用した実測値との比較を示した。また、第 9 図には Sivells-Payne 法により $M=5, 7, 9, 11$ のノズルについて計算を行なった結果を示した。非粘性流に対するこれらのノズルの形状を第 10 図に示す。

第6図 $M=7$ ノズルに沿う局所摩擦係数の分布第7図 Sivells-Payne 法の実験値との比較^{a)}

9. 計算の際考慮すべき要素

a) ノズル出口における δ^* の最初の推定

実際のノズルを製作するには δ^* を考慮した測定部の大きさが設計の際きめられる。特に、軸対称ノズルではマッハ数を変えるためにはノズルは交換式となるので、各マッハ数のノズルの最終の

第 8 図 Persh-Lee 法の実験値との比較⁵⁾

出口直径があまり違うことは測定部の構造上許されない。したがって、 δ^* を補正した後の出口直径が一定の値になるように、非粘性流に対するノズルはあらかじめ小さく計算しておく必要がある。そのためには、ごく粗い近似式を用いて最初に出口における δ^* を推察しておけばよい。出口での排除厚を δ_1^* 求める近似式としては

$$\frac{\delta_1^* \left(\frac{u_e}{\nu_e} \right)^{1/5}}{x_1^{4/5}} = 0.05 + 0.03 M_1 \quad (54)$$

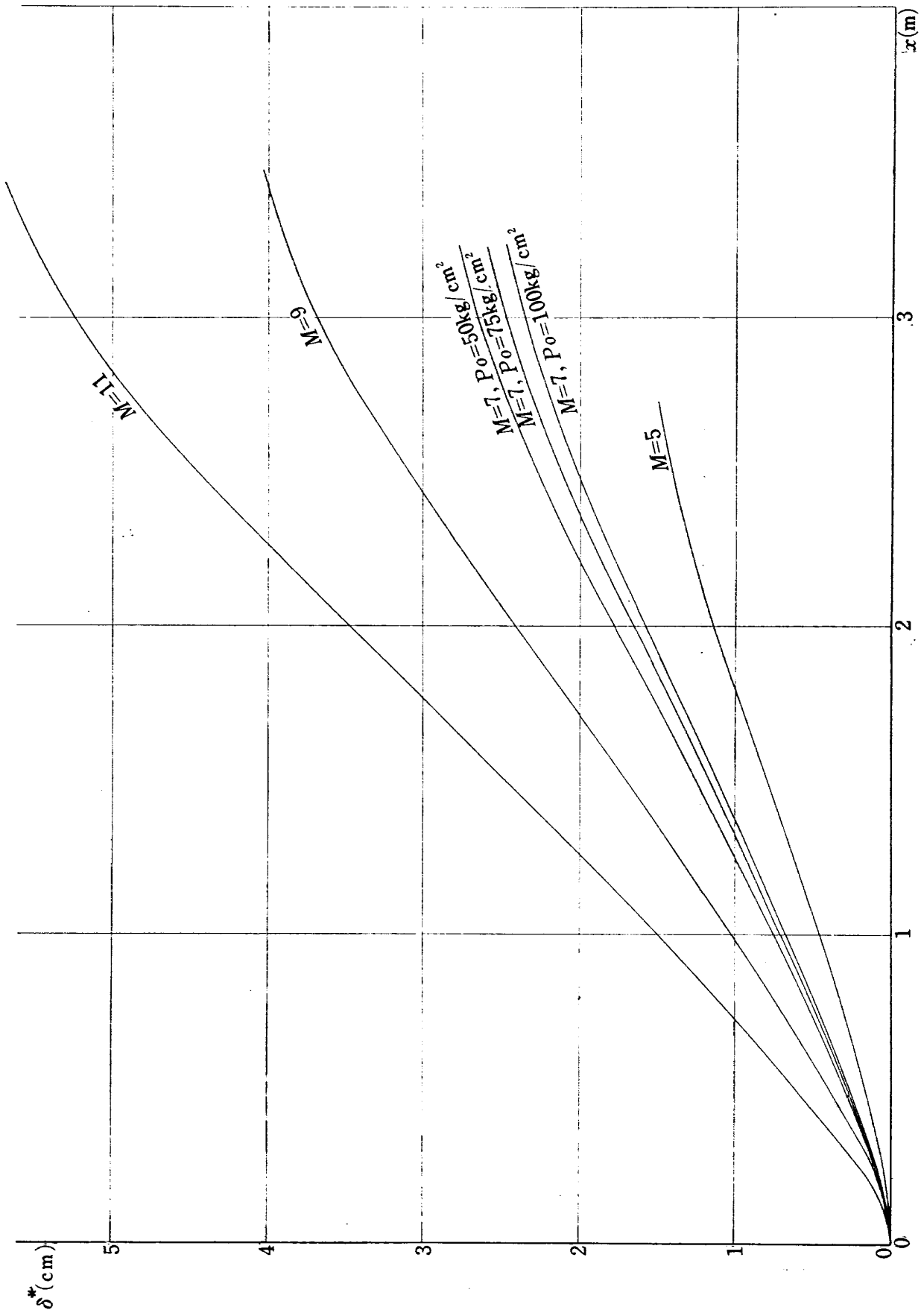
$$\delta_1^* = 0.0064 \frac{M_1^{1.25}}{\left(\frac{u_e x_1}{\nu_e} \right)^{0.14} x_1} \quad (55)$$

$$\delta_1^* = 0.0463 \frac{M_1^{1.311}}{\left(\frac{u_e x_1}{\nu_e} \right)^{0.276}} \quad (56)$$

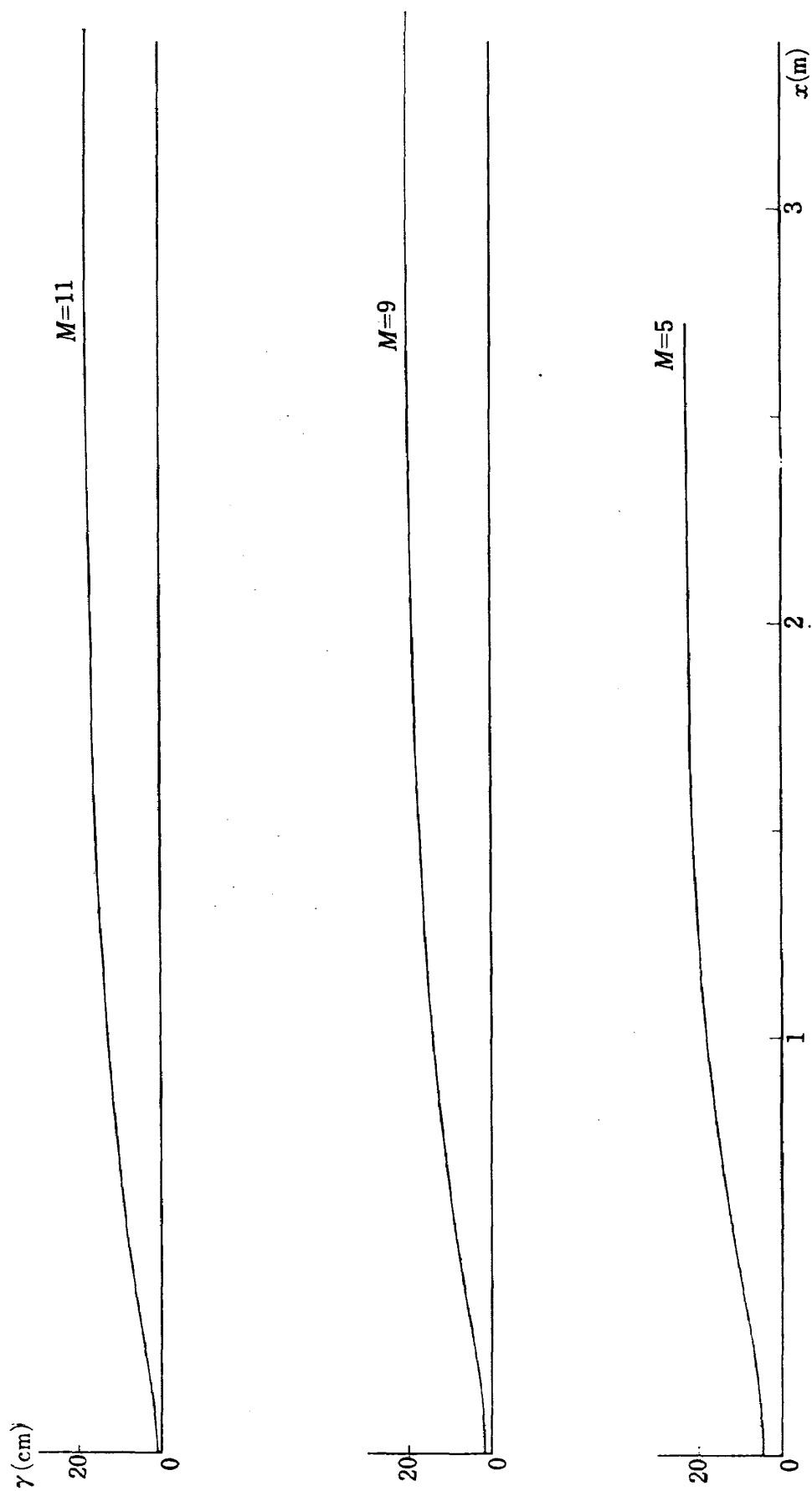
などがある。これらの式は異なった δ_1^* を与えるけれども、計算の出発点として使用するのであるからどれを用いてもよい。本論文中の計算ではすべて(54)を用いた。境界層補正を行なったあとのノズルの大きさが所期の値にならなければ、第 1 回目に得られた δ^* をもとにして計算をくりかえせば所期の大きさに収斂させることができる。

なお、Ying-Nien Yu¹⁶⁾ は (54) と同じで係数の少し異なった式を提案しているが、いずれも実験式で本質的な差はない。

b) 仮想原点



第9図 種々のマッハ数のノズルに対する δ^*

第10図 $M=5, 9, 11$ ノズルの非粘性流に対する形状

境界層の計算を行なうときは通常スロート部から始める。スロート部を $x=0$ とすると、 R_s に基づいて C_f を求める場合には、 $R_s=0$ となり C_f は発散する。(たとえば (24)) そのような場合にはスロート部より上流に仮想原点を置いて、スロート部で $x \neq 0$ になるようにする。この仮想原点の求め方はきまった方法がないが、たとえば、集合胴部では速度は十分遅いから、スロート部における速度勾配と同じ加速度で速度 0 からスロート部まで加速されてくると仮定してスロート部の x_* を求める方法もある。

スロート部の速度勾配は³⁾

$$\left[\frac{du_x}{dx} \right]_{M=1} = \frac{a_0}{\frac{\gamma+1}{2} \sqrt{r_* R_*}} \quad (57)$$

ただし R_* はスロート部の曲率半径。

$M=0$ から $M=1$ まで (57) の等加速度で加速されたとすると、その長さとして

$$x_* = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2} r_* R_*} \quad (58)$$

が求められる。したがってスロート以降については $x_* + s$ (または x) として計算を進めていけばよい。

c) スロート部の θ_*

スロート部でも実際には境界層は存在するはずであるが、その厚さを決定することはできないので通常はスロート部では運動量厚 $\theta_* = 0$ として方程式をとく。 θ_* はごく小さいことは想像されるのでこの仮定による誤差は実用上問題ないと考えられている。しかし上に述べた x_* を導入して、それに相当する θ_* を求めることも可能である³⁾。

簡単化のためスロート部までは T' , R_x' は一点であると仮定すれば (15) から

$$\begin{aligned} \theta_* = & \frac{0.0694(\log R_{x_*}' - 2.3686) T_0 \sqrt{r_* R_*} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{5\gamma-3}{4(\gamma-1)}}}{(\log R_{x_*}' - 1.5)^3 T_*'} \\ & \times \int_0^1 \frac{M^{1.5+H\gamma} dM}{\left(1 + \frac{\gamma+1}{2} M^2 \right)^{\frac{11\gamma-9}{4(\gamma-1)}}} \end{aligned} \quad (59)$$

$M=7$ ノズルについて (58) (59) により x_* , θ_* を求めてみると

$$x_* = 7.865 \text{ cm}$$

$$\theta_* = 3.747 \times 10^{-3} \text{ cm } (\delta^* = 3.3 \times 10^{-3} \text{ cm})$$

が得られた。 θ_* を求める適当な方法がないので、ごく粗い近似ではあるが、一応の目安にはなると思われる。これから分るように θ_* はかなり小さい。

$\theta_* = 0$ とした場合に生ずる誤差の程度を見積ることは可能である。

基礎方程式 (2) は θ に関する一階の常微分方程式であるから形式的に次のように書ける。

$$\theta' + F_{(x)}\theta = G_{(x)} \quad (60)$$

この解は

$$\theta = e^{-\int_{x_*}^x F_{(x)} dx} \left(\int_{x_*}^x G_{(x)} e^{\int_{x_*}^x F_{(x)} dx} + \theta_* \right) \quad (61)$$

で与えられる。

$\theta_* = 0$ とおいた時, 出口で θ_{e1}

$\theta_* \neq 0$ とおいた時, 出口で θ_{e2}

とおくと,

$$\theta_{e2} - \theta_{e1} = e^{-\int_{x_*}^L F_{(x)} dx} \cdot \theta_* = C\theta_* \quad (62)$$

$$\therefore \frac{\theta_{e2}}{\theta_{e1}} = \left(1 + C \frac{\theta_*}{\theta_{e1}} \right) \quad (63)$$

ただし L はノズル曲面に沿う全長である。

$M=7$ ノズルについて (63) を δ^* に直してみると

$$\frac{\delta_{e2}^*}{\delta_{e1}^*} = \left(1 + 7.9 \frac{\delta_*^*}{\delta_{e1}^*} \right) \quad (64)$$

となり, スロート部の δ^* は出口に約 8 倍になつて効いている。(59) から求めた θ_* を用いて (64) を評価してみると

$$\frac{\delta_{e2}^*}{\delta_{e1}^*} = 1.01$$

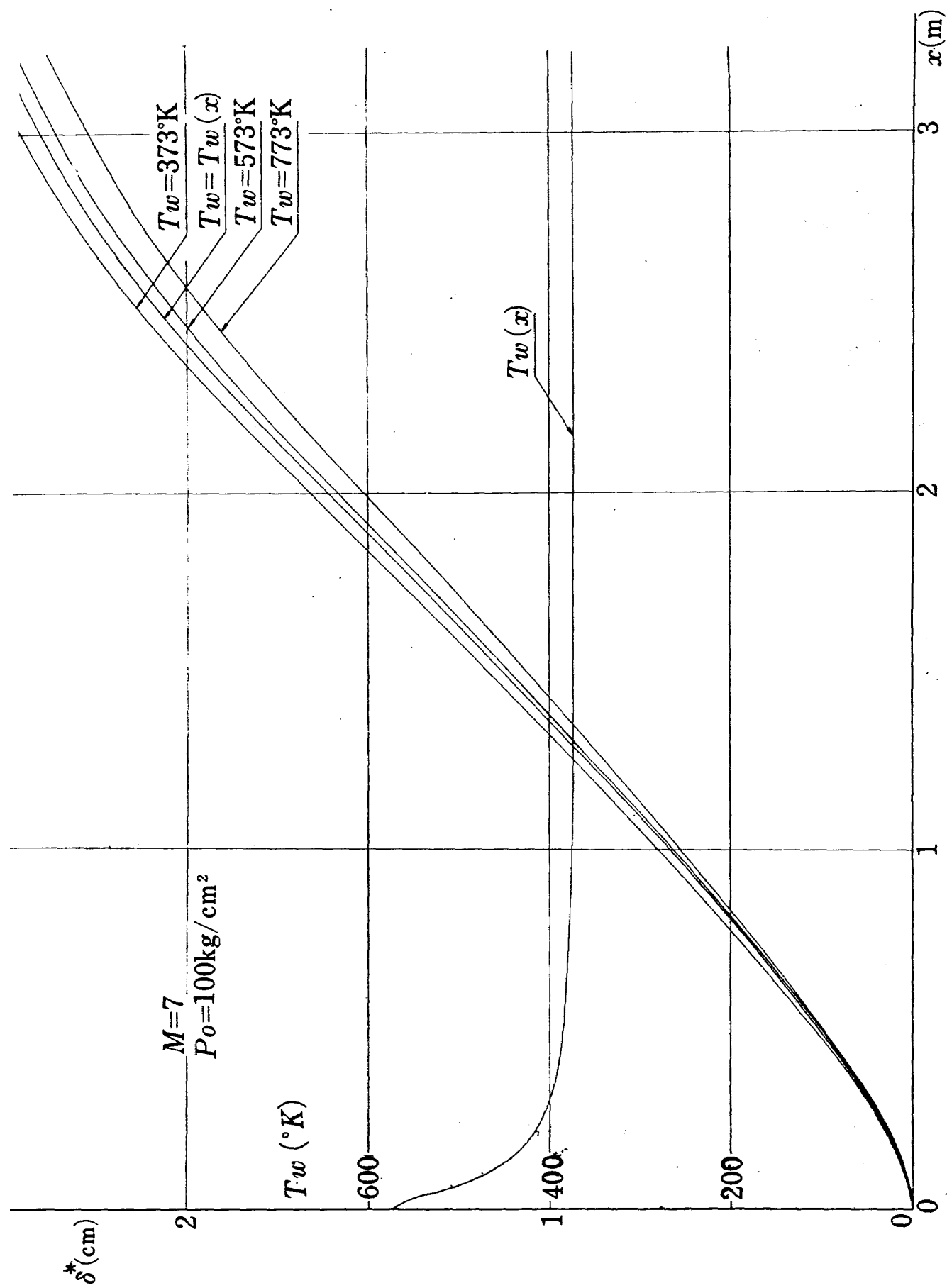
以上から $\theta_* = 0$ として式をといてもそれ程大きな誤差は生じないように思われる。ただし, スロート部の曲率半径が大きく, 加速度の小さい場合にはスロート部での境界層がかなりの厚みをもつ可能性があるので注意を要する。

d) T_w

熱伝達の影響をしらべるため, 種々の T_w について Sivells-Payne の方法により $M=7$ ノズルについて計算を試みた。第11図に $T_w=100^\circ\text{C}$ (一定) 300°C (一定) 500°C (一定) の場合と $T_w = T_w(x)$ とした場合の結果を示した。

一般にスロート近くでは熱伝達が大きく, したがって T_w も高くなり, $T_w = \text{一定}$ というのはあまり实际的ではない。 T_w の分布は熱伝達と冷却とから求めるべきであるが, 初期設計の段階では分らないので, 一般にノズルの壁温分布として得られる形を近似する式として C. B. Johnson ら¹⁹⁾ が与えている

$$T_w(x) = \frac{T_* - A(r/r_*)^{1.8}}{1 + B(r/r_*)^{1.8}} \quad (61)$$



第11図 ノズル壁温の δ^* に及ぼす影響 ($M=7$ ノズル)

を用いた。ただし T_* はスロート部の気体の温度、 A, B は常数。 $T_w=100^\circ\text{C}$, 300°C の場合と比較するため、スロート部で 300°C 、ノズル出口で 100°C として常数 A, B を決定した。この $T_w(x)$ は T_{aw} の分布と似た形をしている。第7図から分る通り、 T_w に分布のある場合も大きな差は現われず、 T_w が 100°C , 300°C の分布の間にあり、当然のことながらスロート部では $T_w=300^\circ$ の場合に近い。

$T_w=100^\circ\text{C}$ の場合と 500°C の場合で出口での δ^* の差は約 2 mm であまり大きくない。ただし、この結果では T_w の高い方が δ^* が薄くなっているのを念のため平板の場合について同様の計算を行なってみた。第8図にその結果を示したが、この場合には差は小さいが傾向として T_w が高い方が δ^* は大きく出ている。この両者の差は圧力勾配からくるものと思われる。

T_w の影響は大きくないので、設計に当っては、冷却条件から T_w の分布を求め、それにもとづいて δ^* を計算すれば、設計値と実際の T_w が多少違って問題にはならないと思われる。

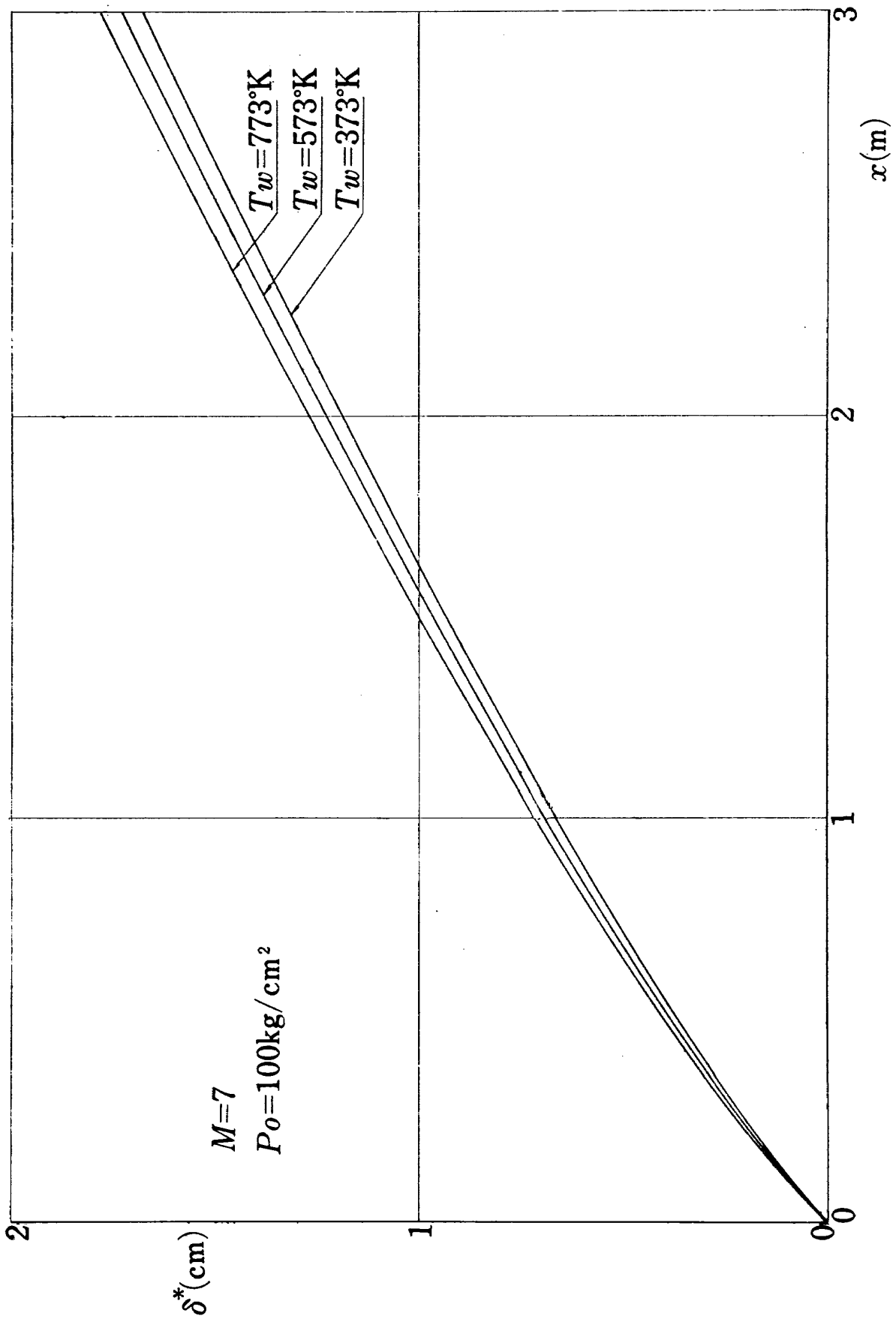
e) レイノルズ数の影響

二次元ノズルの場合には可撓壁を用いることも可能であるが、軸対称ノズルでは不可能である。

したがって、軸対称ノズルではあるきまった主流のレイノルズ数(すなわち P_0 , T_0)に対して境界層補正を行なっても、他のレイノルズ数で運転した時は厳密には正しい補正からはずれていることになる。現在計画中の風洞では、最高の集合胴圧力は空気源設備の能力から $100\text{ kg/cm}^2\text{G}$ としまっているが、真空槽の容量と真空ポンプの能力が許す範囲で、低い集合胴圧力で運転することも可能である。このように異なった集合胴圧力で運転した場合に境界層の厚さはどの位変化し、設計マッハ数にどの程度変化があるかを調べるため、前述の $M=7$ ノズルについて $P_0=100\text{ kg/cm}^2$, 75 kg/cm^2 , 50 kg/cm^2 の三種類について Sivells-Payne の方法で計算を行なった。第9図にはその結果も示してある。この結果から P_0 が 100 kg/cm^2 から 50 kg/cm^2 に減少すると δ^* は出口で約 3 mm 増加する。このような有効断面積の減少によるマッハ数の変化を、簡単な一次元流の面積比から求めると次のようになる。

$P_0, \text{kg/cm}^2$	$\delta_e^*(\text{出口})\text{cm}$	M
100	2.475	7.00
75	2.595	6.980
50	2.780	6.955

これから明らかなように、 $M=7$ ノズルについては δ^* の増加によるマッハ数の変化は非常に小さいことが分った。一定の大きさのノズルについては、このような影響はマッハ数が大きいほど大きくなるであろう。



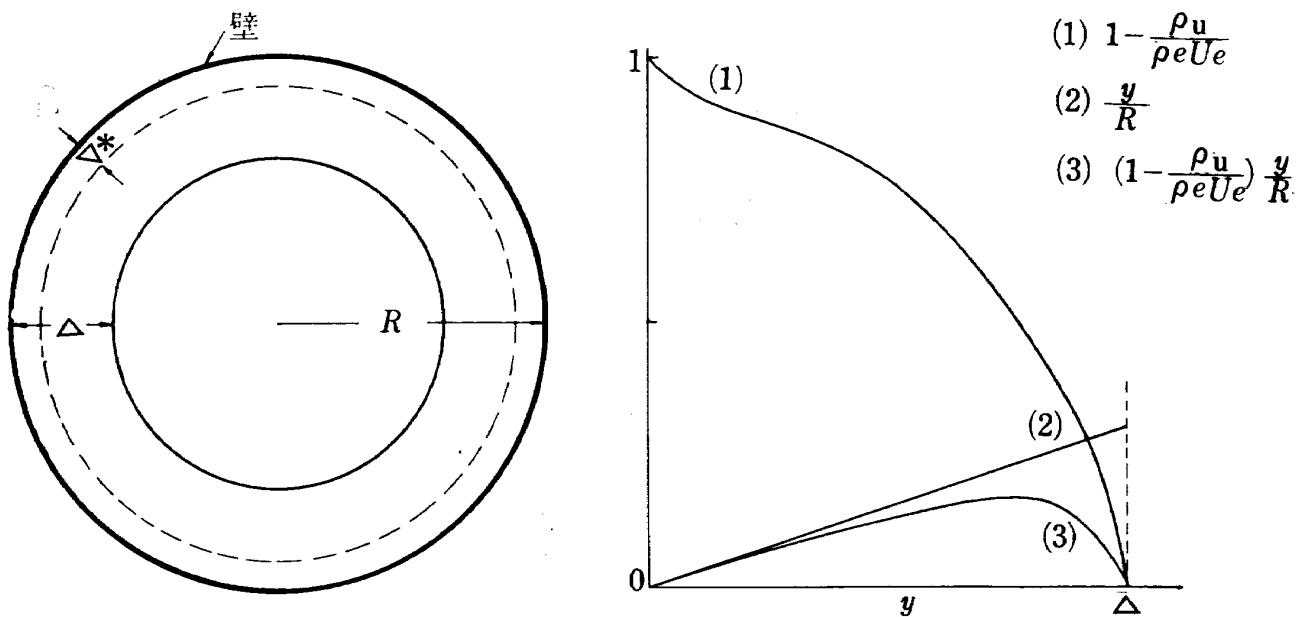
第12図 壁温の δ^* に及ぼす影響 (平板の場合)

10. 軸対称流における排除厚

これまで境界層の排除厚として考えてきた δ^* は次の式で定義したものである。

$$\rho_e u_e \delta^* = \int_0^{\delta} (\rho_e u_e - \rho u) dy \quad (65)$$

すなわち境界層により主流が外側へ押しやられる量が δ^* であり、また同じ流量をポテンシャル流 $\rho_e u_e$ で流すと考えると壁は δ^* だけ移動したとも考えられる。ノズルの境界層補正はあるマッハ数を得るに必要な面積比 A/A^* を満す A を得るようにするためのもので、結局流量を合わせるのが目的であり、壁が仮想的に移動した距離として排除厚を考えればよい。しかしながら (65) で定義されるのは二次元の場合であって軸対称の場合には正しくない。いま第13図に示すように軸対称



第13図 軸対称の場合の排除厚

の場合の排除厚を Δ^* 、境界層の厚さを Δ 、断面の半径を R とすると、

$$\pi [R^2 - (R - \Delta^*)^2] = 2\pi \int_0^{\Delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) (R - y) dy$$

Δ^{*2} の項を無視すると

$$\frac{\Delta^*}{\delta^*} = 1 - \frac{\int_0^{\Delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) \frac{y}{R} dy}{\int_0^{\Delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) dy} \quad (66)$$

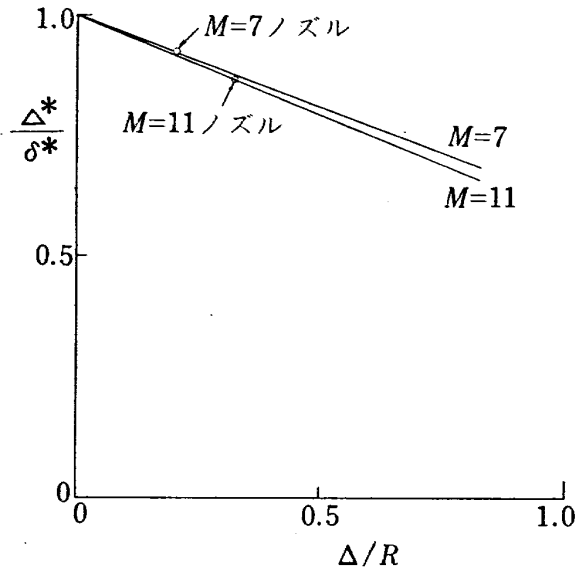
(66) 式で左辺第2項の分子の被積分関数は第14図に示すように $\left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right)$ は $y=0$ で 1, $y=\Delta$ で 0 であり, y/R は $y=0$ で 0, $y=\Delta$ で Δ/R である。したがって両者の積全体としては Δ/R よりも小さい。したがって $\Delta/R \ll 1$ ならば $\Delta^* \approx \delta^*$ となる。

(66) を変形すると

$$\frac{\Delta^*}{\delta^*} = 1 - \frac{\Delta}{R} \frac{\int_0^{\Delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) \left(\frac{y}{\Delta}\right) d\left(\frac{y}{\Delta}\right)}{\int_0^{\Delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) d\left(\frac{y}{\Delta}\right)} \quad (67)$$

となる。これを正確に評価するには速度分布、密度分布（すなわち温度分布）を知らなくてはならない。

いま、速度分布として $1/7$ 乗則を、温度分布として Crocco の法則を用いて $M=7$, 11 の場合につい



第14図 二次元と軸対称の排除厚の比較

て (67) を計算すると第 14 図の結果が得られる。現在計画中の第 3 図、第 9 図に示したノズルについての値も図中に示した。このように δ^* で考えると排除厚を大きくとりすぎたことになりマッハ数は高目に出ることになる。このマッハ数の変化 ΔM はノズル出口で $M=7$ ノズルでは 0.03, $M=11$ ノズルでは 0.14 となる。

このように Δ/R が小さい時は問題にならないが、ある程度以上大きい場合には Δ^* を考える必要がある。 Δ/R があまり大きい場合には軸対称境界層の運動方程式自身が二次元と同じ形にならないので、(1), (2)式が使えなくなり、問題を解くことができない。ノズルの設計に当っ

ては Δ/R があまり大きくならないように注意をする必要がある。

11. 結 び

圧力勾配、熱伝達を含む圧縮性乱流境界層の計算は厳密に解くことは不可能であり、極超音速風洞ノズルの境界層補正法としても定った方法がない。そこで今までにノズル設計のために発表されてきた方法について実例計算を行なって比較した結果、かなりの差があることが分った。

このような計算において最も重要な問題は摩擦係数の決定であると思われる。この様な立場から考えると Persh-Lee の方法が最もよいように思われる。また摩擦係数に圧力勾配の効果が入っていないが、実験結果と比較してよく合っており、計算も比較的やり易い点では Sivells-Payne の方法も実用性があると思われる。これらの近似計算法の優劣については結局のところ実験との比較にまっつかはないと考えられる。

ノズルの境界層を計算するに当って考慮すべき種々の要因について実例計算を行ない検討した。

また軸対称の場合の境界層排除厚について注意を与えた。

なお、ここでは気体を熱量的に完全であるとして取り扱ったが、さらに澱み点温度、圧力の高い場合には実在気体効果を考慮する必要もあると思われる¹⁸⁾。

なお、摩擦係数については J. B. Peterson, Jr.²⁰⁾ が圧力勾配のない場合について熱伝達の効果も含めて、今までの理論と実験との比較を行なっている。また A. Walz²¹⁾ は、圧力勾配や熱伝達のある乱流境界層についてくわしく述べているが、ここではふれなかった。これらの知識をもとにして新しい計算法を導くことも可能であると考えている。

本資料の作成にあたって東京大学航空研究所長 谷一郎教授にいろいろの有益なご教示をいただいた。厚く御礼申し上げる次第である。

また Bartz の方法による計算は川崎重工業(株)池沢昭技師に、Reshotko-Tucker, Persh-Lee の方法による計算は新三菱重工名古屋航空機製作所齊藤寛技師にいただいたものである。

また、航空宇宙技術研究所計測工務部島海良三氏には計算機のためのプログラミングをしていただいた。柏原登喜子氏には種々の数値計算をわずらわした。これらの方々に心から感謝の意を表したい。

文 献

- 1) Tucker, M.: Approximate Calculation of Turbulent Boundary-Layer Development in Compressible Flow, NACA TN 2337 (1951)
- 2) 谷一郎: 実用の立場から見た乱流境界層の諸問題, 日本航空学会誌 vol. 4, No. 33, (1951) 257~263
- 3) Sivells, J. C., Payne, R. G.: A Method of Calculating Turbulent Boundary-Layer Growth at Hypersonic Mach Numbers, AEDC-TR-59-3 (1959)
- 4) Reshotko, E., Tucker, M.: Approximate Calculation of Compressible Turbulent Boundary Layer with Heat Transfer and Arbitrary Pressure Gradient, NACA TN 4154 (1957)
- 5) Persh, J., Lee, R.: A Method for Calculating Trubulent Boundary Layer Development in Supersonic and Hypersonic Nozzles Including the Effects of Heat Transfer, NOL NAVORD Rep. 4200 (1956)
- 6) Bartz, D. R.: An Approximate Solution of Compressible Turbulent Boundary-Layer Development and Convective Heat Transfer in Convergent-Divergent Nozzles, Trans. of the ASME vol. 77, Nov. (1955), 1235~1245
- 7) Stewartson, K.: Correlated Compressible and Incompressible Boundary Layers, Proc.

- Roy. Soc. A., 200, 84 (1949)
- 8) Eckert, E.R.G.: Engineering Relations for Friction and Heat Transfer to Surfaces in High Velocity Flow, Jour. Aero. Sci., vol. 22, No. 8, Aug. (1955), 585-586
 - 9) von Kármán, T.: Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz, Proc. Third Intern. Congr. of Appl. Mech. 85, Stockholm (1931); Hydromechanische Probleme des Schiffsantriebes, Hamburg (1932); Jour. Aero. sci., vol. 1, No. 1, (1934)
 - 10) Ludwig, H. and Tillmann, W.: Investigations of Wall-Shearing Stress in Turbulent Boundary Layers, NACA TM 1285, (1950)
 - 11) Persh, J.: A Theoretical Investigation of Turbulent Boundary Layer Flow with Heat Transfer at Supersonic and Hypersonic Speeds, NOL NAVORD Rep. 3854 (1955)
 - 12) Persh, J., Lee, R.: Table of Turbulent Boundary Layer Parameters, NOL NAVORD Rep. 4282
 - 13) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, McGraw Hill, (1960)
 - 14) Ames Research Staff: Equations, Tables and Charts for Compressible Flow, NACA TR 1135 (1953)
 - 15) Kenney, J. T.: Private Communication
 - 16) Ying-Nien Yu: A Summary of Design Techniques for Axisymmetric Hypersonic Wind Tunnels, AGARDograph 35 (1958)
 - 17) Lee, J.D.: Axisymmetric Nozzles for Hypersonic Flows, Ohio State Univ. Rep No. TN (ALOSU) 459—1 (1959)
 - 18) Burke, A. F., Bird, K. D.: The Use of Conical and Contoured Expansion Nozzles in Hypervelocity Facilities, Advances in Hypervelocity Techniques, Proc. of the 2nd Symposium on Hypervelocity Techniques, Univ. of Denver, (1962)
 - 19) Johnson, C. B., Boney, L. R., Ellison, F. C., Erickson, W. D.: Real Gas Effects on Hypersonic Nozzle Contours with Method of Calculation, NASA TN D-1622 (1963)
 - 20) Peterson, J. B.: A Comparison of Experimental and Theoretical Results for the Compressible Turbulent-Boundary Layer Skin Friction with Zero Pressure Gradient, NASA TN D-1795 (1963)
 - 21) Walz, A.: Compressible Turbulent Boundary Layer, Mechanique de la Turbulence, No. 108 CNRS (1962), Colloques Internationaux de Centre National de la Recherche Scientifique. Marceille, (1961)

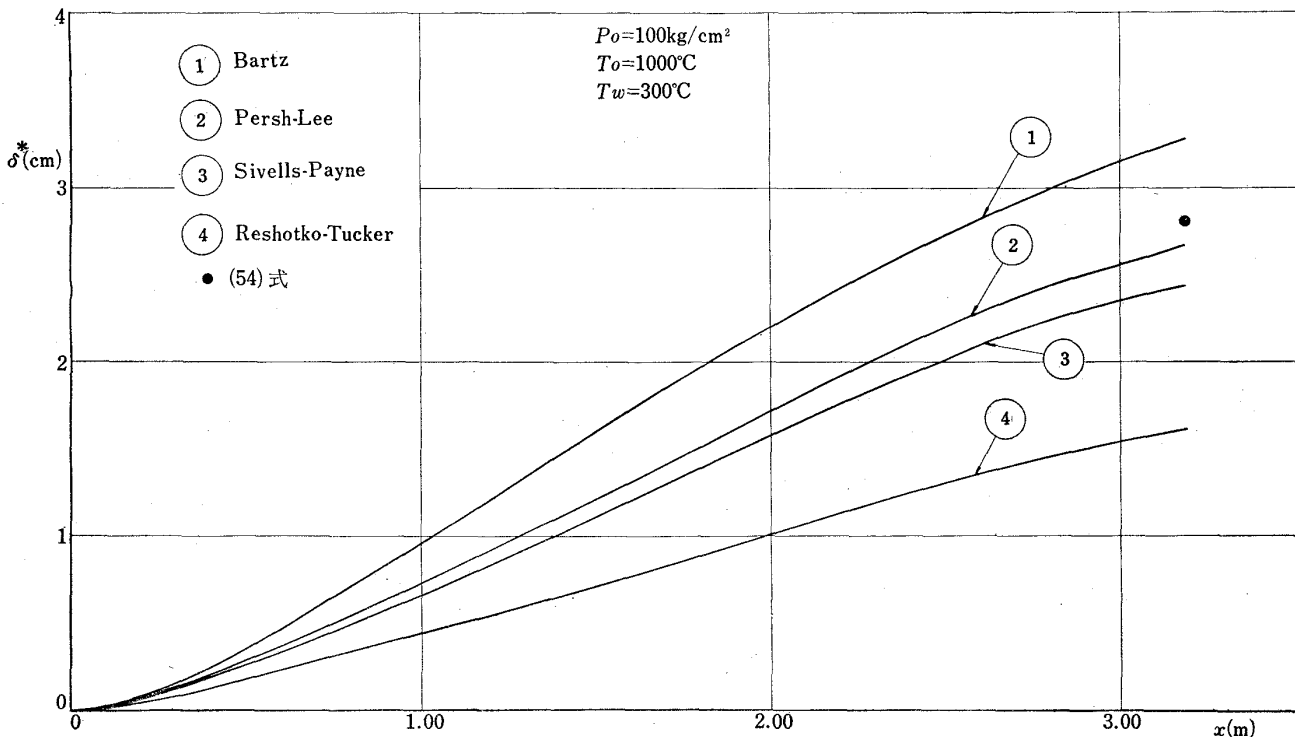
<p>I. 長洲秀夫 II. NAL TM-34 III. 532, 526</p>	<p>NAL TM-34 航空宇宙技術研究所 極超音速風洞ノズルの境界層補正について</p> <p>1964年3月 29ページ</p>	<p>極超音速風洞用ノズルの座標を決定するためにノズルに沿う境界層を計算するには、熱伝達のある圧縮性乱流境界層の発達を計算しなければならぬが、厳密には解を求めることができないので、運動量積分を用いた数種類の近似計算による方法により実例計算を行ない、比較検討した。また、実際のノズル補正にあたって考慮すべきいくつかの要因について述べるとともに、軸対称流における境界層排除厚の考え方について注意をのべた。</p>
<p>I. 長洲秀夫 II. NAL TM-34 III. 532, 526</p>	<p>NAL TM-34 航空宇宙技術研究所 極超音速風洞ノズルの境界層補正について</p> <p>1964年3月 29ページ</p>	<p>極超音速風洞用ノズルの座標を決定するためにノズルに沿う境界層を計算するには、熱伝達のある圧縮性乱流境界層の発達を計算しなければならぬが、厳密には解を求めることができないので、運動量積分を用いた数種類の近似計算による方法により実例計算を行ない、比較検討した。また、実際のノズル補正にあたって考慮すべきいくつかの要因について述べるとともに、軸対称流における境界層排除厚の考え方について注意をのべた。</p>

正 誤 表

TM-34 極超音速風洞ノズルの境界層補正について

ページ	行	誤	正
3	28	$\frac{d\theta}{ds} + \theta \left[\frac{2-M+H}{M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)} \frac{dM}{ds} + \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \right]$ $= \frac{C_f}{2}$	$\frac{d\theta}{ds} + \theta \left[\frac{2-M^2+H}{M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)} \frac{dM}{ds} + \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \right]$ $= \frac{C_f}{2} \dots\dots\dots(1)$
5	9	$= \int_0^4 \left(\frac{T_s}{T_0} - 1 \right) dY + \delta_i^*$	$= \int_0^4 \left(\frac{T_s}{T_0} - 1 \right) dY + \delta_i^*$
7	17	$R_x \rightarrow R_{x'} \rightarrow R_x (= R_{xi}) \rightarrow C_{fi}$	$R_x \rightarrow R_{x'} \rightarrow R_x (= R_{xi}) \rightarrow C_{fi}$
8	16	intergral	integral
	22	temerature	temperature
	23	Tillman	Tillmann
9	3	使用できるできる	使用できる
10	21	u_L/u	u_L/u_e
12	21	$\frac{T}{T_{\delta T}} =$	$\frac{T}{T_{\delta T}} =$
	22	$T_{\delta T}$	$T_{\delta T}$
18	2	一定の値になるように	一定の値になるように
	4	排除厚を δ_i^* 求める	排除厚 δ_i^* を求める
21	19	$T', R_{x'}$ は一点である	$T', R_{x'}$ は一定である
26	13	左辺第2項の	右辺第2項の
28	25	Trubulent	Turbulent
29	4	Mechanishe	Mechanische
	30	Turbelent	Turbulent
	30	Mechanique	Mécanique

15ページ第4図に下図の通り●印を追加。



第4図 $M=7$ ノズルに沿う排除厚の計算結果

既 刊 資 料

TM- 1	高マッハ数風洞について (I)	1961年 11 月	平橋 木一, 清水 福寿
TM- 2	航空技術研究所計数型電子計算機設備 プログラムライブラリー (I)	1962年 2 月	樋口 登雄, 戸川 隼人 三好 甫, 高橋 利之 能美 力, 板垣 芳雄 鳥海 良三, 佐田 幸雄 長洲 秀夫, 伝田 幸雄 細川 厳登, 井上 政一 橋本 和之, 山根 皓三郎 竹内 為治, 坂元 思無邪
TM- 4	18 cm×20 cm超音速風洞について	1962年 5 月	
TM- 5	遷音速流の線型理論	1962年 8 月	
TM- 6	18 cm×18 cm遷音速風洞整備試験	1962年 8 月	
TM- 7	慣性力形疲労試験機	1962年 8 月	
TM- 8	アルミ合金の前歴が疲れ寿命に およぼす実験的研究	1962年 9 月	
TM- 9	方向性次元解析と相似解に関する覚書	1963年 2 月	甲藤 好郎, 小山 勉
TM-10	DATATRON 205 用 ALGOL 58 使用法について	1963年 2 月	高橋 利之
TM-11	光弾性による高速車盤の縞模様	1963年 2 月	永井 文雄, 小川 幸一
TM-12	コーティングの断熱効果に関する実験	1963年 3 月	竹中 幸彦, 林 洋一, 中井 暎一
TM-13	遷音速における45° 後退角の予備的実験	1963年 3 月	
TM-14	変断面片持梁固有振動数の一計算方法 について	1963年 3 月	中井 暎一, 小原 瑛 島海 良三, 安藤 泰勝 中井 暎一, 橋爪 宏 高木 俊朗, 橋本 正勝 鳥崎 忠雄, 松井 昭一 山中 竜夫, 藤井 昭一 小野 幸一
TM-16	フラッタ試験設備測定部交換ノズルの 予備試験	1963年 4 月	
TM-17	VTOL 機用 Jet Lift Engine に関する 一考察	1963年 5 月	
TM-18	ヘリコプター振動のパワースペクトル 解析	1963年 6 月	
TM-19	吹出式超音速風洞による実験データの 処理方式について (I)	1963年 6 月	新井 忠, 原 亘利
TM-20	1 m×1 m吹出式超音速風洞における AGARD 標準模型 B の三分力試験	1963年 7 月	高木 廣治, 谷 喬 斎藤 秀夫, 新井 忠 竹内 和之, 飯田 宗四郎 北谷 虔勇, 中井 治夫
TM-21	国産中型輸送機 YS-11 主翼疲労試験 (第1報)	1963年 9 月	
TM-24	円輪と薄肉円筒の回転強度の関係	1963年 11 月	永井 文雄
TM-25	DATATRON 205 用 ALGOL 58の Procedures ライブラリ	1964年 1 月	高橋 利之
TM-26	吹出式風洞の圧力制御 (フラッタ試験 設備の場合)	1964年 1 月	橋爪 宏, 中井 暎一
TM-28	一段式観測ロケットの超音速風洞試験	1964年 1 月	谷 喬, 原 亘利 榊 盛三, 外立 政隆 中井 暎一, 橋爪 宏 安藤 泰勝, 高木 俊朗 小橋 安次郎, 宮 沢 政文
TM-29	遷音速フラッタ試験設備の改造および 整備試験	1964年 2 月	
TM-30	二段式ロケット飛しょう体の揚力およ び圧力中心推定法	1964年 3 月	
TM-31	亜音速ジェット輸送機の遷音速風洞に おける試験	1964年 3 月	河崎 俊夫, 竹内 理
TM-32	遷音速風洞防音	1964年 3 月	牛田 健二, 高橋 宏
TM-33	非定常境界の層の遷移の研究に使用さ れた定温度型熱線風速計について	1964年 4 月	榎並 敬之, 山本 稀義

注: 欠番は配布先を限定したもの

航空宇宙技術研究所資料34号

昭和39年5月発行

発 行 所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野(0422)(3)5171(代表)

印 刷 所 奥村印刷株式会社
東京都千代田区西神田1-10