

UDC 620.178.3:  
621.772.052:  
624.014.24

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-575

補強平板の疲れき裂進展の挙動について  
(第一報)

野 原 利 雄

1979 年 6 月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 補強平板の疲れき裂進展の挙動について\*

## (第一報)\*

野 原 利 雄\*\*

### On the Behavior of Fatigue Crack Propagation in Stiffened Sheet Specimen

By Toshio NOHARA

#### ABSTRACT

The airworthiness requirements demand, that transport aircraft structures should be designed, taking into consideration the fail-safe concept; namely, that the structure can still withstand a prescribed load regardless of significant damage. It is essential that the damage can be detected during regular inspections before it reaches a critical level. Thus, a thorough knowledge of crack propagation and residual strength characteristics of structures is required to meet the criteria of the fail-safe design.

The present paper gives some results of crack propagation computations for stiffened panels, using unstiffened panel data and accounting for the stress intensity factor of unstiffened panel and stiffened panel. Fatigue crack growth rates were measured in fatigue tests of stiffened panels, with riveted and bonded stiffeners. The predicted crack growth rates of stiffened panels, calculated by using the stress intensity factor, were compared with experimental data.

The experimental results show that the fatigue life of the panel with the bonded stiffeners was considerably longer than that of the panel with the riveted stiffeners. The predicted crack growth rates were in comparatively, good agreement with experimental data.

#### 1. ま え が き

航空機構造はフェールセーフ性構造であることを要求される場合が多い。すなわち、構造部材の一部にき裂が発生しても、その損傷を最小限にとどめ、構造全体として致命的なものに発展しない構造であることが要求される。したがって、構造部材に疲れき裂などの損傷が発生した場合、その個所を点検あるいは検査によって見出し、致命的なものに発展する前に、必要な補強あるいは部品の交換などの対策を行なう必要がある。そのためには、疲れき裂の発生を防ぐ以外に、発生したき裂の進展を遅延あるいは停止させることが必要である。また、き

裂の進展の挙動を知ることによって、信頼性の高い点検間隔を求める必要がある。

航空機構造に用いられているストリング、フレームなどの補強材は、その形状、大きさ、間隔、接合法（リベット結合や最近特に航空機構造に用いられるようになった接着結合）などによって、疲れき裂の進展、あるいは遅延にかなり影響を及ぼすものと思われる。

本研究では、大きさおよび間隔の異なる2種類の補強材をリベット結合および接着結合した2024-T3アルミニウム合金の補強平板を用いて疲れ試験を行ない、疲れき裂進展の挙動を調べた。また、そのき裂進展速度をき裂を含んだ補強平板のき裂先端の応力拡大係数から予測した値と比較検討した。

応力拡大係数の考えをもとにしたParis理論<sup>1),2)</sup>はき裂進展の解析に比較的よく適用され、特に、平板における

\* 昭和54年4月9日 受付

\*\* 機体第一部

き裂進展速度については多くの研究論文が発表されている。また、補強平板についての研究もいくつか発表されている。<sup>3),4),5)</sup>しかし、補強材のき裂進展におよぼす影響は必ずしも十分明らかにされたとはいえない。

近年、有限要素法によって、比較的複雑な形状の構造物のき裂に対する応力拡大係数が求めやすくなった。

本研究の補強平板の疲れき裂進展の予測値は、接着結合の場合には一体構造と仮定して、有限要素法によって計算したき裂先端の応力拡大係数から求めた。また、リベット結合の場合には、Poeが求めた応力拡大係数<sup>6)</sup>を用いて、き裂進展速度を予測した。

本報告では、リベット結合と接着結合の疲れき裂進展の挙動の比較およびき裂先端の応力拡大係数から予測したき裂進展速度と実験による測定値との比較について述べる。

## 2. 試験片および試験方法

実験に用いた試験片は平板に補強材をリベットおよび

接着の2種類によって結合した補強平板である。補強材は試験片の両面から取り付けており、その補強材の本数は片面2本と4本の2種類である。試験片は巾400 mm、長さ1000 mmの大きさで、その形状および寸法を図1に示す。試験片の平板部の材料は1.5 mm厚さの高力アルミニウム合金合せ板(2024-T3)で、その化学成分および機械的性質を表1に示す。試験片は長手方向が材料の圧延方向に一致するように採取した。補強材は3 mm厚で平板部と同種材料を用い、その補強材の板巾は補強材2本の場合と4本の場合とは総断面積が等しくなるように製作した。すなわち、補強材2本の場合の補強材の巾は40 mm、4本の場合の巾は20 mmである。

リベット結合の試験片のリベット配列は、補強材2本の場合は2列に、補強材4本の場合は1列にし、4 mmφのリベットを用いてピッチ20 mmで結合した。補強材2本の補強平板を図2に示した。

接着結合の試験片の接着に用いた接着剤は変性エポキシのAF 126 (米国スリー・エム社製)であり、補強材

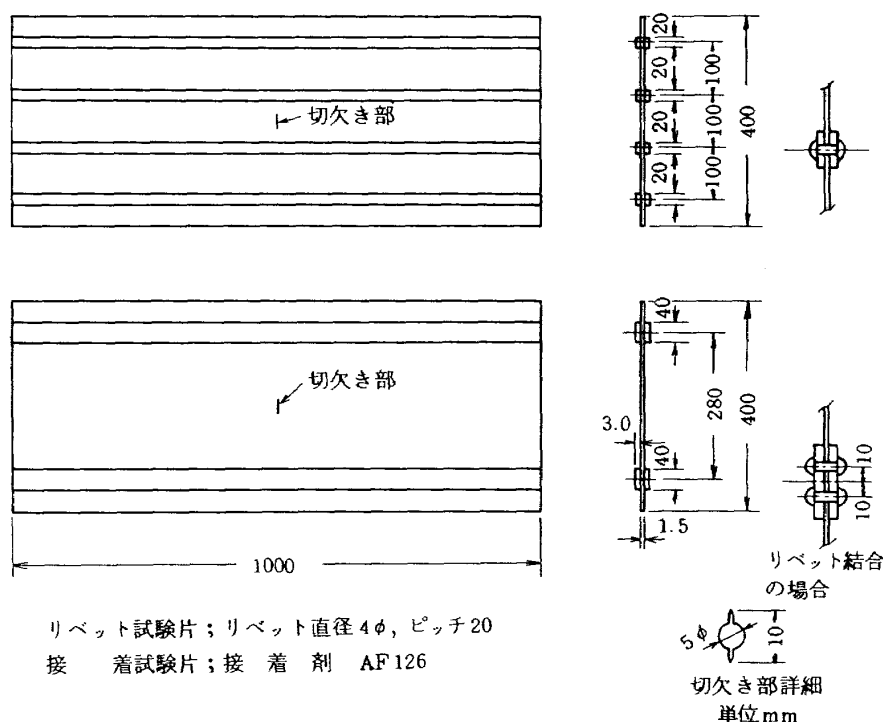


図1 試験片の形状および寸法

表1 供試材料の化学成分および機械的性質

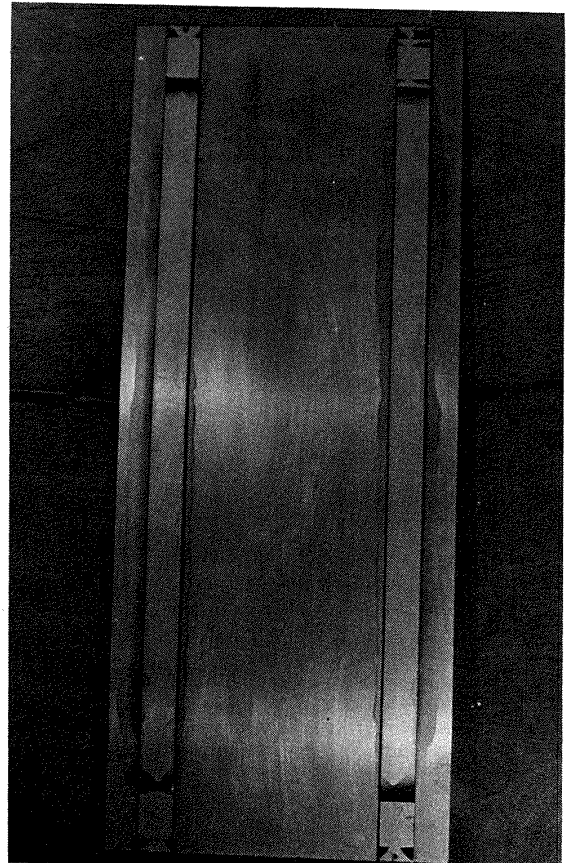
化 学 成 分 ( % )						機 械 的 性 質		
Cu	Si	Fe	Mn	Mg	Al	降伏応力 kg/mm <sup>2</sup>	引張強さ kg/mm <sup>2</sup>	伸 び %
4.58	0.13	0.3	0.64	1.44	Re	37.6	47.0	18.9

は試験片の接着面を濃硫酸と重クロム酸ナトリウムの水溶液で前処理を行なった後、温度 127℃、圧力 2.8 気圧で、4 時間加圧して接着した。接着結合による補強平板の試験片を図 3 (a)および(b)に示す。

疲れ試験荷重は遠方での最大応力  $\sigma_{\max}$  が 7.5, 10.0, 12.5 および 15.0 kg/mm<sup>2</sup> の 4 種類（ただし、接着結合の場合は 7.5 kg/mm<sup>2</sup> を除く）で、応力比  $R$ （最小応力／最大応力）が 0.1 の部分片振り引張の一定振巾荷重である。荷重は電気－油圧サーボ制御方式による油圧ジャッキによって、毎分 150 ～ 200 サイクルの繰返し速度で負荷した。この負荷装置は主翼繰返し荷重試験装置<sup>7)</sup>の一部を用い、油圧ジャッキは最大能力 20 ton のものを用いて組立てた。その負荷装置全景を図 4 に示す。

本試験では、試験片を負荷装置に取り付けるために、図 5 に示すような治具を製作し、ピン継手を介して取り付けた。この治具を用いることによって、負荷装置の掴み部相互間や試験片との相対的なわずかな偏心やねじれに対して十分な自在性が保持でき、また、試験片の着脱が容易になる。試験片の取り付け付近の状況は図 4 に示している。

本試験の目的は疲れき裂の発生よりはむしろき裂の進



(a) 補強材 2 本

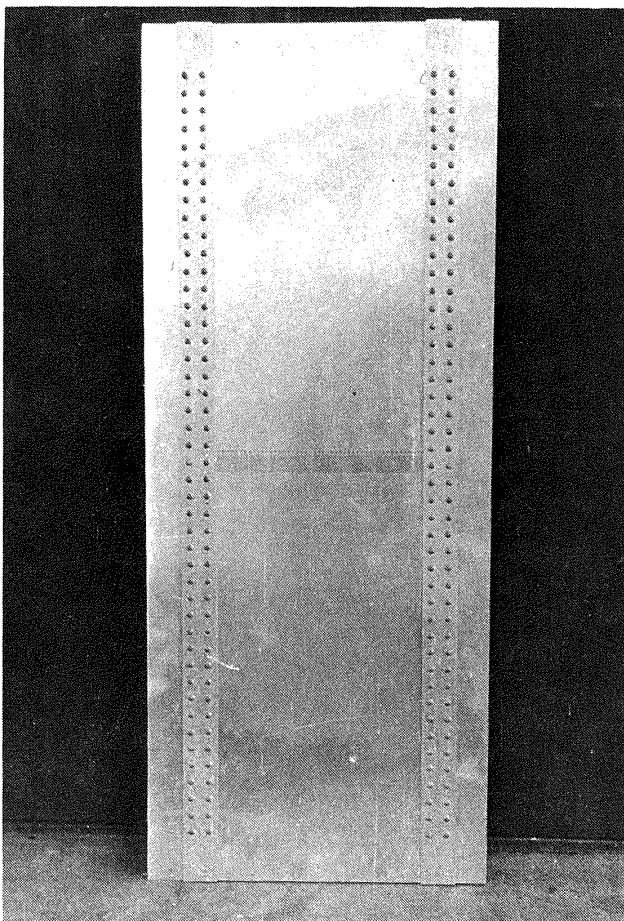
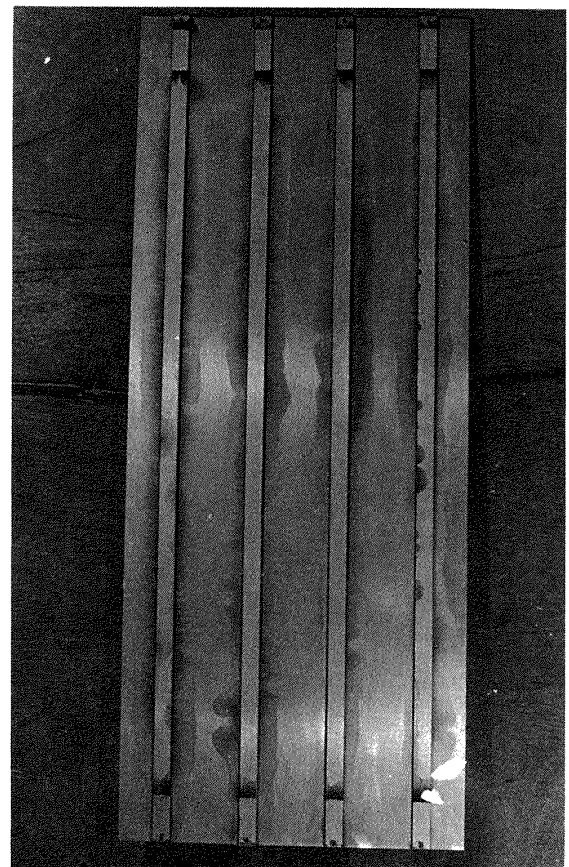


図2 リベット結合による補強平板



(b) 補強材 4 本

図3 接着結合による補強平板



図 4 試験装置全景

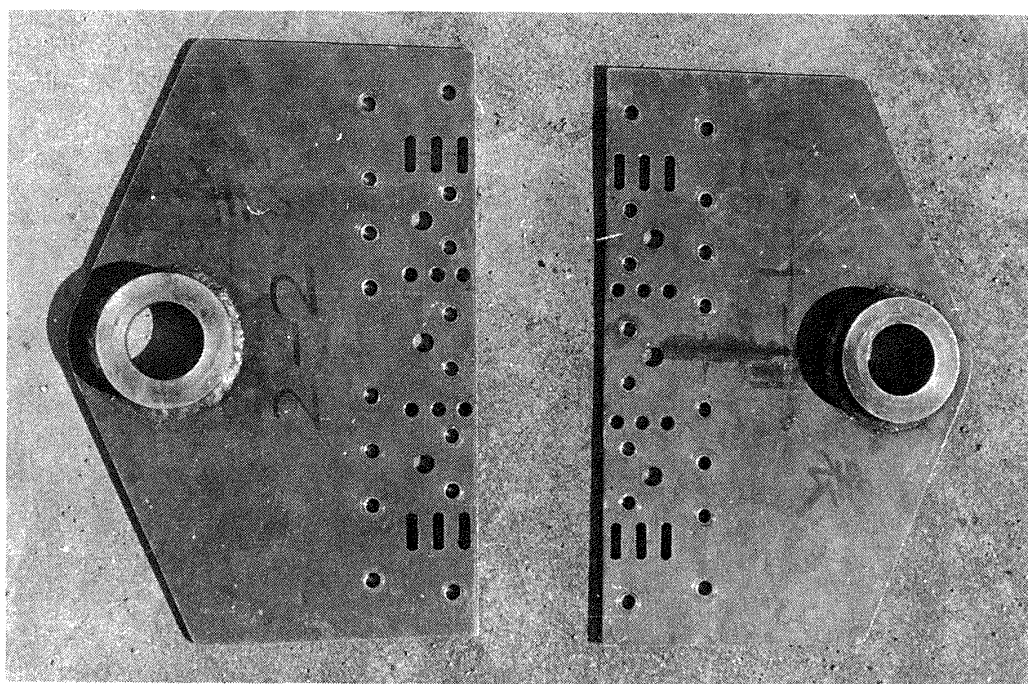


図 5 試験片治具

展の挙動を調べることであるので、疲れき裂をなるべく早く発生させるために試験片の中央部に鋭い切欠きを作った。切欠きは、まず、中央に 5 mm $\phi$  の孔をあけ、次にノコ歯によって両側に切り込みを入れ、全長で 10 mm になるように、先端の鋭いナイフ状の刃によって仕上げた。その先端の曲率は約 0.05 mm になっている（図 1 参照）。

試験片の標定部には、図 2 に示すような、最小目盛 1

mm のスケールを印刷した。その目盛はあらかじめ読取顕微鏡で検定しておき、切欠きから発生した疲れき裂は、その目盛を基準にして、最小目盛 0.05 mm、全長 6 mm のスケールを内装した顕微鏡を用いて、実験を中断することなく測定した。試験片の破断近くでき裂の進展が速くなった場合は試験片に印刷した目盛を拡大鏡を用いて目視で測定した。

### 3. 試験結果

まず最初に、補強平板のき裂進展の解析を行なうための基礎資料を得るために、補強平板と同種材料の平板について疲れ試験を行ない、き裂進展を調べた。試験片の切欠き部から発生したき裂長さは前節で述べた方法により顕微鏡で測定し、その荷重繰返し数とともに記録した。切欠き部の左右から発生したき裂長さの平均値  $l$  と荷重繰返し数  $N$  との関係を示す。図6に示す。

次に、補強平板についての疲れ試験結果を示す。平板の場合は左右の疲れき裂進展速度にあまり差は見られなかったが、補強平板の場合は若干の差が生じたものがあった。この補強平板の場合の左右のき裂進展の差はき裂

が補強材を通過するに要する繰返し数の違いによるものであるため、平板部のき裂進展速度にはあまり差はない。

特に、リベット結合の場合はき裂がリベット孔に入った場合とリベット孔の近くを通った場合で差は大きい。したがって、このような場合の補強平板のき裂進展は左右のき裂を別々に図示した。補強平板のき裂長さと荷重繰返し数との関係を図7～11に示す(丸印の数字は表2の試験片番号を示す)。これらの図からわかるように、疲れき裂進展は補強材附近でかなり遅延されており、補強材の遅延効果がよく示されている。特に、接着結合の場合はその効果が著しい。疲れき裂は平板部を進展中は測定できるが、き裂が補強材の下に入った場合は外観では測定できない。そこで、補強材の下に入る前のき裂と補強材の下

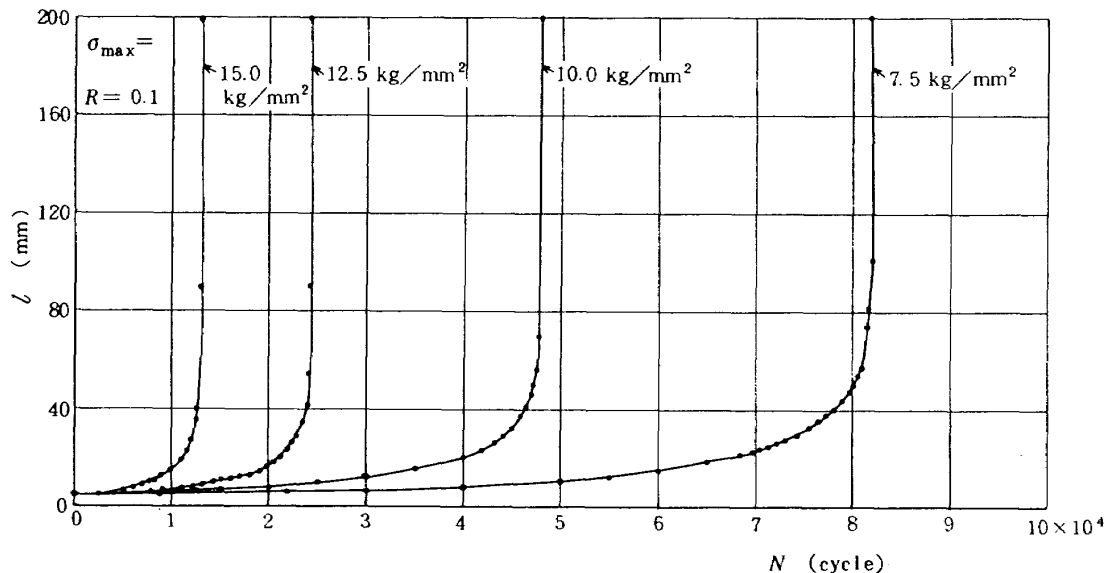


図6 平板のき裂長さと荷重繰返し数との関係

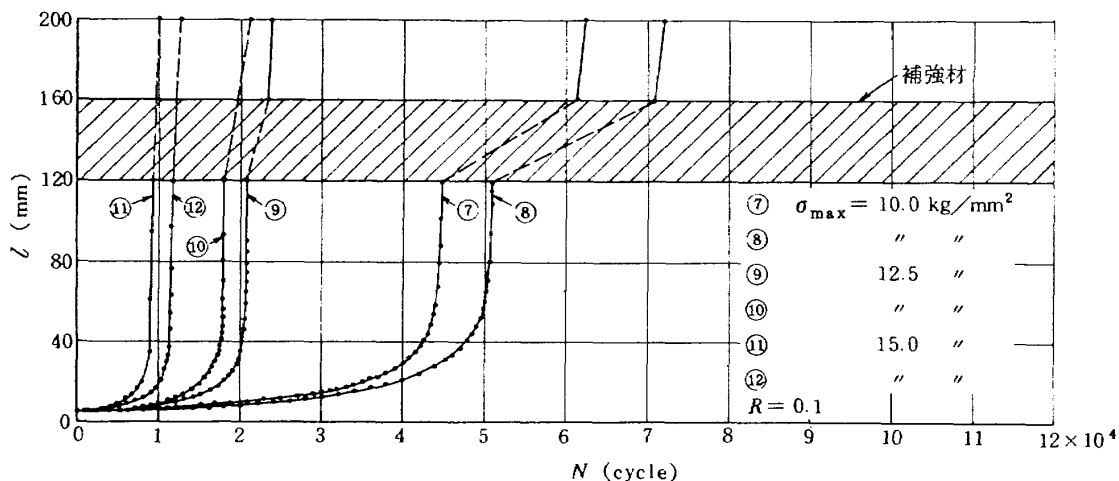


図7 補強材2本のリベット結合の場合のき裂長さと荷重繰返し数との関係

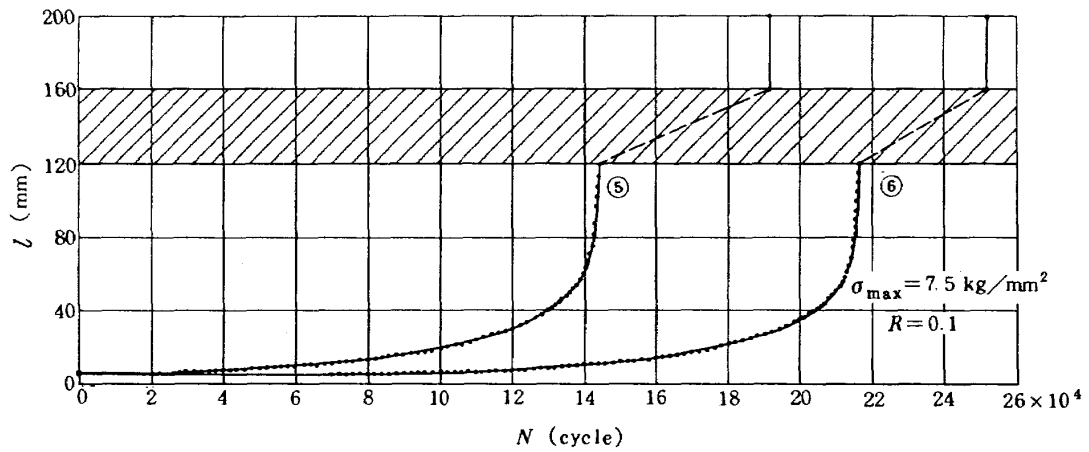


図 8 補強材 2 本のリベット結合の場合のき裂長さと荷重繰返し数との関係

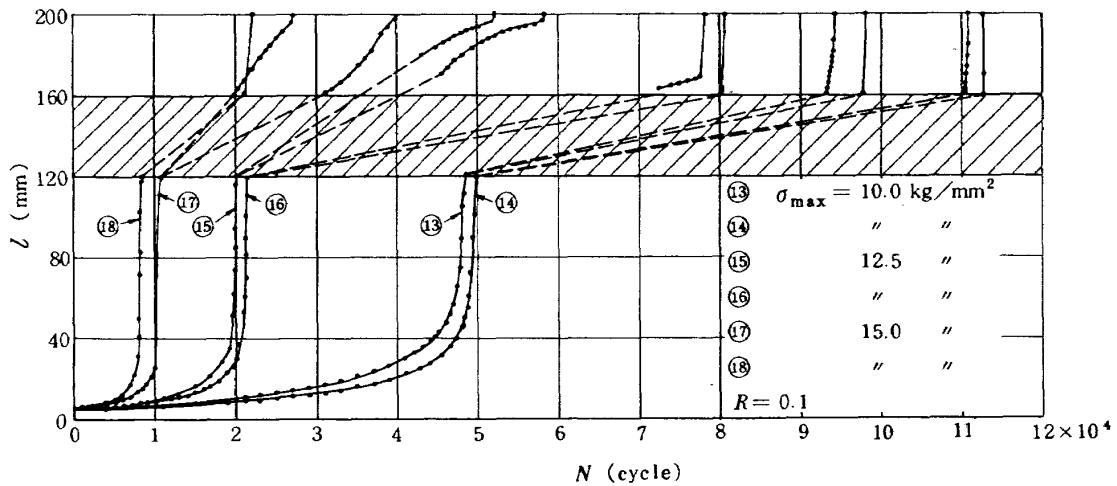


図 9 補強材 2 本の接着結合の場合のき裂長さと荷重繰返し数との関係

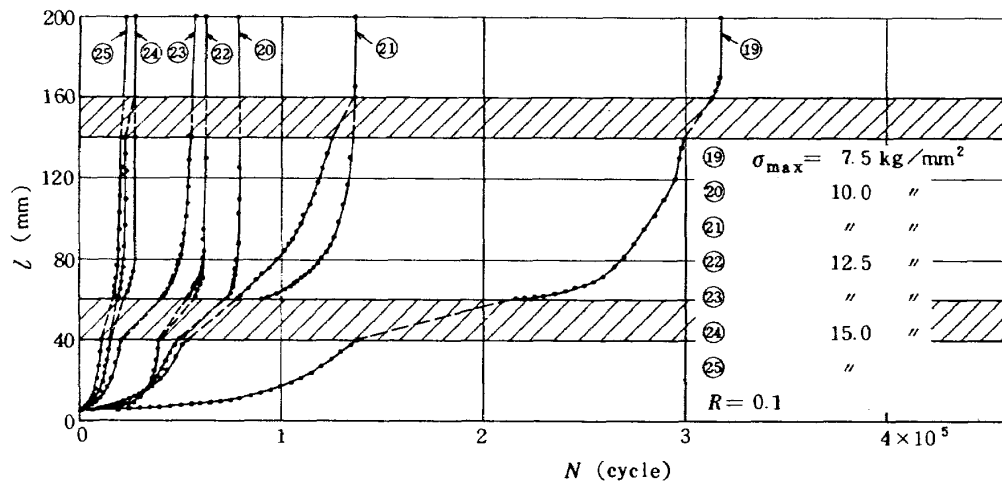


図 10 補強材 4 本のリベット結合の場合のき裂長さと荷重繰返し数との関係



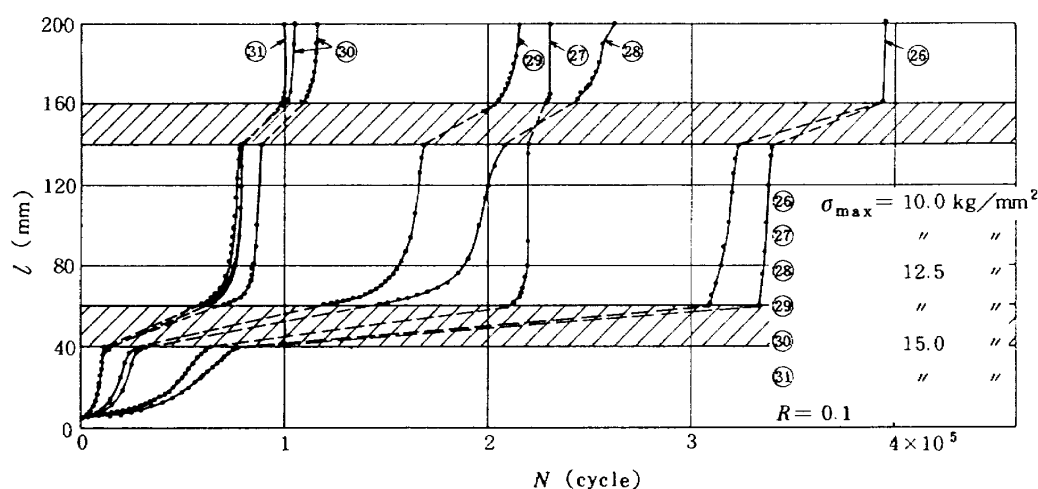


図11 補強材4本の接着結合の場合のき裂長さと荷重繰返し数との関係

から出た後のき裂のつながりを示すために、点線で示した。したがって、この点線は実際のき裂の進展径路を示すものではない。

図7および8は補強材2本のリベット結合の場合を示す。この図から、試験応力が小さい程疲れき裂が補強材を通過するに要する繰返し数は多くなることがわかる。補強材はリベット孔から疲れき裂が発生し、破断した。平板部は補強材の破断直後、または、破断後数100サイクルで破断した。

図9は補強材2本の接着結合の場合を示す。この図からわかるように、疲れき裂が補強材を通過するに要する繰返し数はリベット結合に比較して非常に大きい。

補強材を通過後の平板部の疲れき裂の進展は補強材の破断状態によって異なった。すなわち、試験応力が小さな場合には、補強材の疲れ寿命は非常に長い、補強材が疲れ破壊を起すと同時に平板部も破断してしまう。しかし、試験応力が大きい場合には、すべての補強材が一度に破壊することなく、一部が破断しても他の補強材が強度を保持し、平板部の疲れき裂は比較的徐々に進展する。

図10は補強材4本のリベット結合の場合を示す。この試験片のき裂は補強材を通過するに要する繰返し数は左右で異なった。したがって、き裂は左右別々に図示した。この試験片は補強材が破断した後、1～250サイクルで平板部も破断した。ただし、負荷応力  $7.5 \text{ kg/mm}^2$  の場合のみ内側の2本の補強材が  $2,600 \times 10^5$  回および  $2,976 \times 10^5$  回の繰返し数において破断した。

図11は補強材4本の接着結合の場合を示す。補強材2本の場合と同様、リベット結合に比較して補強材を通過するに要する繰返し数は多い。さらに、注目すべきこと

は、き裂進展速度が補強材の手前で遅くなっていることである。このことはリベット結合の場合と異なることである。

本実験で行なった試験片の形状、試験応力および試験片の破断繰返し数を表2にまとめた。

図12は補強材4本の接着結合の補強平板の実験中に撮影したものである。試験片の破断後の状態を図13(a)～(e)に示す。リベット結合の試験片は、図13(b)に示すように、平板部の破断と同時に補強材も破断した。

しかし、接着結合の試験片は、図13(c)に示すように、平板部が破断しても補強材は破断せず、補強材が伸びた状態のものがあつた。接着結合の試験片の破断後の状態のいくつかを図13(d)および(e)に示す。これらの図でわかるように、補強材4本の場合は中央の補強材が疲れ破壊をしているが、外側の補強材は破断していないものがあつた。

遠方での最大応力  $\sigma_{\max}$  とき裂長さが2mmから破断までの繰返し数との関係を平板および補強平板について、図14に示す。図中、直線は平板の場合、点線はリベット結合の場合、一点鎖線は接着結合の場合であり、実験値は、それぞれ、一本の直線で近似でき、その傾斜はほとんど同じである。

破断繰返し数は、接着結合の場合がリベット結合の場合より大きく、補強材2本の場合で約2倍、補強材4本の場合で3～4倍大きくくなっている。また、補強材の結合本数で考えた場合、補強材4本の場合は補強材2本の場合（補強材の総断面積は4本の場合と等しい）より、リベット結合で約2倍、接着結合で3～4倍破断繰返し数は大きいことがわかる。

補強平板のき裂進展過程において、き裂が平板部から



表2 試験片の形状と破断繰返し数

試験片形状	補強材結合方法	試験片番号	試験応力 (kg/mm <sup>2</sup> )	破断繰返し数
平 板		1	7.5	81928
		2	10.0	47880
		3	12.5	24410
		4	15.0	13010
補 強 平 板 (補強材 2 本)	リベット結合	5	7.5	191350
		6	7.5	252120
		7	10.0	62240
		8	10.0	72040
		9	12.5	23810
		10	12.5	21200
		11	15.0	9950
		12	15.0	12510
	接 着 結 合	13	10.0	97970
		14	10.0	112590
		15	12.5	58330
		16	12.5	80740
		17	15.0	40530
		18	15.0	23230
補 強 平 板 (補強材 4 本)	リベット結合	19	7.5	317940
		20	10.0	79090
		21	10.0	135970
		22	12.5	62460
		23	12.5	56435
		24	15.0	27240
		25	15.0	22850
	接 着 結 合	26	10.0	394640
		27	10.0	230980
		28	12.5	261260
		29	12.5	214500
		30	15.0	115740
		31	15.0	100730

補強材部に進展する場合、き裂進展速度は補強材に近づくにつれて徐々に遅くなり、補強材部分を通過後は再び速くなる。破断繰返し数  $N_f$  に対するこの補強材部分を通過するに要した繰返し数  $N_s$  の割合を図示すると図15のようになる。この図から明らかなように、補強材部分を通過するに要した繰返し数は、補強材 2 本のリベット

結合を除いて、本試験応力の範囲内では、試験応力の大きさにはほとんど関係なく、リベット結合の場合では破断繰返し数の10～40%，接着結合の場合では破断繰返し数の50～70%であり、接着結合の場合が明らかに大きい。また、補強材 4 本の場合が補強材 2 本の場合に比べて若干大きい。

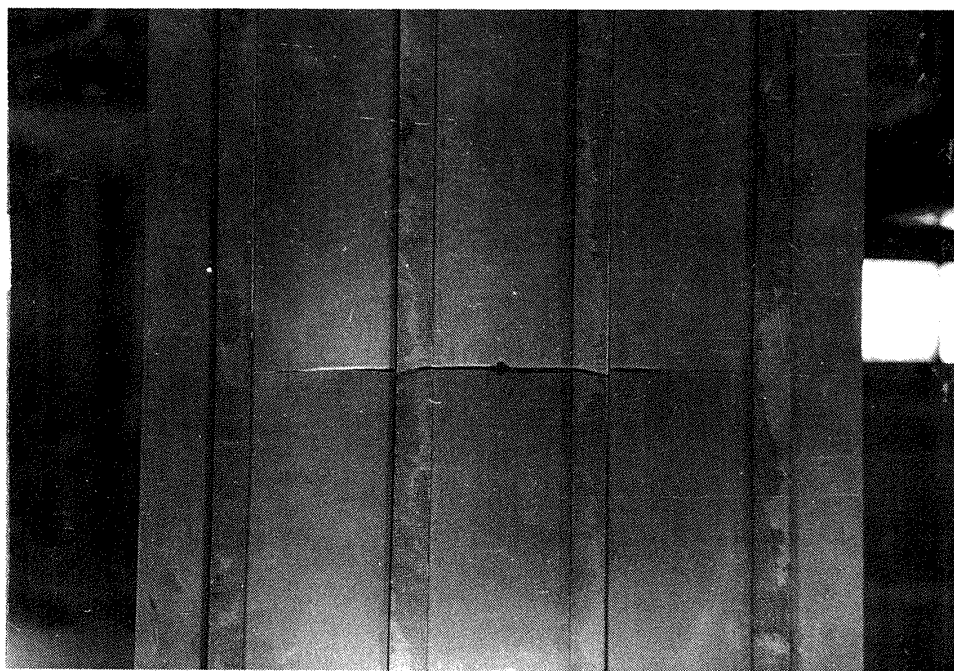
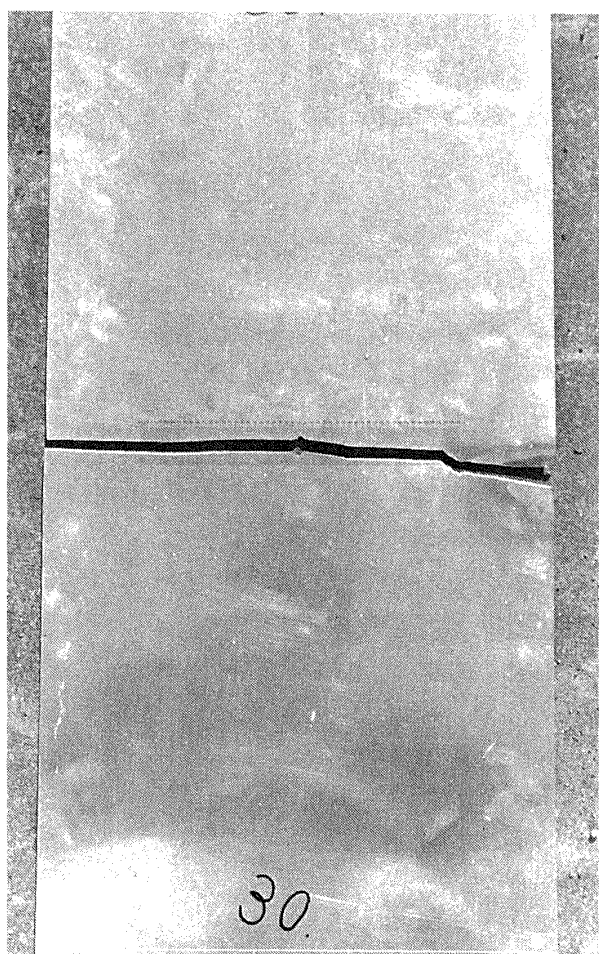
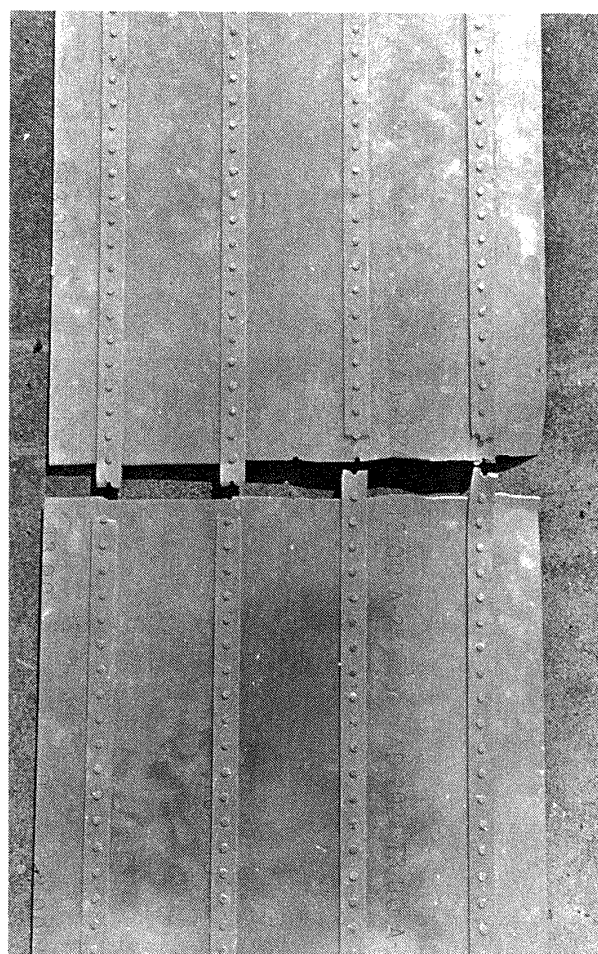


図 12 試験中の補強平板

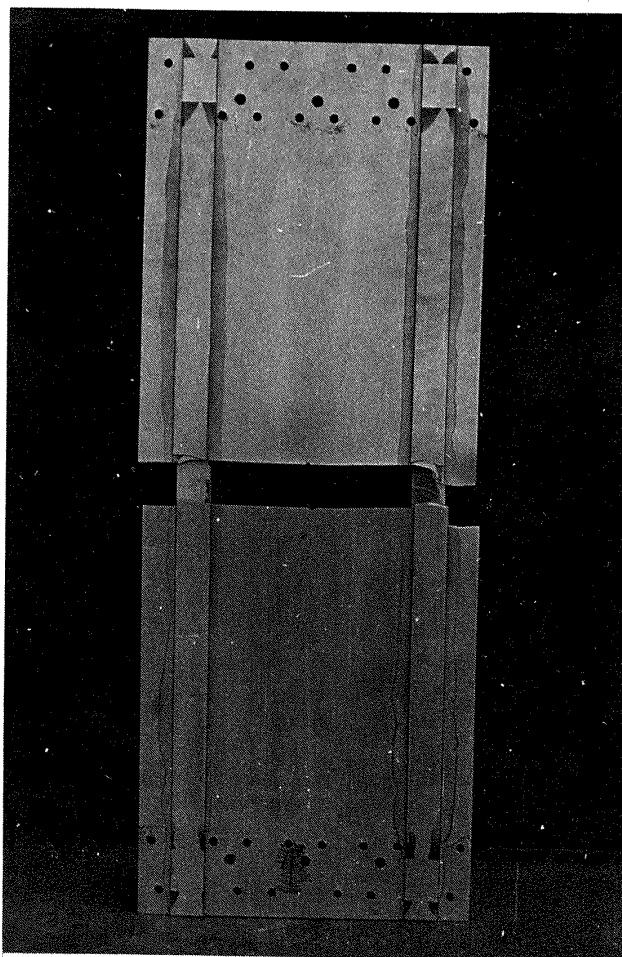


(a) 平 板

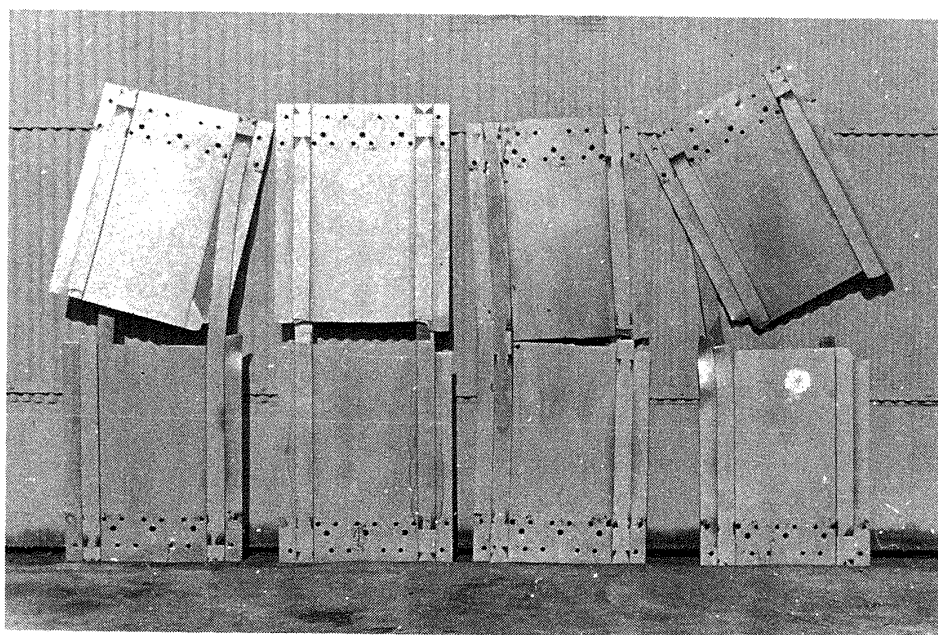


(b) 補強材 4 本のリベット結合

図 13 試験片の破断の一例

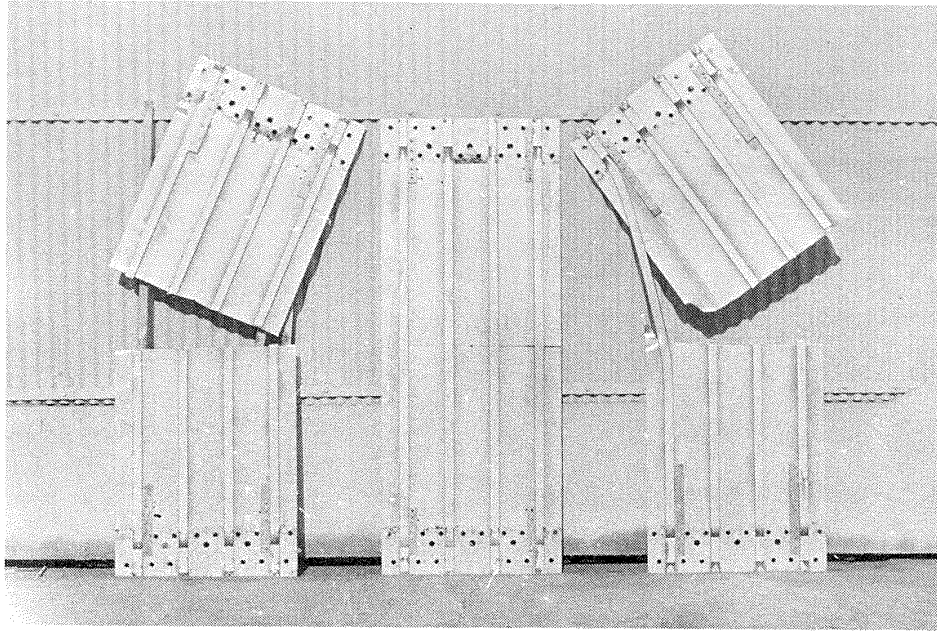


(c) 補強材 2 本の接着結合



(d) 補強材 2 本の接着結合

図 13 試験片の破断の一例



(e) 補強材 4 本の接着結合

図 13 試験片の破断の一例

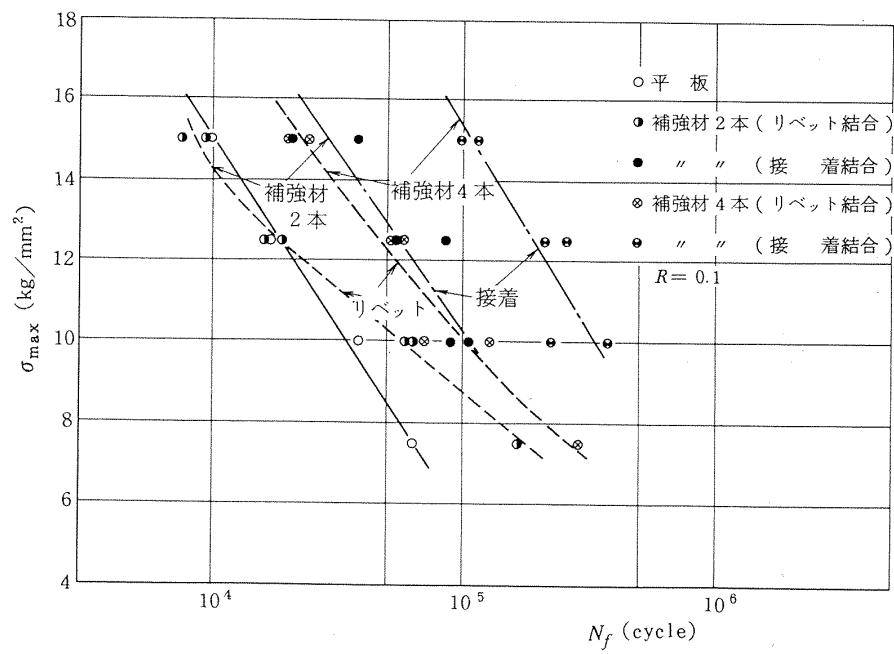


図 14 最大負荷応力と破断繰返し数との関係

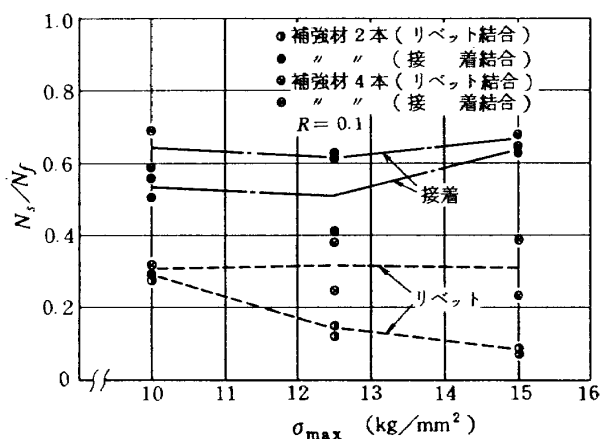


図 15 破断繰返し数に対するき裂長さが補強材部分を通して要した繰返し数の割合

#### 4. 試験結果の解析

##### 4.1 平板のき裂進展

金属材料の疲れ過程は、一般に、き裂の発生、き裂の進展および破壊の3段階に分けて論じられる場合が多い。き裂の発生および進展過程の全寿命中に占める割合は、材料、試験片の形状、応力条件などによって異なる。平滑材では巨視的な疲れき裂の発生時期は遅く、したがって、その進展過程が全寿命中に占める割合は小さいが、構造物に見られるような応力集中部および切欠材では寿命の大部分がき裂の進展過程によって占められる。したがって、構造部材におけるき裂進展速度を明らかにすることは、き裂発見後の残存寿命の予測上極めて重要な問題である。ここでは、き裂進展速度について解析することにする。

疲れき裂の進展に関する実験解析として、き裂進展速度は繰返し応力およびき裂長さに関係するとした次式がある。

$$dl/dn = C_1 l^{m_1} \sigma^{m_2} \quad (1)$$

ここで、 $l$  は中央き裂のき裂長さの  $1/2$ 、 $\sigma$  は遠方での負荷応力、 $n$  は荷重繰返し数、 $C_1$ 、 $m_1$  および  $m_2$  は材料定数である。

Frost<sup>8),9)</sup> は実験結果をもとにして、(2)式を示した。

$$dl/dn = C_2 \sigma^3 l \quad (2)$$

また、Head<sup>10)</sup> はき裂長さに関係するとして、

$$dl/dn = C_3 l^{3/2} \quad (3)$$

を示した。Weibull<sup>11)</sup> は応力による関係式として、

$$dl/dn = C_4 \sigma_n^{m_3} \quad (4)$$

を示した。ここで、 $\sigma_n$  は正味断面応力、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_4$ 、 $m_3$  は材料定数である。これらの式はすべて(1)式で書き

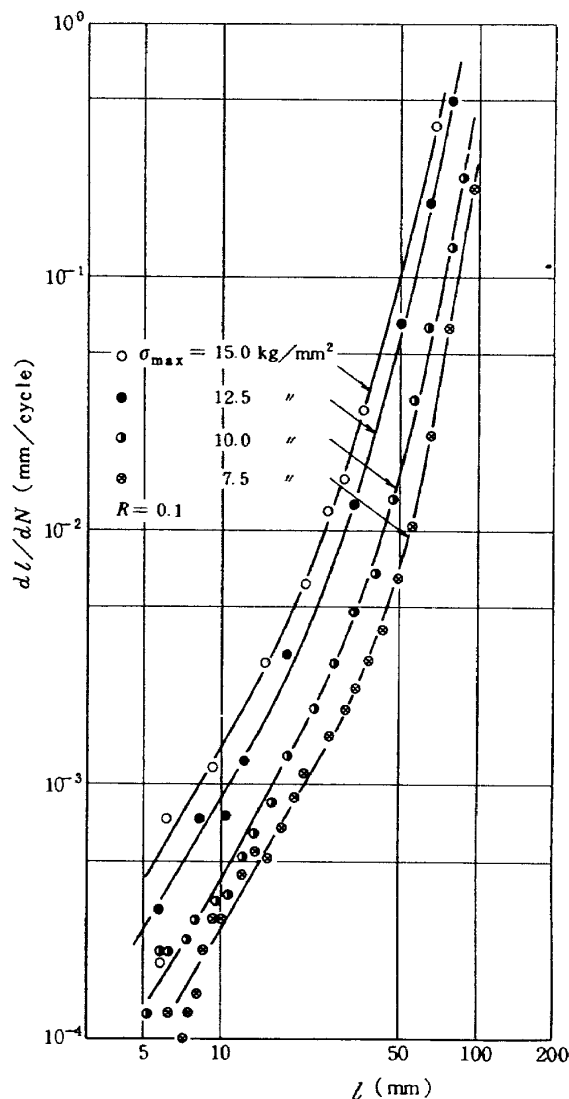


図 16 き裂進展速度とき裂長さとの関係

表わすことができる。

本実験で求めた平板のき裂進展について、き裂進展速度とき裂長さの関係を示すと図16のようになる。

この図から明らかなように、き裂進展速度はき裂長さおよび負荷応力に依存することがわかる。

最近の破壊力学の進歩により、応力拡大係数 (stress intensity factor) による解析が行なわれるようになり、き裂進展速度はき裂先端の応力拡大係数  $K$  を用いて整理する方法がよく知られている。すなわち、

$$dl/dn = C \Delta K^m \quad (5)$$

ここで、 $\Delta K$  は応力拡大係数の範囲、 $C$  および  $m$  は材料定数である。

中央き裂をもつ帯板の遠方で応力が負荷された場合、き裂先端の応力拡大係数は次式のように表わせる。

$$K = \sigma \sqrt{\pi l} \cdot F(\lambda) \quad (6)$$

ここで、 $F(\lambda)$  は有限巾の補正係数であり、石田によ

る厳密解<sup>12)</sup>があるが、次の簡単で精度のよい近似式<sup>13)</sup>も提案されている。

$$F(\lambda) = \sqrt{\sec \frac{\pi \lambda}{2}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $\lambda$ はき裂長さと板幅との比である。

その他に有限幅の影響を考慮した式として、(8)式<sup>14)</sup>も提案されている。

$$K = \sigma \sqrt{t} \left[ \frac{2w}{\pi l} \tan \frac{\pi l}{2w} \right]^{1/2} \quad (8)$$

ここで、 $w$ は板幅の $1/2$ である。

一般に、疲れき裂の進展過程において、あるき裂長さに達すると急激に速くなって破壊する。この材料が破壊じん性に達した時のき裂先端での最大応力拡大係数を考慮した次の Forman らの式<sup>15)</sup>がき裂進展速度の評価に比較的よく用いられている。

$$dl/dn = \frac{B (\Delta K)^{m_4}}{(1-R) K_c - \Delta K} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\Delta K$ は応力拡大係数の範囲、 $K_c$ は破壊じん性値、 $R$ は応力比、 $B$ および $m_4$ は材料定数である。

本実験で求めた平板のき裂進展速度を(5)式で示した応力拡大係数で整理することを試みた。図16で示したき裂進展速度とき裂長さとの関係を(6)および(7)式で求めた応力拡大係数で表示すると図17に示ようになる。同図から、き裂進展速度と応力拡大係数との関係は各試験応力について、一つの曲線が得られる。これを直線近似した場合の傾斜すなわち、(5)式の $m$ は約4.8となった。疲れき裂進展速度 $dl/dn$ が $10^{-2}$ 以下の範囲では Paris<sup>2)</sup>が提案している $m=4$ に近い値となった。

#### 4.2 補強平板のき裂進展

き裂進展速度はき裂先端の応力拡大係数によって関係づけられる、すなわち、応力拡大係数が同じ値の時にはき裂進展速度は等しいと考えれば、補強平板の応力拡大係数がわかれば、平板のき裂進展速度と応力拡大係数の関係(図17)から、補強平板のき裂進展速度が予測できる。

本節では、上記の方法で予測したき裂進展速度と実験によって求めた値とを比較検討する。

##### 4.2.1 リベット結合の場合

Poe<sup>6)</sup>は、等間隔に補強材をリベット結合した補強平板の中央にき裂をもった場合について、補強材の剛性、補強材の間隔、リベット間隔をパラメータとして、き裂長さとき裂進展速度との関係を述べている。<sup>付1)</sup>その一例を図18に示す。同図において、 $b$ は補強材の間隔、 $P$ は補強材と平板との結合リベットのピッチを表わす。また、 $\mu$ は全パネル剛性に対する補強材の剛性の割合を示し、

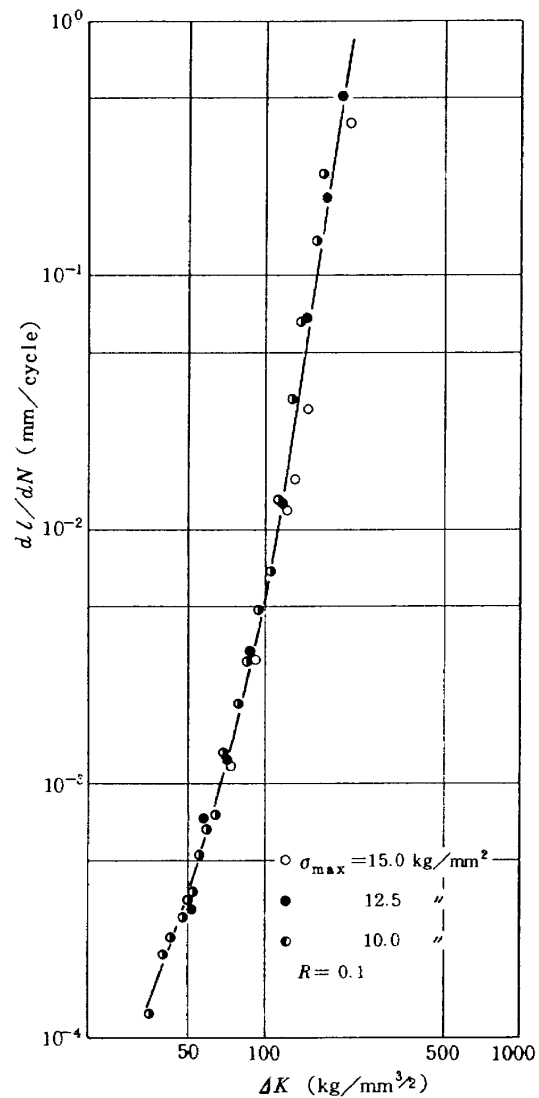


図17 き裂進展速度と応力拡大係数の範囲との関係

次式のように書かれる。

$$\mu = \frac{A_{st} \cdot E_{st}}{AE + A_{st} E_{st}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $A$ および $E$ は平板部の断面積およびヤング率を、 $A_{st}$ および $E_{st}$ は補強材の断面積およびヤング率をそれぞれあらわす。図18は $\mu=0.3$ の場合を示している。

本実験に用いた試験片は平板部の板厚が1.5 mm、板巾が400 mm、また、補強材の板厚が3.0 mm、板巾が20 mm(補強材4本の場合)であり、 $E$ は平板と補強材が同じであるので、この試験片の $\mu$ は

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{A_{st} \cdot E_{st}}{AE + A_{st} \cdot E_{st}} = \frac{A_{st}}{A + A_{st}} \\ &= \frac{3.0 \times 20 \times 8}{1.5 \times 400 + 3.0 \times 20 \times 8} = 0.444 \end{aligned}$$

である。また、この試験片の $P/b$ は

$$\text{補強材2本の場合 } P/b = 20/280 = 0.07$$



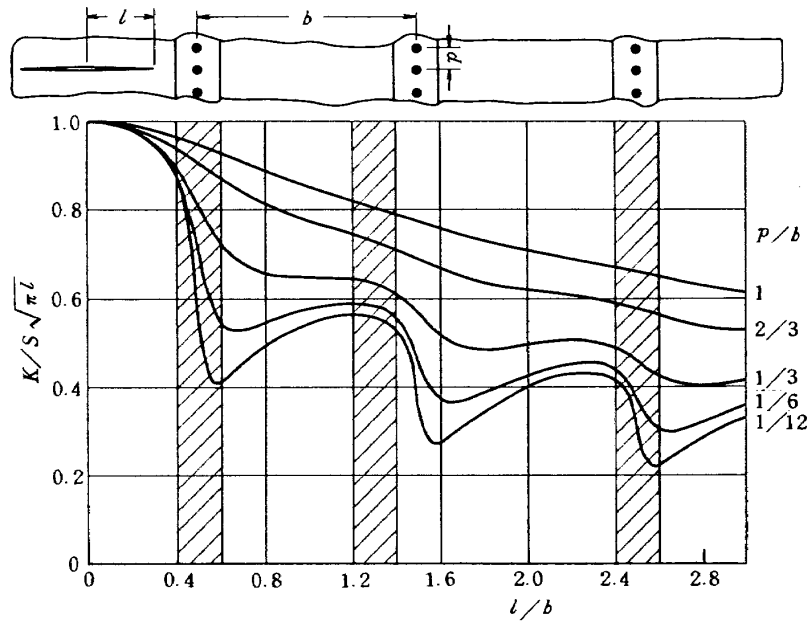


図 18 き裂長さと応力拡大係数との関係 (NASA TR R-358 より)  
(全断面積に対する補強材断面積の割合  $\mu = 0.3$ )

補強材 4 本の場合  $P/b = 20/100 = 0.2$

である。

本試験片に対する  $\mu$  および  $P/b$  の値についてのき裂長さと応力拡大係数との関係を計算して求めた。

平板の場合の応力拡大係数の範囲  $\Delta K$  と疲れき裂進展速度  $dl/dn$  との関係は図 17 に示すような曲線で表わされる。

補強平板の場合においても、応力拡大係数の範囲と疲れき裂進展速度の関係は同じ傾向を示すと仮定して、図 17 に示す平板の  $dl/dn - \Delta K$  曲線から補強平板の応力拡大係数に対応するき裂進展速度が求められる。このようにして求めた  $dl/dn$  の予測値は、補強材 2 本の場合を図 19(a)~(c) に、補強材 4 本の場合を図 20(a)~(c) に、それぞれ、実線で示す。

補強平板の疲れ試験の結果から求めたき裂進展速度を図 19 および図 20 に示す。これらの図において、半丸印がリベット結合の場合の実験値である。この図に示すように、補強材のごく近くを除けば、予測値と実験値とは比較的一致しているが、特に補強材 4 本の場合が補強材 2 本の場合よりよく一致している。この原因は、予測に用いた補強平板のモデルが補強材を多数結合したものであったからであろう。

#### 4.2.2 接着結合の場合

接着結合の補強平板は一体構造として、有限要素法を用いて解析を行なった。以下、この解析法について述べる。

図 21 に示すような荷重を受ける板のき裂先端近傍の応

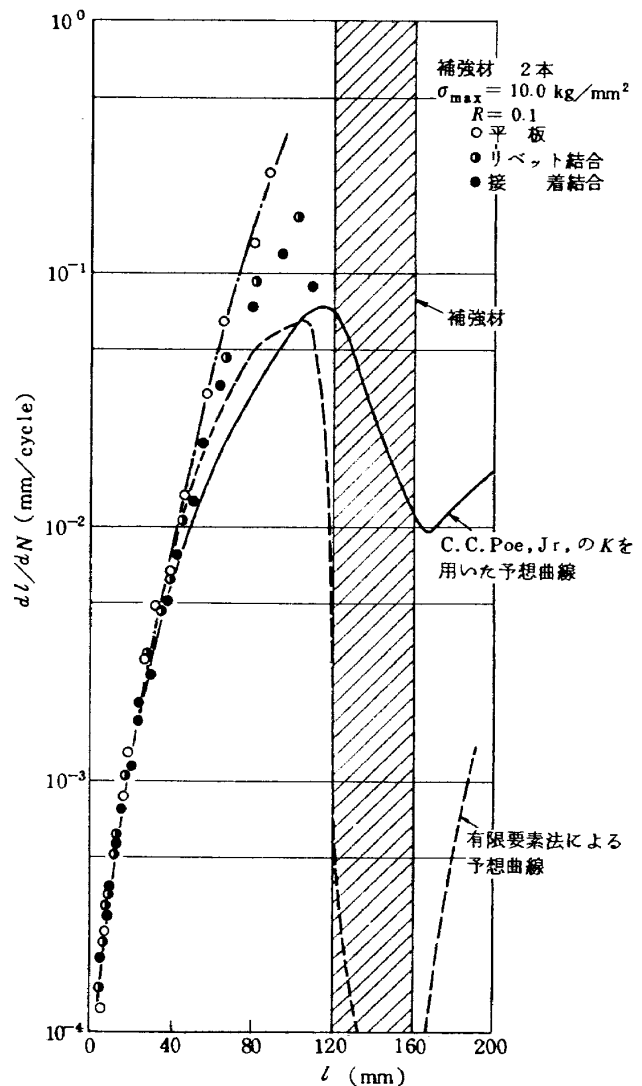


図 19(a) き裂進展速度とき裂長さとの関係



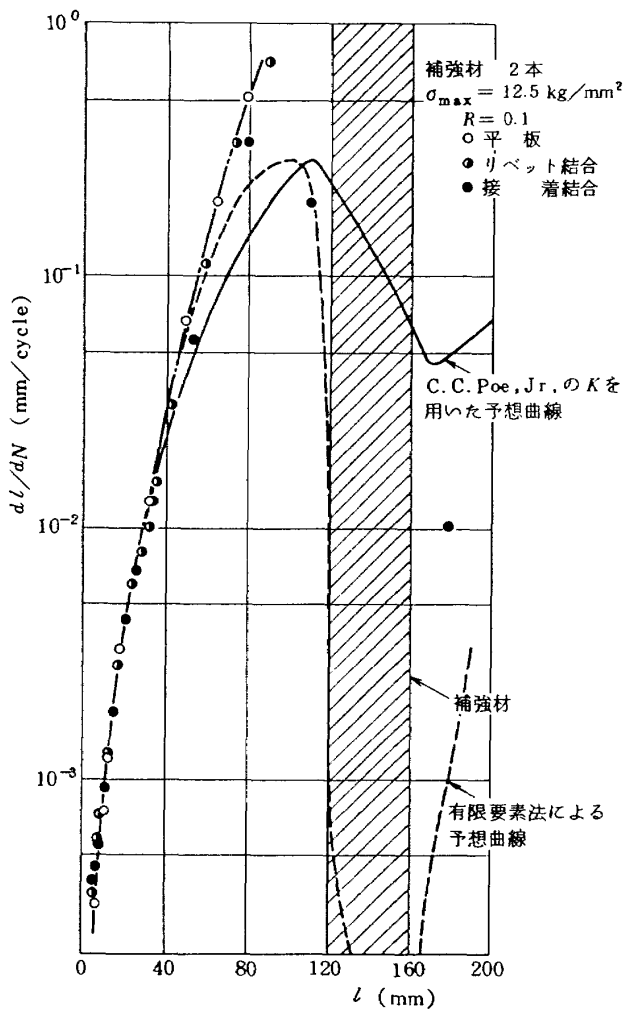


図 19(b) き裂進展速度とき裂長さとの関係

力は次式によって与えられる。<sup>16)</sup>

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ \sigma_y &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

また、平面応力状態に対するき裂先端近傍の変位は次式で与えられる。<sup>16)</sup>

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{K}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ \frac{1-\nu}{1+\nu} + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \\ v &= \frac{K}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[ \frac{2}{1+\nu} - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $r$ 、 $\theta$ はき裂先端の極座標、 $G$ は横弾性係数、 $\nu$ はポアソン比である。

一体構造とした補強平板と補強のない平板について、

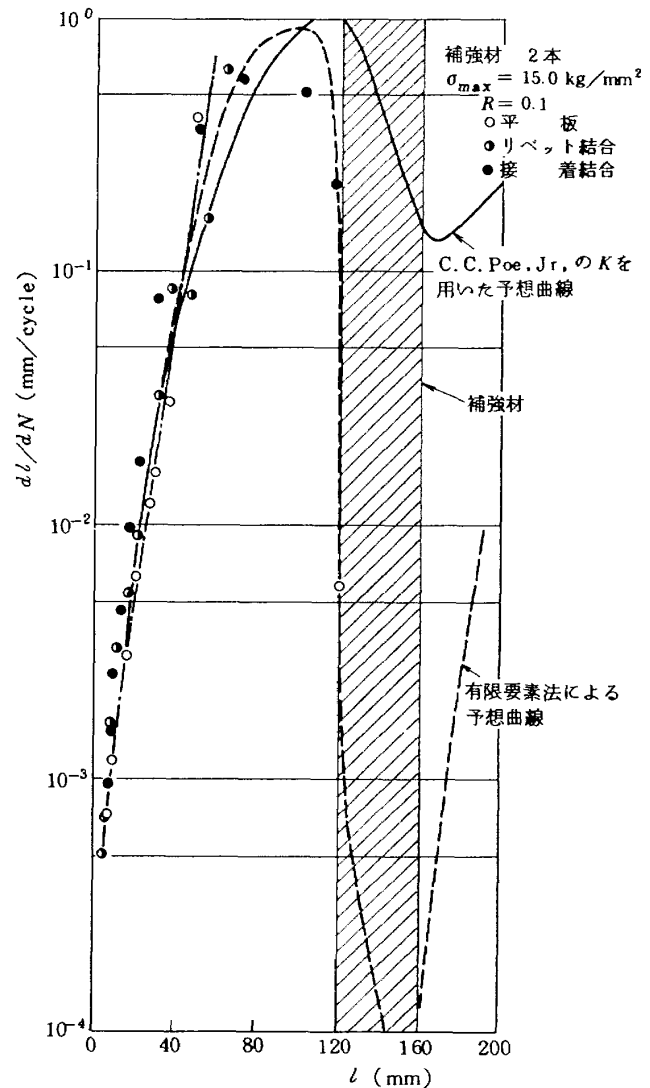


図 19(c) き裂進展速度とき裂長さとの関係

有限要素法によって、き裂先端のごく近傍の要素の応力および変位を求めた。これらの値を(11)式および(12)式に代入すれば応力拡大係数が求められる。有限要素法は平面応力状態を仮定して三角形要素を用いて解いた。以下、その概要を述べる。

三角形要素を図22に示すような $x$ 、 $y$ 座標で表わし、要素内の変位 $u_x$ および $u_y$ をその点の座標 $x$ 、 $y$ の一次式で表わすと仮定する。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} u_x &= C_1 + C_2 x + C_3 y \\ u_y &= C_4 + C_5 x + C_6 y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

上式の6つの任意係数 $C_1 \sim C_6$ は三角形の3つの頂点の変位から求めることができる。

境界条件は

$$\left. \begin{aligned} u_x &= u_1, u_y = u_4 \quad (x=x_1, y=y_1) \\ u_x &= u_2, u_y = u_5 \quad (x=x_2, y=y_2) \\ u_x &= u_3, u_y = u_6 \quad (x=x_3, y=y_3) \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

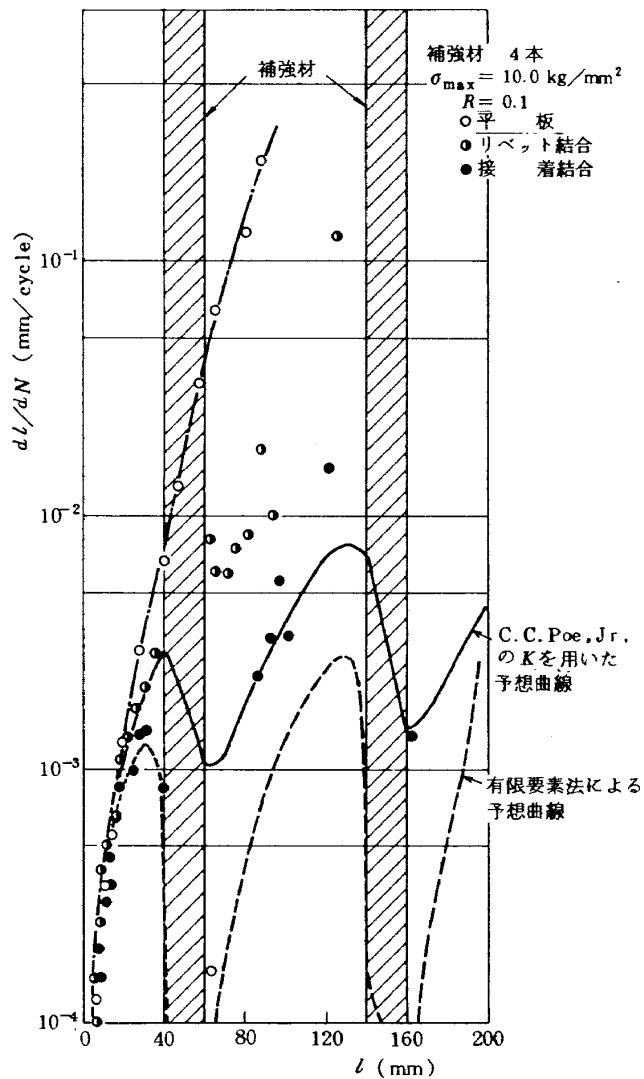


図 20(a) き裂進展速度とき裂長さとの関係

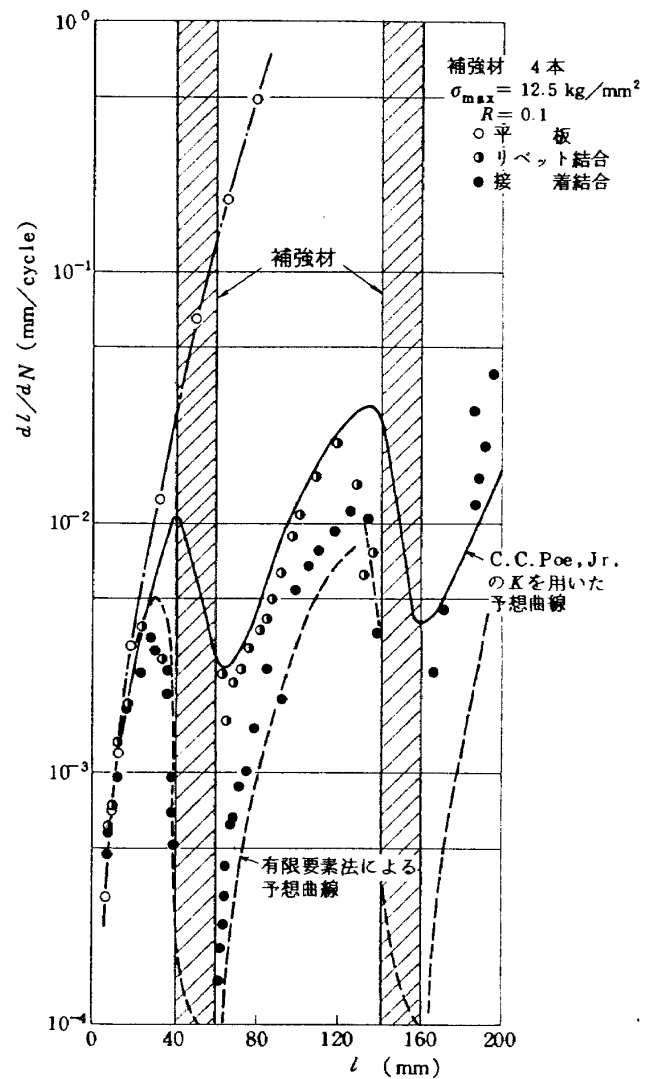


図 20(b) き裂進展速度とき裂長さとの関係

ここで、 $x$ および $y$ の添字は三角形要素の節点を表わす(図22参照)。

(13式に(14式の境界条件を入れ、マトリックスで表わすと、

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_3 & y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

となる。(15式をマトリックス表示では

$$u = AC \quad (16)$$

となる。(16式を $C$ について解き、 $A$ の逆行列 $T$ で表わすと、

$$C = A^{-1}u_i = Tu_i \quad (17)$$

となる。ここで、 $u_i$ は三角形要素の各節点での変位を表わす。マトリックス $T$ は

$$T = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 & x_3 y_1 - x_1 y_3 & x_1 y_2 - x_2 y_1 \\ y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ x_2 y_3 - x_3 y_2 & x_3 y_1 - x_1 y_3 & x_1 y_2 - x_2 y_1 \\ y_2 - y_3 & y_2 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

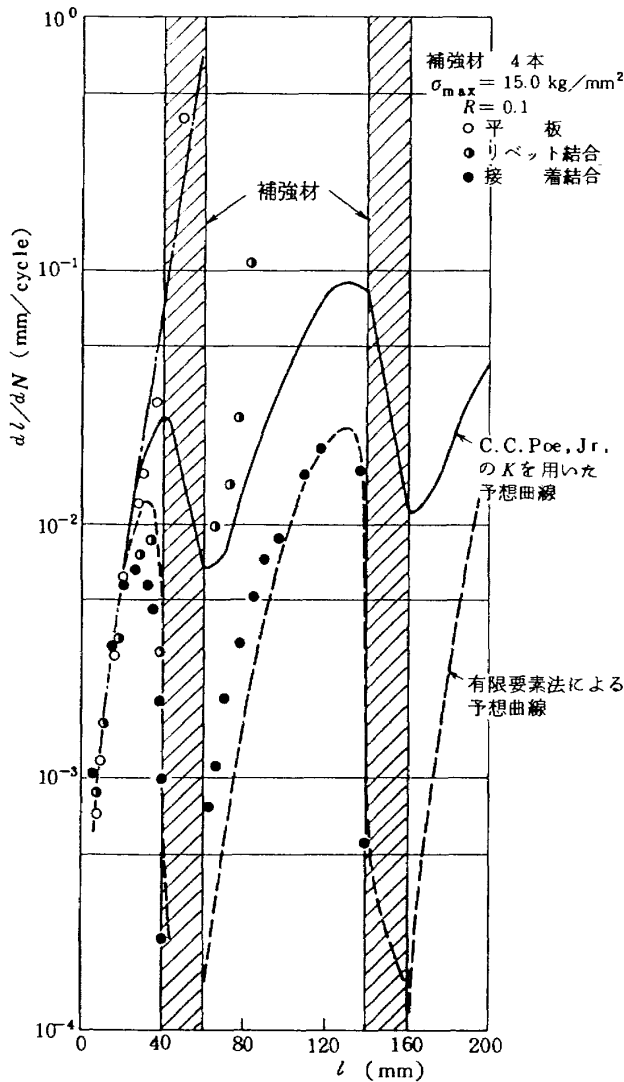


図 20 (c) き裂進展速度とき裂長さとの関係

ここで、 $A$ は三角形の面積であり、

$$2A = \det \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{pmatrix} = x_{21} \cdot y_{31} - x_{31} \cdot y_{21} \quad (19)$$

ここで、 $x_{ij}$ は $x_i - x_j$ 、 $y_{ij}$ は $y_i - y_j$ を表す。

(18)式に(17)式を代入すると、

$$\mathbf{u} = \mathbf{AC} = \mathbf{AT} \mathbf{u}_i \quad (20)$$

となる。

ひずみは

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

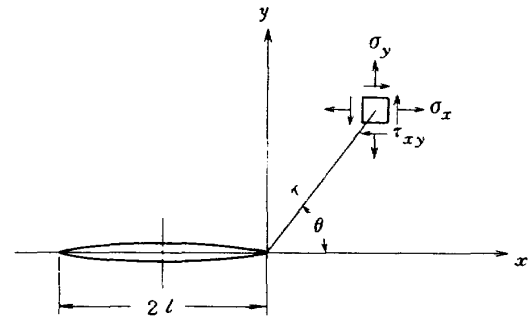


図 21 き裂先端近傍の応力

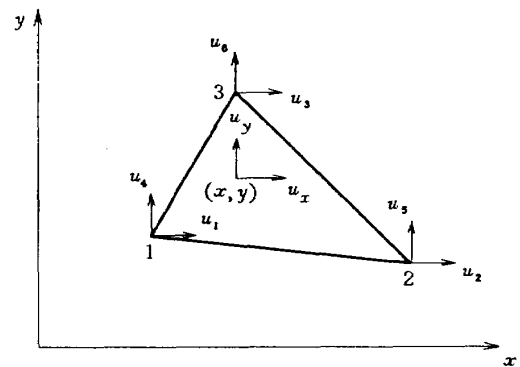


図 22 要素内の座標軸と変位

であるから、(13)式を微分して、

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

となる。(22)式をマトリックスで表わすと

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{BC} \quad (23)$$

(23)式を(17)式に代入して、

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{BT} \mathbf{u}_i \quad (24)$$

$\mathbf{BT}$ は(18)式と(23)式を用いて、

$$\mathbf{BT} = \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

となる。

応力-ひずみの関係式は平面応力の場合、Hookeの法則から、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \sigma_x/E - \nu \sigma_y/E \\ \epsilon_y &= -\nu \sigma_x/E + \sigma_y/E \\ \gamma_{xy} &= 2\tau_{xy}(1+\nu)/E \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

であるから,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (27)$$

すなわち,

$$\sigma = D \epsilon \dots\dots\dots (28)$$

ひずみエネルギーは

$$U = \frac{1}{2} \int_V \epsilon^T \sigma dV \dots\dots\dots (29)$$

であるから, (24) 式, (28) 式を (29) 式に代入して,

$$U = \frac{1}{2} \int_V \epsilon^T D \epsilon dV = \frac{1}{2} \int_V B^T T^T u_i^T D B T u_i dV \dots\dots\dots (30)$$

となる。節点の変位と外力との関係式は Castigliano の定理から,

$$P = \frac{\partial U}{\partial u_i} = \int_V T^T B^T D B dV T u_i \dots\dots\dots (31)$$

となる。すなわち,  $P = K u_i$  とおけば,

$$K = T^T \int_V B^T D B dV T \dots\dots\dots (32)$$

(32) 式が剛性マトリックスである。

すなわち, (32) 式に (18) 式, (23) 式および (28) 式の  $T$ ,  $B$  および  $D$  を代入すれば剛性マトリックスが求められる。

本実験に用いた試験片の剛性マトリックスは

$$K = A t T^T B^T D B T \dots\dots\dots (33)$$

となる。ここで,  $A$  は三角形要素の面積,  $t$  は板厚である。図 23 は有限要素法による解析に用いた要素分割の一例で, 補強材 4 本を結合した補強平板の場合である。この要素分割は補強平板の  $1/4$  を示しており, この図の左下の部分が試験片の中央部, すなわち, き裂の中心である。 $l$  はき裂長さの半長である。

有限要素法によって求めた補強平板および補強のない平板の応力拡大係数をそれぞれ  $K_{FS}$  および  $K_{FP}$  とすると, その割合は次式で求まる。

$$C_K = K_{FS} / K_{FP} \dots\dots\dots (34)$$

この補強材による修正係数  $C_K$  を図 24(a) および (b) に示す。

これによると, 補強平板の応力拡大係数はき裂長さが

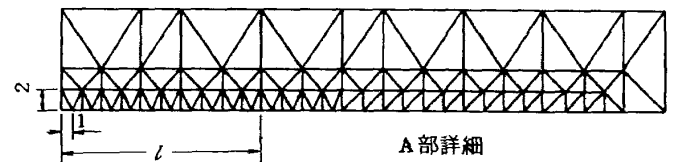
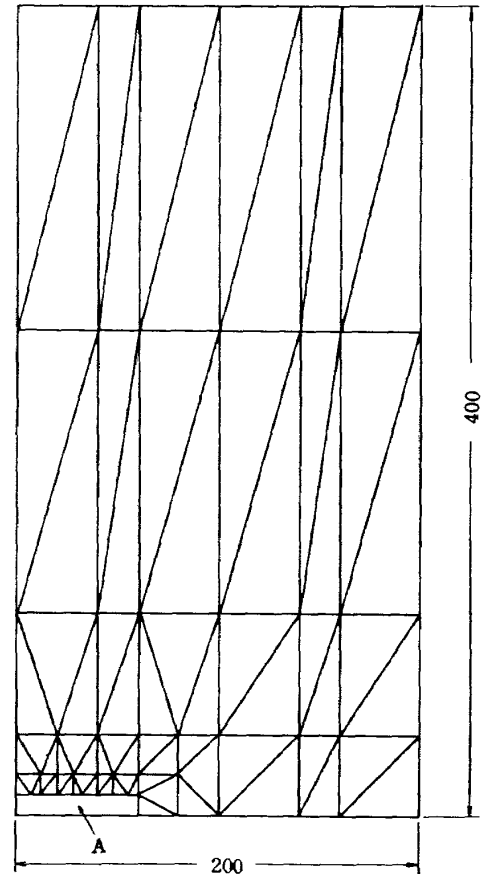


図 23 解析に用いた要素分割 (単位 mm)

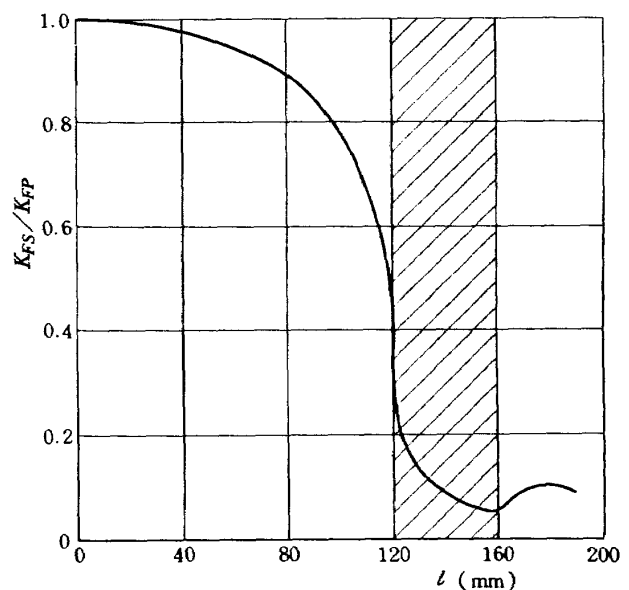


図 24 (a) 有限要素法による応力拡大係数の割合 (補強材 2 本の場合)

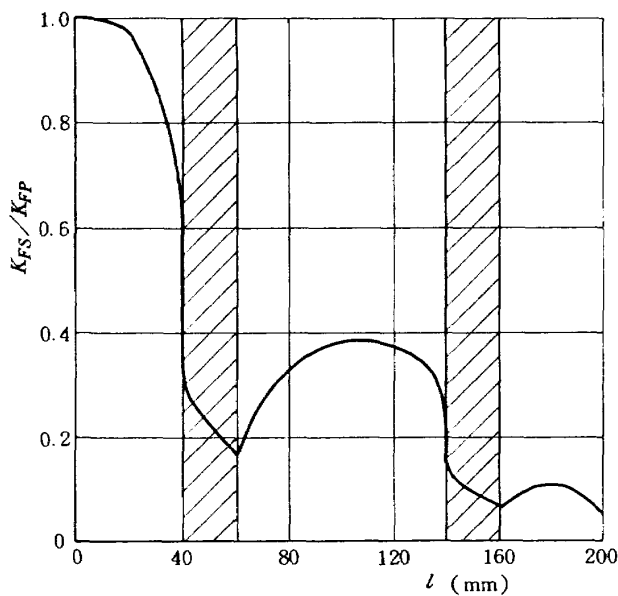


図 24 (b) 有限要素法による応力拡大係数の割合  
(補強材 4 本の場合)

補強材の間隔に比較して小さい時は補強材のない板の場合と大体等しい。しかしながら、き裂長さが長くなるに従って応力拡大係数は徐々に小さくなり、補強材の近傍では急激に小さくなっている。

補強平板の応力拡大係数  $K_S$  は補強材による修正係数  $C_K$  を用いて、次式から求まる。

$$K_S = \sigma \sqrt{\pi \cdot l} \cdot F(\lambda) \cdot C_K \quad \cdots \cdots \cdots (35)$$

(35)式で求めた補強平板の応力拡大係数から、平板のき裂進展から求めた図17の  $dl/dn - \Delta K$  曲線を用いて、補強平板の  $dl/dn$  を予測した。この予測した  $dl/dn$  曲線を図19および図20に点線で示す。

図19および図20に示すように、有限要素法により予測したき裂進展速度は補強材附近で非常に小さくなっており、この値は接着結合の補強平板の実験値とかなりよく一致している。

## 5. 考 察

### 5.1 平板と補強平板との比較

補強平板は補強材 2 本のリベット結合の場合を除き、平板と比較して疲れき裂進展速度は遅い。したがって、実際の構造物の場合、補強材の巾、厚さ、本数を増せば強度および疲れき裂の進展の遅延にかなり効果はあるが、材料、加工および組立等製造原価の増加などに問題がある。そこで、効率のよい補強材の形状、数量および結合方法について検討してみる。

### 5.2 補強材 2 本と 4 本との比較

実験の結果、疲れき裂進展速度の遅延効果は次の様に

なっている。

補強材 2 本のリベット結合 < 補強材 4 本のリベット結合 < 補強材 2 本の接着結合 < 補強材 4 本の接着結合

この結果、断面積の総和が同じ場合について、補強材が同一材質でかつ結合方法が同じなら、補強材の巾を増すより補強材の本数を増した方が疲れき裂進展の阻止には有効である。これは補強材がき裂先端の開口を押え、き裂の進展を阻止するためであろう。実際の構造物においては、疲れき裂は平板部に発生するとは限らない、むしろ、リベット孔等応力集中部に発生しやすい。発生したき裂の進展に対する遅延効果を高めるには、できるだけき裂発生箇所に近い所に補強材があることが望まれる。このことから、補強材と補強材の間隔が狭い方が疲れき裂進展の阻止の上から効果があると思われる。また、リベットのピッチ間隔も疲れき裂進展にかなり影響するものと考えられるが、これについては今後の研究課題にしたい。

### 5.3 補強材の結合方法（リベット、接着）の違いによる比較

結論から述べれば、接着結合はリベット結合に比較してき裂進展の遅延に非常に大きな効果がある。この最大の理由として、補強材が接着剤によって一体化しているためにき裂の開口を阻止することおよび応力集中の原因となるリベット孔が無いことであろう。接着結合とリベット結合の試験片における各補強材間の平板部でのき裂進展速度にはあまり差は見られないが、き裂が補強材の下に入ってから出てくるまでの繰返し数に大きな差があることがわかった。つまり、補強材はき裂進展速度そのものを遅らせる働きもさせることながら、き裂進展を補強材内で止める働きが重要であることがわかる。リベット結合の場合はリベット孔に応力集中が起りやすく、き裂発生の原因となりうる。接着結合の場合はこの点ではき裂発生要素は少ないといえる。また、接着剤を用いる方が構造物の重量軽減、加工精度の向上等に有利であろう。しかしながら、以上の結果は常温で得られたものであり、高温度、低温度、高湿度あるいは衝撃荷重に対する強度等がどの程度の影響を及ぼすか興味ある問題である。

### 5.4 疲れき裂進展における理論値と実験値との比較

補強平板のき裂進展速度はき裂先端の応力拡大係数を用いて予測を行ない、実験値と比較を行なった。リベット結合の場合は Poe が提案している補強平板の応力拡大係数を用いて予測した。補強材間の平板部では実験値と比較的によく一致しているが、補強材に近づくにしたがい差が大きくなった。これは、特に、補強材 2 本の場合に

大きい。この原因は補強材 2 本の場合はき裂が補強材に達すると平板の中央部が破断して荷重の流れは外側部分のみに移行するため、板が変形し補強材に曲げがかり、補強材としての強度を保たないためと考えられる。また、Poe のモデルは多数本の補強材をもつ平板の場合であり、荷重は各補強材に分布されており、補強材 2 本の場合に比べて各々の補強材への負担は軽減されている。したがって、補強材 4 本の場合が比較的良好一致している。

接着結合の場合は一体構造として有限要素法によって応力拡大係数を求め、き裂進展速度を予測した。この場合は補強材 2 本の場合でも実験値と予測値はよく一致した。これは試験片の平板と補強材との接着性が良好であり、一体構造とみなし得たからであろう。事実、接着結合の試験片は平板部が破断しても補強材ははがれなかった場合があった。それに比べて、リベット結合の場合は平板部の破断と同時に補強材も破断している。

## 6. むすび

補強材をリベットおよび接着の 2 種類によって結合した 2024-T3 アルミニウム合金の補強平板を用いて疲れ試験を行ない、結合方法の違いによるき裂進展の挙動を調べた。また、補強材の大きさおよび間隔を変えて結合した補強平板を用いた疲れ試験を行ない、補強材の大きさおよび間隔の違いによる挙動も検討した。実験によって求めたき裂進展速度は、き裂を含んだ補強平板のき裂先端の応力拡大係数から予測した値と比較検討した。

その結果、接着結合の補強平板の破断繰返し数はリベット結合の場合に比べて、かなり大きく、補強材 2 本の場合で約 2 倍、補強材 4 本の場合で 3～4 倍大きい値を示した。また、補強材の結合本数で比較すると、補強材 4 本の場合の破断繰返し数は補強材 2 本の場合（補強材 4 本の場合と総断面積は等しい）に比べて、リベット結合の場合で約 2 倍、接着結合の場合で 3～4 倍大きい値であった。

リベット結合の補強平板のき裂進展速度は Poe が提案した応力拡大係数を用いて予測した。この予測値は補強材のごく近傍以外は実験値と比較的良好一致した。接着結合の補強平板のき裂進展速度は一体構造とした有限要素法により求めた応力拡大係数を用いて予測した。この予測値は補強材の近くでは実験値とかなりよく一致した。

最後に、この実験に協力して頂いた、日本大学の前研修生、嶋田要二および山中孝の両君に感謝いたします。

付 1)

補強平板のき裂先端の応力拡大係数は外応力  $S$  とリベ

ット力  $Q$  の重ね合せ原理により次式で表わせる。

$$K = S \sqrt{\pi a} + \sum_j \bar{K}_j Q_j \quad \cdots \cdots \cdots (A1)$$

ここで、 $S \sqrt{\pi a}$  は外応力  $S$  による要素、 $\bar{K}_j Q_j$  はリベット力  $Q_j$  の対称性による要素である。平面応力の場合、 $\bar{K}$  は次式で表わせる。 $(x_0, y_0)$  は  $Q_j$  の作用点の座標

$$K = \frac{\sqrt{\pi a}}{\pi t} [(3+\nu)\phi_1 - (1+\nu)\phi_2] \cdots (A2)$$

ここで、

$$\phi_1 = \frac{r}{\sqrt{(x_0^2 - y_0^2 - a^2)^2 + 4x_0^2 y_0^2}}$$

$$\phi_2 = \frac{[(x_0^2 + a^2)y_0^2 + (x_0^2 - a^2)^2]r^2}{r[(x_0^2 - y_0^2 - a^2)^2 + 4x_0^2 y_0^2]^{3/2}}$$

$$+ \frac{x_0^2 y_0^2 (x_0^2 + y_0^2 - a^2)}{+ 4x_0^2 y_0^2]^{3/2}}$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}} [\sqrt{(x_0^2 - y_0^2 - a^2)^2 + 4x_0^2 y_0^2} - (x_0^2 - y_0^2 - a^2)]^{1/2}$$

次に、リベット力  $Q$  を求める。

平衡条件によって、板と補強材に反対方向にリベット力  $Q$  が作用する。この未知のリベット力  $Q$  を決めるのに必要な方程式は板と補強材の変位がリベット部で等しいと仮定することによって得られる。すなわち、板と補強材の  $i$  番目のリベット部の変位は次の (A3) 式および (A4) 式で書き表わせる。

$$V_i = - \sum_j A_{ij} Q_j + B_i S \quad (A3)$$

$$V_i^s = \sum_j A_{ij}^s Q_j + B_i^s \frac{E_s}{E} S \quad \cdots \cdots \cdots (A4)$$

ここで、 $V_i$  は平板部の変位、 $V_i^s$  は補強材部の変位、 $Q_j$  は  $j$  番目のリベット力、 $S$  は遠方の負荷応力、 $A_{ij}$  は  $Q_j$  による  $i$  番目のリベット部での変位、 $B_i$  は  $S$  による  $i$  番目のリベット部での変位、 $E$  は平板部のヤング率、 $E_s$  は補強材部のヤング率を表わす。

(A3) 式と (A4) 式を等しいとして、

$$\sum_j (A_{ij} + A_{ij}^s) Q_j - (B_i - \frac{E_s}{E} B_i^s) S = 0$$

$$i = 1, 2, 3$$

$$\cdots \cdots \cdots (A5)$$

これらの式から、未知のリベット力  $Q$  が求まる。 $Q$  と  $\bar{K}$  が求まると、(A1) 式より応力拡大係数  $K$  が求められる。

## 7. 参考文献

- 1) P. C. Paris; Crack Propagation caused by Fluctuating Loads. ASME paper, No. 62, MET-3 (1962).
- 2) P. C. Paris and F. Erdogan; A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. Trans. ASME Ser. D. Vol. 85, No. 4 (1963), pp. 528 ~ 534.
- 3) C. C. Poe, Jr.; Fatigue Crack Propagation in Stiffened Panels. ASTM STP 486 (1971), pp. 79 ~ 97.
- 4) A. F. Liu and J. C. Ekrall; Material Toughness and Residual Strength of Damage Tolerant Aircraft Structures. ASTM STP 486 (1971), pp. 98 ~ 121.
- 5) A. Salvetti; Fatigue Crack Propagation in Stiffened Panels. ICAS paper, No. 72-40 (1972).
- 6) C. C. Poe, Jr.; Stress Intensity Factor for a Cracked Sheet with Riveted and Uniformly Spaced Stringers. NASA TR R-358 (1971).
- 7) 竹内和之, 飯田宗四郎, 小野幸一; 主翼繰返し荷重試験装置. 航技研報告 TR-33 (1962).
- 8) N. E. Frost and D. S. Dugdale; The Propagation of Fatigue Cracks in Sheet Specimens. J. Mech. Phys. Solids, Vol. 6, No. 2 (1958), pp. 92 ~ 110.
- 9) N. E. Frost and J. R. Dixon; A Theory of Fatigue Crack Growth. Int. J. Frac. Mech., 3 (1967), pp. 301 ~ 316.
- 10) A. K. Head; The Growth of Fatigue Crack. The Philosophical Magazine, Ser. 7, Vol. 44, No. 356 (1953), pp. 925 ~ 938.
- 11) W. Weibull; The Effect of Size and Stress History on Fatigue Crack Initiation and Propagation. Cranfield Symposium, 2,271 (1961).
- 12) M. Isida; Stress Intensity Factors for the Tension of an Eccentrically Cracked Strip. Trans. ASME Ser. E. Vol. 33, No. 3 (1966), pp. 674 ~ 675.
- 13) C. E. Feddersen; ASTM STP 410 (1967), pp. 77 ~ 79.
- 14) H. M. Westergaard; Bearing Pressures and Cracks. J. Appl. Mech. Vol. 6, No. 2 (1939), pp. A-49 ~ A-53.
- 15) R. G. Forman, V. E. Kearney and R. M. Engle; Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic Loaded Structures. Trans. ASME Ser. D. Vol. 89, No. 3 (1967), pp. 459 ~ 464.
- 16) G. R. Irwin; Handbuck der Physik, 6 (1958), pp. 551 ~ 590.



---

## 航空宇宙技術研究所報告575号

昭和54年6月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182  
印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)

---

Printed in Japan