

UDC 531.76:
629.7.054:
534.01

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-386

デジタル・トルク平衡方式による加速度計の研究

鈴木孝雄・大月正男・円居繁治

1974年8月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

1. まえがき	1
2. 記 号	2
3. デジタル・トルク平衡加速度計の原理・構成	3
3.1 原 理	3
3.2 構 成	4
4. デジタル・トルク平衡加速度計の解析	5
4.1 リミット・サイクル振動と出力パルス	5
4.2 リミット・サイクル・モードと入力の関係	6
4.3 記述関数法によるリミット・サイクル振動周波数と安定性の解析	7
4.4 二位置方式デジタル・トルク平衡加速度計に固有な誤差	10
4.5 特性向上の方法	10
5. デジタル・トルク平衡加速度計の設計	11
5.1 最大許容入力加速度	11
5.2 パルス・ウェイト	11
5.3 最適な粘性抵抗係数	12
6. 実験と結果の検討	12
6.1 最大許容入力加速度	12
6.2 パルス・ウェイト	12
6.3 リミット・サイクル・モードと入力の関係	12
6.4 入出力の直線性と精度範囲	14
6.5 位相補償によるリミット・サイクル周波数の向上	14
7. あとがき	17
補足A デジタル・サーボ回路の詳細	19
A.1 復調器とローパス・フィルタ	19
A.2 クロック・パルス発生回路	19
A.3 レベル・ディスクリおよびロジック回路	19
A.4 ゲート回路	20
補足B 記述関数法について	21
B.1 単一入力記述関数法	21
B.2 二重入力記述関数法	21
B.3 記述関数の計算	21
参考文献	22

デジタル・トルク平衡方式による加速度計の研究*

鈴木 孝 雄** 大 月 正 男**

円 居 繁 治**

Study on a Digitally-Torque-Rebalanced Accelerometer

By Takao SUZUKI, Masao OTSUKI,
and Shigeharu ENKYO

ABSTRACT

With the recent progress in on-board digital computer technology in this country, digital inertial instruments such as digital gyros and digital accelerometers are required for accomplishment of precise inertial navigation system. A digital accelerometer equipment is developed at NAL using delta-modulation technique. The equipment is a combination of a floated pendulum accelerometer and a digital servo-amplifier which involves sampling and a two-level relay. The control is a so-called bang-bang. This report describes the principle, configuration, analyses, design and experiments of the digital accelerometer equipment.

The stress is laid on the analyses of the stability and modes of the limit cycle particularly when an input acceleration is relatively large. According to the analyses using dual-input describing function theory, the limit cycle is always stable if only the input acceleration is less than the maximum input; however, as input acceleration becomes very close to the maximum, the limit cycle frequency approaches zero and at the same time the amplitude of the limit cycle oscillation becomes large. This results in worse transient response and in increased static error. The analyses are compared with the experiments, and "a precision input range of the pulse-rebalanced accelerometer", where both response time and static error are very small, is determined.

1. まえがき

航空宇宙技術研究所においては、我国の宇宙開発計画¹⁾を推進させるための基礎的・先行的研究および関連研究の促進ということで、ジャイロ、加速度計などの精度向上のための研究が行なわれている。高精度の航法装置では信号がデジタル的に処理される必要性から慣性センサ（ジャイロ、加速度計）の出力がデジタル量であることが望まれる。慣性センサの出力がアナログ量の場合には、A-D変換器の追加により一応目的を達するが、変換による速度および精度の低下のみならず、寸法・重量の増加という問題が生ずる。²⁾

そこで、直接デジタル出力の得られる加速度計が必要になる。加速度計のジンバル（振子）位置を一定時間毎に判定し、その正負に応じて負正のパルス状トルク^{注1)}（トルクの大きさおよび時間幅が一定）をジンバルにフィードバックすることにより、振子を常に零位置附近に拘束することができる。このとき、単位時間に発生するフィード・バック・パルス数あるいは、その正負のパルス数の差が入力加速度に比例する。1個の出力パルスは、速度増分（ ΔV ）と考えられ、これを積算することにより速度が得られる。すなわち時間とともに変化する速度波形を、一定時間毎に、 $+\Delta V$ または $-\Delta V$ だけ振幅が変化する階段波形で近似するもので、通信工学の分野ではデルタ（ Δ ）変調（定差変調）方式と呼ばれるものであ

* 昭和49年3月20日 受付

** 計測部

る。³⁾

Δ変調の技術は加速度計のみならず、ジャイロにも適用することができ、これら慣性機器装置（Δ変調回路を含む）と機上用デジタル計算機の組み合わせにより、ジンバルのない航法装置^{注2)}（Gimballess Inertial Navigation System）を実現できる。これはステープル・プラットフォーム方式の航法装置に比べ、次の様な長所がある。¹⁰⁾すなわち、機械的なジンバルがないので小形、軽量、堅牢であり、ジンバル・ロックの問題を生じない。また多重化による信頼性の向上が容易に行なえる。さらに、飛しょう体への組み込みおよび保守の容易性などである。反面、電子機器が複雑化し、計算機に対する要求が厳しくなるという短所もあるが、これらの問題は、今日の我国の電子工業技術のレベルの高さから判断して、容易に解決されるものと思われる。したがって、我国の将来の宇宙開発に応用される基礎的技術として、Δ変調機器研究の必要性が高まってくる。

歴史的にΔ変調の研究を見ると、1952年に本方式の発明者F. de Jagerが、PCM^{注3)}伝送の一方法として発表したのが始まりで、慣性センサへの応用は、1958年頃からM. I. T. (Massachusetts Institute of Technology)を中心に行なわれた様子だが、詳細は公表されないものが多かった。⁶⁾我国ではかなり遅れて、1970年頃から東大⁷⁾および航技研⁸⁾での研究が発表されて来ている。

本報告は、先に当所で試作した浮動振子型加速度計⁹⁾の検出部をΔ変調回路（二位置リレーとサンプリング機構をもつデジタル・サーボ回路）と組み合わせて構成するデジタル・トルク平衡加速度計装置（Δ変調加速度計）に関するもので、本加速度計装置^{注4)}の原理、構成、理論、設計、実験などについて報告する。従来、この種の系の解析には記述関数法が良く使われてきたが、そのほとんどは微小入力（すなわち、非線形要素の振動入力の平均値÷零）の場合に限っていた。そこで、二重入力記述関数法により大入力の場合をも含めた理論解析を行なうとともに、実験を行ない理論との比較・検討を行なった。その結果、入力が最大許容値に近づくにつれ、

リミット・サイクル周波数が零に近づくとともに、リミット・サイクル振動の振幅が大きくなるので、大入力時には応答性が悪くなるとともに、静的誤差が増大する。誤差の増大する様子は、入力の変化に対して直線的ではなく、入力がある範囲内では誤差が極めて小さいが、それを越えると急激に誤差が増大する。したがって、誤差が極めて小さい（0.06%）入力範囲（これを精度範囲と呼ぶ）の存在を明らかにするとともに、これを決定した（最大許容入力の60%）。なお補足として巻末に、デジタル・サーボ回路の詳細、および二重入力記述関数法の説明をつけ加えた。

2. 記号

A	リミット・サイクル振動の振幅
a	加速度
a_c	入力軸と直交方向成分の加速度
a_i	入力軸方向の加速度
a_m	最大許容加速度
B	リミット・サイクル振動のバイアス（直流成分）
C	粘性抵抗係数
D	パルス電流の振幅（時間 Δt に対する平均値）
G_{df}	復調器とフィルタの利得
g	重力加速度
i	電流
J	慣性能率
j	虚数単位 $\sqrt{-1}$
K	機器の感度
K_{sg}	回転角検出器（デュアルシン）の感度
K_{tg}	トルク発生器（トルカー）の感度
ℓ	振子の有効長
m	振子の質量
n	負パルスの数
P_e	振子のペンデュラスティ ($P_e = \ell \cdot m$)
p	正パルスの数
$s^{(s)}$	ラプラスの演算子
T_p	正パルスによるトルク
T_n	負パルスによるトルク

注1) 正（負）のトルクとは、最初零位置にあったジンバルを、トルクの作用により、正（負）のジンバル位置に回転しようとするトルクとする。

注2) 慣性機器が直接飛しょう体に取りつけられるところから、Strapdown Inertial Navigation Systemとも呼ばれる。

注3) Pulse Code Modulation の略。

注4) 本報告では、サーボ加速度について論じているので、“装置”という語を省略しても、サーボ加速度計装置全体を指すことがある。

T_s	サンプリング周期 ($= \Delta t$)
α	入力加速度の最大入力に対する比 ($\alpha \equiv a_i / a_m $)
ΔV	速度増分
δ	二位置リレーのヒステリシス
$\delta\theta$	二位置リレーのヒステリシス (ジンバル角に換算)
ε	誤差
ζ	減衰比
θ	角度
τ	時定数
τ_f	ジンバル (フロート) の時定数 ($\tau_f = J/C$)
τ_{tg}	トルク発生器の時定数
φ, ϕ	位相角
ω	角周波数
ω_n	固有角周波数
ω_s	サンプリング角周波数

3. ディジタル・トルク平衡加速度計の原理・構成

3.1 原 理

本報告で扱う加速度計の検出部は、先に当所で試作・研究した浮動振子型加速度計の検出部であり、その原理図および代表的諸元をそれぞれ、図1、表1に示す。

図1において、円筒状のジンバル (フロート) は、そ

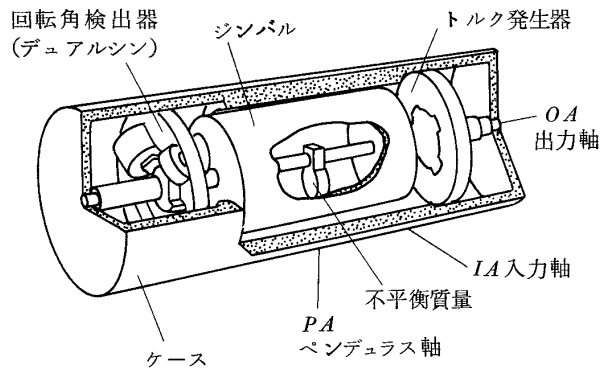


図1. 浮動振子型加速度計検出部原理図

の内部にある不平衡質量のため、出力軸まわりに振子の作用をなす。この際、出力軸と軸受間の摩擦トルクを軽減するため、ジンバルとケース間に高密度油を充満し、その密度がジンバルの平均密度に等しくなるように温度制御し、高分解能を得ている¹⁵⁾。また、この浮動油は、ジンバルの出力軸まわりの回転運動に対して、適当なダンピングを与える役割をはたす。検出部は、ジンバルの位置を検出する回転角検出器 (デュアルシン) およびジンバルにトルクを与えるトルク発生器 (トルカー) をもっているが、検出部のモデルは図2のように単振子として書ける。図1および図2より、ジンバルの出力軸まわりの運動方程式は、

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} = P_e(a_i \cos \theta - a_c \sin \theta) - K_{tg} \cdot i \quad (3-1)$$

表1 浮動振子型加速度計 (NAL-2) の代表的諸元

*印: アナログ方式の場合

項 目	単 位	数 値
ペンデュラスティ	gr・cm	1.04
ジンバル慣性能率	gr・cm ²	37.8
粘性抵抗係数	dyn・cm・sec	1.15×10 ⁴ 以上
SG 励磁周波数	Hz	12000
SG の感度	V/rad	9.91
TG の感度	dyn・cm/mA	141
TG の最大トルク	dyn・cm	2.12×10 ⁴
加速度測定範囲 (*)	g	±15
分 解 能 (*)	g	2×10 ⁻⁵
増幅器の利得 (*)	mA/V	0 ~ 8050
サーボ系のバネ定数 (*)	dyn・cm/rad	0 ~ 1.12×10 ⁷
出力感 度 (*)	mA/g	7.24
固有振動数 (*)	Hz	34 (ζ = 0.7)
外形寸法	mm	62φ×65
重 量	gr	480

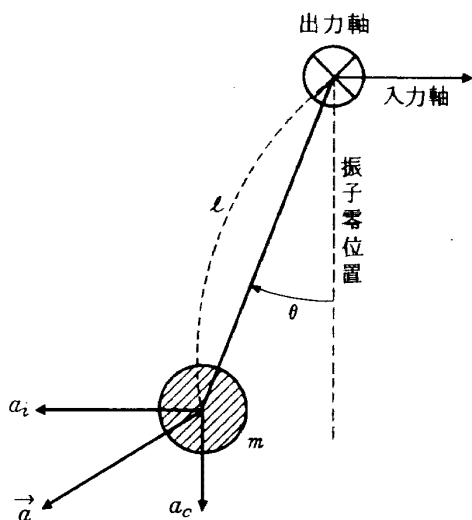


図 2. 加速度計検出部のモデル

ここに, P_e は

$$P_e = l \cdot m \quad (3-2)$$

で, 振子のペンデュラスティと呼ばれる。 i はトルカーに流れる電流で, K_{tg} はトルカーの感度である。

今, 一定時間 (時間間隔 T_s) ごとに, 振子の位置 (θ) を判定し, θ の正負に応じて^{注1)} 負正のパルス状トルク (パルスの時間幅 $< T_s$) をジンバルに与えることにより, $\theta \approx 0$ に制御することができる。これは, サンプリング機構をもつバング・バング制御であり, バング・バング制御ではリミット・サイクルを生ずることは良く知られている。¹⁷⁾

$\theta \approx 0$ のとき, (3-1) 式は

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} = P_e a_i - K_{tg} \cdot i \quad (3-3)$$

電流 i はパルス状なので, 時間 T_s に対する平均電流 (D) は一定で, $K_{tg} \cdot i$ は加速度計が平衡できる最大許容入力 a_m に対応するトルクである。すなわち,

$$K_{tg} \cdot i = \text{sgn}(\theta) \cdot P_e \cdot |a_m| \quad (3-4)$$

ここに,

$$\text{sgn}(\theta) = \pm 1 \quad (\theta \gtrless 0 \text{ に対応して})$$

ゆえに, (3-3) 式は

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} = P_e (a_i - \text{sgn}(\theta) \cdot |a_m|) \quad (3-5)$$

次に, デジタル加速度計からのパルス出力の意味について考察する。

(3-3) 式を時刻 t_j から $t_j + \Delta t$ ($j=0, 1, 2, 3, \dots$) まで積分すれば,

$$\frac{C}{P_e} \{ \Delta \theta(t_j) + \tau_f \Delta \dot{\theta}(t_j) \} = \Delta V_i(t_j) - \frac{K_{tg}}{P_e} \cdot D \cdot \Delta t \cdot \text{sgn}(i) \quad (3-6)$$

ここに,

$$\Delta V_i(t_j) = \int_{t_j}^{t_j + \Delta t} a_i dt \quad (3-7)$$

であり, 時刻 t_j における速度増分である。 Δt はサンプリングの時間間隔 ($= T_s$), $\text{sgn}(i)$ はパルスの極性をあらわす。

デジタル加速度計の出力パルスは, デジタル計算機または加減算计数器^{注2)}で, まとめて処理できる。したがって (3-6) 式を j について, 0 から $n-1$ まで加算することにより, 次式を得る。

$$\frac{C}{P_e} [\theta(t_n) - \theta(t_0) + \tau_f \{ \dot{\theta}(t_n) - \dot{\theta}(t_0) \}] = V_i(t_n) - V_i(t_0)$$

$$- \frac{K_{tg}}{P_e} D \cdot \Delta t \cdot (p-n) \quad (3-8)$$

ここに, p, n は時間 $t_0 \sim t_n$ に発生した正, 負のパルス数をあらわす。(3-8) 式の左辺を ϵ_v とおけば, ϵ_v なる誤差範囲内で次式が成り立つ。

$$V_i(t_n) - V_i(t_0) = \frac{K_{tg}}{P_e} D \cdot \Delta t \cdot (p-n) \quad (3-9)$$

$$\epsilon_v = \frac{C}{P_e} [\theta(t_n) - \theta(t_0) + \tau_f \{ \dot{\theta}(t_n) - \dot{\theta}(t_0) \}] \quad (3-10)$$

時刻 t_0, t_n 間の加速度 a_i が一定であったとすれば, (3-9) 式より,

$$a_i = \frac{K_{tg} \cdot D \cdot \Delta t \cdot (p-n)}{P_e (t_n - t_0)} \quad (3-11)$$

$(t_n - t_0)$ を小さくすることにより, その間の加速度変化がないものとして, $(t_n - t_0)$ 毎のデジタル加速度出力が得られる。

また (3-9) 式は, ある時間にわたって出力パルスを積算することにより, その時間内における速度増分 ($V_i(t_n) - V_i(t_0)$) がデジタル量として得られることを示す。

3.2 構成

本デジタル加速度計装置の特徴は, サンプリング機構と非線形論理回路 (二位置リレー) を持つところにある。非線形論理としては, 二位置リレー¹⁶⁾ の他, 三位置リレーなどを用いることもできるが, リミット・サイクルによるディザ効果¹⁶⁾が期待できるという理由で, 二位

注1) θ の正負だけでなく, $\dot{\theta}$ を検出して, $\theta + \tau_f \dot{\theta}$ の正負を判定して, それに対応した極性のパルスを発生する方法 ($\dot{\theta}$ を用いる補償法) については, 後述 (7 節) する。

注2) 正 (または負) のパルスが 1 ケ入る毎に, 今までの累積値に 1 を加算 (または減算) する計数器。

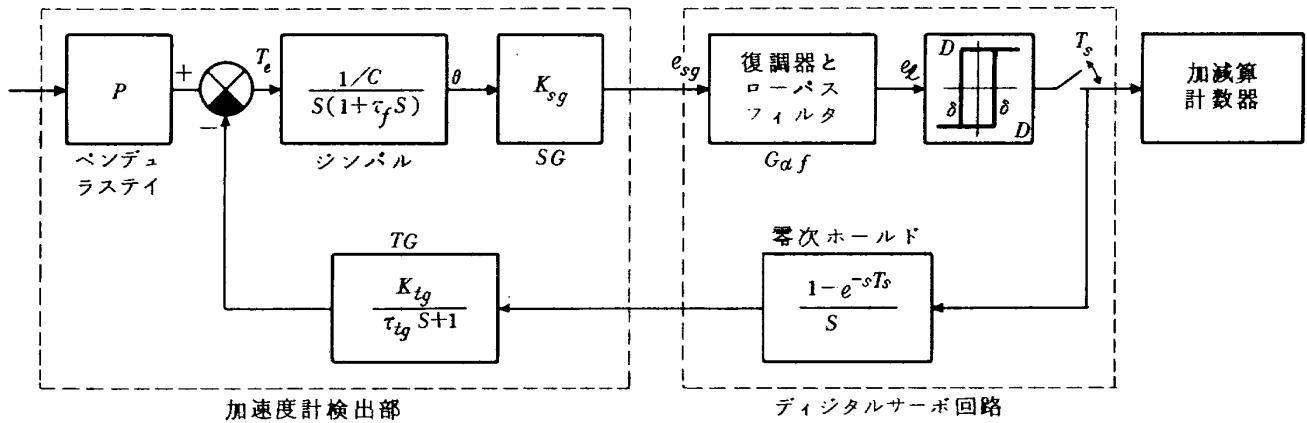


図3. ディジタル・トルク平衡方式による加速度計装置の構成
(二位置リレーを用いた Δ 変調加速度計装置)

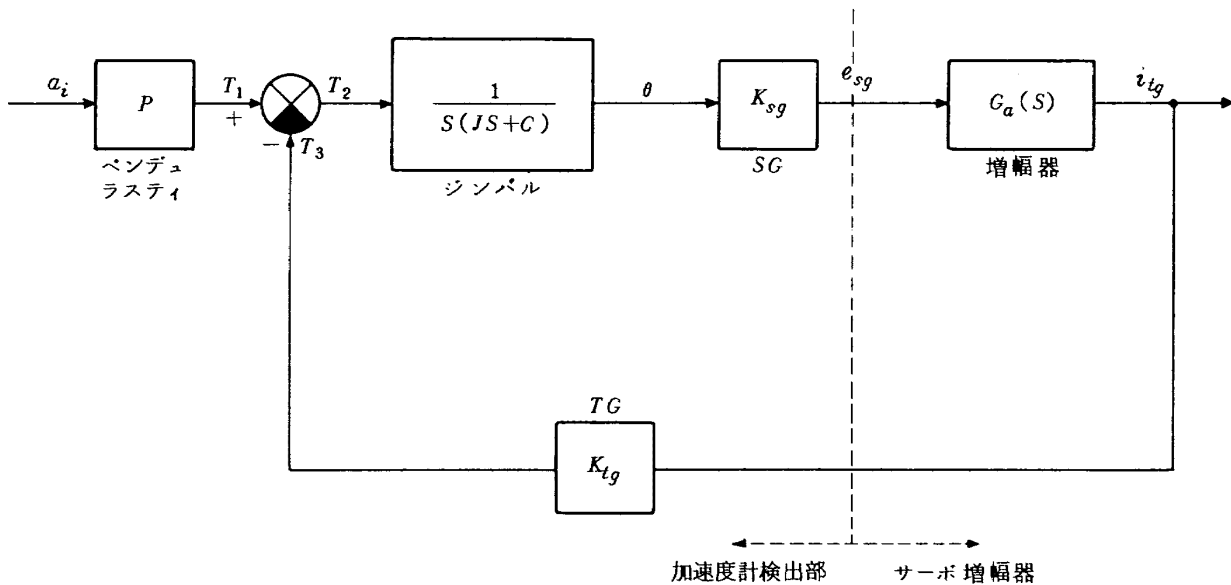


図4. アナログ・トルク平衡方式による加速度計装置の構成

置リレーを用いることとする。

加速度計検出部とディジタル・サーボ回路から成るディジタル加速度計装置の構成を図3に示す。これと比較するため、アナログ・トルク平衡加速度計装置の構成を図4に示す。¹⁴⁾図4では、全ての信号が時間的に連続で、かつ全ての要素が線形で、 i_{tg} (a_i に比例する) を測定することにより、 a_i を知るものであったが、図3では、図4の増幅器に対応するものとして、ディジタル・サーボ回路を必要とする。それは、①復調器とローパス・フィルタ (θ に比例するアナログ信号を得る部分) ②非線形論理回路 (二位置リレー) ③サンプリング機構 ④零次ホールド などから成る。二位置リレーは、それを構成する電子素子の特性のため、厳密には、図3のごとく微小のヒステリシス (δ) を含むものとしてあらわすが、シンバル角度 θ に換算して極めて微小 ($\delta\theta < 10^{-4}$ rad) に

できるので、簡単の場合には、 $\delta = 0$ として扱っても良い。なお、ディジタル方式では、トルカーにパルス電流が流れるため、図3のTG (トルカー) の伝達関数では、電流の遅れを考慮してある。なお、補足Aにディジタル・サーボ回路の詳細を載せた。

4. ディジタル・トルク平衡加速度計の解析

4.1 リミット・サイクル振動と出力パルス

(3-11) 式において、正負の出力パルス数の差 ($p-n$) が、入力加速度 a_i に比例することを示した。本節では、リミット・サイクル振動の一週期に含まれる平均パルス数 ($(p-n)/(p+n)$) が基準化した入力 $\alpha (= a_i / |a_m|)$ に等しくなること、したがって、リミット・サイクルの一週期が出力の最小単位になることを示す。

以下の解析においては次の仮定をおく。

- ① 入力は最大許容値以下である。すなわち、 $|a_i| \leq |a_m|$
- ② リミット・サイクル周期にくらべて、充分短い周期のサンプリングが行なわれる。
- ③ ジンバル振動は定常である。
- などである。

(3-5) 式において、 $t=0$ で、 $\theta=\theta_0=0$ 、 $\dot{\theta}=\dot{\theta}_0>0$ として、 $t=0$ 以後のジンバル運動を解くと、

$$\dot{\theta} = \frac{1}{C} \{ T_p - (T_p - C \dot{\theta}_0) e^{-t/\tau_f} \} \quad (4-1)$$

$$\dot{\theta} = \frac{1}{C} \{ T_p t - \tau_f (T_p - C \dot{\theta}_0) (1 - e^{-t/\tau_f}) \} + \theta_0 \quad (4-2)$$

$$T_p = P_e (a_i - |a_m|) \quad (4-3)$$

ただし

$t < 0$ では、当然 $\theta < 0$ であったから、ジンバルにフィード・バックされたトルク T_n は

$$T_n = P_e (a_i + |a_m|) \quad (4-4)$$

である。リミット・サイクルの周期は τ_f にくらべて充分に大きいから、(4-1) 式において T_p を T_n とおき換えることにより、

$$\dot{\theta}_0 \approx T_n / C \quad (4-5)$$

$t=0$ にて θ が零になってから、再び零に戻るまでの時間を t_1 とすれば(図5参照)、(4-2) 式で $t_1 \gg \tau$ と考えて、

$$t_1 = \tau_f (T_p - C \dot{\theta}_0) / T_p \quad (4-6)$$

次に、時刻 t_1 における角速度 $\dot{\theta}_0'$ は、(4-5) 式と同

様に考えて、

$$\dot{\theta}_0' \approx T_p / C \quad (4-7)$$

$t=t_1$ において、 θ が零になってから、再び零になるまでの時間(t_1 からの経過時間)を t_2 とすれば、 t_1 を求めたときと同様にして、

$$t_2 = \tau_f (T_n - C \dot{\theta}_0') / T_n \quad (4-8)$$

仮定②により p および n は、それぞれ t_1 および t_2 に比例するので、一週期のリミット・サイクルに含まれるパルスの平均は符号も含めて(図5参照)、

$$\frac{p-n}{p+n} = \frac{t_1-t_2}{t_1+t_2}$$

(4-5)、(4-6)、(4-7)、(4-8) 式を用いて計算すると、

$$\frac{p-n}{p+n} = \frac{a_i}{|a_m|} = \alpha \quad (4-9)$$

ゆえに、リミット・サイクルの一週期を最小単位として、デジタル出力が得られることがわかる。

4.2 リミット・サイクル・モード^{注)} と入力の関係

ここでは、基準化した入力の大きさ $\alpha = (a_i / |a_m|)$ とリミット・サイクル・モードの関係について考察する。

(a) 入力零 ($\alpha=0$) のとき

入力零で、外乱も存在しないとすれば、ジンバルは零位置(運動中心)に対して、全く対称に運動する。したがって、リミット・サイクルの一週期に含まれる正パルス数と負パルス数は等しくなる。¹⁸⁾ 図6(a)は3:3モードの例である。

(b) 最大入力 ($\alpha=\pm 1$) のとき

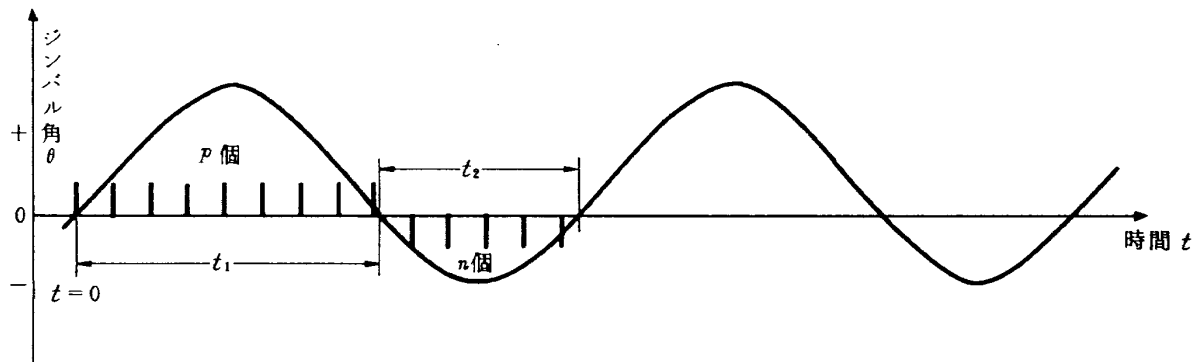


図5. リミット・サイクル振動と出力パルス

注) リミット・サイクルの一週期が p 個の正パルスと n 個の負パルスから成るとき、このリミット・サイクルを $p:n$ モードと呼び、 $\frac{1}{2}(p+n)$ をモード数と呼ぶ。

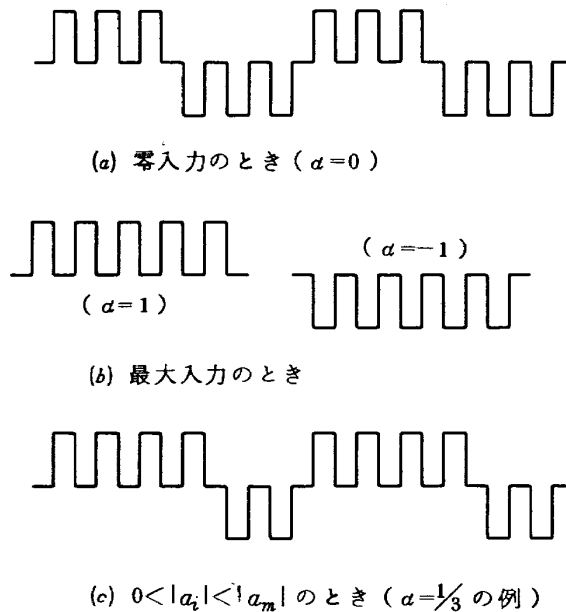


図 6. リミット・サイクル・モードと入力の関係

正の最大入力 ($\alpha=+1$) または負の最大入力 ($\alpha=-1$) のとき、トルカー電流の平均値は、正または負の最大値になる。すなわち、出力パルスは図 6(b) に示すごとく、全部正または全部負となり、ジンバル角は正または負の一定値に保持され、リミット・サイクルは発生しない。

(c) $0 < |\alpha_i| < |\alpha_m|$ ($0 < |\alpha| < 1$) のとき

リミット・サイクルの一週期は p ケの正パルスと n ケの負パルスで構成される (ただし $p \neq n$)。 (4-9) 式より、 $\alpha = (p-n)/(p+n)$ であったから、 $\alpha \geq 0$ に応じて、リミット・サイクルの一周期中に発生する正負のパルス数の関係は、 $p \geq n$ となる。また図 6(c) は、 $\alpha = +1/3$ のときの例を示す。

4.3 記述関数法によるリミット・サイクル振動周波数と安定性の解析

本ディジタル加速度計においては、リミット・サイクルの周波数および振幅が入力 (a_i) の大きさによって変化する。すなわち、 a_i が小なるときは比較的小さいリミット・サイクル周波数が高く振幅が小さいが、 a_i が最大許容入力 (a_m) に近づくとき、リミット・サイクル周波数が零になるとともに振幅が増大する (4.2 節)。ディジタル出力はリミット・サイクル振動の一週期を単位とするため、リミット・サイクル周波数が零に近づくほど、本方式に固有な“計数時の非同期誤差”が増大する (4.5 節)。また、本方式ではリミット・サイクル振動の振幅が時間とともに発散 (不安定) してはいけな。以上の理由から、入力の大きさに対応したリミット・サイクルの周波数お

よび安定性について解析する必要がある。

一般に非線形制御系の動作特性を厳密に解析することは非常にむずかしい。しかるに記述関数法は近似的な方法ではあるが、系の動作特性をほぼ正しく把握できるとい²¹⁾う特長がある。記述関数法には下記の適用条件、すなわち、

- ① 非線形要素の特性は時間によって変化しない。
- ② 制御系に含まれる非線形要素は一つと考えられる。たとえ二つ以上あってもそれらを一つにまとめて扱えること。
- ③ 非線形要素の出力の高調波の振幅は基本波のそれと比べて小さく、系の線形部分の特性が低域通過特性であること。

などの条件がある。第一の条件は元より、第二の条件は、二位置リレー、サンプリング機構、零次ホールドの三要素を一括して扱い、第三の条件は、ジンバルの伝達関数が二次の遅れ要素であるため以上の条件を満足する。それゆえ、記述関数法の適用が可能である。

本ディジタル加速度計では、リミット・サイクル振動の基本波成分の振幅 (A) とともに、振動の平均値 (B : バイアス成分) が入力の大小によって変化する。そのため、 A だけでなく、 B についても考慮した二重入力記述関数法の適用を試みた。

図 3 における、 TG, SG 、ジンバル、復調器 (ローパス・フィルタを含む) などの個々の伝達関数の積を H 、二位置リレー、サンプリング、零次ホールドなどをまとめた伝達関数を N とすれば、ジンバル入力 T_e に対するアナログ出力 e_g (ジンバル角に比例したアナログ電圧) の関係は、

$$\frac{e_g(j\omega)}{T_e(j\omega)} = \frac{H}{1+H \cdot N} \cdot \frac{1+j\omega \tau_{tg}}{K_{tg}} \quad (4-10)$$

ここに、

$$H = K_{sy} G_{df} \frac{1/C}{j\omega(1+j\omega \tau_f)} \cdot \frac{K_{tg}}{1+j\omega \tau_{tg}} \quad (4-11)$$

$$N = N_A(A, B) = \frac{2D}{\pi A} \left\{ e^{-j(\psi_1 + \varphi_s)} + e^{-j(\psi_2 + \varphi_s)} \right\} \quad \text{注)} \quad (4-12)$$

$N_A(A, B)$ は、二位置リレーの入力を $B + A \sin \omega t$ としたとき、入出力の振幅に関する記述関数で、 ψ_1, ψ_2 、そして φ_s は、次式であらわされる位相である。

注) 式の導出については巻末 B.3 参照。

$$\psi_1 = \sin^{-1} \left(\frac{\delta - B}{A} \right) \quad (4-13)$$

$$\psi_2 = \sin^{-1} \left(\frac{\delta + B}{A} \right) \quad (4-14)$$

φ_s = サンプリングによる位相遅れ (n : n モードのとき, $0 \leq \varphi_s \leq \pi/n$)

以下, 加速度入力が微小 ($B \approx 0$) のばあいと, 大きいばあいに分けて, リミット・サイクル振動の安定性および周波数について論ずる。

(a) 微小入力するとき ($B \approx 0$)

(4-12), (4-13), (4-14) 式より, $B \approx 0$ のとき
 $N = N_A(A, B)$

$$\approx N_A(A, 0) = \frac{4D}{\pi A} \angle -\varphi_\delta - \varphi_s \quad (4-15)$$

ただし, $\varphi_\delta = \sin^{-1}(\delta/A)$

(4-10) 式より, リミット・サイクルを決定する特性方程式は,

$$H = -\frac{1}{N} = \frac{\pi A}{4D} \angle -\pi + \varphi_\delta + \varphi_s \quad (4-16)$$

φ_δ , $\pi A/(4D)$ は ω に無関係なので, (4-16) 式と等価な次式について考える方が便利である。すなわち, H の位相を φ_H とすれば,

$$\angle H / \varphi_H - \varphi_s = \frac{\pi A}{4D} \angle -\pi + \varphi_\delta \quad (4-17)$$

図7は, (4-17) 式の左辺 (線形要素 H) および右辺 (非線形要素 $-1/N = N'$) をそれぞれ, 振幅 ($\log e_L = \log K_{sy} \cdot G_{df} \cdot \theta$)—位相図に描いたもので, 両曲線の交点 (白丸) からリミット・サイクルの振幅および周波数

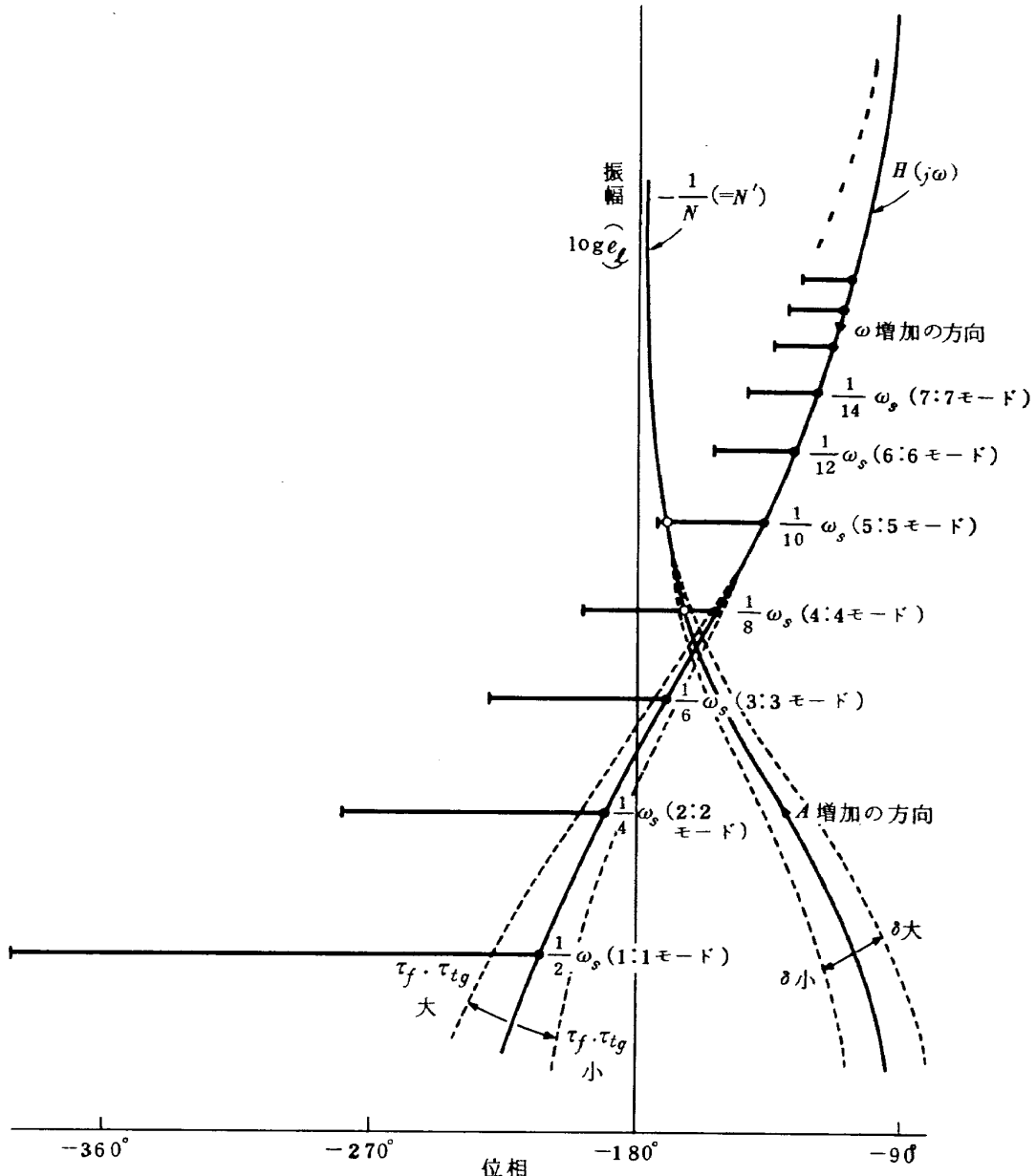


図7. リミット・サイクルの状態を求める図表

が求められる。なおモード数を n とすれば、 $\omega = \omega_s / (2n)$ のとき最大 π/n rad の位相遅れを生ずるため、その位相遅れ幅を水平線で示してある。

この種の系に関するリミット・サイクルの安定性については、次の条件がある。すなわち

“線形要素の曲線 (H 曲線) にそって、 ω が増加する方向に進むとき、 A 増加の方向に進む非線形要素 ($-1/N$) の曲線 (N' 曲線) が左方から交わるとき、このリミット・サイクルは安定である。”²³⁾

そこで、二つの曲線が交点をもつための条件は、(4-11) と (4-16) 式より

$$K_{sg} \cdot G_{df} \frac{1/C}{\omega \sqrt{1+(\omega\tau_f)^2}} \cdot \frac{K_{tg}}{\sqrt{1+(\omega\tau_{tg})^2}} = \frac{\pi A}{4D} \quad (4-18)$$

$$-\varphi_s - \varphi_g + \frac{\pi}{2} = t_{an}^{-1}(\omega\tau_f) + t_{an}^{-1}(\omega\tau_{tg}) \quad (4-19)$$

の二式が同時に成り立つ必要がある。

次に、上記の条件が満足されたとして、二曲線の交わり方について考察する。まず、非線形要素のヒステリシスの幅 δ を増減するとき、図 7 に示すごとく N' 曲線の右下部が変化する。またパルス電流の振幅 D を減増するとき、 N' 曲線全体が上下する。また、 $K_{sg} \cdot K_{tg} \cdot G_{df} / C$ を増減するとき、 H 曲線全体が上下する。さらに、 $\tau_f \cdot \tau_{tg}$ の大小によって、図 7 に示すごとく H 曲線が変化する。しかるに、いずれの場合も H 曲線は N' 曲線を左に見ながら交わるので、このリミット・サイクルは安定であると言える。

(b) 入力時 (B が大きいとき)

このとき、 $\delta \ll B \ll A$ であるとすれば、(4-12) 式より、

$$N_A(A, B) \approx \frac{4D}{\pi A} \cdot \cos\left(\frac{B}{A}\right) \cdot e^{-j\varphi_s} \quad (4-20)$$

また、(B-9) 式 (補足 B.3 参照) より

$$N_B(A, B) \approx \frac{2D}{\pi B} \sin^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \approx \frac{2D}{\pi A} \quad (4-21)$$

図 3 において $e_g = B + A \sin \omega t$ と考え、入力 a_i に対する B の関係を求める。ただし、 $\tau_{tg} \ll \tau_f$ であるから、 τ_{tg} を無視する。

$$\frac{B}{a_i} = \frac{P_e \cdot K_{sg} \cdot G_{df} / J}{s^2 + sC/J + K_{sg} \cdot K_{tg} \cdot G_{df} \cdot N_B(A, B) / J} \quad (4-22)$$

ここで

$$\frac{J}{C} = 2\zeta \omega_n \quad (4-23)$$

$$K_{sg} \cdot K_{tg} \cdot G_{df} \cdot N_B(A, B) / J = \omega_n^2 \quad (4-24)$$

とおけば、

$$\frac{B}{a_i} = \frac{P_e \cdot K_{sg} \cdot G_{df} / J}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (4-25)$$

$\omega \ll \omega_n$ なる領域での使用を考慮して、

$$\frac{B}{a_i} \approx \frac{P_e \cdot K_{sg} \cdot G_{df} / J}{\omega_n^2} = \frac{P_e}{K_{tg} \cdot N_B(A, B)} \quad (4-26)$$

(4-21), (4-26) 式より

$$\frac{B}{A} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{a_i}{K_{tg} \cdot D / P_e} \right) = \frac{\pi}{2} \alpha \quad \text{注)} \quad (4-27)$$

ここに、 α は基準化した入力 ($|\alpha| \leq 1$) であり、4.2 節で定義したものと同一である。

α の変化に対する B/A および $\cos(B/A)$ の変化の様子を図 8 に示す。したがって、 $N_A(A, B)$ は、 $\alpha = 0$ の

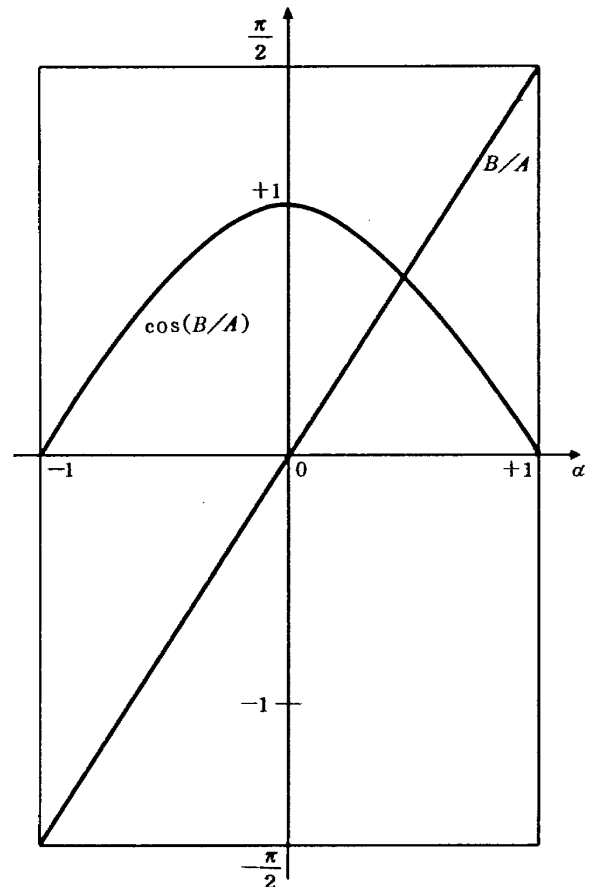


図 8. α に対する B/A , $\cos(B/A)$ の曲線

注) (3-4) 式より $|a_m| = K_{tg} \cdot D / P_e$

とき最大で、 $|a|$ が 1 に近づくにつれて減小し、 $|a|=1$ では零になる。これを、図 7 の N' 曲線にあてはめて考えると、 $|a| \rightarrow 1$ につれて、 N' 曲線が上昇し、 $|a|=1$ ではリミット・サイクル角周波数が零になることがわかる。任意の a に対して B/A が定まるので、 $-1/N_A$ (A, B) の曲線 (N' 曲線) を描くことができる。この曲線と線形要素の曲線 (H 曲線) との交点から、任意の入力時におけるリミット・サイクルの状態が求められる。この方法で計算したリミット・サイクル・モード数を図 13 に示す。 $|a| < 0.6$ ではモード数がほとんど変化しないが、 $|a|$ が 1 に近づくにつれて急激にモード数が増大する (リミット・サイクル周波数が零に近づく) ことがわかる。また、 $|a| < 1$ なる全ての a に対して、図 7 の H 曲線は N' 曲線を左に見ながら交わるので、リミット・サイクルは常に安定であることがわかる。

4.4 二位置方式デジタル・トルク平衡加速度計に固有な誤差

以上の解析により、 $|a| < 1$ (入力加速度が最大許容入力より小) となるときは、常にリミット・サイクル振動が生ずることをみてきた。

出力パルスを一定時間にわたって計数する際に、計数周期とリミット・サイクル周期は、必ずしも同期できないので誤差を生ずる。図 6(a) は入力零で 3:3 モードの例であった。リミット・サイクルの一周期 (+3, -3 または、-3, +3) ごとに出力パルスをまとめれば、誤差が零になるが、そうでないときは最大 ± 3 パルスの誤差を生ずる。この誤差 (計数の非同期誤差と呼ぶ) の大きさは、リミット・サイクルの半周期に相当するため、リミット・サイクル周波数を極力高く (最高、サンプリング周波数の $1/2$ まで)、すなわち 1:1 モードに近づける様にする。もっとも、リミット・サイクル周波数は入力が大きくなるにつれて低減するが、図 13 でみたように、 $|a| < 0.6$ ではほとんど変化がない。しかし、 $|a|$ が 1 に近づくとき、リミット・サイクル周波数が急激に零に近づくため、上記“計数の非同期誤差”が増大することがわかる。したがって、デジタル加速度計装置の実際の使用に当っては、この誤差が充分小さい範囲 (これを精度範囲と呼ぶ) を考慮する必要がある。

他方、動特性について考えると、本デジタル加速度計の出力は、リミット・サイクルの一週りを単位とすることを (4-9) 式で示した。ゆえに、リミット・サイクルの周期より短い周期の入力には応答できない。そこ

で、応答性を高める上からも、リミット・サイクル周波数を高める必要がある。

4.5 特性向上の方法

本デジタル加速度計の静的および動的な特性向上のためには、リミット・サイクル周波数を向上させる必要があることを述べた。以下その方法について述べる。リミット・サイクル周波数 ω_L は、(4-19) 式の ω を ω_L と書き直し、整理することにより次式を得る。

$$\frac{(\tau_f + \tau_{tg}) \omega_L}{1 - \tau_f \cdot \tau_{tg} \omega_L^2} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_s - \varphi_\delta\right) \quad (4-28)$$

(4-28) 式を直接解く代りに、図式による解法が便利である。そこで、図 9 は (4-28) 式の左辺の曲線と右

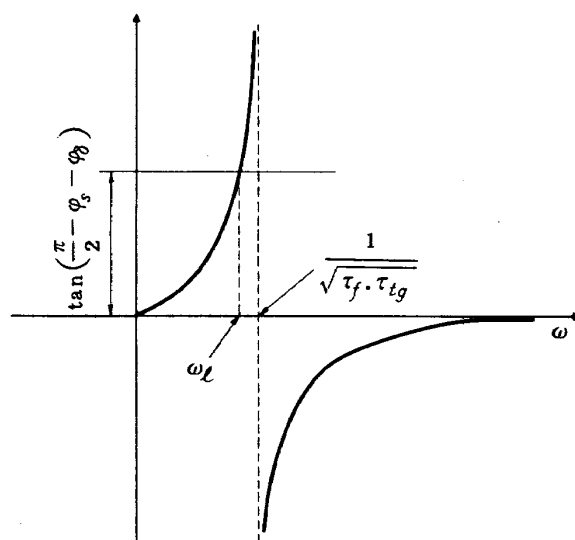


図 9. リミット・サイクル周波数を求めるグラフ

辺の直線の交点から ω_L が求まることを示す。サンプリングによる位相遅れ φ_s は、 $0 < \varphi_s < \pi/n$ (n : n モードのとき) であるから、 $n=1$ のとき φ_s の範囲は最大で、 $0 < \varphi_s < \pi$ なるゆえ、 $-\pi/2 - \varphi_\delta < \pi/2 - \varphi_s - \varphi_\delta < \pi/2 - \varphi_\delta$ である。したがって二位置リレーのヒステリシスによる位相遅れ φ_δ が小さい程、 $\tan(\pi/2 - \varphi_s - \varphi_\delta)$ が大となり ω_L を高められるが、極限値は $(\tau_f \cdot \tau_{tg})^{-1/2}$ である。以上から、 ω_L をその極限値に近づけるためには φ_δ を小、すなわち二位置リレーのヒステリシス δ を小とする。また、その極限値自体を高めるためには、 $\tau_f \cdot \tau_{tg}$ を小とする必要があることが解る。

以上の方法とは別に、図 3 の復調器 (ローパス・フィルタを含む) と二位置リレーの中間に位相進み要素を挿入する方法がある。実際の数値を用いて、図 7 のような

注) 公式: $t_{an}^{-1}x + t_{an}^{-1}y = t_{an}^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$ による。

図表を計算により描いたものを図10に示す。線形要素の曲線についてみると、位相補償が有る場合^{注)}(破線)は、位相補償が無い場合(実線)にくらべ、全体に右上方に移行している。したがって、位相補償無では214Hz(7:7モード)または250Hz(6:6モード)であったリミット・サイクル周波数を、位相補償により375Hz(4:4モード)または500Hz(3:3モード)に高められることが解る。

5. ディジタル・トルク平衡加速度計の設計

5.1 最大許容入力加速度(a_m)

(3-4)式より、 $|a_m|$ は、

$$|a_m| = \frac{K_{tg} \cdot D}{P_e} \quad (5-1)$$

したがって、 $|a_m|$ を大とするには、 K_{tg}, D を大とし P_e を小とすればよいが、 P_e については分解能を考慮して決定しなければならない。

5.2 パルス・ウェイト

(3-9)式より、出力パルス1個に相当する速度増分 ΔV (これをパルス・ウェイトと呼ぶ)は、

$$\Delta V = \frac{K_{tg} \cdot D}{P_e} \cdot \Delta t \quad (5-2)$$

$$= |a_m| \Delta t \quad (5-3)$$

パルス・ウェイトはディジタル量に変換する際の量子化単位であるから、これが小さいほど分解能が高くなる。したがって、 $|a_m|$ を必要以上に大きくしないととも、 Δt を極力小とする。 Δt の決定に際しては、回転角検出

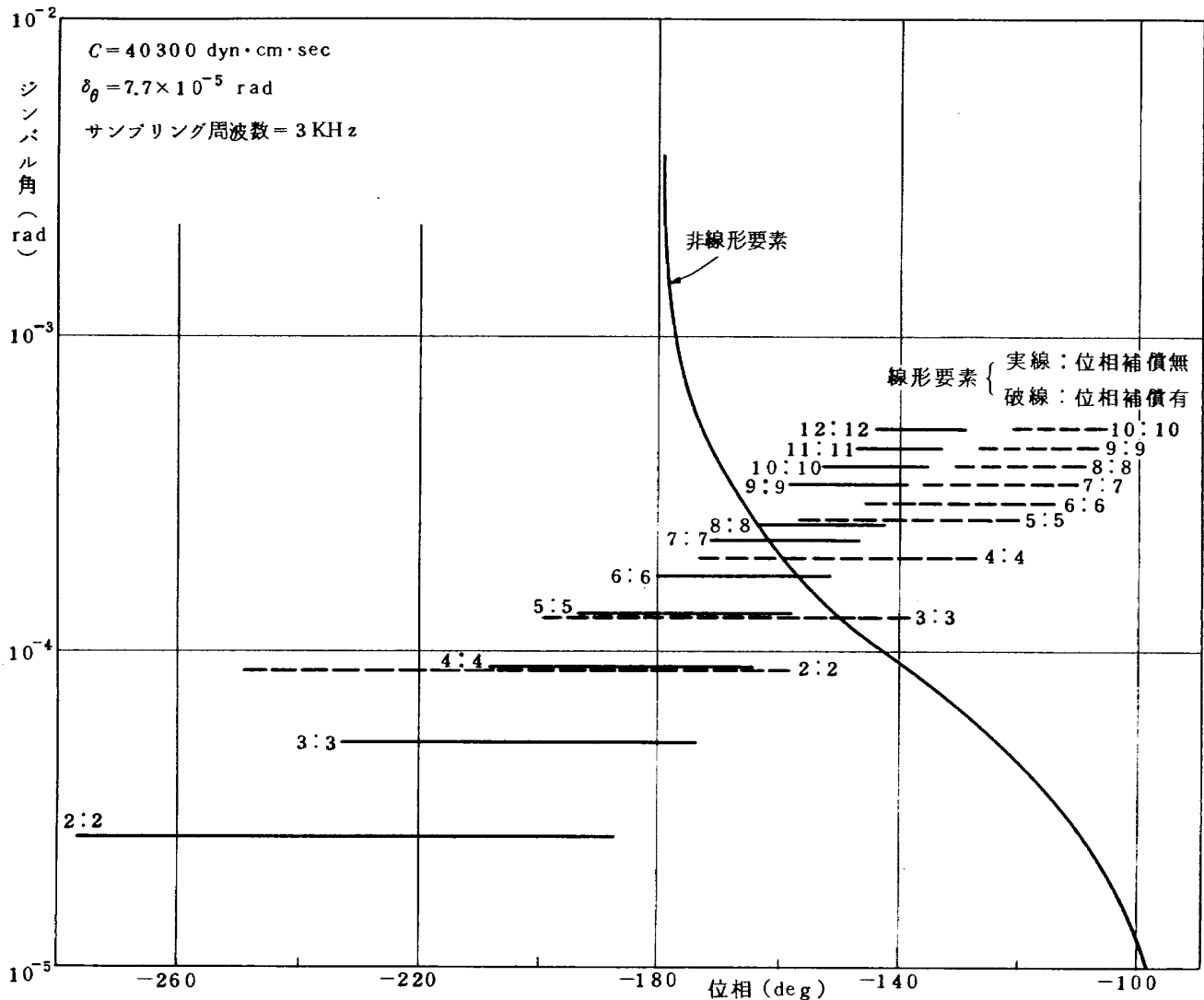


図10. 位相補償によるリミット・サイクル周波数の向上

注) 周波数零で利得1かつ300Hz(5:5モード)で35°の位相すすみを入れた場合、

$$4 \times \frac{0.25(T_D + 1)}{0.25T_D + 1}, T_D = 1.02 \times 10^{-3}$$

器（デュアルシン）の励磁周波数との関係^{注1)}を考慮する必要がある。

5.3 最適な粘性抵抗係数

デジタル加速度計のパラメータのうち、 $\tau_f, \tau_{tg}, \delta, \Delta t, K_{tg} \cdot D / P_e$ などについては、特性向上の観点からそれらの決定法について述べた。ここでは粘性抵抗係数 (C) の決定法について述べる。

(3-10) 式を再び書くと、

$$\varepsilon_v = \frac{C}{P_e} [\theta(t_n) - \theta(t_o) + \tau_f \{\dot{\theta}(t_n) - \dot{\theta}(t_o)\}]$$

ここで、リミット・サイクル振動が定常であると考え、^{注2)} θ の振幅を θ_m ($\theta_m > 0$) とすれば、 $\theta(t_n) - \theta(t_o) \leq 2\theta_m$ 、 $\dot{\theta}(t_n) - \dot{\theta}(t_o) \leq 2\dot{\theta}_m$ であるから、

$$\varepsilon_v \leq \frac{2C}{P_e} (\theta_m + \tau_f \dot{\theta}_m) \quad (5-4)$$

(3-3) 式において、 $J\ddot{\theta} \ll C\dot{\theta}$ であれば、 $a_i \approx 0$ のとき、

$$C\theta_m \approx K_{tg} |i| = K_{tg} \cdot D$$

$$\therefore \varepsilon_v \leq \frac{2}{P_e} \left(C\theta_m + \frac{J \cdot K_{tg} \cdot D}{C} \right) \quad (5-5)$$

ゆえに ε_v を最小にする C は、

$$C = (J \cdot K_{tg} \cdot D / \theta_m)^{1/2} \quad (5-6)$$

に設定すれば良いことが解る。

6. 実験と結果の検討

6.1 最大許容入力加速度

当所に設置してある遠心式加速度試験装置²⁴⁾を用いて実験した。旋回半径 R cm, 回転数 N rpm, 重力加速度を g (980 cm/sec^2) とすれば、

$$a_i = \frac{R}{g} \left(\frac{\pi N}{30} \right)^2 (g)$$

なる加速度が与えられる。

実験の結果、最大許容入力 $13.66 g$ ($N=130.43 \text{ rpm}$) と $13.92 g$ ($N=131.63 \text{ rpm}$) の間であることを確認した^{注3)} ($R=71.8 \text{ cm}$)。

一方、設計値は、(5-1) 式に、 $K_{tg} = 141 \text{ dyn} \cdot \text{cm/mA}$

$D=100 \text{ mA}$, $P_e=1.04 \text{ gr} \cdot \text{cm}$ を代入して、 $|a_m|=13.83 g$ を得る。したがって、上記実験値は設計値と良く一致している。

6.2 パルス・ウェイト

地球の重力を利用して、加速度計に $\pm 1 g$ を与え、計測時間 60 秒間に得たパルス数を表 2 に示す。測定値は

表 2 パルス・ウェイトの測定

出力 \ 入力	+ 1 g	- 1 g
①	+ 12902	- 12890
②	+ 12902	- 12898
③	+ 12902	- 12895
平均	+ 12902.0	- 12894.3

外乱などにより時として変動するので、三回の測定値の平均を用いる。 $+1 g$, $-1 g$ の平均出力をさらに平均して、 $1 g$ 当りの出力を求めると、

$$\frac{1}{2} (12902.0 + 12894.3) = 12898.2 \text{ パルス}$$

ゆえに、パルス・ウェイトは

$$\frac{\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \times 60 \text{ sec}}{12898 \text{ パルス}} = 4.5588 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} / \text{パルス}$$

一方、(5-2) 式において、 $K_{tg} = 141 \text{ dyn} \cdot \text{cm/mA}$, $D=100 \text{ mA}$, $P_e=1.04 \text{ gr} \cdot \text{cm}$, $\Delta t=1/3000 \text{ sec}$ を代入すると、 $4.52 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} / \text{パルス}$ を得る。両者は、 K_{tg} や P_e の精度（有効数字 3 桁）以内で一致している。

6.3 リミット・サイクル・モードと入力の関係

図 11 は、入力を変化させたとき、リミット・サイクル・モードが変化する様子を実験で確かめたものである。入力が零のときは、正負のパルス数が等しいが、入力が大きくなるにつれて正負パルス数の差が大きくなることを示す。

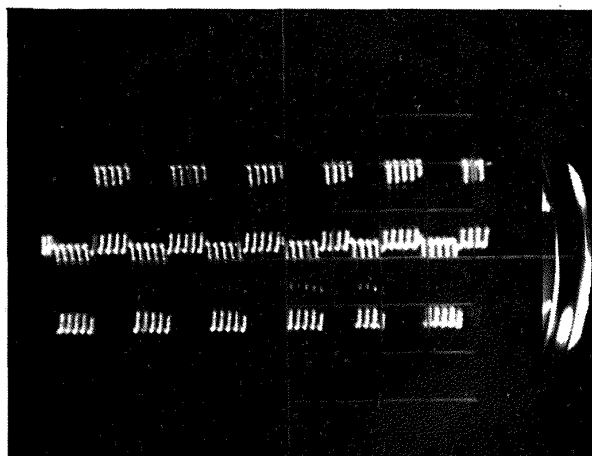
図 12 は、ジンバル角の時間的变化（ジンバルのリミット・サイクル運動）と入力の実験的に調べたものである。入力が零のときジンバル運動は上下対称であるが、入力の増加とともに振動の中心がずれて行く。すなわち、ジンバル角を $B+A \sin \omega t$ であらわせば、入力の変化とともに B が変化し、 A はほとんど変化しないことが解る。

図 13 は、4.3 節の方法で計算したリミット・サイク

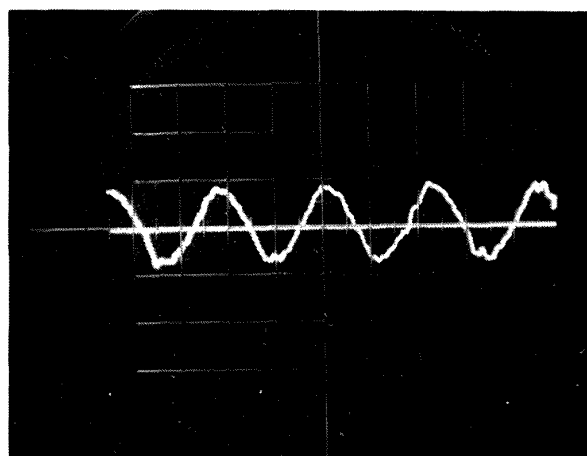
注 1) $\frac{1}{\Delta t} \ll$ デュアルシンの励磁周波数

注 2) $\theta = \theta_m \sin \omega_L t$, $\dot{\theta} = \dot{\theta}_m \sin \omega_L t$ のようにあらわされる。

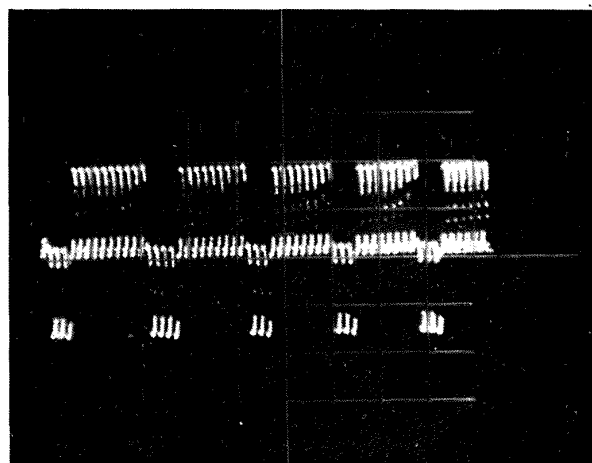
注 3) 試験装置の関係で、これ以上の微調整は不可能であった。



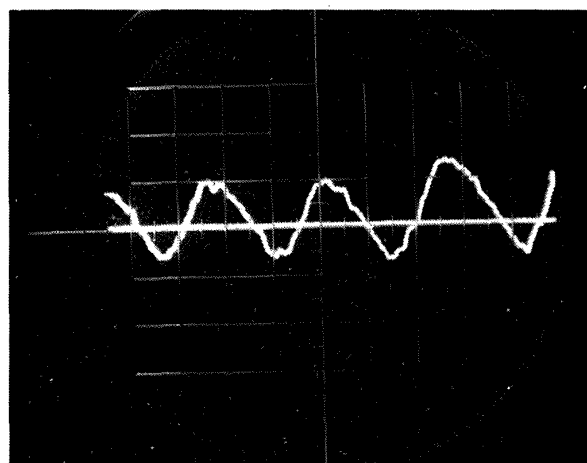
① $a_i = 0g$



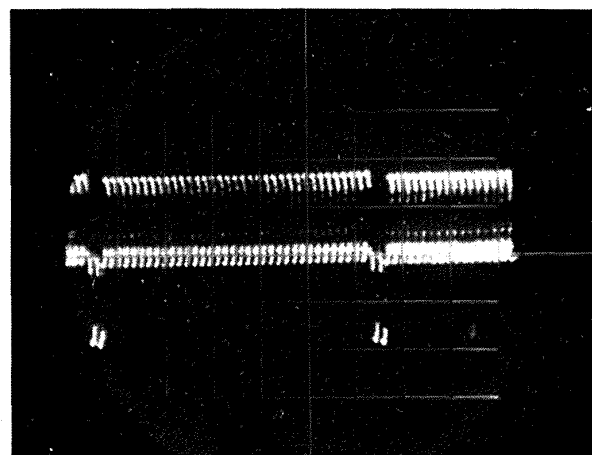
① $a_i = 0g$



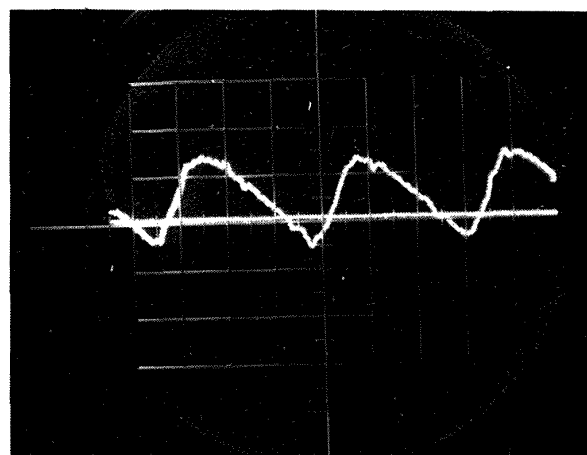
② $a_i = 4.16g$



② $a_i = 4.47g$



③ $a_i = 8.13g$



③ $a_i = 8.52g$

図 11. リミット・サイクル・モードと入力の関係
(パルス間隔は $1/3000 \text{ sec}$)

図 12. ジンバル運動と入力の関係
(目盛 たて軸: $2.48 \times 10^{-4} \text{ rad}$ 横軸: 2 m sec)

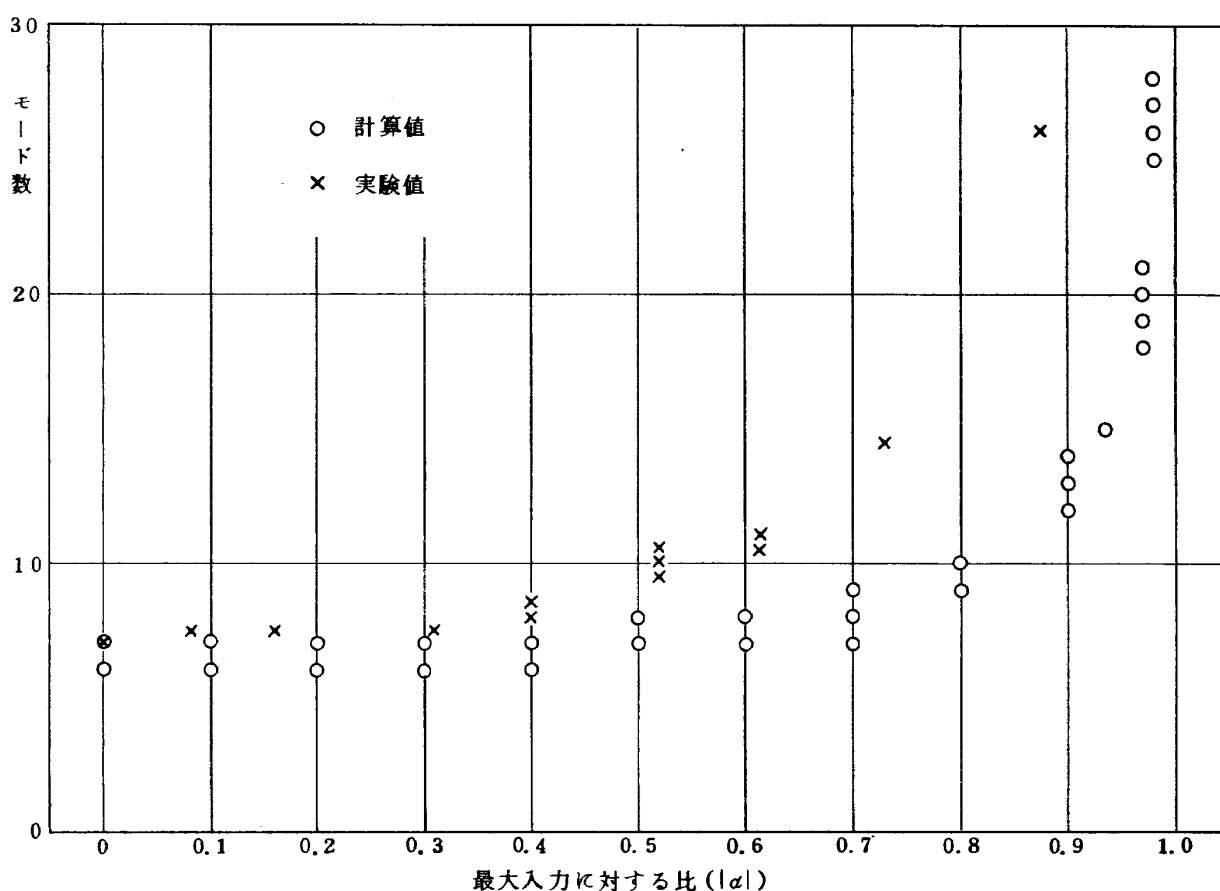


図 13. リミット・サイクル・モードと入力の関係

ル・モード数と実験値を比較したものである。最大許容入力に対する入力の割合 $|\alpha|$ が小さい範囲では計算値と実験値が良く一致し、またこの範囲 ($|\alpha| < 0.5$) ではリミット・サイクル・モードがほとんど変化しない。しかし $|\alpha|$ が 1 に近づくにつれ、モード数は急激に大きくなる。定量的には不一致が見られるが、傾向としては計算と実験が一致する。記述関数法では、非線形要素入力の振動成分が正弦波でないと誤差が大きくなるが、 $|\alpha| \rightarrow 1$ では、図 12③に示すように、振動波形が鋸歯状波状になるため、上記の不一致が生ずるものと思われる。

6.4 入出力の直線性と精度範囲

6.1 節の場合と同じ装置を用いて実験した。図 14 は入力範囲約 $\pm 14g$ に対する出力パルス数を示す。負の入力に対する出力の極性は、グラフの都合上反転してある。出力感度は正負とも $216 \text{ パルス}/g/\text{秒}$ である。このグラフから見る限り、非直線性誤差は極めて小さい。実際の出力から計算値 (回転半径と回転速度から計算した値) を差し引いたものを誤差として、入力 ($\alpha =$ 最大入力に対する比) に対して描いたものが図 15 である。誤差は最大許容入力に対する百分率で示してある。図 15 から、 $|\alpha| < 0.6$ では誤差が小さい (最大 0.06% ほど

の部分で 0.03%) が、 $|\alpha|$ が 1 に近づくにつれて誤差が急激に増加することがわかる。この現象は、4.4 節で考察した“非同期誤差”により説明できる。したがって、精度範囲 (誤差 $< 0.06\%$) は、 $|\alpha| < 0.6$ すなわち、最大許容入力の 60% であると言える。さらに、図 13 の“リミット・サイクル・モードと入力の関係”からも、モード数の増大は誤差の増大と関連付けられる。よって二重入力記述関数法により、系の精度範囲が推定できると思われる。

6.5 位相補償によるリミット・サイクル周波数の向上

4.5 節で述べた位相補償法の効果を実験で確認した結果を図 16 に示す。図 16(a) は、位相補償が無い場合で、入力が微小のとき、リミット・サイクル・モードが 6 : 6 (250 Hz) であったが、位相補償をした場合 (図 15 (b)) は、3 : 3 または 4 : 4 モード (375 または 500 Hz) になった。位相補償の効果は図 9 で計算したとおりで、リミット・サイクル周波数を向上した。ジンバル角に注目すると、図 16 (b) では図 16 (a) に比べ、高い周波数成分の雑音が増加している。これは位相進み補償をしたための当然の結果であり、この雑音は位相進み量を増加するほど増大する。したがって、位相進み量の決

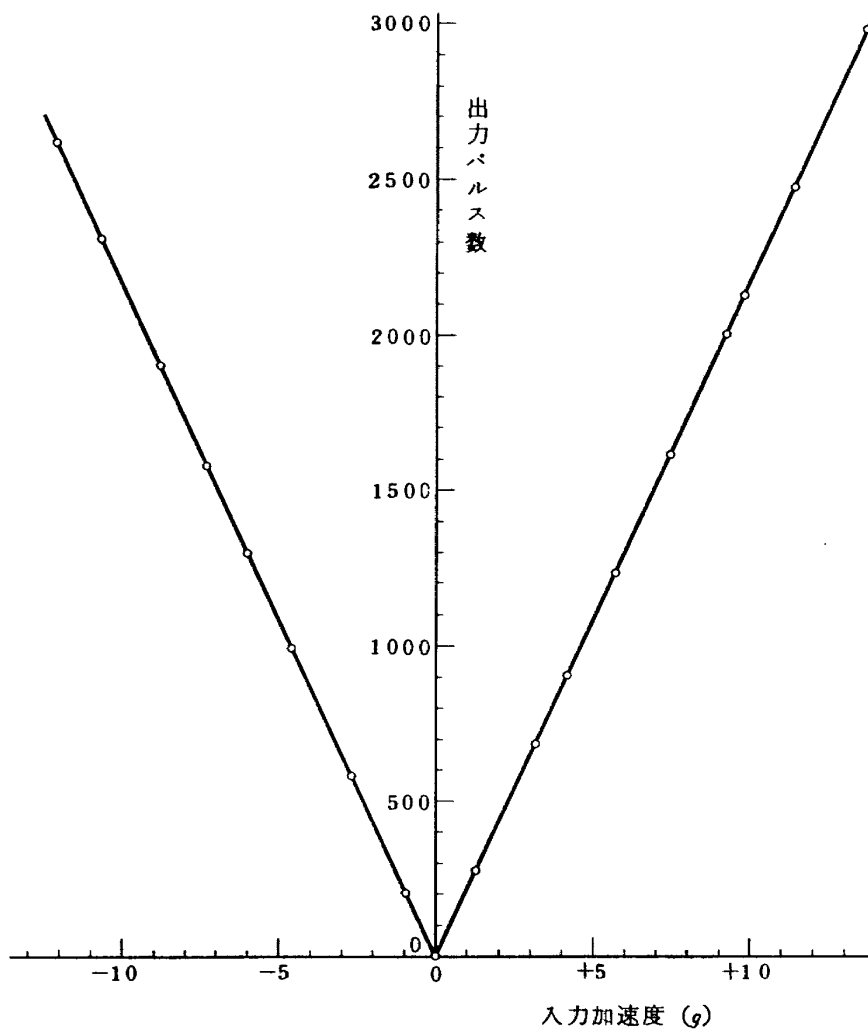


図 14. 入出力の直線性 (1)

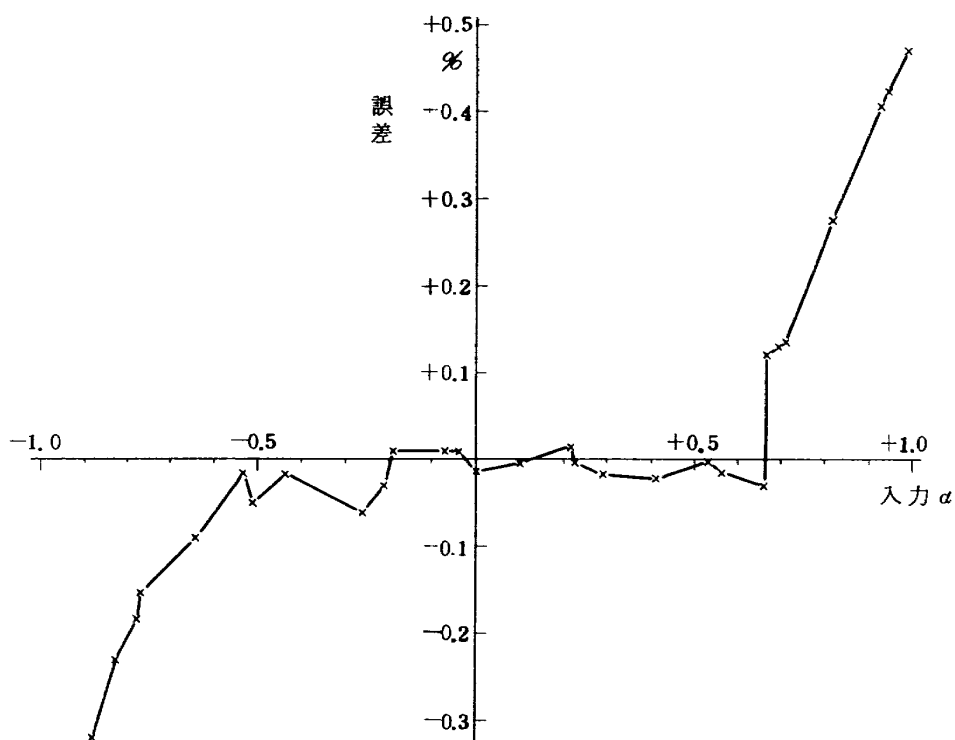
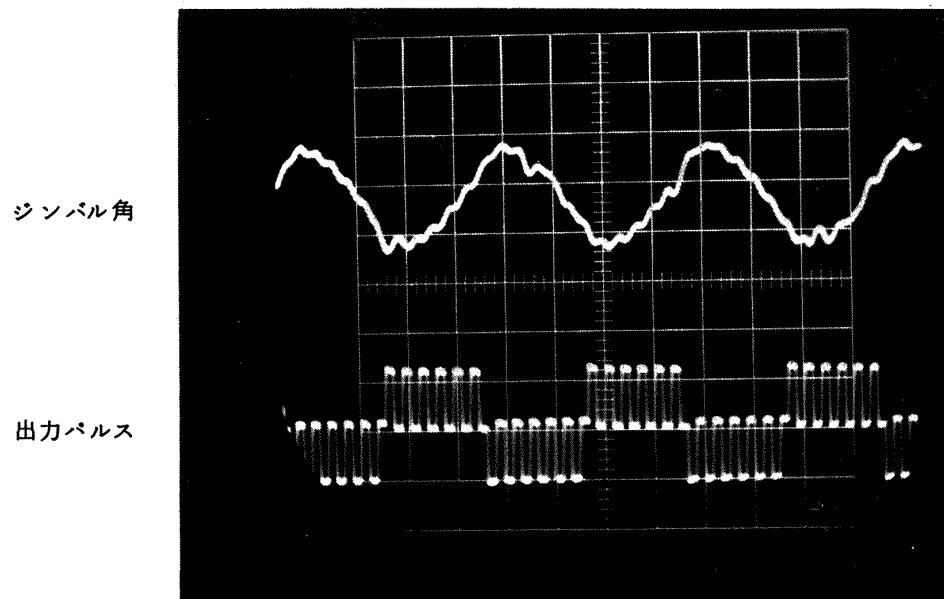
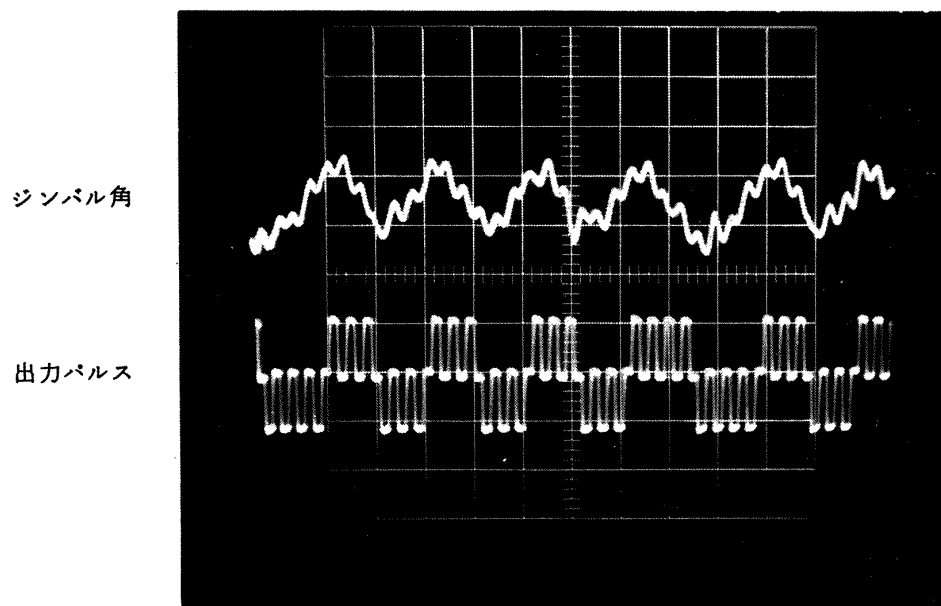


図 15. 入出力の直線性 (2)



(a) 位相補償無
 たて軸：上 5V/目盛，下 10V/目盛
 よこ軸：1 mSEC/目盛



(b) 位相補償有
 たて軸：上下共 10V/目盛
 よこ軸：1 mSEC/目盛

図 16. 位相補償によるリミット・サイクル周波数の向上

定は、この雑音成分が系の安定性に悪影響を与えない範囲で行なうべきである。

7. あとがき

以上の様にして、直接デジタル出力の得られる加速度計を試作し、その特性向上のための諸条件を求めるとともに、実際の使用に際して重要な精度範囲を理論的に考察し、実験でその範囲（最大許容入力 of 60%）を決定した。表3に、本デジタル加速度計の性能を示す。サンプリング周波数3 KHzは、クロック・パルス発生器の信号源の関係から決定した。パルス・ウェイト(4.56

表3 デジタル・トルク平衡加速度計の性能

最大許容入力	13.83 g
サンプリング周波数	3000 Hz
パルス・レート	214.97 パルス/g/sec
パルス・ウェイト	4.5588 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ / パルス
精度範囲	最大許容入力 of 60% 以内 直線性 0.06%
リミット・サイクル・モード	位相補償 有 3:3 " 無 6:6
非線形要素のヒステリシス	1×10^{-4} rad 以下 (ジンバル角に変換)

$\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ / パルス) の大きさによる量子化誤差も極めて小さい。^{注)} 図12 で見たように、 $|a| < 0.6$ ではモード数が最大8、したがって10秒の計測時間に対する“非同期誤差”は、

$$\frac{8 \times 4.56 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}}{10 \text{ sec}} = 3.8 \times 10^{-3} g$$

したがって、最大許容入力(13.8 g)に対して0.028%の誤差となる。ゆえに精度範囲における誤差0.06%のうち、約 $\frac{1}{2}$ が本デジタル・トルク平衡方式に起因するもので、残りの $\frac{1}{2}$ がその他の原因(検出部本体のメカニズムすなわち加速度計本体の安定性など)によるものと思われる。リミット・サイクル周波数は、位相補償により250 Hz(6:6モード)から500 Hz(3:3モード)に高められた。さらに、この周波数を高める(1:1モード)ためには、ジンバル角速度($\dot{\theta}$)を用いる方法²⁵⁾がある。これは、3.1節で述べたように、フィード・バック・パルスの極性を決定するのに、 $\theta + \tau_f \dot{\theta}$ の正負を用いる方法であるが、図15 で見たように θ (ジンバル角)の信号には高い周波数成分の雑音を含むため、 θ を微分して $\dot{\theta}$ を得る方法では良い結果が得られないと思われる。したがって、 $\dot{\theta}$ を用いる補償法は今後の問題として残した。

図17 はデジタル・サーボ回路の前面パネル、およ

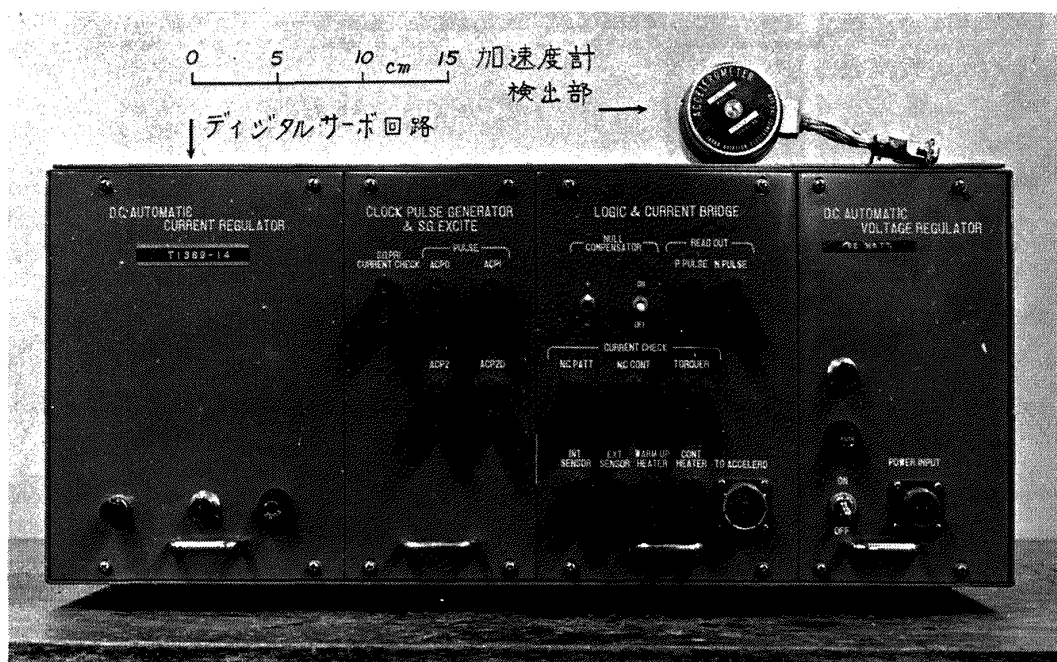


図17. デジタル・サーボ回路と加速度計・検出部

注) 人工衛星をパーキング軌道にのせるときに必要な速度約7 Km/secをパルス・ウェイトの個数であらわすと、 1.53×10^5 個、したがって相対的な量子化誤差は 6.7×10^{-6} である。

び加速度計検出部の写真である。また図18は、デジタル・サーボ回路の各部の写真である。これが試作第1号機であった関係上、調整および手直しの容易性から、部品間のスペースを広くとってある。また実際の搭載機では、直流電源やクロック・パルス発生器などは共通的なものとしてここから除かれるので、小形化できる。さらに、本回路の試作段階ではほとんど使用しなかった集

積回路を多く使うことにより、デジタル・サーボ回路は大巾な小形・軽量化が期待できる。

最後に、本試作研究を行なうに当たり、日本航空電子工業(株)秋田千秋、小島雅夫、田島三千男、諸氏の協力ならびに当所計測部樋口一雄部長、宇宙開発事業団総括開発員田畑浄治氏(元航空宇宙技術研究所計測部)の助言について感謝する次第である。



図18. デジタル・サーボ回路・各部写真

補足A ディジタル・サーボ回路の詳細

図3に示したディジタル・サーボ回路のうち、①復調器とローパス・フィルタ、②二位置リレー、③サンプリング機構、④零次ホールドなどの部分について説明を加える。

図3は、系の力学的ブロック図として示したが、ここでは系の構成に主眼をおいた構成図を、図A.1に示す。以下、この構成図の各要素について説明する。

A.1 復調器とローパス・フィルタ

これを除く全部の要素が、非線形またはディジタル回路であるのに対し、この部分はアナログ量で、時間的にも信号が連続である。動特性の関係から、加速度計検出部のSG（回転角検出器）は、12KHzという高い正弦波で励磁する。励磁信号、角度信号を夫々 $A_c \sin \omega_c t$ 、 $A_\theta \sin \omega_\theta t$ であらわすと、SG 出力は、

$$(A_c \sin \omega_c t) \cdot (A_\theta \sin \omega_\theta t) \\ = \frac{1}{2} A_c A_\theta \{ \cos(\omega_c - \omega_\theta)t - \cos(\omega_c + \omega_\theta)t \} \quad (A-1)$$

となり、 $\omega_c \pm \omega_\theta$ という狭帯域の信号を扱うので、高利得、低雑音が容易に得られる。

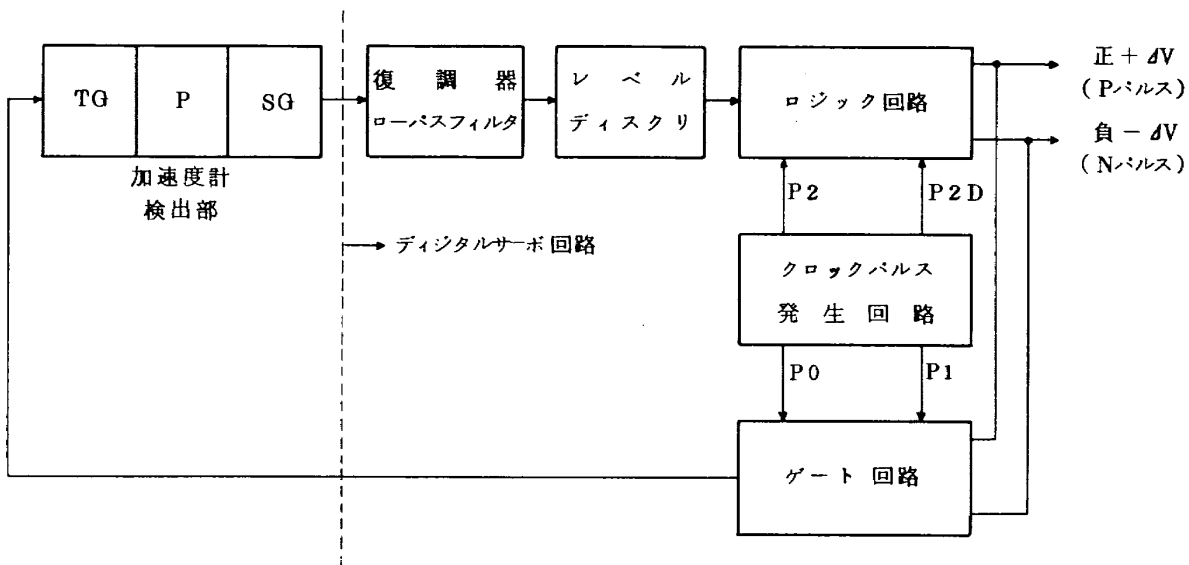
しかるに、(A-1)の変調波を復調（全波位相検波）すれば、

$$|A_c \sin \omega_c t| \cdot (A_\theta \sin \omega_\theta t) \\ = \frac{2A_c A_\theta}{\pi} \left[\sin \omega_\theta t - \frac{1}{3} \left\{ \sin(2\omega_c + \omega_\theta)t \right. \right. \\ \left. \left. - \sin(2\omega_c - \omega_\theta)t \right\} - \frac{1}{15} \left\{ \sin(4\omega_c + \omega_\theta)t \right. \right. \\ \left. \left. - \sin(4\omega_c - \omega_\theta)t \right\} - \dots \right] \quad (A-2)$$

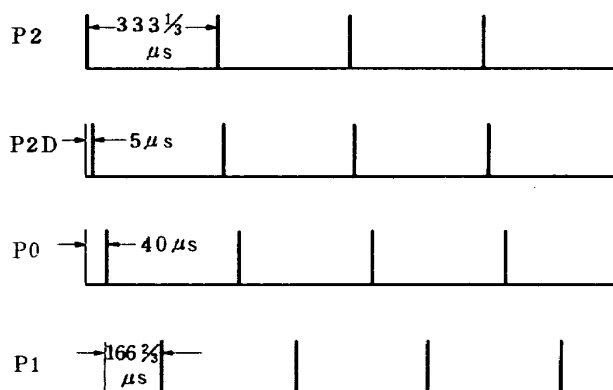
となり、出力のスペクトラムは、 ω_θ の他に、 $2\omega_c \pm \omega_\theta$ 、 $4\omega_c \pm \omega_\theta$ などの高調波を含む。ローパス・フィルタは、これらの高調波を除去し、 ω_θ 成分のみを得るためのものである。

A.2 クロック・パルス発生回路

サンプリングなどに用いるクロック・パルスは、図A.2に示す4種類がある。パルスの繰り返し周波数を3K



図A.1 ディジタル・サーボ回路

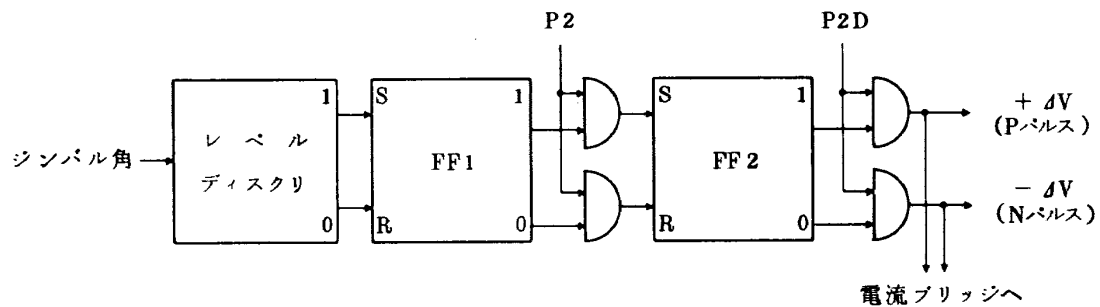


図A.2 クロック・パルスの説明

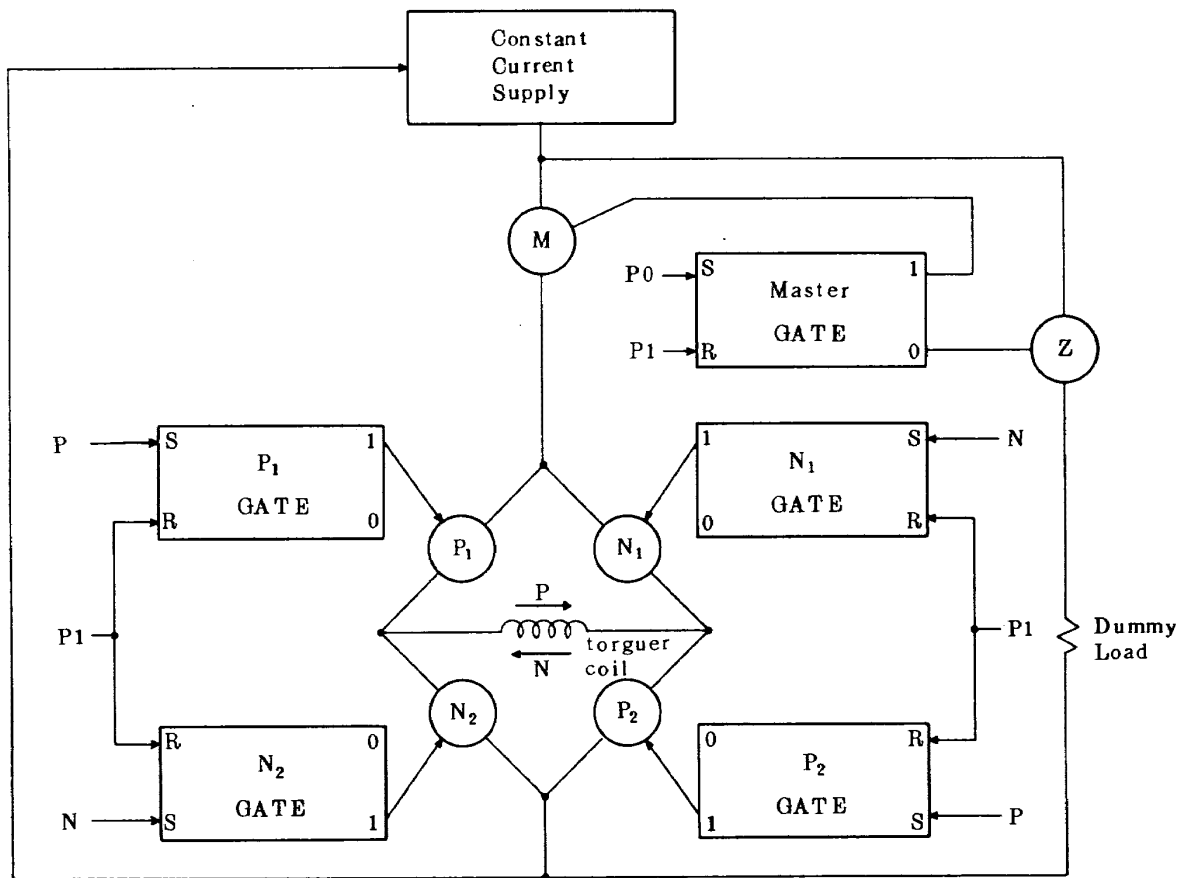
Hz としたとき、P2は $333 \frac{1}{3} \mu\text{sec}$ 毎にくり返すパルス列である。これを基準として、 $5 \mu\text{sec}$ ずつ遅れてP2Dを、また $40 \mu\text{sec}$ ずつ遅れて、P0を発生させる。P1は、丁度P0の中間で発生させる。

A.3 レベル・ディスクリおよびロジック回路

図A.3にレベル・ディスクリおよびロジック回路を示す。レベル・ディスクリは、シンバル角に比例した信号電圧が、正負の微小レベル $\pm \delta$ を越えたか否かを判定する回路で、これとロジック回路を組み合わせることにより、図3に示した二位置リレー（ $\pm \delta$ のヒステリシスを持つ）とサンプリング機構を合わせた機能をもつ。ロジ



図A.3 レベルディスクリおよびロジック回路



図A.4 ゲート回路

ック回路の出力は、計数用の速度増分パルスになると同時に、このパルスの極性がトルク発生器にフィード・バックするパルス電流の極性を決定する。シンバル角度信号と $P2$ との間の相関が無いので、 $P2$ によるサンプリング時期と $FF1$ の出力反転時期が偶然一致すれば、 $FF2$ の入力パルスが脱落することがある。したがって、 $P2$ より僅かだけ遅らせた $P2D$ で二重にサンプリングすることにより、この問題を解決した。

A.4 ゲート回路

ゲート回路は、ロジックからの正負のパルス信号に応じた極性のパルス電流をトルク発生器に供給する場合のゲートの役割をはたす。図A.4を見て、①はマスターゲ

ート、②はダミーゲートで、 $P0$ で①がONになっているとき、②はOFF、逆に $P1$ で①がOFFになっているとき、②がONになる。したがって定電流源から常に一定電流が流れるので、変動率を最小にすることができる。パルスがOFFの間に、ロジックは次に発生すべきパルスの極性を決定するので、パルスOFFの時間を零、すなわちパルスのデューティ・サイクルを100%とすることは不可能である。しかしながら80%は可能であるが、クロック・パルス発生回路の複雑化をさけるため、パルスのデューティ・サイクルを50%とした。したがって、 $P0$ と $P1$ の位相は丁度 $\frac{1}{2}$ 周期だけずらすことになる。パルスの極性を決定するのは、2ヶの P ゲート(①)

(P_2) と 2 個の N ゲート (N_1 , N_2) である。ロジックから P 信号がきたとき, (P_1), (P_2) が ON になる。その場合, N ゲートはすでに P_1 でリセットされているので, OFF である。したがって, トルカーには P の矢印の方向に電流が流れる。ロジックから逆に N 信号がきたときは, P の場合と全く逆になり, N の矢印の方向に電流が流れる。

以上で, A 1 ~ A 4 までの各回路の個別の説明を終り, 最後に各回路の相互的な機能の説明を図 A.5 に示す。

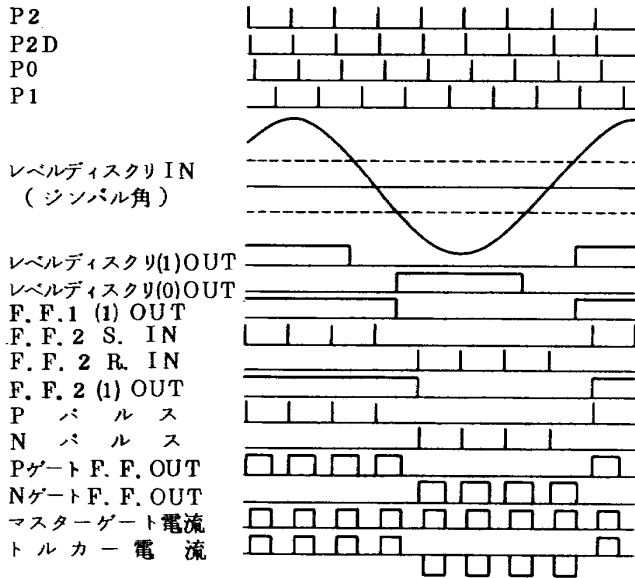


図 A.5 サンプル・パルスとジンバル角に
対応した各部の機能

なわち, 図に示すようなジンバル角変化に対して, 最下段に示したトルカー電流が発生する過程を示す。なお, 図 A.3 に示す $FF1$ および $FF2$ の (0) OUT (出力) については, 図 A.5 には示していないが, 当然のこととして, それぞれの (1) OUT が ON のときは OFF, また OFF のときは ON である。また ②ゲートの電流は図 A.5 に示していないが, マスターゲート電流の ON, OFF と全く逆である。

補足 B 記述関数法について

B.1 単一入力記述関数法

この方法は, 非線形を扱う文献などには大概紹介されているが, B2 で紹介する“二重入力記述関数法”の説明の都合上, ここに取りあげる。

まず, 記述関数法の定義は, “非線形要素の出力の基本波成分の振幅 $A_1(A)$ と入力の振幅 A との比をその大きさとし, 位相差 $\varphi_1(A)$ を角度とするベクトルあるいは複素数”ということができる。したがって, 単一入力記述関数 $N_A(A)$ は,

$$N_A(A) = \frac{A_1(A)}{A} \angle \varphi_1(A) \quad (B-1)$$

$$= \frac{A_1(A)}{A} e^{-j\varphi_1(A)} \quad (B-2)$$

非線形要素の入力を $x = A \sin \omega t = A \sin \psi$, また出力を $y(x)$ とすれば, $N_A(A)$ は次のように書ける²²⁾

$$N_A(A) = \frac{j}{\pi A} \int_0^{2\pi} y(A \sin \psi) e^{-j\psi} d\psi \quad (B-3)$$

B.2 二重入力記述関数法

B.1 では非線形要素への入力がバイアスを持たない場合であった。すなわち $x = B + A \sin \psi$ とおいたとき, $B = 0$ の特殊な場合であった。したがって, (B-3) 式を次の様に一般化することができる。

$$N_A(A, B) = \frac{j}{\pi A} \int_0^{2\pi} y(B + A \sin \psi) e^{-j\psi} d\psi \quad (B-4)$$

$$N_B(A, B) = \frac{j}{\pi B} \int_0^{2\pi} y(B + A \sin \psi) e^{-j\psi} d\psi \quad (B-5)$$

(B-4) 式は, 非線形要素への入力がバイアス成分 (B) と振動成分 (振幅: A) の和であらわされるとき, 振動成分について考えた記述関数であり, (B-5) 式は, 同じ入力のとき, DC 成分 (バイアス) について考えた記述関数である。

B.3 記述関数の計算

図 3 に示した非線形要素 (二位置リレー), サンプルングおよび零次ホールドの三者をまとめて, 一つの記述関数であらわす。図 B.1 の右側に示すような非線形要素に入力 $X(t)$ が入ったとき, 出力は $Z(t)$ (破線) のようになる。 $Y(t)$ は $T_s = 0$, すなわちサンプルングによる位相遅れ (φ_s) が無視できるときの出力である。(B-3) 式を用いて, 計算すると,

$$\frac{Y(t)}{X(t)} = \frac{4D}{\pi A} \angle -\varphi_\delta \quad (B-6)$$

$$N_A(A) = \frac{Z(t)}{X(t)} = \frac{4D}{\pi A} \angle -\varphi_\delta - \varphi_s \quad (B-7)$$

ここに, $\varphi_\delta = \sin^{-1}(\delta/A)$, $0 \leq \varphi_s \leq \pi/n$ (n : n モードのとき) である。

次に, 二重入力記述関数 $N_A(A, B)$, $N_B(A, B)$ を求めると,

$$N_A(A, B) = \frac{2D}{\pi A} \left\{ e^{-j(\varphi_1 + \varphi_s)} + e^{-j(\varphi_2 + \varphi_s)} \right\} \quad (B-8)$$

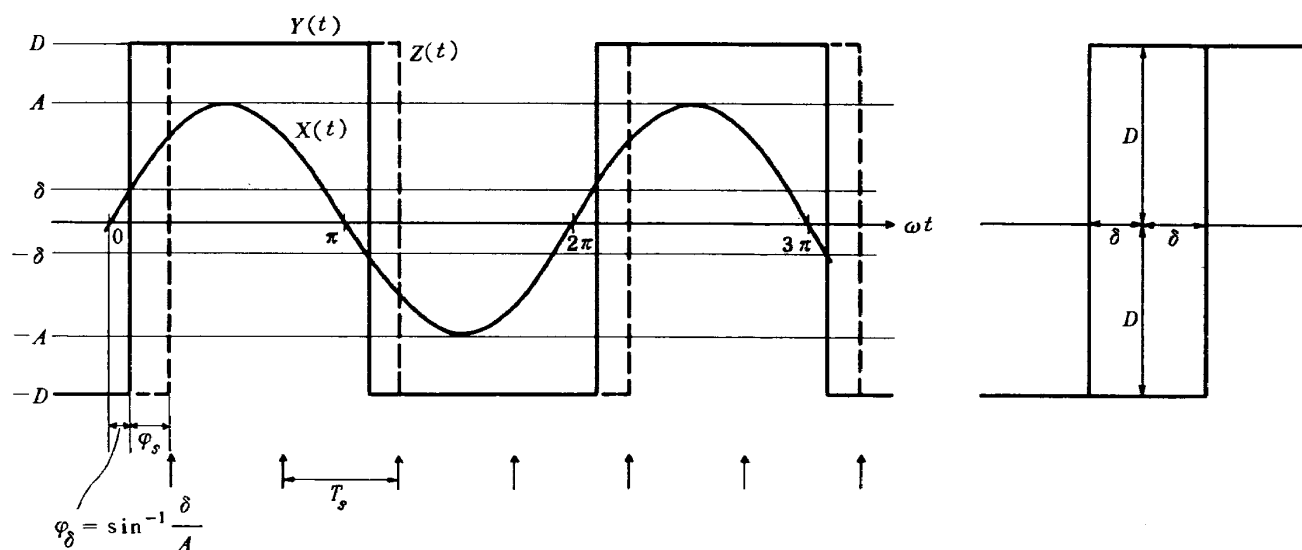


図 B.1 非線形、サンプリング零次ホールドの機能
(上向きの矢印はサンプリング時点をあらわす)

また,

$$N_B(A, B) = \frac{D}{\pi B} (\Psi_2 - \Psi_1) \quad (B-9)$$

$$\text{ここに, } \Psi_1 = \sin^{-1}\{(\delta - B)/A\}, \Psi_2 = \sin^{-1}\{(\delta + B)/A\} \quad (B-10)$$

(B-8) 式において, $B \rightarrow 0$ とした極限值 $N_A(A, 0)$ を計算してみよう。

$B \rightarrow 0$ のとき, $\Psi_1 \rightarrow \sin^{-1}(\delta/A)$, $\Psi_2 \rightarrow \sin^{-1}(\delta/A)$ なるゆえ,

$$\begin{aligned} N_A(A, 0) &= \lim_{B \rightarrow 0} N_A(A, B) \\ &= \frac{4D}{\pi A} e^{-j[\sin^{-1}(\delta/A) + \varphi_s]} \\ &= \frac{4D}{\pi A} \angle -\varphi_\delta - \varphi_s \end{aligned}$$

となり, 当然のことながら (B-7) 式と同じになる。

したがって, 二重入力記述関数 $N_A(A, B)$ は $N_A(A)$ を一般化して, バイアス成分 (B) のある場合にも適用することができる。

参 考 文 献

- 1) 宇宙開発委員会: 宇宙開発計画 (昭和47年度決定) 昭和48年3月1日, p. 32
- 2) G.R. Macomber and M. Fernandez: Inertial Guidance Engineering, Prentice-Hall, N.J., (1962), pp. 130-132.
- 3) 早田保実: パルス電子工学, 日刊工業新聞社, (1959) pp. 331-332
- 4) F. de Jager: Delta modulation, A Method of

PCM Transmission Using the 1-unit Code, Phillips Res. Rpt. VII (1952), pp. 442-466.

- 5) T.F. Wiener: Theoretical Analysis of Gimballess Inertial Reference Equipment Using Delta-Modulated Instruments, ScD. Thesis T-300, M.I.T./I.L. (1962), p. 4.
- 6) Ref. 5) p. 24.
- 7) 東口実, 箕浦敏美: パルス・トルキングによる積分ジャイロ系, 昭和45年電気四学会連合大会前刷, p. 2980
- 8) 大月正男, 鈴木孝雄, 円居繁治, 秋田千秋, 田島三千男: デジタル・トルク・リバランス加速度計について, 昭和45年度精機学会秋季大会学術講演会前刷, pp. 335-336
- 9) 大月正男, 鈴木孝雄, 円居繁治: アナログトルク平衡方式による浮動振子型加速度計の研究, 航空宇宙技術研究所報告 TR-230 (1971/1)
- 10) J.C. Hung: A Study of Strapdown Platform Technology, NASA CR-123710, (1972) pp. 1-2.
- 11) Ref. 5) pp. 1-164.
- 12) R. Hayum: Compensation of a Digital Integrating Accelerometer, M.I.T./I.L. Report T-209A (1959).
- 13) C.B. Lory: Compensation of Pulse-Rebalanced Inertial Instruments, M.I.T. M.S. Thesis (Aero.) T-495, (1968)
- 14) Ref. 9) p. 2.
- 15) Ref. 9) pp. 14-15.
- 16) Ref. 5) p. 26.
- 17) A. Gelb and W.E. VanderVelde: Multiple-Input

- Describing Function and Nonlinear System Design, McGraw-Hill (1968) p. 465.
- 18) Ref. 5) p. 27. (原典は Ref. 19) p. 53.)
- 19) C.K. Chow: Contactor Servomechanism Employing Sampled Data, Trans AIEE Part II, LXXIII (1954), pp. 51-64.
- 20) Ref. 17) pp. 297-364.
- 21) 市川邦彦: 自動制御の理論と演習, 産業図書 (1962) pp. 293-296
- 22) A. Gelb et. al: Design of Strapdown Gyroscopes for a Dynamic Environment, NASA CR-86037 (Jan.1968), B-1 - B-3.
- 23) Ref. 17) p. 124.
- 24) 大月正男, 鈴木孝雄, 円居繁治: 搭載機器用環境試験装置の特性, 航空宇宙技術研究所資料, TM-99, (1967/2) pp. 35-40
- 25) Ref. 12) pp. 34-38.

航空宇宙技術研究所報告 386号

昭和49年8月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182

印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)
