

## A2 宇宙用展開膜の初期変形が等価曲げ剛性に及ぼす影響

山崎 歩 (東工大・院), 古谷 寛 (東工大・総理工)

Ayumu Yamasaki(Tokyo Institute of Technology), Hiroshi Furuya(Tokyo Institute of Technology)

### 1. 序論

ソーラーセイルなどに代表される宇宙用大型展開膜構造物は、膜を主な構造部材としており、その変形状態は構造全体の推進効率や姿勢制御ならびに膜面上に貼付される太陽電池セルの起電効率などに影響を及ぼすだけでなく、膜構造物全体の剛性に影響する。膜の剛性は、構造全体の形状や挙動、姿勢や振動性状などを推測する上で必要な要素であり、その把握は重要である。

これまで、大型展開膜は理想的な平膜としてその膜剛性が推定されてきたが、2010年にJAXAにより打ち上げられた小型ソーラー電力セイルIKAROS<sup>(1)</sup>のフライトデータから、膜剛性が推定よりも増加していることが確認された。これを受け、現在、展開膜に関する剛性増加の様々な要因の検討が進められており、膜面に生じる折ぐせやしわによる膜剛性への影響が無視できないことが明らかになってきた。

展開膜は膜厚が非常に薄く、膜の収納時に生じる折ぐせやしわ、展開後の姿勢状態に伴ううねりなどといった初期変形が膜面全体に生じやすい。これらの初期変形は膜厚に対して大きな変形であり、重力が微小な宇宙空間では初期変形の形状が維持され、膜の剛性に少なからず影響を与えると考えられる。

本研究では、膜面全体に生じる初期変形が膜の等価曲げ剛性に及ぼす影響を数値解析を通して定量的に、理論的な考察とともに議論する。数値解析では、固有振動数解析ならびに変形解析を用いて、固有振動数や変形量から膜の等価曲げ剛性を推定する。理論的な考察では、初期変形を有する膜の等価曲げ剛性を初期変形の標準偏差や初期変形の空間波長を考慮して評価する。また、本論文では、これまで明らかになった初期変形による剛性増加の傾向に加え、初期変形に含まれる空間波長について詳細な考察を行う。

### 2. 初期変形を有する膜のモデル化

#### 2-1 Fourier級数による初期変形のモデル化

本研究では、膜面の初期変形が膜厚に対し大きなしわや折ぐせから成り、膜全体にランダムに生じていると仮定する。Fourier級数展開で初期変形をモデル化し、有限要素法による固有振動数解

析、変形解析を用いて初期変形が薄膜の等価曲げ剛性に及ぼす影響を検討する。図1は初期変形を有する膜の概形を表し、 $w_{init}(x, y)$ は初期変形のz方向位置を示す。

初期変形を有する膜モデルの弾性中立面が、等価な平板の中立面と一致すると考えると、中立面はx軸方向とy軸方向に対して式(1)を満足する<sup>(2)</sup>。

$$\int w_{init}(x, y)dx = \int w_{init}(x, y)dy = 0 \quad (1)$$

縦横それぞれ  $l_x, l_y$  である膜において、式(1)の条件を満足する初期変形はFourier級数展開により式(2)で表される。

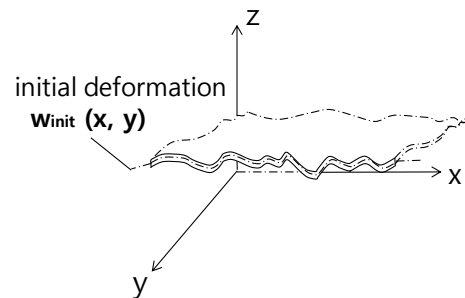


図1 ランダムな初期変形を有する膜モデル

$$w_{init}(x, y) = \sum_m \sum_n W_{init, mn} \sin\left(\frac{2m\pi x}{l_x} + \theta_{x, mn}\right) \sin\left(\frac{2n\pi y}{l_y} + \theta_{y, mn}\right) \quad (2)$$

$m, n = 1, 2, 3, \dots$

このとき  $m, n$  はそれぞれ x 軸方向、y 軸方向の初期変形に含まれる空間波長モードの次数であり、 $W_{init, mn}$  はその大きさを表す。 $\theta_{x, mn}$  と  $\theta_{y, mn}$  は、各空間波長モードの位相角を表しており、一様乱数として与えることでランダムな初期変形を生成する。 $l_x, l_y$  は膜サイズを表す。

#### 2-2 初期変形を有する膜の等価曲げ剛性の考察

次に、初期変形を有する膜の等価曲げ剛性について検討する<sup>(3)(4)</sup>。初期変形を有する膜は等方性一様平板であると仮定し、図2に示す断面を考え

る。膜厚方向に中立軸からの距離を  $z$  とし、膜厚を  $t$  とする。等価曲げ剛性は  $x, y$  方向の平均断面二次モーメントで与えられると仮定すると、式(3)で求められる。

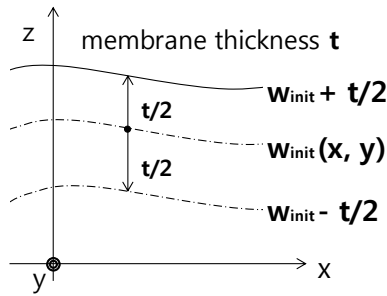


図 2 初期変形を有する膜の断面

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \iint_{0,0}^{l_x, l_y} \left( \int_{w_{init}-t/2}^{w_{init}+t/2} z^2 dz \right) dx dy / \iint_{0,0}^{l_x, l_y} dx dy \quad (3)$$

$$= \frac{Et}{1-\nu^2} \overline{w_{init}^2} + D_0 \quad (4)$$

$$= \frac{Et}{1-\nu^2} \delta^2 + D_0 \quad (5)$$

$$\frac{D}{D_0} = 1 + 12 \left( \frac{\delta}{t} \right)^2 \quad (6)$$

$$\delta^2 = \frac{1}{4} \sum_m \sum_n W_{init,mm}^2 \quad (7)$$

式(3)を展開し、平板の剛性を  $D_0$  とおくと式(4)のように表される。また、 $\delta$  を膜の初期変形の標準偏差とすると等価曲げ剛性は式(5)となり、初期変形を有する膜の等価曲げ剛性と平板の等価曲げ剛性の比は、式(6)に示すように無次元値  $\delta/t$  で表される。ここで、式(2)、(4)より、初期変形の標準偏差は式(7)のように導かれる。以上より、本研究では初期変形の標準偏差  $\delta$  と、膜厚  $t$  の比  $\delta/t$  を無次元パラメータとして、等価曲げ剛性を検討する。

### 3. 数値解析による等価曲げ剛性評価

#### 3-1 数値解析の概要

本研究では、有限要素解析プログラムとして GENESIS 12.0<sup>5)</sup>を用いて固有振動数解析、変形解析を行う。

解析膜モデルは、一辺20 mの正方形シェルモデルを用いる。このサイズは実際の宇宙用大型膜の

規模を想定し設定した。材料はヤング率  $E = 3.0$  GPa、ポアソン比  $\nu = 0.3$ 、密度  $\rho = 1.5$  g/cm<sup>3</sup> の標準的なポリイミド膜を仮定し、膜厚は  $t = 0.1$  mm とした。数値解析に用いる要素は、初期変形の形状の再現性を考慮し、三角形シェルの2次要素を採用した。また、薄膜は初期変形を有する場合でも等方性一様平板であると仮定している。解析膜モデルの境界条件は、実験室レベルでの検討を考慮し、4辺周辺単純支持と、宇宙空間を想定した4辺周辺自由の2ケースについて検討する。

膜モデルの要素分割は、初期変形を与えていない平膜モデルの解析結果を参考にし、縦横50×50に等分割した。初期変形を有する膜モデルでは、初期変形に含まれる空間波長モード次数に応じて、十分な要素分割を行う必要がある。そのため、実際に本研究で検討する初期変形の空間波長モード次数  $m, n$  を1から20まで含むモデルで確認したところ、要素分割を50分割とした場合の解析解がおおむね収束していることを確認した。しかし、検討を進める中で、初期変形の無次元パラメータ  $\delta/t$  が增大すると、収束しにくくなり、分割数を増やす必要があることが明らかとなった。そのため、一部100分割を用いて検討を行っている。

また本研究では、一方向にのみ初期変形を有する膜モデル(波板モデル)については、固有振動数解析を適用すると、初期変形の影響が顕著に現れた固有振動モードが優位に出てしまい、剛性に寄与する固有モードの判別が困難なため、変形解析を用いて剛性を検討している。また、一部の膜モデルについても固有振動数解析による結果の妥当性を検討するために変形解析結果との整合性を確認している。変形解析における諸条件は、固有振動数解析とほぼ同様である。

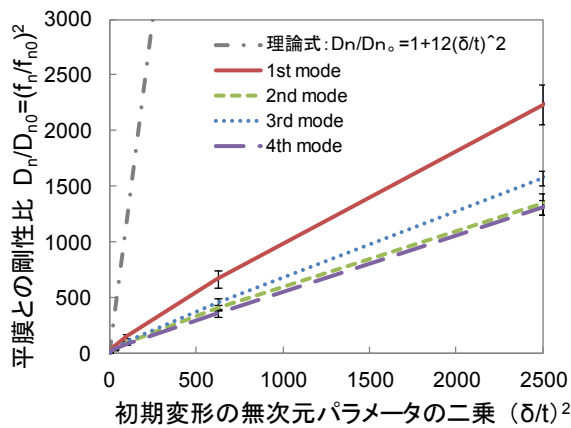
#### 3-2 初期変形の無次元パラメータによる剛性評価

本研究では、初期変形を有する膜の等価曲げ剛性について、式(6)に示すように初期変形を有する膜と平膜の剛性の比を用いて評価する。等価曲げ剛性は、固有振動数の二乗に比例するため、固有振動数解析で得られる膜モデルの固有振動数をもとに等価曲げ剛性を算出する。

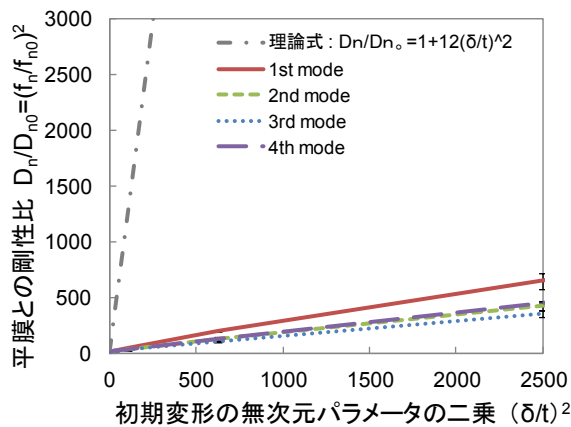
まず、薄膜の初期変形の大きさが等価曲げ剛性に及ぼす影響について検討する。図3と図4は、初期変形の無次元パラメータ  $\delta/t$  と薄膜の等価曲げ剛性との関係である。図3の横軸は  $\delta/t$  の二乗であり、縦軸は初期変形を有する膜の数値解析値と平膜の等価曲げ剛性比を示しており、(a)は周辺単純支持、(b)は周辺自由の場合である。図の

結果は、空間波長モード次数  $m, n$  を 1 から 20 まで含む初期変形を有する膜モデルの場合であり、このとき各空間波長モードは、初期変形の一定の標準偏差  $\delta$  の下において同じパワー ( $W_{init, mn}$ ) を与えている。また、図には基本振動モード (1st mode) から 4 次モード (4th mode) を示し、それぞれの解析結果は、異なるランダムさの初期変形をもつ膜モデル 5 パターンの平均値である。

図 3 より、数値解析値の等価曲げ剛性比は理論式と同様、 $(\delta/t)^2$  におおむね比例していることが示される。その一方で、振動モード毎に等価曲げ剛性比が異なっており、全体的に理論式に比べ傾きが小さい。また、境界条件によっても傾きが異なり、周辺自由の場合では周辺単純支持の場合に比べて等価曲げ剛性比が全体的に小さい傾向であることが明らかとなった。



(a) 周辺単純支持 (SS)



(b) 周辺自由 (FF)

図 3 無次元パラメータ  $\delta/t$  に対する等価曲げ剛性比

図 4 では、横軸は図 3 と同様  $\delta/t$  の二乗であり、縦軸は初期変形を有する膜の数値解析から得られた剛性と、式 (6) により一様等方性平板として推定

した剛性の比を示している。グラフは両対数で示し、結果は空間波長モード次数  $m, n$  を 1 から 20 まで含む初期変形の膜モデルのものである。図には、周辺単純支持の場合の 1 次モード (2D(SS)), 周辺自由の場合の 1 次モード (2D(FF)), 加えて比較対象として一方向にのみ初期変形を有する、いわゆる波板モデル (1D) の結果を示す。

図 4 より、波板モデル (1D) はおおむね式 (6) に対応する剛性比であることに対して、ランダムに初期変形を有する膜モデル (2D) では、式 (6) の剛性比に対し、 $(\delta/t)^2 = 100$  で剛性比が約 10 分の 1 オーダーと著しく小さい値であることが分かる。

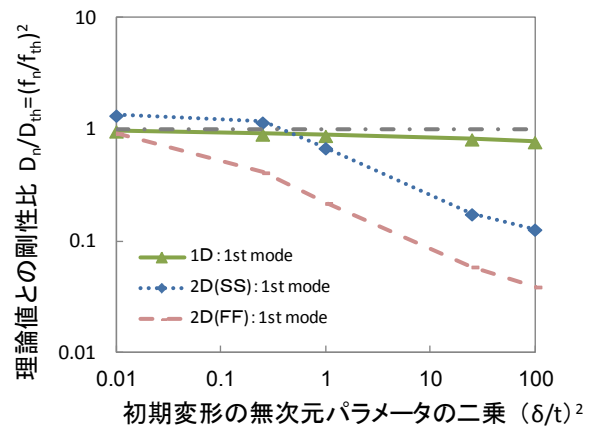


図 4 数値解析値と理論値の等価曲げ剛性比の比較

以上の結果について、初期変形の無次元パラメータの二乗  $(\delta/t)^2$  と振動モード毎の等価曲げ剛性比の関係を線形近似すると、式 (8) に示す関係が得られた。式 (8) 中の比例定数は、式 (6) の比例定数よりも小さな値となった。この原因として、数値解析結果において振動モード毎に等価曲げ剛性が異なることから、初期変形を有する膜を等方性一様平板と仮定して理論式を検討していることが一因だと考えられる。

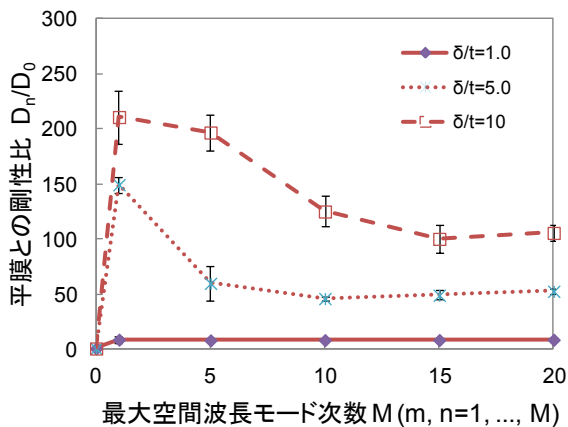
$$\begin{cases} \frac{D_{FEM}}{D_0} = 0.47 \sim 0.84 \times \left(\frac{\delta}{t}\right)^2 & (\text{周辺単純支持}) \\ \frac{D_{FEM}}{D_0} = 0.13 \sim 0.24 \times \left(\frac{\delta}{t}\right)^2 & (\text{周辺自由}) \end{cases} \quad (8)$$

### 3-3 初期変形に含まれる空間波長成分と等価曲げ剛性

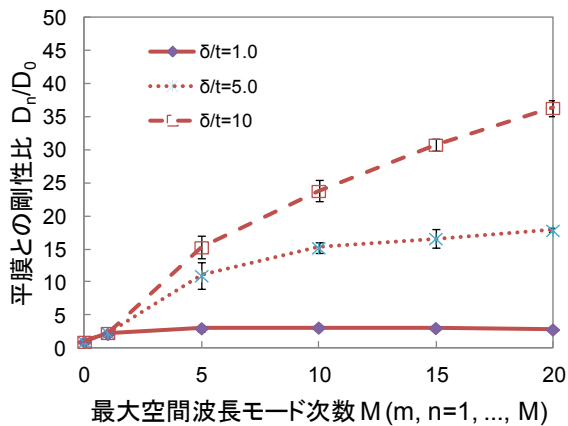
次に、膜の初期変形に含まれる空間波長成分と薄膜の等価曲げ剛性の関係について検討する。前章の等価曲げ剛性比の考察では、初期変形に含まれる空間波長モードは無限に多くのモード次数を

含むと仮定し、初期変形を有する膜の等価曲げ剛性は、空間波長に依存しないと考えられる。しかし、実際に初期変形に含まれる空間波長モード数は有限であり、理論との差異が想定される。そのため、空間波長モード数  $m, n$  を低次モードから順に増加させた場合に、空間波長成分が膜モデルの等価曲げ剛性へ及ぼす影響を検討する。

図 5 は、初期変形の空間波長モード次数と膜の等価曲げ剛性比の関係を示したグラフであり、(a),(b)はそれぞれ周辺単純支持、周辺自由の場合である。グラフの横軸は、初期変形に含まれる空間波長モードの最高次数  $M$  であり、空間波長モード次数  $m, n$  を 1 から  $M$  まで含んでいることを示す。ここで、初期変形に含まれる各空間波長モードは、初期変形の一定の標準偏差  $\delta$  の下において同じパワー( $W_{init, mn}$ )であるとする。グラフの縦軸は、初期変形を有する膜と平膜の等価曲げ剛性比を示す。図の結果は、初期変形の無次元パラメータ  $\delta/t=1, 5, 10$  の場合における基本振動モード(1<sup>st</sup> mode)を示しており、異なるランダムさの初期変形をもつ膜モデル 5 パターンの平均値である。



(a) 周辺単純支持



(b) 周辺自由

図 5 空間波長モード数による等価曲げ剛性への影響

図 5(a)周辺単純支持より、 $\delta/t=1$  では、空間波長モード次数に依らず、ほぼ一定の等価曲げ剛性比である。 $\delta/t$  が増大するに従い、等価曲げ剛性比が空間波長に依存していることが見受けられる。また、 $\delta/t=5$  や  $10$  では空間波長モード次数  $M$  が高次になるに従い、等価曲げ剛性比が一定の値に収束している。 $\delta/t$  が増大する程、収束するためにはより高次モードを含む必要があると推測される。

図 5(b)周辺自由でも、 $\delta/t=1$  では等価曲げ剛性比が空間波長の影響をほぼ受けていない。 $\delta/t=5$  や  $10$  では、空間波長モードを高次までとることで等価曲げ剛性比が単調に増加しているようにみえるが、初期変形がより高次の空間波長モードを含むことで、一定の値に向かって収束すると予想される。周辺単純支持の場合は、空間波長モード次数が増加するに従い、等価曲げ剛性比が大きい値から徐々に減少し一定値に近づくが、周辺自由では増加して一定値に近づく傾向がある。

以上より、境界条件によって、空間波長モードによる等価曲げ剛性比の増減の傾向が異なることが明らかになった。また、初期変形の大きさ  $\delta/t$  が大きくなると、等価曲げ剛性比は空間波長に依存し、高次の空間波長モードを含むことで一様平板へと近づき、剛性比が一定値に収束することが確認された。

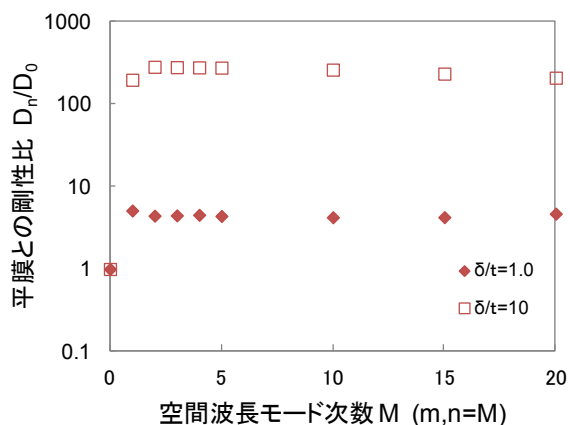
#### 4. 初期変形の空間波長帯域による剛性への影響

これまでは空間波長モードの次数を増やし、等価曲げ剛性への影響を検討してきたが、前章で示されたように、空間波長モード次数によって膜の等価曲げ剛性への寄与の程度が異なる可能性が考えられる。この点について検討するため、各空間波長モードが等価曲げ剛性比に及ぼす影響に着目し、単一モードや空間波長帯域を持つ初期変形について詳細に検討する。

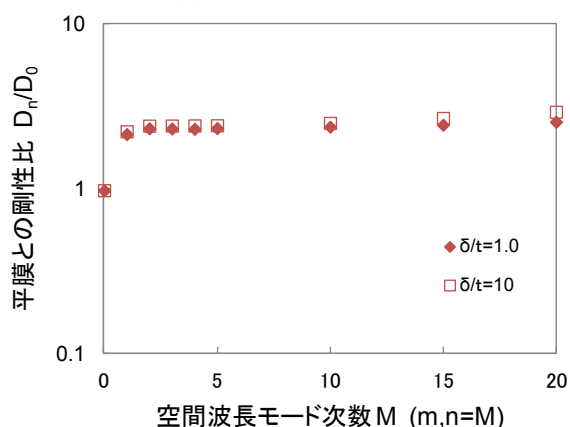
##### 4-1 単一モードからみる波長モード毎の剛性への影響

まず、各空間波長モード次数による剛性への影響を調べるため、初期変形が単一のモードのみからなる膜モデルの剛性比を検討する。

図 6 は、初期変形が単一の空間波長モードのみで構成される場合の剛性比を示したものである。横軸は、空間波長モード次数  $M$  を示しており、縦軸は初期変形を有する膜と平膜との等価曲げ剛性比を対数で示している。(a)は周辺単純支持、(b)は周辺自由の場合であり、初期変形の無次元パラメータ  $\delta/t=1$  と  $10$  について、それぞれの基本振動モード(1<sup>st</sup> mode)の結果を比較する。



(a) 周辺単純支持



(b) 周辺自由

図 6 初期変形が単一モードのみを有する膜の等価曲げ剛性比

(a)周辺単純支持の場合では、 $\delta/t=1$  で平膜に対して 4.2~5.0 倍程度の剛性比であり、どの空間波長のモード次数においてもおおむね一定の等価曲げ剛性であると考えられる。 $\delta/t=10$  では、 $\delta/t=1$  に比べて空間波長モード次数による等価曲げ剛性の違いが顕著に表れ、最大で  $M=2$  のとき剛性比  $D_n/D_0=283$  倍、最小で  $M=20$  のとき  $D_n/D_0=209$  倍となっており、低次モードで剛性比が大きい傾向がうかがえる。

(b)周辺自由の場合では、全体的に周辺単純支持に比べて空間波長モードによる等価曲げ剛性比の大きな違いは見られない。 $\delta/t$  が増大すると、高次モードになるに従ってわずかに等価曲げ剛性比が増加する傾向が見られるが、 $\delta/t=10$  で  $D_n/D_0=2.3\sim 2.9$  倍程度である。

また、周辺単純支持では図 5(a)より、初期変形が空間波長モード次数  $m, n=1, \dots, 20$  を含む  $\delta/t=10$  の場合に、等価曲げ剛性比が最高で約 200 倍程度であり、単一モードの場合の剛性比のオーダーと同程度である。しかし周辺自由 (図 5(b)) では、空間波長モード次数  $m, n=1, \dots, 20$  を含む

場合では剛性比が最大 40 倍程度まで増加するのに対し、単一モードの場合は最大でも 10 分の 1 程度の等価曲げ剛性比である。

周辺単純支持では、ランダムな初期変形を有する膜も単一モードのみの初期変形を有する膜でも同程度の等価曲げ剛性比だが、周辺自由では初期変形に含まれる空間波長のモード数が多くなることで剛性比が増加することが推測される。空間波長の単一モードを重ね合わせることで、境界条件によって異なる傾向が出てくることが認められた。

#### 4-2 空間波長帯域による剛性への影響

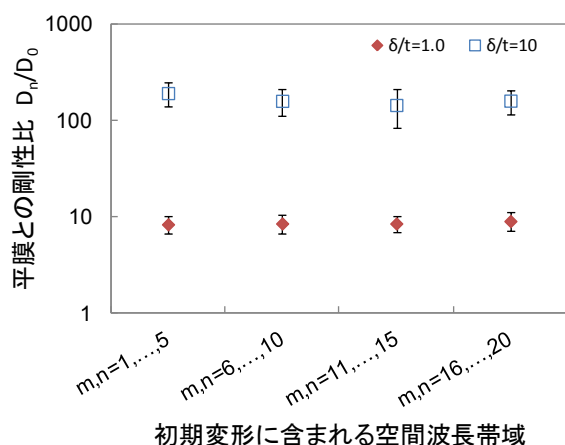
次に、いくつかの空間波長モードを重ね合わせた場合の等価曲げ剛性を確認するため、一定の空間波長帯域を持つ初期変形を有する膜モデルを検討する。ここでは、初期変形の帯域幅が 1 から 5 までのもの ( $m, n=1, 2, \dots, 5$ )、6 から 10 までのもの ( $m, n=6, 7, \dots, 10$ )、同様に  $m, n=11, 12, \dots, 15$  のもの、 $m, n=16, 17, \dots, 20$  のものというように、5 つのモード次数毎に区切ったものを検討した。図 7 はこれらの結果における基本振動モード (1<sup>st</sup> mode) の場合であり、異なるランダムさの初期変形を有するモデル 5 パターンの平均値を示している。グラフ横軸は帯域幅、縦軸は平膜との等価曲げ剛性比を対数により示す。(a)、(b)はそれぞれ周辺単純支持と周辺自由の場合である。

図 7(a)周辺単純支持では、 $\delta/t=1$  で波長帯域による大きな等価曲げ剛性比の差は認められない。 $\delta/t=10$  の場合では、低次モードの帯域で等価曲げ剛性比がやや大きく、 $m, n=11, \dots, 15$  に向かい高次の帯域になるに従い徐々に小さくなる。しかし、 $m, n=16, \dots, 20$  では、若干剛性比が大きくなることを見受けられる。単一モードの等価曲げ剛性比 (図 6(a)) においても、低次モードで等価曲げ剛性比が大きいという結果が認められたことから、空間波長帯域を限定した場合でも同様の傾向が認められたと考えられる。しかし空間波長帯域が  $m, n=16, \dots, 20$  で若干大きい剛性比を示した点については矛盾している。空間波長モードを複数重ね合わせることで異なる傾向が得られている可能性があるほか、初期変形のランダムさによる剛性比のばらつきが結果に影響している可能性がある。

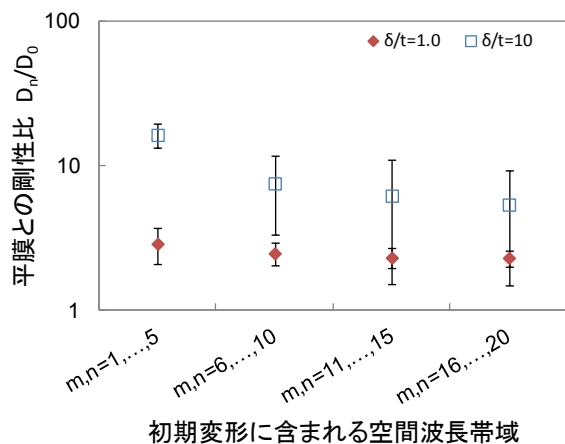
図 7(b)周辺自由では、 $\delta/t=1$  の場合に若干低次モードを含む波長帯域の等価曲げ剛性比が大きい。 $\delta/t=10$  では、 $\delta/t=1$  の場合より顕著にその状態が見受けられ、空間波長帯域が高次になるに従って等価曲げ剛性比が減少する傾向がみられる。単一モードの場合 (図 6(b)) では、等価曲げ剛

性がほぼ一定であったため、空間波長帯域を限定した場合でも波長帯域に依らず一定値になると予想していたが、予想に反する結果となった。

この原因として、帯域幅が制限されている場合は、重ね合わされる空間波長モード次数が少なく、それぞれの空間波長モードが近い次数のため、 $m, n=1, \dots, 20$  などのように多くのモードを重ね合わせた初期変形とは異なる初期変形の形状に近づくことが考えられる。そのためにランダムさによる剛性比のばらつきも大きくなると推測される。



(a) 周辺単純支持



(b) 周辺自由

図 7 初期変形の空間波長帯域を限定した膜の等価曲げ剛性

また、前章でも述べたように、周辺単純支持では  $\delta/t=10$  の場合、多くの空間波長モードを含むランダムな膜と剛性比のオーダーが同程度であることが見受けられる。周辺自由の場合は、 $\delta/t=10$  で単一モードのみの場合よりも剛性比が明らかに増加し、空間波長を重ね合わせることで剛性が増加することが認められた。

## 5. 結論

本研究では、ランダムに膜面に生じる初期変形が薄膜の等価曲げ剛性に及ぼす影響を定量的に評価した。また、初期変形の空間波長モードの各成分が等価曲げ剛性に与える影響について検討した。以下は、本研究で明らかになった点である。

- ・等方性を仮定した初期変形を有する膜の等価曲げ剛性の理論式は、一方向にのみ初期変形を有する膜モデルでは適用可能である。

- ・ランダムに初期変形を有する膜では、初期変形の大きさの無次元パラメータが大きい範囲で、等価曲げ剛性比が無次元パラメータの二乗に比例することが確認された。ただし、一様等方性平板を仮定し推測した剛性に比べ、小さい値となる。

- ・ランダムに初期変形を有する膜では、振動モード毎に等価曲げ剛性が異なることから、異方性板として性質を考慮する必要がある。

- ・比較的初期変形が小さい範囲では、空間波長による剛性比の依存性はほぼ認められない。初期変形が大きくなると空間波長による影響が現れる。

- ・初期変形の空間波長が帯域幅を持つ膜では、複数の空間波長モードを合成することで等価曲げ剛性への影響が異なる傾向をもつ。特に、周辺自由の場合、空間波長モード数による影響が顕著である。

## 謝辞

本研究は、JAXA/ISAS ソーラーセイルワーキンググループの支援により行われました。ここに感謝の意を表します。

## 参考文献

- (1) 森治 他 25 名：小型ソーラー電力セイル実証機「IKAROS(イカロス)」 [1]~[5]，日本航空宇宙学会誌，2012~2013
- (2) 小林繁夫，近藤恭平：弾性力学，培風館，ISBN4-563-03252-2，1987。
- (3) 林毅：軽構造の理論とその応用(上)，日本科学技術連盟，1966。
- (4) Luo, S., Suhling, J. C., Considine, J. M., and Laufenberg, T. L.: The bending stiffnesses of corrugated board, Mechanics of Cellulosic Materials, AMD-145/MD-36, 1992.
- (5) GENESIS user's manual, Version7.0, VR&D Inc., 2001