

5.4. 複合物理領域シミュレーションのための 力学の改革

東京工業大学大学 名誉教授

キャテック 株式会社

長松 昭男 氏

複合物理領域シミュレーションのための 力学の改革

東京工業大学名誉教授
キャテック（株）
長 松 昭 男

2011年 11月 10日

ニーズからシーズへ

次世代CAEには 化学・熱・流体・電気・
運動・弾性などの異分野の間を縦横無尽に
変換・移動するエネルギー現象の
統合シミュレーションが不可欠

キャテック(株)では そのためのモデル化手法とツールを開発中

機械工学と電気工学の一体化が最重要・緊急
の課題

例) ハイブリッドエンジン スマートグリッド

モデルベース製品開発を可能にする物理理論の要件

1. 工学全体を貫く唯一の概念であるエネルギーを表に出している.

電磁気学はエネルギーを直接扱う学問であり ○
力学は力・運動・変形を直接扱う学問であり ×

2. 自然界の対称性と閉じた因果関係を表現している.

電磁気学は ○ 力学は ×

電磁気学における概念の対称性

| 電 気 | | | 磁 気 | | |
|---------|------------------|------------------|----------|-------------|----------------------|
| 名 称 | 記 号 | 単 位 | 名 称 | 記 号 | 単 位 |
| 電 荷 | Q, q | C | 磁 荷 | Q_m, q_m | Wb |
| 電 界 | E | V/m | 磁 界 | H | A/m |
| 電 圧 | V | V | 電 流 | I | A |
| 電 位 | V | V | 磁 位 | V_m | A |
| 電 束 | Φ_e | C | 磁 束 | Φ | Wb |
| 電束密度 | $D = \epsilon E$ | C/m ² | 磁束密度 | $B = \mu H$ | T, Wb/m ² |
| 分 極 | P | C/m ² | 磁 化 | P_m | T |
| 誘電率 | ϵ | F/m | 透磁率 | μ | H/m |
| 静電容量 | C | F | インダクタンス | L | H |
| コンデンサー | $Q = CV$ | F・V | コイル | $\Phi = LI$ | H・A |
| 静電エネルギー | $CV^2/2$ | J | 磁界のエネルギー | $LI^2/2$ | J |

電磁気学：法則の対称性と因果関係 (例 マクスウエルの方程式)

| 法 則 | 表 現 式 |
|----------------|---|
| 電界に関するガウスの法則 | $\text{div } \mathbf{D} = 0$ |
| 磁界に関するガウスの法則 | $\text{div } \mathbf{B} = 0$ |
| アンペア・マクスウエルの法則 | $\text{rot } \mathbf{H} = \partial \mathbf{D} / \partial t$ |
| ファラデーの法則 | $\text{rot } \mathbf{E} = \partial \mathbf{B} / \partial t$ |

力学における因果関係

ニュートン (1642－1727)

力とは運動と静止の原因的原理である。『重力と流体の平衡について』
理論力学は どのような力にせよそれから結果する運動の
学問であり またどのような運動にせよそれを生じるに
必要な力の学問である。『プリンキピア』

ニュートンは 時空間に展開し目に見える **運動** の裏には
隠れた原因があると考え それを **力** と名付けた。→

力学の黎明期から現在までの全歴史を通して

「**力が原因で運動が結果**」

が 力学の暗黙の前提

力学の常とう手段 : 力が原因として与えられていることを前提に運動方程式を立て
初期条件を与えて解いて 結果として生じる運動を求める。

力学は 力の原因と初期条件以前の状態には関知しない。

力学は 自然界の因果関係の一部を断片的に表現する学問

力学の因果関係に対する筆者の疑問

諸行無常 因果応報 万物流転

「力が原因で運動が結果」という力学の前提は 因は果となり果は因と
なって輪廻・転生・反復・流転し続ける物理事象の半面であり
自然界の閉じた因果関係の片方向通行に過ぎない。

原因のない事象は存在しないから 力にも原因があるはず →
力と運動以外の状態量は存在しないから「力の原因は運動」と
考えざるを得ない。 →

力学には「運動が原因で力が結果」の世界が欠落している？

力学は 対称性の面で不完全

力学における対称性

自然界は対称である。

(参考文献 : Leon M. Lederman and Christopher T. Hill著, 小林茂樹訳, 対称性, 白揚社)

法則の正当性の判断基準

1 実験と一致

2 対称性

力学法則は 実験と合うことを根拠に正当性が保証
されているが 対称性は保証されていない。

例：ニュートンの3法則の対称・双対法則は存在しない。

力学は 対称性の面で不完全

力学が持つ不完全さ 1

1. エネルギーが陰に隠れている.
2. 対称性が欠落 法則の対称・双対形が存在しない.
3. 因果関係が閉じていない.

これらが 自然界のドラマ (機械製品が演じる機能と挙動) を理論表現しにくくしている.

従来の物造りでは 力学の持つこの不完全さを 人の英知・勘・経験・ノウハウで補ってきた.

CAEは 本質的にこれら人の能力を排除する性質を有する.

特に複合物理領域シミュレーションでは 力学の不完全さがシステム構築の障害となる.

力学が持つ不完全さ 2

これらの不完全さは 力学の本質であり 力学の枠内では解決できない.

唯一の例外 → **弾性体の力学**

フックの法則は 力の原因を力学の枠内で規定
これを用いて 上記不完全さを解消すべく 弾性体の力学を改革することを 試みる.

注1) 上記不完全さは 力学の欠点ではない! 力学とは こういう学問

注2) 上記不完全さは すでにより高度の物理学ですべて解決済み しかし
物造りには高度の物理学を用いないから 実用力学の範囲内でこの問題を
解決しておくことが 複合物理領域CAEの実現に必要

筆者は 次の2点に留意して **弾性体の力学の改革** を試みる.

- 1 エネルギーを直接表に出す.
- 2 法則の対称性と物理事象の閉じた因果関係を理論表現する.

すなわち 因果関係を双方向の連鎖と考え
「力が原因で運動が結果」と
「運動が原因で力が結果」を
対等・対称・双対に扱う.

注) 閉じた因果関係は時間対称性の代表例

弾性体の力学における概念の対称・双対関係

状態量 : 力 f と速度 v (速度 : 運動の基本状態量)
仕事率 (瞬時エネルギー) $P = fv$

状態積 : 運動量 (力積) p と位置 (速度積) x
ハイゼンベルグの不確定性原理 $\Delta p \Delta x \geq h$

力学特性 : 質量 M と弾性 H (剛性 K の逆数)
固有振動数 $T_n = 2\pi\sqrt{MH} (= 2\pi\sqrt{M/K})$

力学的エネルギー :
運動エネルギー $\frac{1}{2}Mv^2$ と
力エネルギー $\frac{1}{2}Hf^2$ ($= \frac{1}{2}Kx^2 \leftarrow H = \frac{1}{K}, f = Kx$)

物理法則の正当性の判断基準

1) 実験と合う

2) 対称性

力学法則の正当性は 専ら 1) が根拠で 2) が欠落？

力学法則も対称であるはず？

ニュートンの法則は 力が作用して運動が生じる：

力が原因で運動が結果 の法則

因果関係は閉じているから

運動が原因で力が結果

という 逆の因果関係を支配する法則も存在するはず。

従来と逆の因果関係に基づく力学法則が
ニュートンの法則とは別に存在する？

ニュートンの法則

力が原因で質量が機能し運動が結果 の因果関係を表現

法則 1 慣性の法則：

力 が作用しない物体は速度を保有しないか一定の
速度を保有する。

法則 2 運動の法則：

力 が作用する物体は作用力 に比例する速度変動
を生じる。(速度変動=加速度)

$$f = M\dot{v}$$

法則 3 力の作用反作用の法則：

作用力 に対し反作用力 は常に逆向きで大きさが
等しい。

筆者が提唱する法則

運動が原因で柔性が機能し力が結果 の因果関係を表現

法則1 弾性の法則：

速度が作用しない物体は 力を保有しないか一定の力を保有する。

法則2 力の法則：

速度が作用する物体は作用速度に比例する力 変動を生じる。

$$v = H\dot{f}$$

法則3 速度の作用反作用の法則：

作用速度に対し反作用速度は常に逆向きで大きさが等しい。

注) 筆者は 学会でまだ認知されていない用語や名称を 独断で使用しているが
これらは新概念を説明する上で必要不可欠であることを理由に お許し願いたい。

ニュートンの法則は質量の機能を

筆者が提唱する法則は弾性の機能を 表現

注) ニュートンの法則は力学全体を支配する基本法則
筆者が提唱する法則は弾性体の力学のみを支配する法則

慣性の法則と弾性の法則・運動の法則と力の法則

・力の作用反作用の法則と速度の作用反作用の

法則は 力と速度の入替以外には同一の文章

→ 各々互いに対称・双対の関係にある。

両法則を合わせて初めて因果関係が閉じ

弾性体の力学が完結

表現式

運動の法則 : $f = M\dot{v}$

力の法則 : $v = H\dot{f}$

速度の作用反作用の法則

場 **P** において速度 v を与えることは 場 **P** に対して
 相対速度 v を有する場 **Q** を作り出すこと
 これを場 **Q** から見れば それと逆方向で同じ大きさ
 の速度 $-v$ を場 **P** に与えること
 これにより場 **P** は 場 **Q** から速度 $-v$ を与えられる.

「この場で対象に速度を与える（作用させる）こと
 を 対象上にいる観測者から見れば この場に
 作用速度と逆方向で同じ大きさの速度すなわち
 反作用速度を与えること」

この法則は「互いに一定の速度を有する場（慣性系）同士では
 力学法則は変化しない」という

ガリレイの相対性原理 から由来

フックの法則の位置付け

フックの法則は $x = Hf$ （あるいは $f = Kx$ ($K=1/H$) ）
 フックの法則を時間で微分 $\rightarrow \dot{x} = v = H\dot{f}$: 力の法則

力の法則の時間積分が フックの法則

運動量の定義式は $p = Mv$

運動量の定義式を時間で微分 $\rightarrow \dot{p} = f = M\dot{v}$: 運動の法則

運動の法則の時間積分が 運動量の定義

力 f と速度 v の 2 状態量は 互いに対称・双対

運動量（力積） $p = \int f dt$ と変位（速度積） $x = \int v dt$ は 互いに対称・双対
 質量 M と柔性 H は 互いに対称・双対 したがって

運動量の定義 \leftarrow （対称・双対） \rightarrow フックの法則

位置の法則

運動量の法則：

運動量の時間変化は力積に等しい. または
運動量の時間変化率は力に等しい.

$$p(t_2) - p(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} f dt \quad \text{または} \quad \frac{dp}{dt} = f$$

運動量の法則において **運動量**と**力**を それぞれの双対量
である **位置**と**速度**に置き換えれば

位置の時間変化は速度積に等しい. または
位置の時間変化率は速度に等しい.

$$x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v dt \quad \text{または} \quad \frac{dx}{dt} = v$$

このあたりまえの事実を あえて **位置の法則** と呼べば

運動量の法則 ← (双対・相補) → **位置の法則**

位置保存の法則

運動量保存の法則：

力 が作用しないときには **運動量**は変化しない.

位置保存の法則：

速度が作用しないときには **位置** は変化しない.

運動量保存の法則 ← (双対) → **位置保存の法則**

これら両法則は 作用反作用の法則と同様に エネルギーとは無関係の自明の事実であり 力学的エネルギー保存の法則が成立しない場にも 成立

仕事と力学的エネルギー

力が質量に作用してなす仕事 運動の法則 $f = M\dot{v}$ が成立

$$W(=\int_0^t f dx) = \int_0^t f v dt = \int_0^t M \frac{dv}{dt} v dt = \int_0^t \frac{d}{dt} \left(M \frac{v^2}{2} \right) dt$$

$$= \frac{1}{2} M v^2 - \frac{1}{2} M v_0^2$$

質量に力が作用してなされた仕事は 運動エネルギーの変化に等しい。

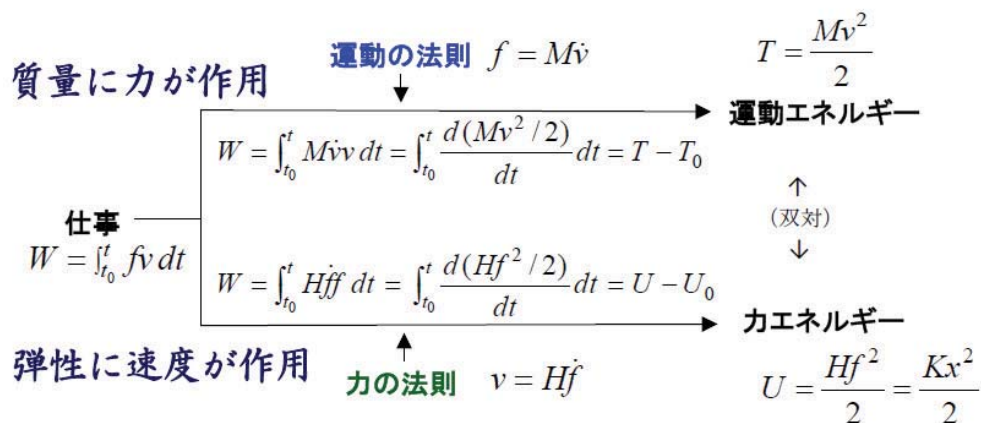
速度が弾性に作用してなす仕事 力の法則 $v = H\dot{f}$ が成立

$$W(=\int_0^t v dp) = \int_0^t v f dt = \int_0^t H \frac{df}{dt} f dt = \int_0^t \frac{d}{dt} \left(H \frac{f^2}{2} \right) dt$$

$$= \frac{1}{2} H f^2 - \frac{1}{2} H f_0^2 \quad (= \frac{1}{2} K x^2 - \frac{1}{2} K x_0^2 \leftarrow H = \frac{1}{K}, f = Kx)$$

弾性に速度が作用してなされた仕事は 力エネルギーの変化に等しい。

仕事と力学的エネルギー

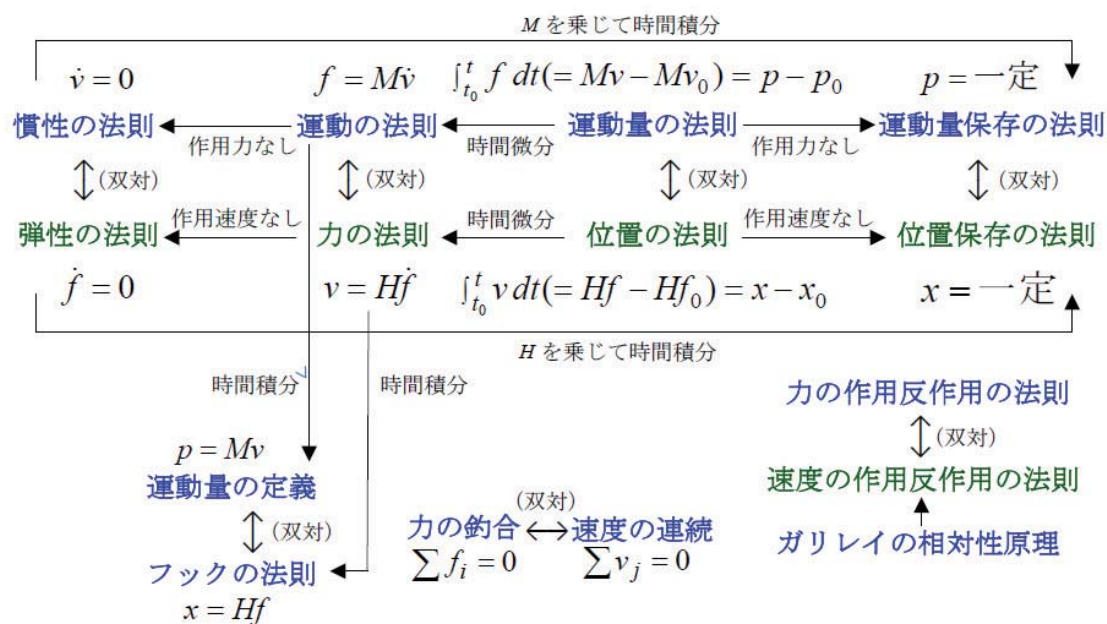


青 : 在来の法則
緑 : 筆者が提唱する法則

弾性体の力学における 状態量・力学特性・力学的エネルギーの 対称性



弾性体の力学における法則の対称性



(青 : 在来の法則 緑 : 筆者が提唱する法則)

本講演の詳細は下記の本に記載

「機械の力学」

長松昭男 著

朝倉書店 2007

質疑応答

質問者①

衝撃試験では大きな力が作用しなくても数千Gといった高い加速度が作用していますが、それでも構造物が破壊されない理由をエネルギーの観点から説明していただけないでしょうか。

発表者

衝撃とはエネルギーが作用している状態です。質量にエネルギーが作用すると多大な力がかかり、破壊されてしまいます。一方でバネは力を受けることができません。自然長のバネは力を受けようとしても反作用が働かないため縮んでしまいます。基礎の変位加振のようにバネに直接エネルギーが作用する場合、バネがエネルギーを吸収するため大きな変位が生じても力は小さくなります。バネに相対変位が生じ、徐々に内力変動が生じ、外部からの拘束力と内力が一致、つまりフックの法則が成り立つ状態になります。その過程でエネルギーがバネに吸収される場合は大きな変形を伴うため、大きな衝撃であった場合でも力としては作用していません。このような領域の衝撃であれば破壊されません。