

境界層の流れと渦度モデル

小橋 安次郎

早川 道雄

Boundary Layer Flows and Vorticity Model

Yasujiro Kobadhi and Michio Hayakawa

The vorticity model is introduced so that the mechanism and the structure of the boundary layer flows can be made clear. The change of the flow structures from laminar to turbulent of the boundary layer can be attributed to the change of the activity of the vorticity family due to the growth of Reynolds number. The appearance of the organized structures in the turbulent boundary layers also can be explained by the change of the activity of the vertical structure.

1 渦度モデル

実在する流体には流れに生じた不連続を渦度を発生してなだらかな速度勾配を持つ剪断層に変える粘性の機能が備わっているが、これは不連続面上に並ぶ流体分子が一種の手を持っていて隣り合ったもの同士で押したり引いたりして回転のモーメントを伝えあっているためと考えられる。

不連続面上に層状に並んだ流体分子には不連続面の強さ u_0 に比例した

$$\omega_m = C_0 u_0 \quad (1)$$

の強さの渦度が生ずるがこれを渦度子 (Vorticle) と呼ぶとき、渦度子による粘性効果は

$$m l_m^2 \omega_m = \mu_m \quad (2)$$

のように表される。ここで m は渦度子の質量、 l_m は分子の平均自由行程に相当する手の長さで、 μ_m は流体の粘性係数である。

この結果、不連続面に接して $du = u_0 - u$ の速度差が生じて速度が補正されるが、こうして出来た渦度子の層は隣接する層のまだ渦度を帯びてない流体分子を自分の層に引っ張り込もうとするモーメントが働いて、誘導速度がこれを超えるまで互いに交じり合っ

このグループを渦度束 (Eddy) と呼ぶことにすると、渦度束もまた手を持っていて緩やかに回転しつつ押し合いながら移動していると考えられる。

渦度束は渦度子と渦度を持たない流体分子の集合体でその大きさ r は集団に参加する分子の総数を n_0 、渦度子の数を n とするとき

$$r^2 = n_0 l_m^2 \quad (3)$$

で与えられ、その粘性効果は $\phi = n / n_0$ と置いて

$$r^2 \omega = \phi \mu / \rho = \phi \nu \quad (4)$$

で与えられると考えてよい。ただし ρ は流体の密度、 ν は動粘性係数である。 r は流体の種類によって決まる大きさであり、 ϕ は渦度束の渦度の濃度を示す定数で流れの状態に依存すると考えられ、流れの速度 u_0 および剪断層の幅 δ を用いて無次元化することにより

$$\phi = C u_0 \delta / \nu = C R_\delta \quad (5)$$

レイノルズ数に比例することが判る。 C は流れの状態を表す常数である。

流れの不連続は渦度束の誘導速度によって緩和されるが、一層の渦度束だけで修正しきれない場合には、第2、第3の渦度束の層が現れて粘性

の役割を引き継ぐことになる。

レイノルズ数が小さい間は、それぞれの渦度束は緩やかに回転しながら整然と並んで移動していて層流の状態を保っているが、レイノルズ数が増大して渦度が強くなると動きが激しく隣同士との衝突などが起こって、配列の秩序が崩れ列外に飛び出して他の層の渦度束と交じり合うなどの乱雑な動きをするようになり流れは乱流に移移する。この意味で遷移とは渦度束の渦度が限界を超えて乱流状態に移行することに対応しており、そのときのレイノルズ数が臨界レイノルズ数と呼ぶ。渦度モデルでは臨界値を超えた渦度束を渦素子 (Turbulent eddy) と呼ぶが、渦素子もレイノルズ数が余り大きくない場合は動きが緩やかで、各自に勝手な動きを示すだけであるが、レイノルズ数の増大に伴って渦素子同士の干渉が起こり渦 (Vortex) と呼ぶ集団を作るようになる。

2 自由剪断流と壁面剪断流

剪断流は流れの不連続が生んだ渦度により作られた流れ場であるが、これには物体の下流に見られるような自由剪断流と物体表面に沿って発達する壁面剪断流とがある。いずれも渦度束や渦素子で構成されているが、前者では渦度子の一層ごとに隣接層との干渉が起こって渦度束を作っており、従って渦度束内の渦度の濃度 n/n_0 は一様であるのに対して後者では摩擦力の影響で渦度子の層の数が壁面近くで多く壁面から離れるにしたがって減少し自由剪断流の状態に近づいており、これに応じて渦度の濃度も壁面で高く壁面を離れるに従って低下しやがて自由剪断流の状態に近づく様な変化をするため両者の粘性効果に差が現れる。

いずれの場合も速度分布は

$$r\omega = C\phi(u_0 - u) \quad (6)$$

によって与えられるが、 $a = v_f$, $b = v_w$ と置き、無次元量 $Y = y/\delta$, $U = u/u_0$ を導入することによって自由剪断流では $\phi_f = a$ 、壁面剪断流では $\phi_w = b + (a-b)Y$ と置くことができ、夫々の速度分布が

$$U_f = 1 - \exp(-\alpha Y) \quad (7)$$

および

$$U_w = 1 - \exp(-\alpha Y) \exp(-\beta Y^2) \quad (8)$$

のように計算される。ただし $\alpha = a$, $\beta = (b-a)/2$ でいずれもレイノルズ数に比例する定数である。

3 層流境界層

層流境界層は前縁から伸びる自由剪断流と壁面から発達する壁面剪断流が重畳して構成されると考えてよく、速度は(8)を変形して得られる

$$U = 1 - \exp(-\alpha Y(1+e)) \exp(-\beta Y^2) \quad (9)$$

で与えられる。ただし、 e は二つの剪断流の厚さの差である。

図1に $\alpha = 3.4$, $\beta = 1.8$, $e = 0.07$ として得られた分布をブラジウス分布と比較してあるが極めてよい一致を示している。

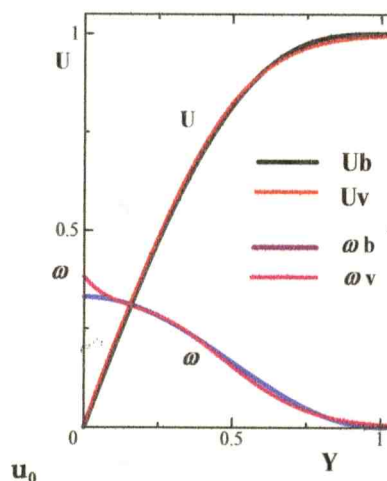


図1 層流境界層速度分布

加速、減速を伴う非定常流や圧力勾配を持つ流れでは速度や圧力の変化の他に剪断応力へ

の影響を考慮しなければならないが、流れ速度の u_0 からの変化分を u_m とし

$\alpha = \alpha u_0(1+U_m)\delta(1+e)$, $\beta = \beta u_0(1+U_m)\delta$ とおくことにより

$$U = 1 - (1 - U_m(\alpha + 2\beta Y)) \exp(-\alpha Y) \exp(-\beta Y^2) \quad (10)$$

のように計算される。図 2 に U_m の変化に伴う速度分布の変化が示されているが $U_m = -0.22$ で逆流が始まるという実験結果「2」「3」とも符合している。

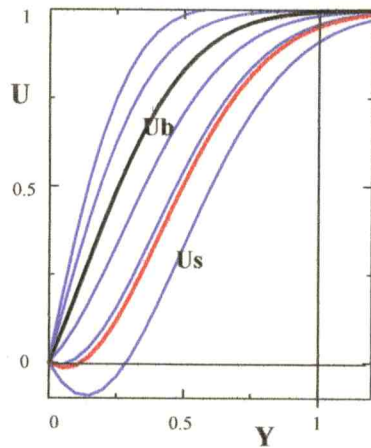


図 2 圧力勾配のある層流境界層

4 乱流境界層

乱流境界層では渦度束よりも激しい動きをする渦素子群のため層流境界層とは異なった様相が現れる。壁面のごく近傍では、渦素子の動きが抑制されて変動の緩やかな粘性底層が形成され、乱流はその外側から始まるが、此处でも渦素子間の干渉作用が強くないため壁乱流と呼ばれる比較的穏やかな内層が形成される。

内層では渦素子の平均移動距離（見掛けの径）は壁からの距離に比例して増大していて

$$r\omega = ydu/dy = u_\tau \quad (11)$$

が成り立つと考えられ、これから内層の対数速度分布が導かれる。 u_τ は摩擦速度で壁面の状態

および Reynolds 数に依存する定数である。

内層の外側では渦径の増加に伴って渦素子間の干渉が活発になり、乱流渦と呼ぶ渦の群落が周期的に出現する自由剪断流型になる。このため外層の流れは絶えず変化しているが、平均速度分布についてはレイノルズ数の広い範囲に亘って指数分布で表示出来ることを見出されている

$$U = Y^{N_w} \quad (12)$$

ただし $U = u/u_0$, $Y = y/\delta$, N_w は Reynolds 数の関数で $1/4 \sim 1/7.5$ の範囲の定数である [4]「5」。図 3 に速度分布の一例を示す。

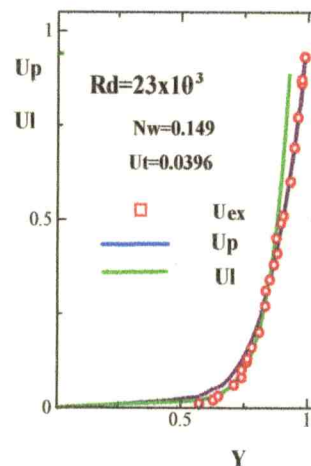


図 3 乱流境界層速度分布

乱流渦は渦素子が干渉し合って集団化し、一個の渦のような挙動をする自由剪断乱流の特徴的構造で乱流境界層外層の大半を占めている。このため外層の乱れは特別な構造を持っているように観測されるため秩序構造とも呼ばれている。

ただ秩序構造は固定的なものではなく、境界層内の速度差のため引き裂かれて幾つかの小グループに分裂し、さらに移動の途中で別の乱流渦から放出された渦群と合体して分裂前と同様な渦構造を作り出している。このため秩序構造は周期的に分裂と合体を繰り返すことになるが、その周期 ($T = u_0/\delta$) は 2.5 であることが実験的に知ら

れている。図4に秩序構造の形成と変遷の様子が示されている「6」。

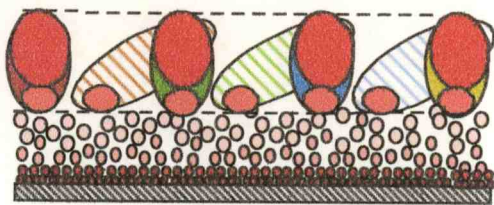


図4 秩序構造の形成

内層の乱れは相互干渉が小さく、本来は整然とした流れの筈であるが、外層の秩序構造の周期的変化に刺激されて、**周期的な変動**が現れる。いわゆる**バースト構造**である。バーストは発生位置の流れに乗って移動するが、その速度は外層秩序構造のほぼ半分で、これから得られる周期は $T=5$ である。

乱流境界層は Reynolds 数の広い範囲に亘って減衰することなく同じ構造を保つとされているが、これは乱れのエネルギーが内層から外層に向かって絶えず補給されているためで、これには外層の秩序構造による内層の攪乱作用が重要で、これによって作りだされた**バーストが乱れエネルギーの掘り起こしと運び屋の役目を果たしている**ためと考えられる。

なお、乱流境界層外層の速度分布については対数分布からの偏差に着目した**伴流法則**が一般に用いられているが、渦度モデルが敢て**指数分布**を固執する理由は**外層の秩序構造が分裂合体を繰り返して壁面の影響が届かない点**を主張したいためである。

5 結語

境界層の流れ構造を解明する手立てとして渦度モデルを提案している。モデルでは**渦度を持つ流体粒子を成長の過程に従って 渦度子、渦**

度束、渦素子、渦に分類しその特性に従って**層流から乱流への流れ構造の変化の説明を試みている。**

今回は渦度モデルを提案しその可能性について述べたが、今後このモデルが層流や乱れの形成過程や秩序構造の形成過程、更には内層に現れるバースト構造などの乱流の特徴的現象を単なる random 現象としてではなく、**それぞれの因果関係を含めて物理的に追求することに適用**されれば幸甚である。

なお、本論分は昨年の研究会と重複する点が多々ありますが、境界層の研究に尽力下さった谷先生を偲ぶ便としてお許し頂きたい。

最後に此の研究会を谷先生の記念講演会として計画して下さい宇宙航空技研の方々に深く感謝いたします。

参考文献

- 「1」小橋、早川:渦度モデルと境界層の造;
NAL シンポジウム May 2005
- 「2」小橋、恩地:非定常境界層の相似解とその安定;航空宇宙研究所報告 TP-42,1962
- 「3」中川、早川、小橋:非定常境界層の遷移
関する研究;日本機械学会誌、43巻
367号、1979(昭52)
- 「4」Kobashi, Y. and Hayakawa, M: Structure
of a turbulent boundary layer;
13th Australasian Fluid Mec Conf.
“Investigation and Control of
Boundary Layer, 1998”
- 「5」一条、小橋、乱流境界層の構造; Nagare
1-4, 350-359, 1982
- 「6」Ueda, H. and Hinze, J.O., Fine structure
turbulence in a wall region of a turbulent
boundary layer, J. Fluid Mech. 67, 125-43, 1975