

表面張力による液系分断機構の解明に関する数値解析

新城淳史、松山新吾、溝渕泰寛、小川哲
 (宇宙航空研究開発機構総合技術研究本部)
 梅村章
 (名古屋大学大学院工学研究科)

Numerical study on ligament breakup mechanism due to capillary force

by
 J. Shinjo, S. Matsuyama, Y. Mizobuchi, S. Ogawa
 (Institute of Aerospace Technology, Japan Aerospace Exploration Agency)
 A. Umemura
 (Department of Aerospace Engineering, Nagoya University)

ABSTRACT

This paper presents a numerical study on ligament breakup mechanism due to capillary force. In contrast to the classical Rayleigh analysis, the effect of ligament tip is included to examine the role of capillary waves from the tip. The numerical setup corresponds to a series of microgravity experiments conducted at Nagoya University. Based on Weber's similarity law ($We \sim O(1)$), a low-speed jet of liquid SF_6 is injected into high-pressure (9.1MPa) ambient nitrogen and short-wave breakup that is different from Rayleigh's analysis is observed in the experiment. The present numerical simulation has reproduced the same pinch-off and shown that droplet pinch-off from the tip is a combination of multiple phenomena. One is the short-wave breakup. Capillary waves from the tip propagate upstream, become unstable and lead to droplet formation at the tip. This is a closed and self-sustained cycle. This destabilization process is driven by the dynamics of the tip bulb and capillary waves. The elongation by the gas flow also strengthens the pinch-off. As the liquid column length becomes longer, the other mode of long-wave instability also appears. This mode corresponds to the convective Rayleigh mode. Short capillary waves from the tip reach the nozzle exit and are reflected. They become the source of this convective instability. The present study has shown that the ligament tip plays an important role in droplet breakup.

1. はじめに

液体の微粒化はその工学的応用の広さから非常に重要な現象の一つであるが、その物理過程が完全に理解されているとは言い難い。一般に液体噴流を考えたとき、以下の現象が起こっている。噴流コアは気体の乱流によって表面が乱され、その表面から微細な液系が生成される。この液系からは分裂によって液滴が生成される。この液滴は更に分裂して小さな液滴になっていく。

ここで我々は液系から液滴が生成される過程に注目する。一般にレーリー解析はウェーバー数が1よりも小さい領域での液柱の安定性を論じるが、ウェーバー数が1のオーダーになったときに液系を効果的に分断するメカニズムがあれば、上述の噴流の問題ではその過程が先に起こり液滴が生成される。また、レーリー解析は無有限長あるいは半無限長の液柱に初期擾乱を与え、その時間あるいは空間発展を見るが、有限長の液柱への適用は行われておらず、また初期擾乱の起源も明らかではない。

そこで、液系からの液滴生成のプロセスを探るために、ウェーバーの相似則に基づきスケールアップした近臨界液柱分断の微小重力実験を実施した[1,2]。概念を図1に示す。このとき、ウェーバー数が1のオーダーのときに液柱端面からレーリー波長よりも短い波長での液滴の生成が観察された。我々は、これを1次元線形理論で体系付け、それが端面からの表面張力波の生成・伝播、その表面張力波の不安定化による端面の分断、次にそれをまた繰り返すというメカニズムを提唱した[1-6]。これは、無限液柱に初期擾乱を与えて安定性を議論するレーリー解析とは異なり、端面を持つ有限長の液柱で継続的に起こり、かつ外からの初期擾乱で駆動されていない自励的な分断機構である。

本研究では、理論や実験では取り扱いが難しい3次元流れ場の影響や粘性の影響を議論するために、上記実験に対応した数値計算を行い、端面での表面張力波の役割とその分断機構を明らかにする。流れ条件によっていくつかの特徴的な現象が現れることがこれまでの実験により確かめら

れているが[1,2]、ここでは特に表面張力係数が非常に小さくかつ気流から伸張を受ける条件での解析結果について分断機構を明らかにする。

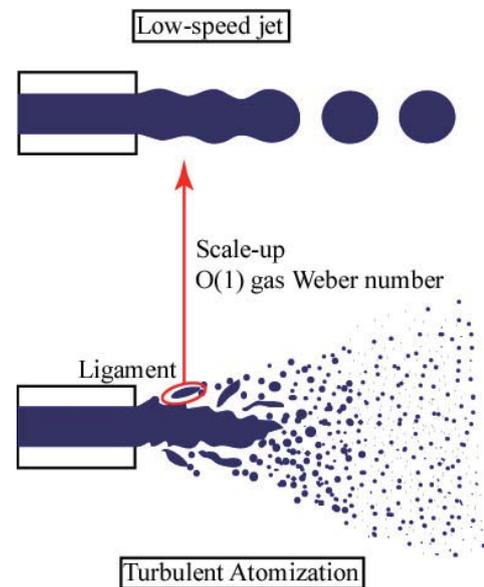


図1 液滴生成の解明のための概念図

2. 実験事実

実際の液系は非常に小さくかつ高速で運動するため観察が難しい。ここでは、表面張力の小さい液体を用いてウェーバーの相似則によりスケールアップして時空分解能を上げ観察を可能にする。液体としては SF_6 を使い、常温高压の窒素中に噴射することで近臨界状態にして表面張力を小さくした。この条件では、ノズル直径 0.1mm 程度、液体流速が数十 cm/s の噴射で、分断現象を観察することができる。

重力はこの現象にとって邪魔であるので落下塔による微小重力環境で実験を行っている。

図2は、雰囲気気圧 9.1MPa の室素中に液を噴射したときのバックライトによる写真である。この写真は毎秒 1000 コマで撮影されている。このシリーズの実験ではタンクの液自身の圧力で噴射しているため実験開始とともに圧が下がり噴射速度は次第に低下していく。一方、周りの室素は初期に形成された大きな循環流が実験時間中に容器内に残るため、高速の気流中に低速で液を噴射した状況になっており、実際の液糸がさらされる状況に近い。ノズル出口からしばらくは液表面の変形はほとんど認められないが、先端から連続的に液滴を生成していることが分かる。液の分断波長はレーザ解析によるもっとも不安定な波の値（液柱半径の約 9 倍）よりも短く、液柱半径の 3 倍程度である。また、同じ気液速度差を持つ条件で液体の噴射速度の方が速い場合に比べ、はるかに短い距離で分断が起こることが観察されている。

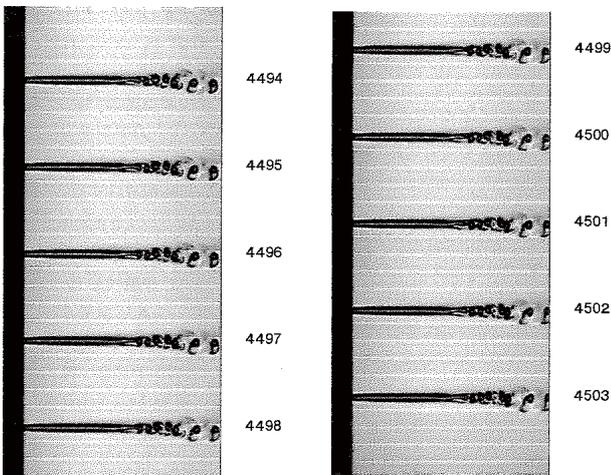


図2 実験による瞬間写真。番号はコマ数を表す。液は左から右へと噴射されている。

3. 計算手法

支配方程式は非圧縮の 3 次元ナビエストークス方程式である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho &= -\rho \nabla \cdot \mathbf{u} \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} &= -\frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{S}_U + \frac{1}{\rho} \mathbf{F}_{SV} \\ \frac{\partial e}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) e &= -\frac{p}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{S}_E \end{aligned} \quad (1)$$

ここで ρ, \mathbf{u}, e はそれぞれ密度、速度、内部エネルギーである。エネルギーの式は圧力のポアソン方程式に変換して解いている。 \mathbf{S}_U と \mathbf{S}_E は粘性項を表し、 \mathbf{F}_{SV} は体積力に変換された表面張力の項である。気液界面の追跡にはレベルセット法と VOF 法を組み合わせ用い[7,8]、流れ場は CIP 法を用いて解いている。レベルセット関数は界面からの符号付き距離関数として定義し、

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) F = 0 \quad (2)$$

に従う。これを以下の式で密度関数に変換する。

$$\phi = \begin{cases} 1.0 & F > \alpha \\ \frac{1}{2} \left[\frac{F}{\alpha} + \frac{1}{\pi} \sin \left(\pi \frac{F}{\alpha} \right) \right] + 0.5 & |F| \leq \alpha \\ 0.0 & F < -\alpha \end{cases} \quad (3)$$

ここで α は格子幅とした。なお、レベルセット関数の勾配の絶対値が 1 である条件が数値的に崩れてくるのを防ぐために各ステップで再初期化を施している。

表面張力の項は CSF 法[9]を用い、

$$\mathbf{F}_{SV} = \sigma \kappa \frac{\nabla \phi}{(\phi_{\max} - \phi_{\min})} \quad (4)$$

とした。ここで σ は表面張力係数、 κ は曲率である。詳細は、文献[10]を参照されたい。解析領域は長さ $50a$ 、幅 $10a$ 、高さ $10a$ の直方体領域とした。格子点数は、約 500 万点である。

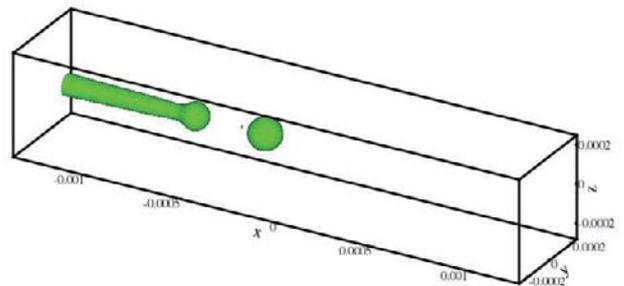
計算条件は、表 1 に示すとおりである。ノズル出口からの液の速度は固定した。その他の境界は自由流出境界とした。また系に初期擾乱は与えていない。

表 1 計算条件

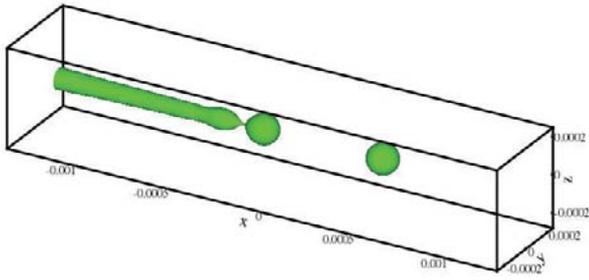
ノズル直径 $D=2a$	初期液柱長さ	液体速度	気体速度	周囲圧力
0.1 mm	$4.7a$	0.02 m/s	0.1 m/s	9.1 MPa
液体密度	液体温度	気体温度	表面張力係数	液体粘性係数
1394 kg/m ³	300K	308K	0.02e-3 N/m	9.06e-5 Pa·s

4. 結果

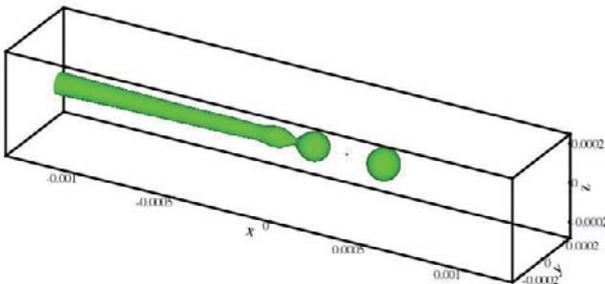
図3に、本計算で得られた液柱形状の例を示す。ここでの時刻は、実際の時刻を表面張力波の特性速度 $U = \sqrt{\sigma/\rho a}$ [4,10]と液柱半径 a を用いて無次元化してある。初期に短い状態であった液柱は、気流により伸張を受けて長さが増える。同時に、先端では継続的に分断し液滴を生成していることが分かる。表面張力の作用により、生成された液滴は振動しながら球になり、分断後の端面は急速に丸まり上流側に表面張力波を伝える。液柱の伸張は、ノズル出口から離れるほど弱くなり、ある長さで液柱の噴射と分断が平均的に釣り合う。本数値計算においても、微小重力実験で観察されたのと同じように、先端から連続的に液滴を生成する現象が再現されている。



(a) t=10



(b) t=15



(c) t=20

図3 計算で得られた液柱形状の時間履歴

液柱表面の変位の時間履歴を見るために、図4に横軸に液柱先端からの距離として縦軸に変位の絶対値を示す。1つの図で1回分の分断の間の履歴を示してある。また、横軸を先端からの距離で表しているのは、この分断が先端付近 ($x/a < 4$ 程度) に局限されておりその動きが各分断で同じであることを見るためである。最初の山 (B点) は先端液塊膨らみ部、2番目の山 (C点) は第1絞りを表している。この図では、山が1に達したときが分断したときを表している。

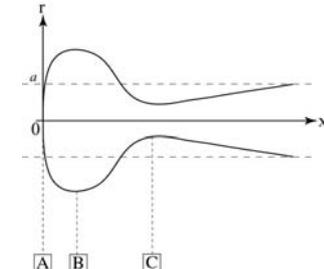
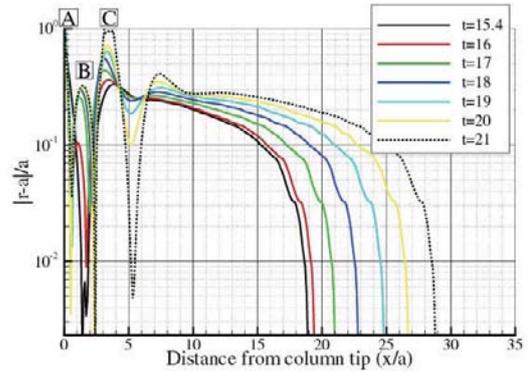
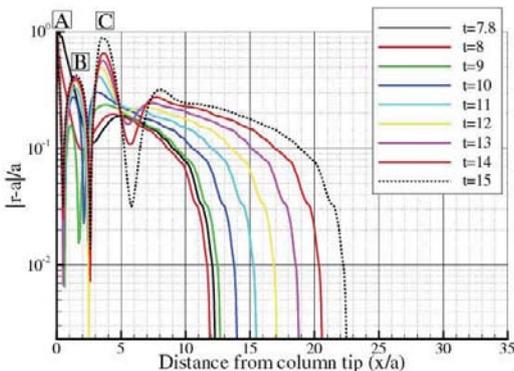


図4 表面変位の時間履歴の例 (液柱が短いとき)

t=15 および 21 までの分断では、先端付近の動きはほぼ同じであり第1絞り部の変位が指数関数的に増加し分断に至っている。液柱の根元部 (図では右側) はその形状を変えずに気流に引きずられて長さが伸びているだけであるから、現象は先端部近傍で閉じており、しかも各回の分断において同じ挙動である。観察された分断波長は約 $3a$ であり、レーリー解析で予想される最大不安定波長の約 $9a$ よりも短い。

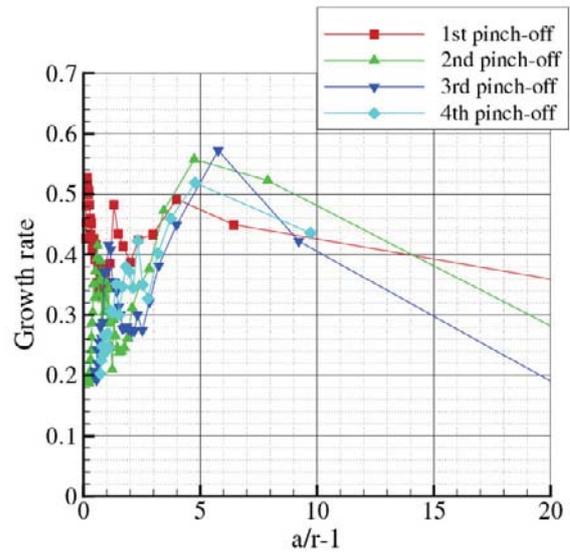


図5 増幅率の様子

この現象において、第1絞りの増幅率を図5に示す。本計算では増幅率 γ は最絞り部において、

$$\gamma = \frac{1}{\delta} \frac{d\delta}{dt} = \frac{a - \delta}{2\delta} \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=neck} \quad (5)$$

によって算出される[4]。ここでは座標 x と軸速度 u はノズルから噴射液先端に向かった方向を正に取っており、 δ は変位を表す。図5の横軸は、時間の代わりに絞りの程度を

表している。立ち上がりの初期は増幅率が一旦減少するが、これは表面張力波を伝播させている過程に相当する。実際、表面張力波による母線方向の表面張力は絞りを戻そうとして上流に波を伝播させるからである。この後、増幅率は上下しながら遷移し絞り部は不安定化する。この間、増幅率は常に正であるから絞りは進行し続けている。絞り部の半径方向表面張力が母線方向表面張力よりも大きくなると急速に分断に至る。増幅率が $a/r-1$ が 5 の手前付近で増大するのはこの分断直前の動きを示している。このことは、表面張力の各作用方向の強さを表した次の図 6 から確認できる。

図 6 の横軸は、半径方向（曲率半径 r ）の表面張力の寄与を表しており右に行くほど絞り部の絞りが進行していくことを表す。一方の縦軸は、母線方向（曲率半径 R ）の表面張力の寄与を表し、この図では下に行くほど強くなる。この方向の力は絞り部を元に戻そうとし、それは上流側に表面張力波を伝えることになる。傾き-1 で示した太実線は両者が釣り合った状態を表す。結果を見ると、殆ど両者が釣り合った状態で推移していることがわかるが、初期段階では表面張力波の伝播がやや強くそれが次に不安定化していくことがわかる。そして、分断直前に急速に右方向に動き分断に至る。気体による伸張を受けない場合は、初期には表面張力波の作用つまり母線方向の力がより大きく出ることがわかるが、ここでは伸張により修正を受けている。なお、このケースでは気体圧力の作用は殆ど効いていない。

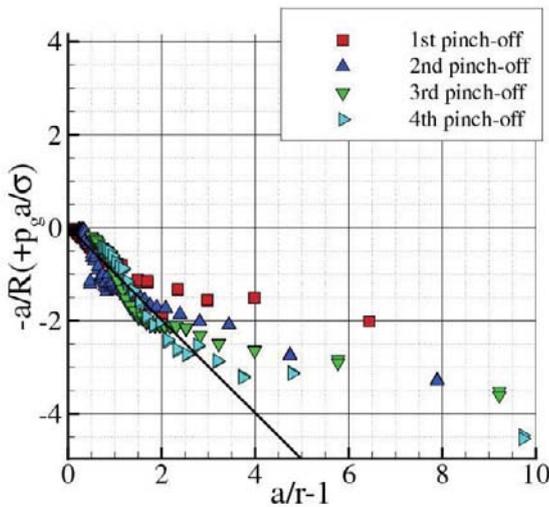


図 6 各分断における半径方向および母線方向表面張力の変遷。ガス圧の作用を加えた点も同時にプロットしているが差が小さいため殆ど重なって見える。

先端が丸まり、表面張力波を形成するときの先端付近の流れ場を可視化したのが図 7 である。ここで、圧力の表示は p_g を雰囲気圧として $\Delta p = [p - (p_g + \sigma/a)] / (\sigma/a)$ であり、速度場は先端速度を u_{tip} として $u' = (u - u_{tip}) / U_c$ で描いてある。液相よりも速く流れる気相側によって液相の表面が引きずられ表面流を形成するために先端液塊内に循環流を形成する。この表面流により形成される循環流により先端液塊内部の圧力分布が生じ表面張力波を少し弱めている。また、第 1 絞り部では伸張により軸方向の流れができ絞りを進行させやすくする効果がある。従って、同じ気流速度差を持つが液体の速度の方が速い場合に比べ、このケースの方が分断は強く起こる。

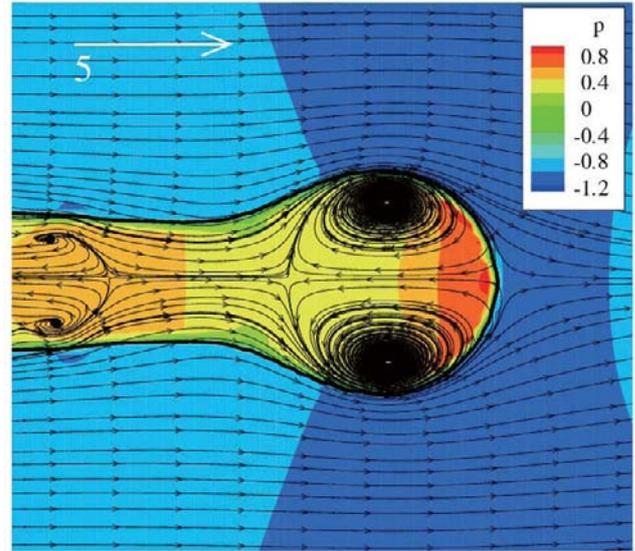


図 7 $t=4$ での圧力場と流線。参照矢印は特性速度の 5 倍を表す。

このように、先端の収縮で引き起こされる表面張力波が伝播し不安定化して分断を起こし、次のサイクルを繰り返すのは先端近傍に局限した分断メカニズムであり、従来の微粒化の考え方とは異なるものである。

次に、時間がより経過したときの液柱の運動の様子を見てみる。図 8 には、分断長さと同分断時間の履歴を示す。

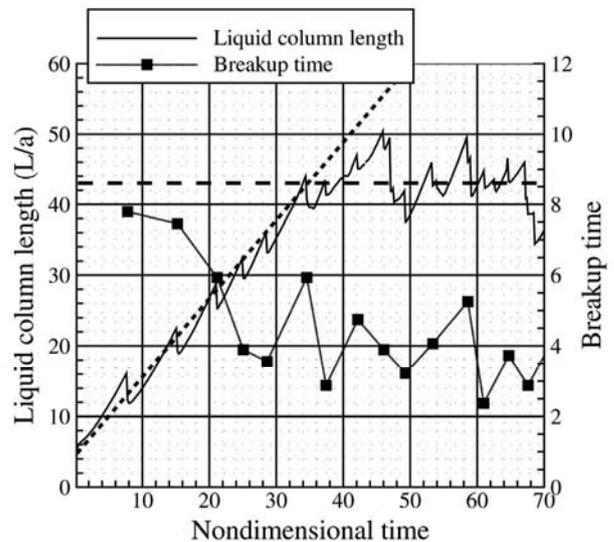


図 8 分断距離と同分断時間の変遷

$t < 34$ の領域では、液柱長さがほぼ線形に伸びながら分断を起こしている様子が見取れる。これは、これまで述べてきた短波長の分断に相当する。 $t > 34$ では、液柱長さは伸びなくなり、長さ 43 付近を平均値としてその周りに揺らぐようになる。また、分断時間も初めは減少傾向であったものが平均値 4 の周りに揺らぐようになる。この図より、 $t = 34$ 付近で分断のモードが切り替わっているように見える。

そこで、以下では液柱が相対的に長くなった場合の分断を見てみる。図 9 に図 4 と同じプロット法で描いた表面変位の履歴を 2 つの時点を例に示す。図 4 と異なり、先端の上流側に長い波長の表面変形が観察される。

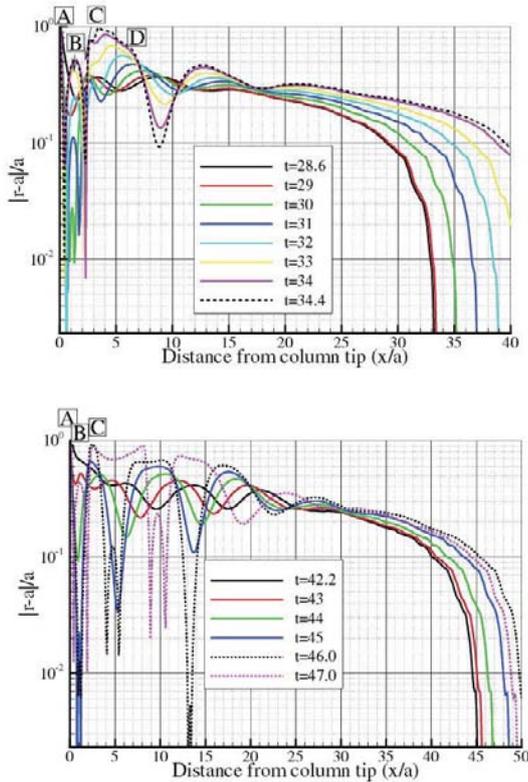


図9 表面変位の履歴の例 (液柱が長いとき)

また図 10 には、端的な例として 2 つの時刻における分断波長の違いを示す。図 9、10 ともに、時間が経過し液柱が長くなった時点で分断の波長が異なることがわかる。

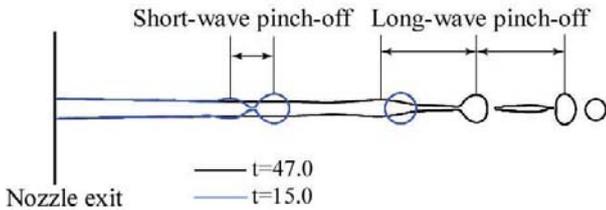


図 10 表面波長の違い

後者の長い方の波長は、ノズル出口半径の約 7.5 倍になっている。この値は、ノズル半径出口に対するものであるが、液柱は気流により伸張を受けている。伸張により下流に行くにしたがって平均的に半径が減る効果を補正すると、半径の約 9 倍の波長になっている。これは、レーリー解析で現れる長波長不安定に相当している。また、この波の移動速度は、液柱表面の液の移動速度にほぼ一致しているため、液柱から見れば相対的に静止している。つまり液柱と共に流下しながら振幅を増している不安定波である。これは、液柱が長くなったことにより、液が流下する間にレーリー不安定が成長する十分な時間ができたことを意味する。この計算では、初期擾乱を加えていない。したがって不安定性の源となる擾乱はどこかで作られなければならない[11]。そしてその擾乱が不安定化する。不安定化の要因はいくつか指摘されているが[3-6]、今考えている条件ではガス圧の寄与は小さいので、気流の影響で不安定化している

とは考えにくい。従って、ノズル出口での表面張力波の反射を考える。

図 10 を見ると、ノズル出口からしばらくの領域では液柱表面は滑らかに見える。しかし細かく見るとノズル出口直後から表面には小さな変形が起きている。図 11 には、時刻 $t=27$ の形状を基準にしてその差をプロットした図を示す。差を取るの液の加速効果を取り除くためである。

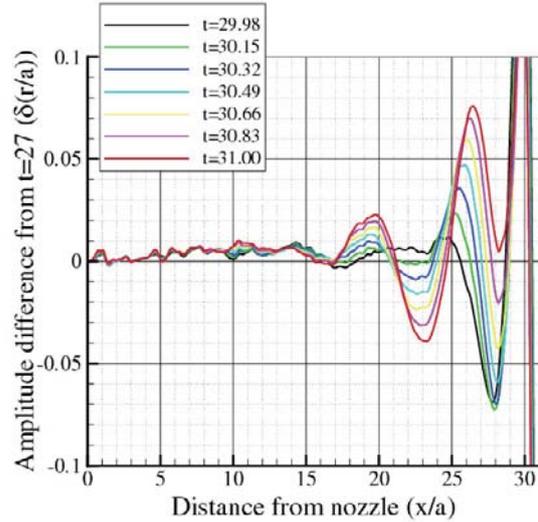


図 11 表面形状の変遷。t=27 からの差を表示。

ノズル直後の表面にも変形が伝わってきている。表面張力波は分散性の強い波である[10]。波長の短い表面張力波の伝播速度は大きいので液の噴射速度に打ち勝って上流に伝播することができる場合がある(ただし波長の短い波は粘性の影響で減衰しやすい)。ノズルに達した表面張力波は反射される。この際には、液の速度によりドップラーシフトを受け、波長が長くなる。反射波の波長が十分長くなったとき伝播性が消失し不安定波に転化する。

このときの様子は、ドップラー効果を取り入れた 1 次元の波動伝播方程式を用いて解析することができる[11]。フーリエ分解された波(波数 k)の波頭の移動の方程式を一般形で次のように書く。

$$\frac{dx_k}{dt} = U(x_k) + c_r(k, a_B(x_k)) \tag{6}$$

ここで、 U は局所の液の速度を表し数値計算で得られた値を用いる。波長の小さい表面張力波では液柱表面速度、波長の長い不安定波では軸断面平均速度にとる。 a_B は数値計算で得られる局所の液柱半径である。 c_r は波の位相速度で、伝播性のある表面張力波では以下の式に従い、伝播性のない不安定波では 0 である。位置と速度の符号はノズル出口から下流方向に正にとるものとする。なお、波数の大きい表面張力波ほど伝播速度が大きい。

$$c_r = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho} \left(k - \frac{1}{ka_B^2} \right)} \tag{7}$$

波数はドップラーシフトを受けて変化し $ka=1$ となると不安定波に転化する。以上の式を用いて、計算開始時 ($t=0$) に液柱先端から上流に遡る表面張力波の挙動を解析してみた。

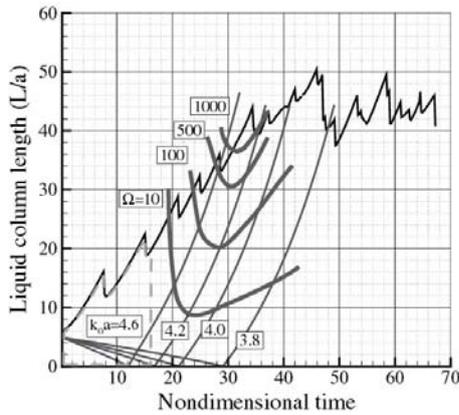


図 12 1次元の波頭の移動計算と数値計算による分断距離。増幅率 (Ω) も表示してある。

図 12 にその結果を示す。数値計算による液柱長さのプロットとともに、4つの波数のケースについて波頭の位置と不安定化してからのレーリー解析の増幅率 (Ω) をプロットした。ごく小さな先端からの表面張力波でもそれが遡り、ノズルで反射し不安定化する間に100倍以上の振幅を持ち分断に至ることができることと、発達に要する時間と計算による長波長モードの出現時刻が一致していることがわかる。したがって、このレーリーモードは端面からの表面張力波が上流に伝播しノズルで反射し流下するうちに分断を引き起こすのに十分な発達をすることで起こされている。分断の初期にレーリーモードが観察されなかったのは液柱長さが短いため十分な発達ができなかったからである。

一度、このレーリーモードが起ると液柱長さに関してはこちらが支配的になるため、平均的には液柱長さが伸びることはなくなる。ただし、先端で丸まろうとし短波長分断を起こそうとする動きが消えているわけではないので、両者は重ね合わさり、図8で見たように分断距離と分断時間において揺らぎを生むようになる。

このように、先端での分断は短波長分断とレーリー不安定が同時に存在する言わば多価の解になっていることがわかった。擾乱の発生源は端面であるから、このサイクルは自励的かつ継続的に起こる分断現象であり、外部からの擾乱で駆動されているわけではない。従来の解析では説明できない実験結果を端面の影響を考慮すれば説明することができることが重要である。

5. 結論

微小重力実験で観察された液柱端面からの連続的な分断現象を解明するために数値解析を行っている。ここでは、特に気体により伸張を受ける条件でこの分断現象を解析した。

分断の初期の段階では、液柱の先端部に局限された分断が起こる。これは先端からの表面張力波が不安定化し短波長での分断を引き起こしている。伸張の効果によりこの動きは促進されている。これは従来の考え方とは異なる微粒化メカニズムである。

伸張により次第に液柱長さが長くなってくると、液柱表面にレーリーの不安定波に相当する長波長の変形が出来始め、やがてこのモードによる分断が起こるようになる。これは、先端からの表面張力波がノズル出口まで達し反射することによって不安定波に転化しているために起きている。この両者は重ね合わさってダイナミックに分断を引き起こ

しているため、分断距離や分断時間に揺らぎを生じさせている。

このように、端面が液柱分断に与える影響は大きく、端面を考慮しない解析では説明できない実験結果を液柱端面の影響を考慮することによって説明できることがわかった。

参考文献

- 1) 梅村、日本マイクログラフィティ応用学会誌、21、293-299 (2004)
- 2) A. Umemura, Y. Wakashima, Proc. Combust. Inst., 29, 633-640 (2002)
- 3) 梅村、日本燃焼学会誌、46、50-59 (2004)
- 4) 梅村、噴射液の自己不安定化機構の理論的研究 (第1報: 噴射液の不安定化に関連する表面張力波)、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 640, pp216-223, 2007
- 5) 梅村、噴射液の自己不安定化機構の理論的研究 (第2報: 分断フィードバックループ)、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 640, pp224-231, 2007
- 6) 梅村、噴射液の自己不安定化機構の理論的研究 (第3報: 短距離分断過程の一次元計算)、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 643, pp359-366, 2007
- 7) M. Sussman, P. Smereka, S. Osher, J. Comput. Phys., 114, 146-159 (1994)
- 8) 姫野、渡辺、日本機械学会論文集 (B編) 69巻 687号 2400-2407 (2003)
- 9) J.U. Brackbill, D.B. Kothe, C. Zemach, J. Comput. Phys., 100, 335-354 (1992)
- 10) 新城、小川、梅村、液膜端の収縮により発生する表面張力波の特性、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 641, pp273-281, 2007
- 11) 新城、松山、溝渕、小川、梅村、液糸先端の収縮により発生する表面張力波と分断機構の解明、日本航空宇宙学会誌、投稿予定