

UDC 534.

539.3

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-88

尾翼，胴体結合構造物の地上振動試験結果に
関する定性的な吟味

塙　武　敏・越　出　慎　一

1965年6月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 報 告

TR-65	非定常境界層の安定に関する実験 An Experimental Investigation of Stability Characteristics of Unsteady Laminar Boundary Layer	1964年7月 小橋安次郎, 恩地瑛
TR-66	変分法による平板翼の撓み, 振動解における自然境界条件の数値的吟味(片持平板翼の場合) Numerical Examination on the Fulfilment of Natural Boundary Conditions by the Approximate Solutions for Bending and Vibration of Thin Elastic Plates based on the Rayleigh-Ritz's Procedure (in Case of Cantilevered Wing Plates)	1964年6月 川井忠彦, 堀武敏 越出慎一, 戸川隼人 落合薰
TR-67	プラズマ発生装置の諸特性 Characteristics of a Vortex Stabilized Plasma Generator	1964年4月 井上建二, 野村茂昭
TR-68	回転翼の線型理論(I) 一揚力面理論ー Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (I)	1964年6月 市川輝雄
TR-69	高速軸流タービンの研究(I) An Investigation of the High Speed Axial Flow Turbine (I)	1964年7月 鳥崎忠雄, 能瀬弘幸 森田光男
TR-70	汎用飛行シミュレータ設備の計画, 構造および特性 Design, Construction and Characteristics of Flight Simulator at National Aerospace Laboratory	1965年1月 松浦陽恵, 池谷光栄, 村上力, 三好範子, 樋口一雄 堀川勇壮, 百名盛之, 岡部正典
TR-71	塑性の三方向せん断理論 塑性変形による異方性 塑性流動に及ぼす中間主応力の影響 応力状態と塑性変形の形 Three-Shear Theory of Plasticity Anisotropy Due to Plastic Deformation Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation	1964年7月 中西不二夫, 佐藤和郎
TR-71T	Three-Shear Theory of Plasticity Anisotropy Due to Plastic Deformation Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow Strain Ratio Relationship in Plastic Deformation Internal Shearing Resistances in the Three Shear Theory of Plasticity	September 1964 Fujio NAKANISHI Yasuo SATO
TR-72	補助翼バズに関する一実験 Some Experiments on Control-Surface Buzz	1965年1月 中村泰治, 田辺義一
TR-72T	Some Experiments on Control-Surface Buzz	November 1964 Yasuharu NAKAMURA Yoshikazu TANABE
TR-73	軸対称渦点付近の溶融層の安定性 Stability of the Melted Layer near the Axisymmetric Stagnation Point	1964年11月 相原康彦
TR-74	遷音速パネルフラッタの研究 The Experimental and Theoretical Studies of Transonic Panel Flutter	1964年11月 石井孝雄, 柳沢三憲
TR-75	統計流体力学の初期値問題について On the Initial-value Problem in Statistical Hydromechanics	1964年12月 細川巖
TR-76	高速軸流圧縮機の研究(IV) An Investigation of High Speed Axial Flow Compressor (IV)	1965年1月 大山耕一, 松木正勝 西脇英夫, 岩部柱相 片山泰治
TR-77	Galerkin法の収束性について On the Convergence of Galerkin's Method	1965年1月 鳥海良三
TR-78	二次元準線型双曲系の特性曲線法による数値解法 Characteristic Method for the Numerical Solution of Two-Dimensional Quasi-linear Hyperbolic Systems	1965年1月 三好甫

尾翼、胴体結合構造物の地上振動試験結果に 関する定性的な吟味*

塙 武 敏**・越 出 慎 一**

Qualitative Examinations on the Results of Ground Vibration Tests of Tail Wing-Fuselage Combination Structure

By Taketoshi HANAWA and Shinichi KOSHIDE

Some experiments on the vibration of a flight vehicle filled up with liquid in fuel container were carried out to determine the natural frequencies and normal vibration modes. Through these experiments we found the following two unpredicted results; (a) lower natural frequencies of the tail plane than that estimated by the simple analysis, (b) more complicated vibration modes of the fuselage than that predicted.

Qualitative examinations show that the decrease of the frequencies of the tail plane are due to the loosing of the boundary condition, $\frac{\partial w}{\partial y} = 0$, for the fixed edge, and the complicated vibration modes of the fuselage are due to the coupling with the system of the inner construction.

Besides these examinations some suggestive analysis for this structure are shown.

1. 緒 言

航空機あるいはロケットなどの振動特性を研究する場合には、これらの系を簡単な系と考え、梁とか板の問題に帰着させて解析することは、普通用いられている方法であるが、これを複雑な実際の構造物に適用すると、かなりの誤差を生じる。そこで単純な梁、あるいは板としてではなく、さらにいくつかの要素が組み合わさった系と考えて、この系の条件をより実際的なものにして解析をする必要がある。

さきごろ、当研究所、実機強度実験場においても実物液体燃料ロケットの振動実験を行なったが、このロケットにおいて、簡単な梁あるいは片持板とみなして、胴体あるいは安定翼の振動解析をしたところ、その推定とはだいぶ違った実験結果が得られた。ここでは、これらの原因を吟味するため、安定翼の振動実験結果については、固定部分の傾斜に対する剛性が弾性的になると想定し、そ

* 昭和 40 年 3 月 17 日受理

** 機体第二部

のような片持梁の系の振動解析を行ない、また複雑な部分が組み合わさって構成されている液体ロケット胴体は、胴体内部の構造物を一つの梁とし、2本の梁が組み合わされたような系の振動とみなし、これについての簡単な振動解析を行ない、それらの影響がどんな形で出てくるか、その結果と実験結果とにどのような関係があるかを吟味したものである。もちろんここで推定した原因がすべてであるとは思われないが、ここで吟味した問題の影響もかなりあるものと思われる。

また、この二つの吟味以外に、今後、より近似の高い解析を進めるにあたって必要な解析法についても二三示した。

2. 記号

解析に用いる記号とディメンションを次に示す。

w_i ; 梁または板の撓み	[L]
φ ; 梁断面の回転角	[1]
k_i ; 相当バネ常数	[ML ⁻¹]
E ; 縦弾性係数	[ML ⁻²]
G ; 梁断面の剪断弾性係数	[ML ⁻²]
D ; 板の曲げ剛性	[ML]
K ; 梁の捩れ剛性	[L ⁴]
l ; 胴体半径の相当腕長、付加梁の長さ	[L]
L ; 梁の長さ	[L]
A_i ; 梁の断面積	[L ²]
W ; 胴体の相当質量	[ML ⁻¹ T ²]
ρ_p ; 板の密度	[ML ⁻⁴ T ²]
ρ_{Bi} ; 梁の密度	[ML ⁻⁴ T ²]
h ; 板厚	[L]
I_i ; 梁の断面二次モーメント	[L ⁴]
I_0 ; 梁断面の極慣性モーメント	[L ⁴]
ω ; 角振動数	[T ⁻¹]
U_{Pb} ; 板の曲げ歪エネルギー	[ML]
U_{Bb} ; 梁の曲げ歪エネルギー	[ML]
U_{Bt} ; 梁の捩り歪エネルギー	[ML]
T_{Pb} ; 板の曲げ運動エネルギー	[ML]

T_{Bb} ; 梁の曲げ運動エネルギー

[ML]

 T_{Bt} ; 梁の捩り運動エネルギー

[ML]

なおこれ以外の特殊な記号についてはそのつど追加する。ここに M は重量単位である。

3. 安定翼の振動

(1) 安定翼の振動実験結果に対する吟味

実物ロケット安定翼の振動実験のための試験部分を図 1 に示した。この場合、安定翼を胴体に固定した片持板と考えて、さきに筆者らの行なった解析方法¹⁾を用いて固有振動数を推定しようとしたが、このような完全な片持板とみなすと、固定辺での条件が

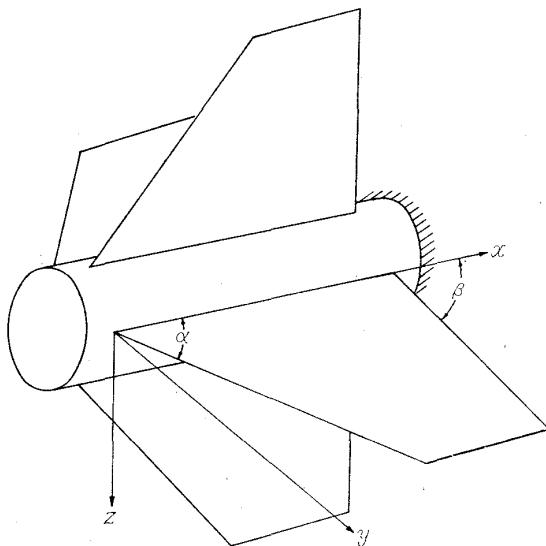


図 1 尾翼の振動実験部分とその座標系

$$\left. \begin{array}{l} y=0 \text{ で } w=0 \\ \partial w / \partial y = 0 \end{array} \right\} \quad (1)$$

で与えられるが、実際には図 2 に示したように安定翼が胴体に結合されているので(1)式の条件を十分に満足せず、特に $\partial w / \partial y = 0$ なる条件がきわめて不十分で、この部分の剛性が低下し、束縛がゆるくなることから、片持板に比べて振動数が低くなることが考えられる²⁾。実験においてもこの傾向が著しく認められ、後に示すように静撓み実験から、回転角が外力に対してある量を持つことがわかった。そこでこの影響を吟味するために、固定端にゆるみのある梁の振動解析を行なった。

(2) 固定部分にゆるみのある片持梁の振動解析

図 2 は実物ロケットの胴体と安定翼の結合部分を示したものであるが、この図から梁の固定部分のゆるみに対する力学的モデルとして、梁の固定部分がバネで支持されているような状態、すなわち

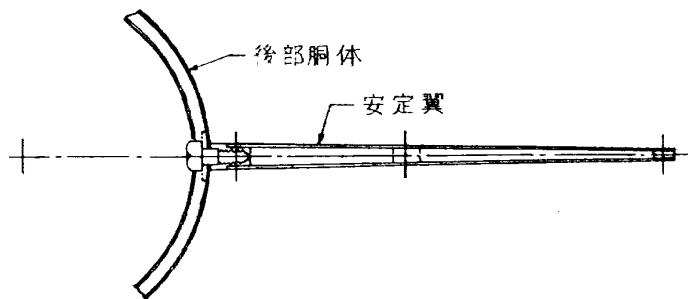


図 2 実物ロケット安定翼結合部分

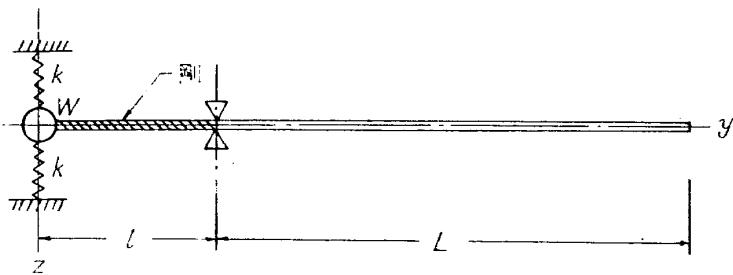


図 3 固定部にゆるみのある場合の梁に対する力学的モデルとその座標系

ち、図 3 に示したようなものを考え、この力学的モデルの微少曲げ振動の振動解析を行なってみた。

まず図 3 の力学的系の微少曲げ振動時におけるポテンシャルエネルギーは

$$U_{Bb} = \int_0^L \frac{EI}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 dy + \frac{k}{2} \left(l \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=0}^2 \quad (2)$$

また運動エネルギーは

$$T_{Bb} = \int_0^L \frac{\rho_B A}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dy + \frac{W}{2} \left(l \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} \right)_{y=0}^2 \quad (3)$$

となる。この場合の運動ポテンシャルは

$$L = T_{Bb} - U_{Bb} \quad (4)$$

となり

$$w(y, t) = w_0(y) \sin \omega t \quad (5)$$

とおいて (5) 式を (2) および (3) 式に代入して整理し Hamilton の原理により、

$$\int_{t_0}^{t_1} L dt = \int_{t_0}^{t_1} \left(T_{Bb} - U_{Bb} \right) dt \quad (6)$$

を極値にすればよいから、時間の項を分離して整理すると、最小にすべき関数として次のような式を得る。

$$\begin{aligned} J = & \int_0^L \left\{ \frac{EI}{2} \left(\frac{d^2 w_0}{dy^2} \right)^2 - \frac{\omega^2 \rho_B A}{2} w_0^2 \right\} dy \\ & + \frac{kl^2}{2} \left(\frac{dw_0}{dy} \right)_{y=0}^2 - \frac{\omega^2 Wl}{2} \left(\frac{dw_0}{dy} \right)_{y=0}^2 \end{aligned} \quad (7)$$

(7) 式の第一変分をとると

$$\begin{aligned}\delta J = & \left| EI \left(\frac{d^2 w_0}{dy^2} \right) \delta \left(\frac{dw_0}{dy} \right) \right|_0^L - \left| EI \frac{d^3 w_0}{dy^3} \delta w_0 \right|_0^L \\ & + \int_0^L \left\{ EI \left(\frac{d^4 w_0}{dy^4} \right) - \omega^2 \rho_B A w_0 \right\} \delta w_0 dy \\ & + p_0 \left(\frac{dw_0}{dy} \right)_{y=0} \delta \left(\frac{dw_0}{dy} \right)\end{aligned}\quad (8)$$

$$p_0 = (k l^2 - \omega^2 W L) \quad (9)$$

となり、境界条件としては、ゆるみのある端 $y=0$ で

$$\left| \left\{ EI \left(\frac{d^2 w_0}{dy^2} \right) - p_0 \left(\frac{dw_0}{dy} \right) \right\} \delta \left(\frac{dw_0}{dy} \right) \right|_{y=0} = 0 \quad (10)$$

$$\left| EI \frac{d^3 w_0}{dy^3} \delta w_0 \right|_{y=0} = 0 \quad (11)$$

また自由端 $y=L$ では

$$\left| EI \left(\frac{d^2 w_0}{dy^2} \right) \delta \left(\frac{dw_0}{dy} \right) \right|_{y=L} = 0 \quad (12)$$

$$\left| EI \left(\frac{d^3 w_0}{dy^3} \right) \delta w_0 \right|_{y=L} = 0 \quad (13)$$

となる。いま撓みの試験関数として、変位の項 w_0 を y に関する冪級数で表わして

$$w_0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n y^n \quad (14)$$

なる形でおく。試験関数をこのようにおくことから、ゆるみのある端の条件 (10), (11) 式のうち、前式より傾き角に対する自然境界条件が生じるが、後式は、試験関数を $n=1$ よりとったため、 $y=0$ で $\delta w_0=0$ を満たしている。

一方、自由端での条件 (12), (13) 式も自然境界条件式であり、試験関数を無限項とすることによってここの境界条件は逐次近似的に満たされるはずである。試験関数を有限項で打ち切った場合には、近似的にしか満たされないことになるが、これらの数値的吟味については、すでに片持梁の例について論じてあるのでここでは省略する³⁾。

したがって (14) 式を (7) 式に代入して、これが最小値をとる条件から

$$\begin{aligned}\frac{\partial J}{\partial A_n} = & \sum A_s \left[\frac{n(n-1)s(s-1)}{n+s-3} - X \frac{1}{n+s+1} \right] \\ & - X M A_1 \delta_{n1} + K A_1 \delta_{n1} = 0\end{aligned}\quad (15)$$

が得られる。

ここで

$$A_n = a_n L^n$$

$$X = \omega^2 \frac{\rho_B A}{EI} L^4$$

$$K = \frac{kl^2 L}{EI}$$

$$M = \frac{W}{\rho_B A L} \frac{l^2}{L^2}$$

$$\delta_{n1} = \begin{cases} 0 & n \neq 1 \\ 1 & n = 1. \end{cases}$$

これより A_s が零以外の解を有することから、次に示す無限次元の振動数方程式が得られる。

$$\left| \begin{array}{cccccc} A_{11} + K - MX, & A_{12}, & A_{13}, & \cdots A_{1s}, & \cdots A_{1n}, & \cdots \\ A_{21}, & & A_{22}, & A_{23}, & & \vdots \\ A_{31}, & & A_{32}, & & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ A_{s1}, & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & \vdots \\ A_{n1}, & & \vdots & & A_{ns}, & \cdots A_{nn}, \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots \end{array} \right| = 0 \quad (16)$$

ここに

$$A_{ns} = \frac{n(n-1)s(s-1)}{n+s-3} - X \frac{1}{n+s+1}$$

この式にはバネ常数 k を含むパラメーター K 、および集中質量 W を含むパラメーター M がはいっててくるので、これらの値が定まれば、理論的には厳密な無限個の固有振動数およびこれに対応する固有関数が求まる。しかし、実際の数値計算では (14) 式で示された試験関数を有限項で打ち切って、これに対応する近似の固有値および固有関数を求めることになる。

(3) 数値計算例およびその結果による実験結果の吟味

数値計算例として (14) 式で示された試験関数を初めの 2 項だけとったものについて、計算を行なった。この場合 (16) 式に示されている振動数方程式は

$$\left| \begin{array}{cc} K - (1/3 + M)X, & -1/4 X \\ -1/4 X, & 4 - 1/5 X \end{array} \right| = 0 \quad (17)$$

となる。(17) 式において M および K の変化にしたがっておのおのの場合の近似固有関数が求まつてくるが、その様子を図 4 に示した。

この図より明らかなように、 M の値いかんにかかわらず $K = \infty$ とみなした場合が片持梁に相当するわけであるが、その点と K が比較的小さい点とを比べると後者の振動数がかなり低いことが

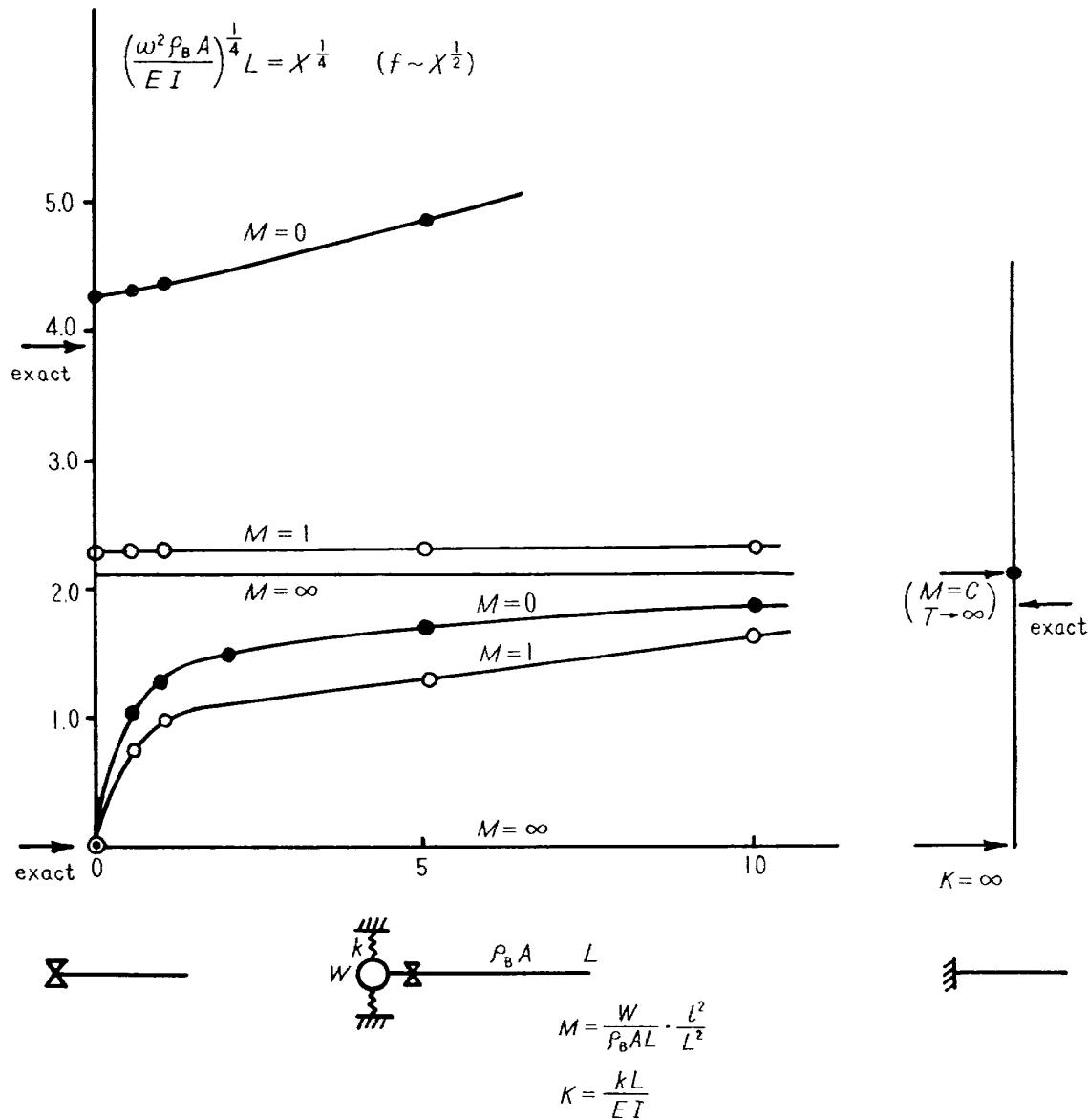


図 4 集中質量バネ定数の変化による振動数の変化

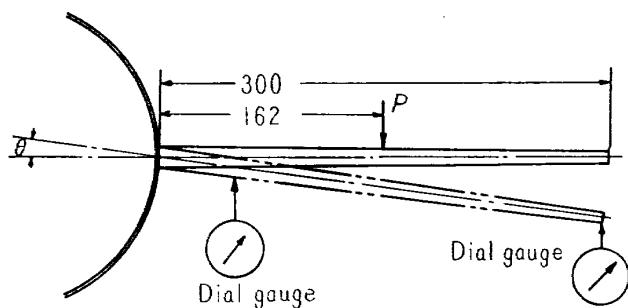


図 5 安定翼を梁とした場合の静荷重試験

わかる。したがって、固定部分の剛性変化が振動数に与える影響がある程度表わされていると思われる。

一方、実物の安定翼を図 5 のような梁とみなし、静的な荷重をかけて撓みを求めたものを表 1 に

表 1 静荷重による梁の撓み測定値

荷重 P (kg)	傾き角 θ (rad)	断面二次モーメント I (mm ⁴)	相当バネ常数 $k=Pl'/\theta$ (kgmm)
100	0.004258	1.06×10^5	3.75×10^6
200	0.008697	1.32×10^5	3.73×10^6
300	0.013697	1.39×10^5	3.55×10^6
400	0.018181	1.40×10^5	3.56×10^6
500	0.022529	1.38×10^5	3.60×10^6
400	0.021897	1.27×10^5	2.95×10^6
300	0.017632	1.25×10^5	2.77×10^6
200	0.012419	1.25×10^5	2.60×10^6
100	0.007135	1.67×10^5	2.27×10^6

示した。胴体の質量の影響を無視した $M=0$ なる状態について考えてみると、この表より

$$I \doteq 1.3 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

$$kl^2 = Pl'/\theta \doteq 3 \times 10^6 \text{ kg mm}$$

$$\therefore K = kl^2 L/EI \doteq 1$$

となり、図 4 より $M=0$, $K \doteq 1$ のときの振動数と固定した片持梁の場合の振動数との比は、

$$(X_{K=1}^{1/2}/X_{K=\infty}^{1/2})^2 \doteq 0.35$$

となり、振動数は厳密な固定条件のときと有限な剛性係数 $K=1$ の固定条件のときとでは、後者が前者の約 35% 程度になるということがわかる。以上は質量の影響を無視した場合であるが、実際には当然この相当量も存在することになり、一般に図 4 の $M=0$ なる曲線の下の領域にはいると予想されるので、より低くるな可能性があろう。実際の安定翼の振動実験結果もこの程度の低下が見られた。もちろんこの剛性の低下のみが実験と理論の誤差を示すものとはいきれないが、このような想定もかなり影響をおよぼしているものと思う。

以上は梁とした場合の解析であるが、平板の場合この拡張は容易である。

(4) 片持平板翼の付根固定条件 $\partial w/\partial y$ が零でなく、ある有限な値を持つ場合の解析

図 6 に示す座標系をとる。この場合、梁のときに用いた付加質量系は加えず、単に境界条件が変わったものとして扱うこととする。

ポテンシャルエネルギーは

$$U_{Pb} = \iint \frac{D}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right]$$

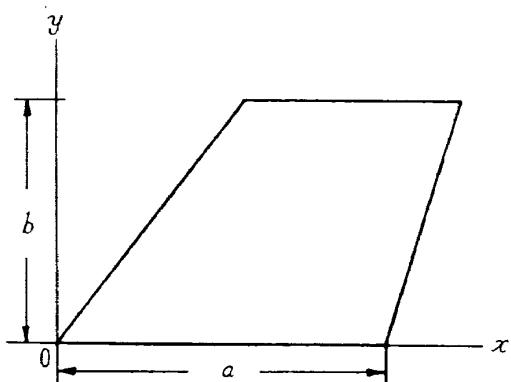


図 6 片持板座標系

$$+2(1-\nu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2\int dx dy + \frac{D}{2} \int \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=0} dx \quad (18)$$

運動エネルギーは

$$T_{Pb} = \iint \frac{\rho_P h}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 dx dy \quad (19)$$

この式で、 $y=0$ で $w=0$ なる固定の一つの条件は満たされる試験関数をとれば、板の傾斜によってほかになされるべきエネルギーは $\partial w / \partial y$ の傾斜とこの点でのモーメントによって表わされる。

いま、固定辺 $y=0$ である量の回転があったとき、この回転に比例する弾性常数 k_p をもつ外系が歪エネルギーをもつと考えると、(18) 式は

$$D \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = k_p \frac{\partial w}{\partial y} \quad (y=0) \quad (20)$$

なる関係から書きかえられて、

$$\begin{aligned} U_{Pb} = & \iint \frac{D}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \right. \\ & \left. + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2 \right] dx dy + \frac{k_p}{2} \int \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{y=0}^2 dx \end{aligned} \quad (21)$$

となる。

ゆえに停留値をとるべき汎関数としては

$$w = w_0(x, y) \sin \omega t \quad (22)$$

として

$$\begin{aligned} J = & \iint \left[(\Delta w_0)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}\right)^2 \right\} \right] dx dy \\ & + \int \frac{k_p}{D} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)_{y=0}^2 dx - \lambda^2 \iint w_0^2 dx dy \end{aligned} \quad (23)$$

ここで

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

試験関数として

$$w_0 = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} x^m y^n \quad (24)$$

をとり、極値をとる条件から、次の振動数方程式を得る。

$$\sum_{r=0}^{\infty} A_{rs} A_{mnr} + T \sum_{r=1}^{\infty} A_{r1} L_{m+r} \delta_{n1} = 0 \quad (25)$$

ここに

$$A_{rs} = a_{rs} a^r b^s, \quad \lambda^2 = \frac{\rho_\omega h}{D} \omega^2$$

$$T = \frac{k_p b}{D}$$

$$\delta_{n1} = \begin{cases} 0 & n \neq 1 \\ 1 & n = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A_{mnrst} = & [m(m-1)r(r-1)t^{-4}M_{m+r-4, n+s} + n(n-1)s(s-1)M_{m+r, n+s-4} \\ & + \nu m(m-1)s(s-1)t^{-2}M_{m+r-2, n+s-2} + \nu n(n-1)r(r-1)t^{-2}M_{m+r-2, n+s-2} \\ & + 2(1-\nu)mnrst^{-2}M_{m+r-2, n+s-2} - \lambda^2 a^4 t^{-4} M_{m+r, n+s}] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} M_{pq} = & \left\{ \sum_{i=0}^{p+1} \frac{p!}{(p+1-i)! i! (p+q+2-i)} \left(\frac{\cot \beta}{t} \right)^{p+1-i} \right. \\ & \left. - \frac{1}{(p+1)(p+q+2)} \left(\frac{\cot \alpha}{t} \right)^{p+1} \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

$$t = a/b$$

$$L_{m+n} = 1/m + r + 1$$

$$\begin{pmatrix} m, r=0, 1, 2 \dots \\ n, s=1, 2, 3 \dots \end{pmatrix}$$

これより $\lambda^2 a^4 t^{-4}$ なる値を求める。

また、上記仮定のように付根の辺全域にわたる条件なども、実際には部分的な場合もあるわけで、これらの解析に関しては、点固定の板の振動問題などもからんでくるので、ここでは省略する。

(5) 尾翼部分の振動解析に関する一近似法

図 7 に示すような座標系をとる。 x 軸に胴体に相当する梁を剛に接続した系を考える。

ポテンシャルエネルギーは、板の撓み、梁の曲げおよび捩りの三つの部分を考えるから

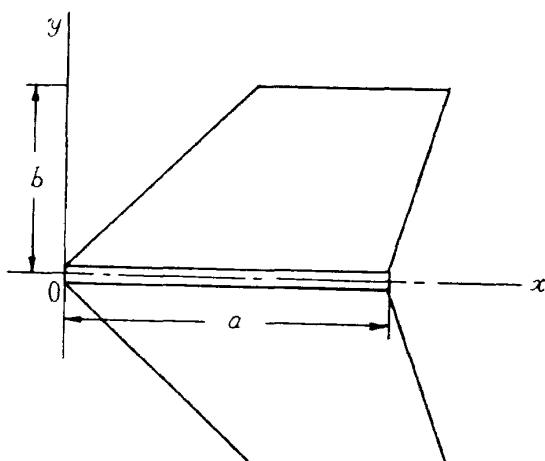


図 7. 梁と板の組み合わされた系の座標

$$U_{Pb} = \frac{D}{2} \iint \left[(\Delta w)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy \quad (28)$$

$$U_{Bb} = \frac{EI}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{y=0}^2 dx \quad (29)$$

$$U_{Bl} = \frac{GK}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_{y=0}^2 dx \quad (30)$$

運動エネルギーとしては

$$T_{Pb} = \frac{\rho_w h}{2} \iint \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (31)$$

$$T_{Bb} = \frac{\rho_B A}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)_{y=0}^2 dx \quad (32)$$

$$T_{Bl} = \frac{\rho_B I_0}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)_{y=0}^2 dx \quad (33)$$

となる。

いま、胴体と翼の接合を剛とすれば、 $\varphi = \partial w / \partial y$ が、 $y=0$ で成立することになる。この条件を用いると (30) および (33) 式の φ に関する微分が $y=0$ で置換えされるから、試験関数としては w のみを仮定すればよいことになる。

$$w(x, y, t) = w_0(x, y) \sin \omega t \quad (34)$$

として、前回と同様な方法により、停留値とすべき汎関数を求めるとき、次のような式が得られる。

$$\begin{aligned} J = & \left[\iint \left[(\Delta w_0)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy \right. \\ & + \int \frac{EI}{D} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)_{y=0} dx + \int \frac{GK}{D} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)_{y=0}^2 dx \Big] \\ & - \lambda^2 \left\{ \iint w_0^2 dx dy + \frac{\rho_B A}{\rho_w h} \int (w_0)_{y=0}^2 dx + \frac{\rho_B I_0}{\rho_w h} \int \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)_{y=0}^2 dx \right\} \quad (35) \end{aligned}$$

$$\lambda^2 = \omega^2 \frac{\rho_w h}{D}$$

また、

$$w_0(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} x^m y^n \quad (36)$$

とおき、(35) 式に代入して整理し、 J が極値をとる条件から、次のような振動数方程式が得られる。

$$\sum \sum A_{rs} A_{mnrs} + \sum A_{r0} C_{mr} \delta_{n0} + \sum A_{r1} D_{mr} \delta_{n1} = 0 \quad (37)$$

ここに

$$C_{mr} = \left(\frac{EIb^3}{Da^4} \right) \frac{m(m-1)r(r-1)}{m+r-3} - X \left(\frac{\rho_B A}{\rho_w hb} \right) \frac{1}{m+r+1}$$

$$D_{mr} = \left(\frac{GKb}{Da^2} \right) \frac{mr}{m+r-1} - X \left(\frac{\rho_B I_0}{\rho_w h b^3} \right) \frac{1}{m+r+1}$$

$$\delta_{n1} = \begin{cases} 0 & n=1 \\ 1 & n \neq 1 \end{cases}$$

$$X = \lambda^2 a^4 t^{-4} = \frac{\rho_w h}{D} \omega^2 a^4 t^{-4}$$

A_{rs} に関して、この値が、零以外の解を持つ条件より、 X を求めれば、これが根となり、それに相当する A_{rs} の比が求められて、これが固有関数を与えることになる。

ここにでてくる A_{mnrs} については、さきに平板翼の振動解析¹⁾ に求めたプログラムを流用することによって、追加プログラムという形で簡単に求められる。もちろん片持または中心に胴体がある場合等によって A_{mnrs} なる項の中の M_{pq} の符号は変化する。以上解析方法のみについて論じたが、数値計算はのちの機会にしたい。

(6) 前節で解析した梁と板の組み合わされた系の変分法による自然境界条件の吟味

梁の部分の変分により

$$\delta J_b = \frac{2EI}{D} \left[\left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)_{y=0} \Big|_0^a - \left(\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} \right) \delta w_0 \Big|_{y=0}^a + \int_0^a \left(\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} \right) \delta w_0 dx \right] \quad (38)$$

$$\delta J_t = \frac{2GK}{D} \left[\left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \delta w_0 \Big|_{y=0}^a - \int_0^a \left(\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} \right) \delta \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)_{y=0} dx \right] \quad (39)$$

また板の部分の変分より、自由辺についてはすでに論じてあるので省略するが³⁾、梁との接続辺においては

$$\int_0^a \left[\left(\frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} \right) + (2-\nu) \left(\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} \right) \right] \delta w_0 \Big|_{y=0} dx \quad (40)$$

$$\int_0^a \left[\left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] \delta \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)_{y=0} dx \quad (41)$$

これらの式より、自然境界条件としては次のような条件がでてくる⁶⁾。

梁の部分、 $y=0$ では

$x=0, a$ で

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} = 0 \quad (42)$$

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \quad (43)$$

板の部分では、自由辺を省略して、(38), (39), (40), (41) 式より

$$D \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) = GK \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} \quad (44)$$

$$D\left(\frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y}\right) = EI \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} \quad (45)$$

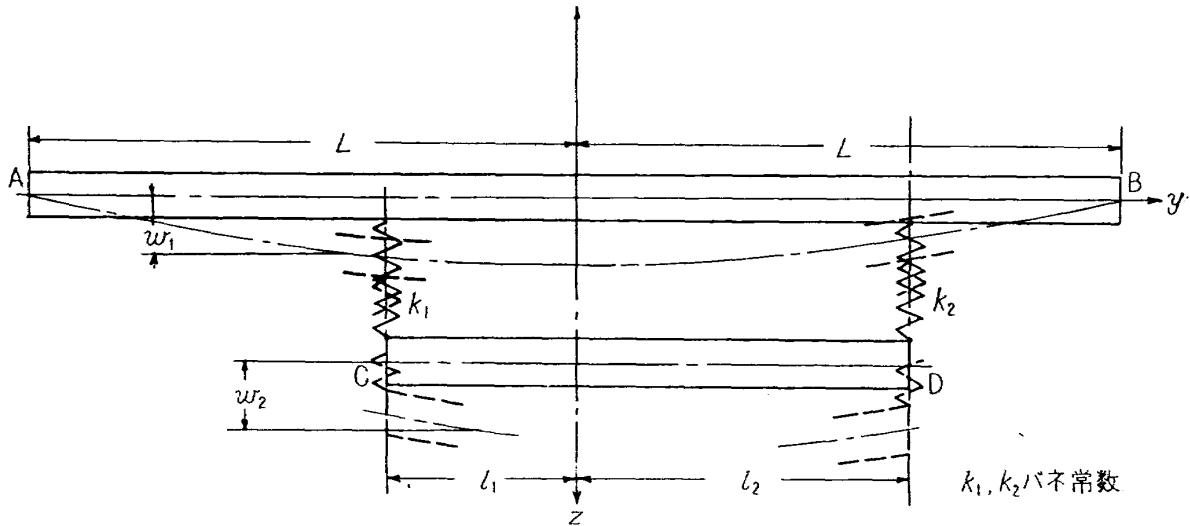
4. ロケット胴体の振動

(1) ロケット胴体の曲げ振動実験

振動実験用のロケットは全長 4.5 m, 直径 30 cm 程度の液体燃料ロケットである。実験は燃料タンクが空の場合および実際の燃料に相当するような液体を満たした場合、また加圧した場合について行なわれた⁴⁾。一方この場合の理論解析もロケットを変断面梁とみなした解法⁵⁾によって行なわれ、振動数および振動モードが推定されている。つまりロケット本体を 1 本の変断面梁に置換えているわけである。しかし実験の結果をみると、特に燃料タンクを満たした場合に、1 本の梁と考えると当然でてくると思われる曲げ振動の各モード近傍に、単純な梁の振動と考えられるもの以外の振動が生じている。そこでこの現象が、胴体とタンクなどの内部構造物との組み合わされた振動系であるために生ずる連成振動の影響であろうと仮定し、この種の系の最も簡単な例として、互いにバネで締結された 2 本の梁からなる振動系のモデルを考えた。内部系に相当する系を仮定する場合には Sloshing の問題とか、結合部の常数の問題とかに困難さはあろうが、この推定に関しては除外して 1 本の梁に置換えた。ここではこの 2 本の梁で構成される系の振動解析を行なうことによって、先に述べた現象が連成振動により生ずる可能性のあることを明らかにしようと思う。

(2) 簡単な振動系を取りつけた梁の振動解析

ここでは、連成振動を生ずると思われる最も簡単な振動系の力学的モデルとして図 8 のようなも



	質量	断面積	曲げ剛性	撓み	長さ
AB梁	ρ_{B1}	A_1	$E_1 I_1$	w_1	$2L$
CD梁	ρ_{B2}	B_2	$E_2 I_2$	w_2	$l_1 + l_2$

図 8 仮定した力学的モデルと解析に用いた座標系

のについての振動解析を行なってみる。

この系の梁の微少曲げおよびバネの変化により示されるポテンシャルエネルギーは

$$U_{Bb} = \int_{-L}^L \frac{E_1 I_1}{2} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right)^2 dy + \int_{-l_1}^{l_1} \frac{E_2 I_2}{2} \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} \right)^2 dy \\ + \frac{k_1}{2} (w_2 - w_1)_{y=-l_1}^2 + \frac{k_2}{2} (w_2 - w_1)_{y=l_1}^2 \quad (46)$$

また運動エネルギーは

$$T_{Bb} = \int_{-L}^L \frac{\rho_{B1} A_1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial t} \right)^2 dy + \int_{-l_1}^{l_1} \frac{\rho_{B2} A_2}{2} \left(\frac{\partial w_2}{\partial t} \right)^2 dy \quad (47)$$

各梁の撓みとして

$$\left. \begin{array}{l} w_1 = w_{01}(y) \sin \omega t \\ w_2 = w_{02}(y) \sin \omega t \end{array} \right\} \quad (48)$$

とおき (46), (47) 式に代入すると極値にすべき汎関数は

$$J = \frac{1}{2} \int_{-L}^L E_1 I_1 \left(\frac{d^2 w_{01}}{dy^2} \right)^2 dy + \frac{1}{2} \int_{-l_1}^{l_1} E_2 I_2 \left(\frac{d^2 w_{02}}{dy^2} \right)^2 dy \\ + \frac{k_1}{2} (w_{01} - w_{02})_{y=-l_1}^2 + \frac{k_2}{2} (w_{01} - w_{02})_{y=l_1}^2 \\ + \frac{\omega^2}{2} \left\{ \int_{-L}^L \rho_{B1} A_1 w_{01}^2 dy + \int_{-l_1}^{l_1} \rho_{B2} A_2 w_{02}^2 dy \right\} \quad (49)$$

となる。試験関数として二つの変位の項をおのおの y の幕級数の形で

$$\left. \begin{array}{l} w_{01} = \sum_{m=0}^{\infty} a_m y^m \\ w_{02} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n y^n \end{array} \right\} \quad (50)$$

とおく。いま 2 本の梁がそれぞれ一様断面、均一な材質であるとすれば (50) 式を (49) 式に代入して次の関係式が得られる。

$$\frac{2L^3}{E_1 I_1} J = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_m A_r m(m-1)r(r-1) F_{m+r-4} \\ + e \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} B_n B_s n(n-1)s(s-1) \alpha^{n+s-4} F_{n+s-4} \\ + K_1 L^8 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n B_n \alpha_1^n - \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m A_m \alpha_1^m \right\}^2 \\ + K_2 L^8 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} B_n \alpha_2^n - \sum_{m=0}^{\infty} A_m \alpha_2^m \right\}^2 \\ - \lambda^4 \{ \sum \sum A_m A_r F_{m+r} + d \sum \sum B_n B_s \alpha^{n+s} F_{n+s} \} \quad (51)$$

ここで

$$A_m = a_m L^m \quad A_r = a_r L^r$$

$$B_n = b_n L^n \quad B_s = b_s L^s$$

$$\alpha = \frac{l_1 + l_2}{2L} \quad \alpha_1 = \frac{l_1}{L} \quad \alpha_2 = \frac{l_2}{L}$$

$$e = \frac{E_2 I_2}{E_1 I_1} \quad d = \frac{\rho_{B2} A_2}{\rho_{B1} A_1}$$

$$K_1 = \frac{k_1}{E_1 I_1} \quad K_2 = \frac{k_2}{E_1 I_1}$$

$$\lambda^2 = L^2 \omega \sqrt{\frac{\rho_{B1} A_1}{E_1 I_1}}$$

$$F_q = \int_{-1}^1 \xi^q d\xi = \begin{cases} 0 & ; q = 2m \\ 2/q + 1; & q = 2m + 1 \end{cases}$$

$$\xi = y/L, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

となる。これが停留値をとる条件、すなわち、 $V = 2L^3/E_1 I_1 \cdot J$ として、 $\partial V / \partial A_m = 0$ および $\partial V / \partial B_n = 0$ より

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{r=0}^{\infty} A_r m(m-1)r(r-1) F_{m+r-4} \\ & + K_1 L^3 \left\{ \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^{m+r} A_r \alpha_1^{m+r} - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{r+n} B_n \alpha_1^{r+n} \right\} \\ & + K_2 L^3 \left\{ \sum_{r=0}^{\infty} A_r \alpha_2^{m+r} - \sum_{n=r}^{\infty} B_n \alpha_2^{r+n} \right\} \\ & - X \sum_{r=0}^{\infty} A_r F_{m+r} = 0 \\ & e \sum_{s=0}^{\infty} B_s n(n-1)s(s-1) \alpha^{n+s-3} F_{n+s-4} \\ & + K_1 L^3 \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^{n+s} B_s \alpha_1^{n+s} - \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+s} A_m \alpha_1^{m+s} \right\} \\ & + K_2 L^3 \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} B_s \alpha_2^{n+s} - \sum_{m=0}^{\infty} A_m \alpha_2^{m+s} \right\} \\ & - dX \sum_{s=0}^{\infty} B_s \alpha^{n+s} F_{n+s} = 0 \\ & X = \lambda^4 \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

なる方程式が得られる。この式において、バネ常数を含むパラメーター $K_1, K_2, 2$ 本の梁の質量と断面積に関係した値の比 d 、曲げ剛性の比 e および長さの比 $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$ を定めることにより、無限次元の振動数方程式が求まり、理論的には、これよりおのおのの場合の厳密な固有値あるいは固有関数の係数比が決定される。しかし一般には、試験関数を有限項で切らなければ数値計算は不可能であるため、その場合に用いた有限項の項数に応じた近似固有振動数およびそれに対応するモードを求ることになる。

この場合にも自由端での境界条件は、片持梁の時と同様に自然境界条件であるため、試験関数は

これらを満たすようには与えられていないので、これを有限項で打ち切ると近似的にしか満足されない。

(3) 数値計算

ここでは 2 本の梁が、図 8において $l_1=l_2=l$, $k_1=k_2=k$ また曲げ剛性比 $e=1$, なる条件を持つ場合の例について計算を行なった。このような場合には (52) 式より求まる振動数方程式は

$$\left| \begin{array}{cccccc} P_{00}, & P_{01}, & P_{02}, & \cdots & P_{0r}, & \cdots & -2K, & 0, & -2K\alpha^2, & \cdots & -K\{(-1)^s+1\}\alpha^s, & \cdots \\ P_{10}, & & & & \vdots & & 0, & & & & & \vdots \\ P_{20}, & & & & & & -2K\alpha^2, & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots & & \vdots & & & & & \vdots \\ P_{m0}, & \cdots & & \cdots & P_{mr}, & \cdots & -K\{(-1)^m+1\}\alpha^m, & \cdots & \cdots & -K\{(-1)^{m+s}+1\}\alpha^{m+s}, & \cdots & \\ \vdots & & & & \vdots & & \vdots & & & & & \vdots \\ -2K, & & \cdots & -K\{(-1)^r+1\}\alpha^r, & \cdots & Q_{00}, & Q_{01}, & Q_{02}, & \cdots & Q_{0s}, & \cdots & \\ 0, & & & \vdots & & Q_{10}, & & & & & & \vdots \\ -2K\alpha^2, & & & & \vdots & Q_{20}, & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots & \vdots & & & & & & \vdots \\ -K\{(-1)^n+1\}\alpha^n, & \cdots & -K\{(-1)^{n+r}+1\}\alpha^{n+r}, & \cdots & Q_{n0}, & \cdots & & & & & Q_{ns}, & \cdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & & & & & \vdots & \\ \end{array} \right| = 0 \quad (53)$$

$$P_{mr}=m(m-1)r(r-1)F_{m+r-4}-XF_{m+r}+K\{(-1)^{m+r}+1\}\alpha^{m+r}$$

$$Q_{ns}=n(n-1)s(s-1)\alpha^{n+s-8}F_{n+s-4}-dX\alpha^{n+s}F_{n+s}+K\{(-1)^{n+s}+1\}\alpha^{n+s}$$

$$K=\frac{k_1}{E_1 L_1} L_3$$

となる。さらに具体的な計算例として (i) $\alpha=0.5$, および (ii) $\alpha=0$ なるものについて示す。

(i) $\alpha=0.5$ の場合 (50) 式の試験関数として

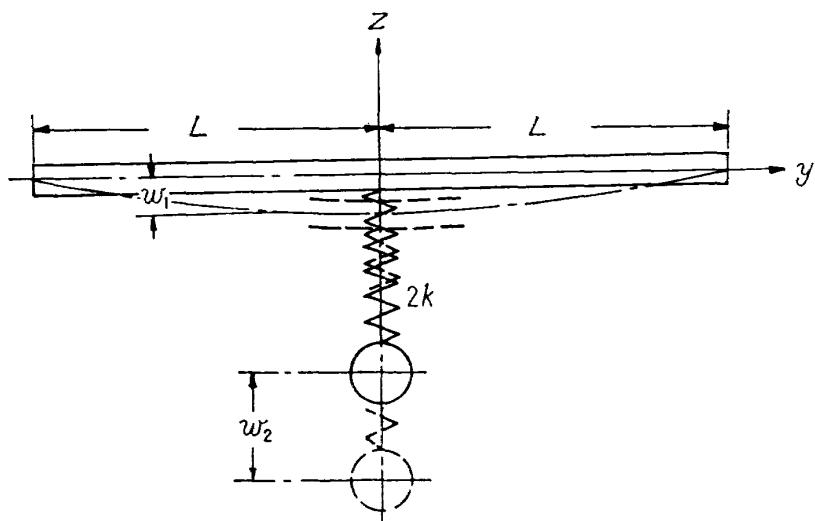
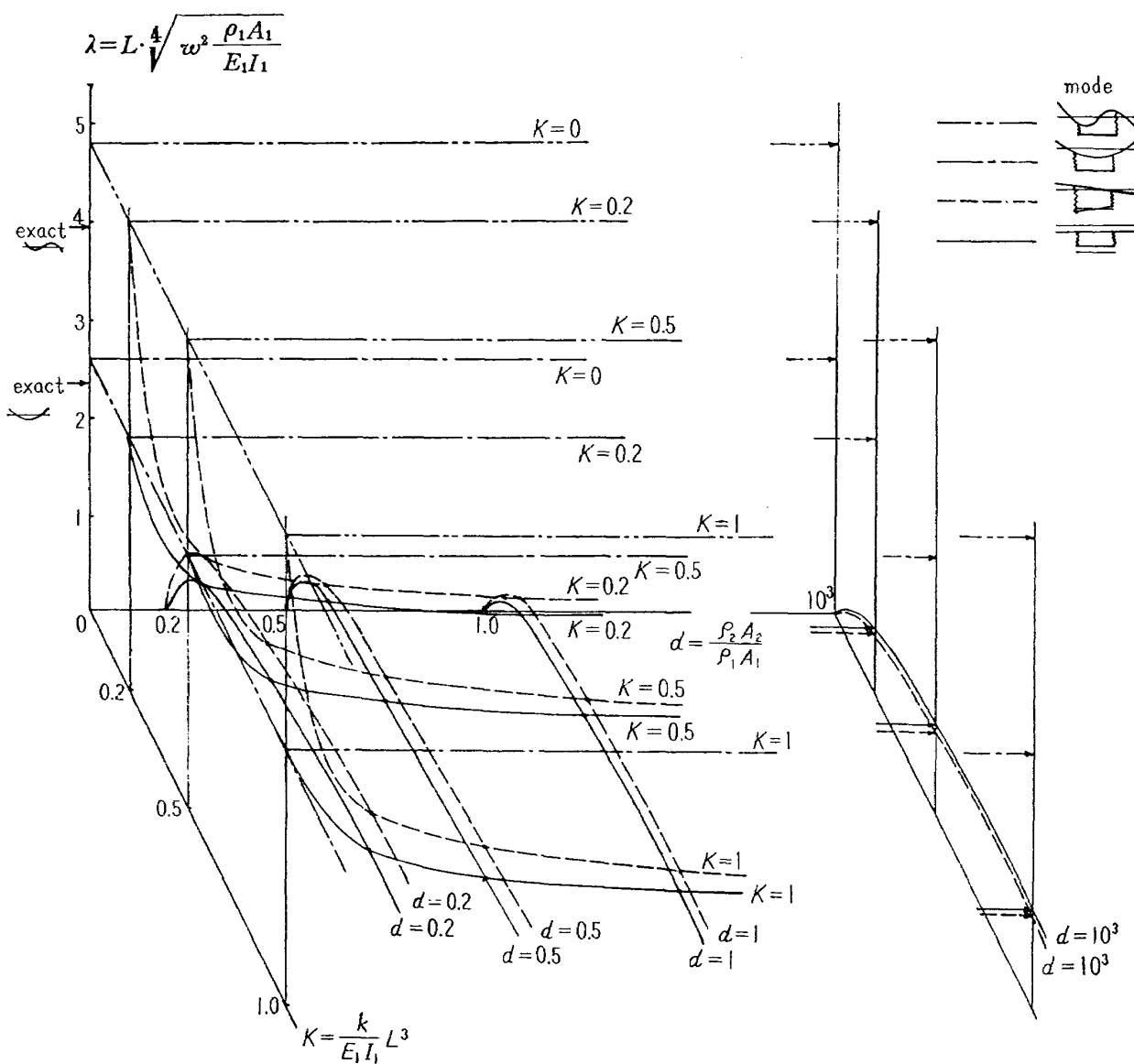
$$\left. \begin{array}{l} w_{01}=a_0+a_1y+a_2y^2+a_3y^3 \\ w_{02}=b_0+b_1y+b_2y^2+b_3y^3 \end{array} \right\} \quad (54)$$

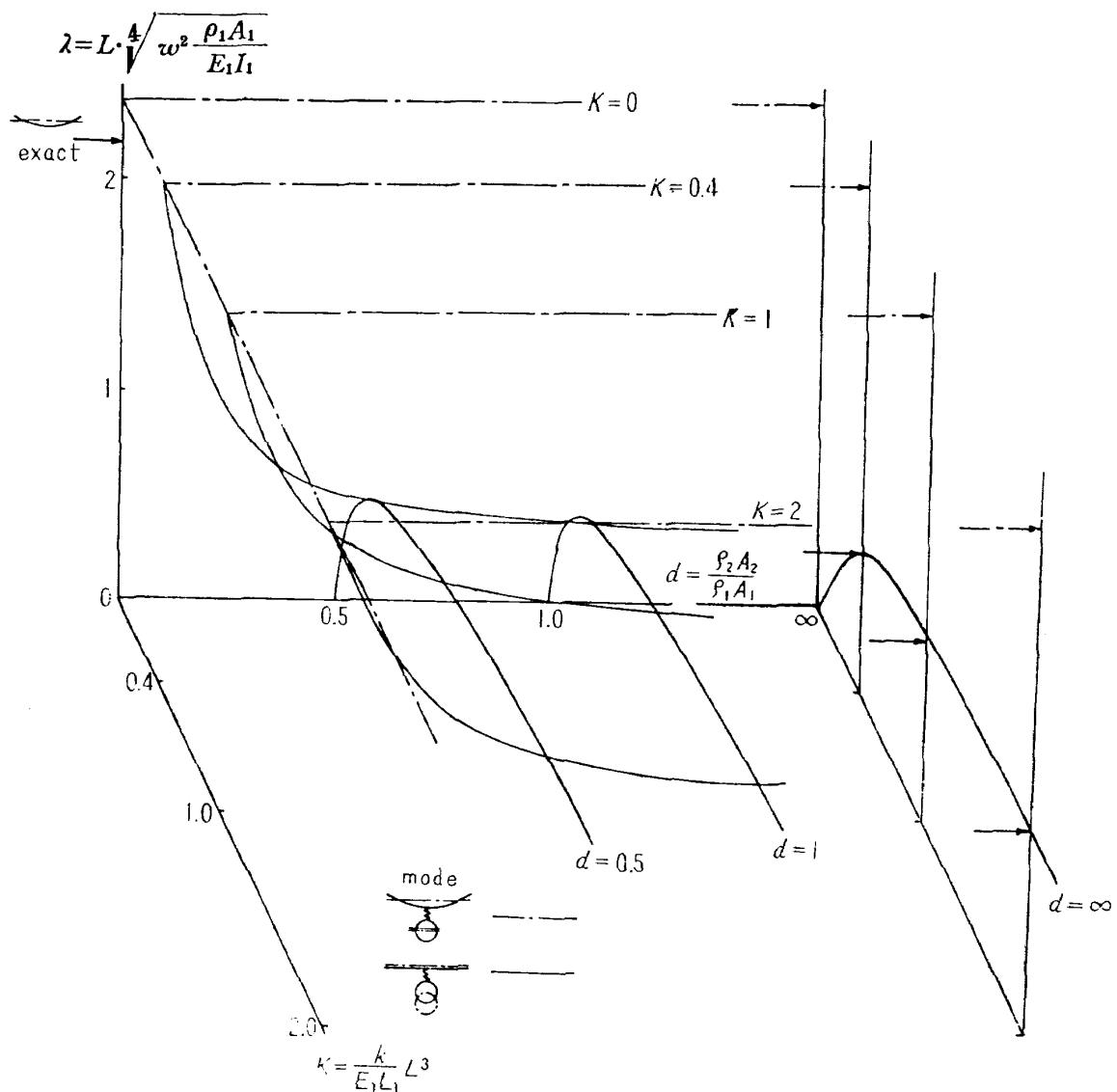
なるものを用いる。このときの (53) 式で与えられる振動数方程式は対称, 非対称のモードに分離されて, K および d なる変数を含んだ二つの 4 行 4 列の行列式となる。これより境界が自由であるために生ずる零根を除いて, K , d の変化にしたがってでてくる根を求めた。 K , d の変化によるこれらの根の変化を図 10 (a) に示した。一方, $K=0.5$ で d の値が変化する場合に求まったこれらの根のおのおのに対応する振動モードを一例として図 11 (a) に示した。

(ii) $\alpha=0$ の場合 これは $K'=2K$ なるバネ常数に関係した変数を持ったバネを用いて 1 本の梁の中央に集中質量を取りつけたような状態である(図 9)。 試験関数として

$$a_1=a_0+a_1y+a_2y^2+a_3y^3+a_4y^4 \quad (55)$$

$$u_2=b_0$$

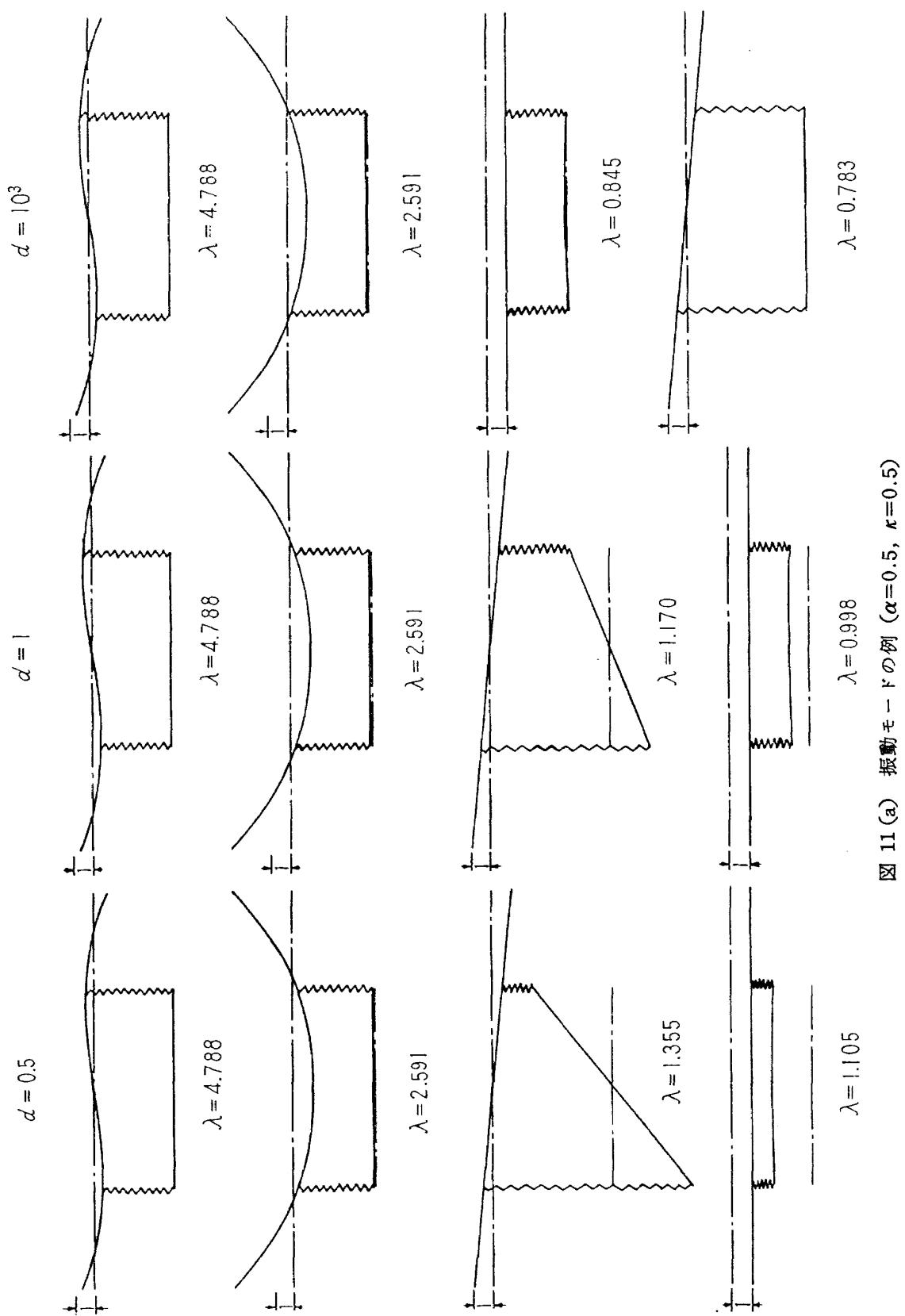
図 9 集中質量 ($\alpha=0$) を取り付けた架の振動系図 10 (a) $\alpha=0.5$ の場合の振動数変化

図 10 (b) $\alpha=0$ の場合の振動数変化

なる近似式を用いると (i) の場合と同様に K, d なる変数を含んだ振動数方程式が求まり、この場合は中央に集中質量が付いているという形なので非対称モードに対してはなんら影響を示さないと考えられるので対称モードの場合のみを取り上げ、 K および d の変化にともなって生ずる根を求める。その根が K, d にしたがって変化する様子を図 10 (b) に、また $K=2, d=1$ の時に求まるこれらの根に対応する振動モードを図 11 (b) に示した。

(4) 実験において生じた現象に対する推定

図 10, 11 より明らかなように 1 本の梁にさらにもう 1 本の梁あるいは特別な場合として集中質量がバネで付加された力学系においては、これが付加されたことにより、1 本の梁の場合にはみられなかった振動が連成振動の形で生じてきて、双方の質量比が変化するにしたがい、その振動数も変化することがわかった。(3) の (i) (ii) の結果から、質量比あるいはバネ常数変化による振

図 11(a) 振動モードの例 ($\alpha=0.5$, $\kappa=0.5$)

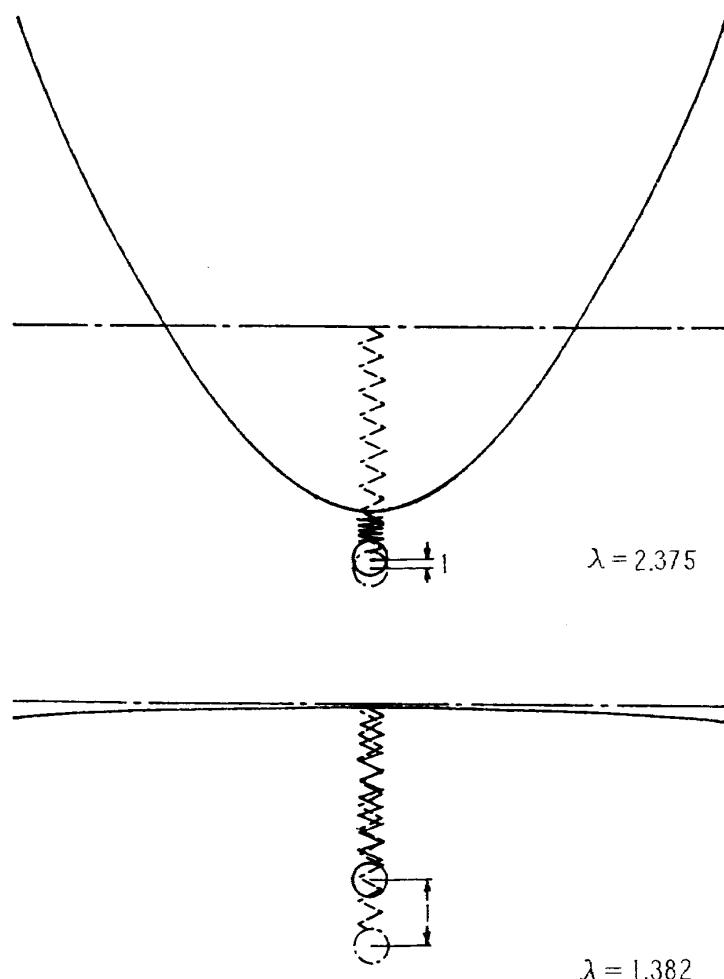
図 11(b) 振動モードの例 ($\alpha=0, K=2, d=1$)

表 2 燃料をタンクに満たした場合の実験より得られた振動数の例

試験条件	節点数および振動数 (c/s)			
	2	3	4	
No. 1		56.4	100.8	146.2
No. 2	39.8	57.8	101.9	
No. 3	39.4	57.4	101.9	
No. 4	39.0	56.7	101.5	145.6

試験条件

	燃料タンク、硝酸タンク内圧	気蓄器内圧	支持方法
No. 1	0 kg/cm ²	0 kg/cm ²	4 本吊り
No. 2	35 "	0 "	4 "
No. 3	35 "	35 "	4 "
No. 4	35 "	35 "	2 "

動数変化の傾向を知ることができるとと思う。実際の数値計算としては低次のモードのみを求めたに過ぎないが、連成により一本の梁の場合にはみられない振動が生じていることは高次のモードについてもいえるであろうと思われる。

表 2 および図 12 はロケットの実験結果の一部を示したものであるが、燃料タンクなどの付加物があるために、変断面梁とみなした一本の梁として推定した時の振動以外の振動数を持った振動が生じているのではないかと思われ、この結果も上述した吟味の結果と一致した傾向がみられている。

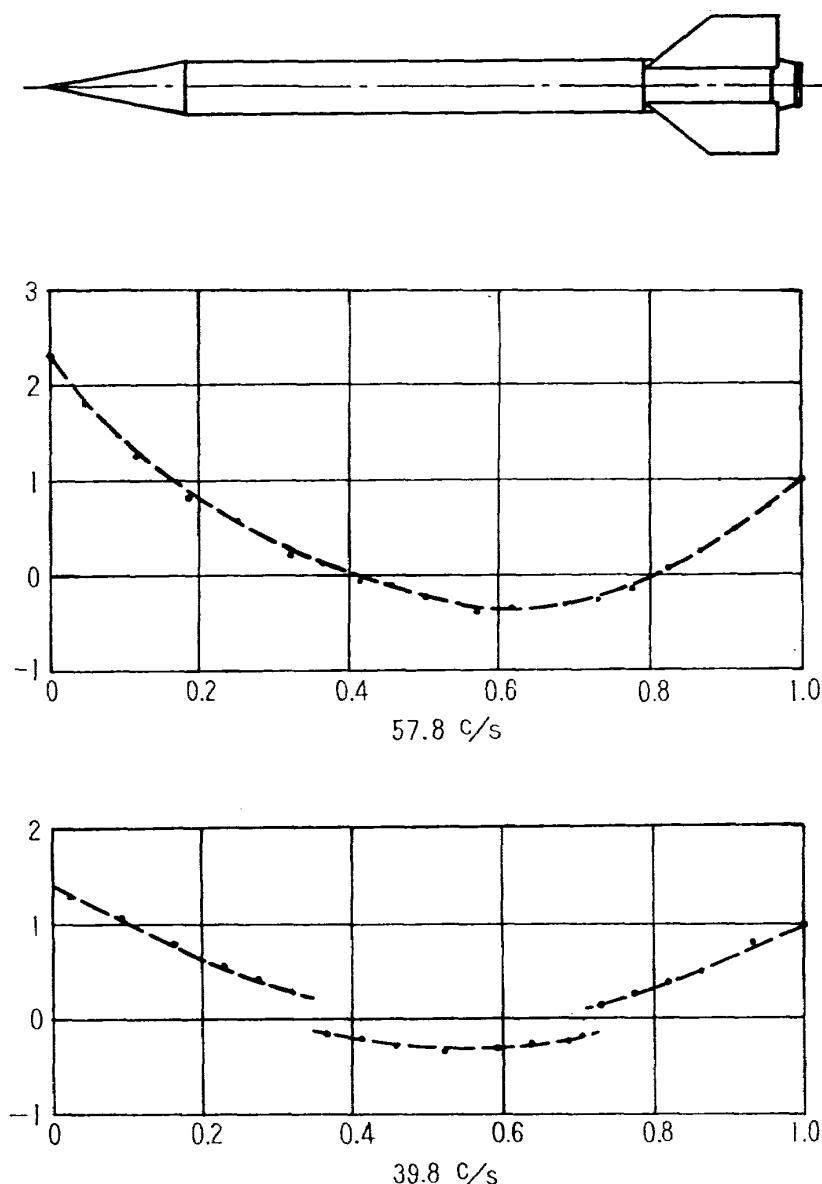


図 12(a) 実験より得られた振動モード例（第 1 Mode 近辺）

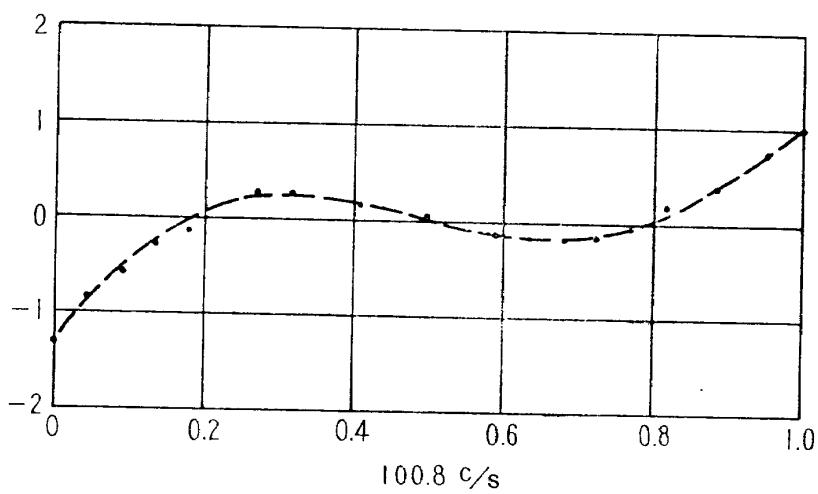
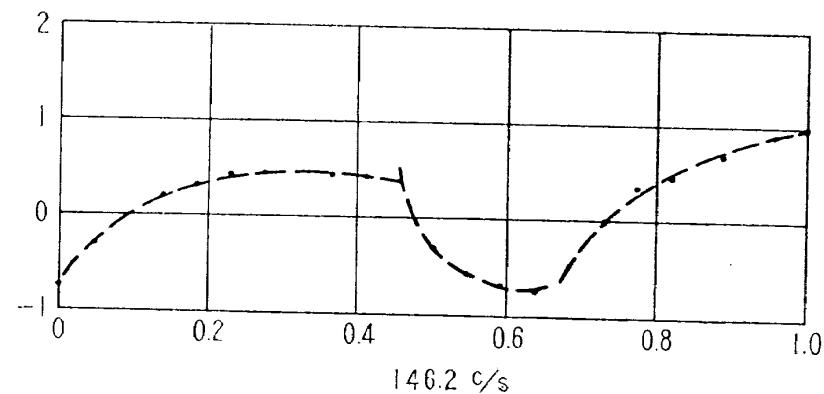
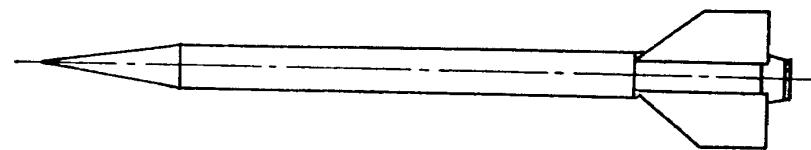


図 12(b) 実験より得られた振動モード例 (第 2 Mode 近辺)

5. 結 語

以上実物ロケットの振動試験で生じた現象に関する二種類の吟味を行なったが、仮定の粗さもさることながら、実際に行なった数値計算例はごく粗い近似であるので、実物ロケットのような構造物に対しては、より複雑な解析が必要であろう。ただ、ここで扱ったロケットは実物ロケットの地上試験用のもので、実際の飛行試験用のものには、安全のため、これらの点に関しても、設計上の考慮がなされた。

結論として、安定翼の振動に対しては、系を安定翼のみに限定したとしても、その支持条件の、

より実際的な条件についての解析が必要で、少なくとも、片持板の固定部分における傾斜角が有限値であるような剛性条件、または固定部分辺が単純支持で2点固定と云うような条件での解析が必要であろう。

胴体の振動に対しては、内部構造物の系の仮定、その系と胴体との結合部の仮定およびこれら仮定された系と、円筒と考えられた胴体との連成問題の解析、などがとりあえず必要であろうと思われる。また、これと同時に、これらの仮定を行なうに際して必要な付加系の各種の相当常数などの推定に関しても解析を進める必要があろう。

最後に安定翼の振動実験資料を提供していただいた三菱重工業（株）および当所調布実機試験場において行なわれた実験を担当された、竹中、中井、竹内、泉技官、調布飛行場分室各研究室の各位、三菱重工業（株）の各位に感謝の意を表わすしたいである。

文 献

- (1) 川井忠彦、塙 武敏、戸川隼人、高橋利之、越出慎一； 平板翼の振動について、航技研報告 TR-30 (昭和 37)
- (2) 鈴木真一； 後退角を有する薄板の固有振動数について、日本航空学会誌、5巻 38号
- (3) 川井忠彦、塙 武敏、越出慎一、戸川隼人、落合 薫； 変分法による平板翼の撓み、振動解における自然境界条件の数値的吟味 (片持平板翼の場合)、航技研報告、TR-66 (昭和 39)
- (4) 中井嘆一、塙 武敏、泉 日出夫、笠井、田口、田辺； LS-A型ロケットの振動試験について、第8回宇宙技術講演会前刷 (昭和 40)
- (5) 川井忠彦、戸川隼人、林 洋一； 変断面梁の曲げ自由振動について、航技研報告 TR-22 (昭和 37)
- (6) S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger； Theory of Plates and Shells, p. 87, McGraw-Hill.

<p>NAL TR-88 航空宇宙技術研究所</p> <p>I. 塙 武敏 越出慎一</p> <p>II. NAL TR-88 尾翼、胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 III. 534. 539.3</p> <p>1965年6月 23ページ</p>	<p>NAL TR-88 航空宇宙技術研究所</p> <p>尾翼、胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 III. 534. 539.3</p> <p>1965年6月 23ページ</p>	<p>NAL TR-88 航空宇宙技術研究所</p> <p>尾翼、胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 III. 534. 539.3</p> <p>1965年6月 23ページ</p>
<p>当所、調布実験場において実物ロケットの振動実験を行なったが、この試験結果について、想定していた値とかなり異なった現象が生じたので、この原因についての吟味を行ない、これに対する設計上の資料を得ると同時に、これらの問題に関する近似解析法についてのべたものである。</p>	<p>当所、調布実験場において実物ロケットの振動実験を行なったが、この試験結果について、想定していた値とかなり異なった現象が生じたので、この原因についての吟味を行ない、これに対する設計上の資料を得ると同時に、これらの問題に関する近似解析法についてのべたものである。</p>	<p>当所、調布実験場において実物ロケットの振動実験を行なったが、この試験結果について、想定していた値とかなり異なった現象が生じたので、この原因についての吟味を行ない、これに対する設計上の資料を得ると同時に、これらの問題に関する近似解析法についてのべたものである。</p>
<p>I. 塙 武敏 越出慎一</p> <p>II. NAL TR-88 尾翼、胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 III. 534. 539.3</p> <p>1965年6月 23ページ</p>	<p>I. 塙 武敏 越出慎一</p> <p>II. NAL TR-88 尾翼、胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 III. 534. 539.3</p> <p>1965年6月 23ページ</p>	<p>I. 塙 武敏 越出慎一</p> <p>II. NAL TR-88 尾翼、胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 III. 534. 539.3</p> <p>1965年6月 23ページ</p>
<p>I. 塙 武敏 越出慎一</p> <p>II. NAL TR-88 尾翼、胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 III. 534. 539.3</p> <p>1965年6月 23ページ</p>	<p>I. 塙 武敏 越出慎一</p> <p>II. NAL TR-88 尾翼、胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 III. 534. 539.3</p> <p>1965年6月 23ページ</p>	<p>I. 塙 武敏 越出慎一</p> <p>II. NAL TR-88 尾翼、胴体結合構造物の地上振動試験結果に関する定性的な吟味 III. 534. 539.3</p> <p>1965年6月 23ページ</p>

TR-79	引張りまたは圧縮をうけて四角弾性平板の大振幅振動の影響について Influence of Large Amplitude on Flexural Vibrations of Rectangular Elastic Plates under Initial Tension or Compression	1965年1月 田寺木一, 古関昌次 泉日出夫
TR-80	変分法直接解法において解に及ぼす束縛の数値的影響 Numerical Effect of Constraints in Calculus of Direct Variational Method	1965年1月 塙武敏, 越出慎一
TR-81	FRPコーティングの断熱特性 Thermal Insulation Characteristics of FRP Coating	1965年1月 竹中幸彦, 江川幸一 小川鉄一
TR-82	多段軸流圧縮機の部分負荷特性の簡易計算法 A Simple Method of Calculating the off-Design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressor	1965年2月 松木正勝, 藤井昭一
TR-83	亜音速流中のパネルフラッターとダイバージェンス(I) —非圧縮流理論— Theoretical Study of Two-Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow (I) —Incompressible Flow Case—	1965年2月 石井孝雄
TR-84	遷音速タービン翼列二次元試験(II) Experimental Investigation on Transonic Turbine Cascades (II)	1965年3月 近藤博, 萩田光弘 山崎紀雄
TR-85	回転翼の線型理論(II) —揚力線理論— Linearized Aerodynamic Theory of Rotor Blades (II) —Lifting-Line Theory—	1965年3月 市川輝雄
TR-86	高速多段軸流圧縮機の部分負荷特性の一計算法 A Method for Predicting the off-design Performance of Multi-Stage Axial-Flow Compressors Operating in the Transonic Flow	1965年5月 松木正勝, 藤井昭一 五味光男
TR-87	亜音速流中のパネルフラッタとダイバージェンス(II) 圧縮流理論(III) 実験的研究 Study of Two Dimensional Panel Flutter and Panel Divergence in Subsonic Flow (II) Compressible Flow Case (III) Experimental Study	1965年6月 石井孝雄

航空宇宙技術研究所報告88号

昭和40年6月発行

発行所 航空宇宙技術研究所

東京都調布市深大寺町1,880

電話武藏野(0422)(4)9171(代表)

印刷所 笠井出版社 印刷社
東京都港区芝南佐久間町1の53