

宇宙エレベーター建設における静止軌道上からの ケーブル同時展開の制御と挙動について

Study about the Control and Dynamics of Simultaneous Deployment from GEO Station at the Space Elevator Construction

○田尾 公希, 山極 芳樹 (静岡大学), 大塚 清敏, 石川 洋二 (大林組)

○Koki Tao, Yoshiki Yamagiwa (Shizuoka University), Kiyotoshi Otstuka, Yoji Ishikawa (Obayashi Corporation)

Abstract (概要)

In this study, dynamics of simultaneous deployment of space elevator cable from GEO to the earth and the space was analyzed. Analysis model of cable dynamics was two-dimension multiple mass model, in which mass points were connected to each other by springs and damper. We studied the propellant mass to control cable dynamics and GEO station orbit keeping and the performance of cable deployment widely.

記号の説明

m :	質点質量
G :	万有引力定数
M_e :	地球の質量
r :	位置ベクトル
ω :	角速度ベクトル
k :	弾性係数
c :	粘性係数
F_t :	推力
f :	外力
m_p :	推進剤質量
I_d :	トータルインパルス
g_0 :	重力加速度(=9.8m/s ²)
I_{sp} :	比推力

1. 目的および背景

現在, 宇宙へ行く手段としてはロケットが主流であるが墜落や爆発などの危険を伴う。また, 大気汚染など環境の面でも問題がある。そのため, 近年, 宇宙への新しい輸送手段として宇宙エレベーターが注目を集めている。宇宙エレベーターは爆発や墜落などの危険はなく, 低コストであり, 環境に悪影響でなく, 高い輸送能力を有しているためロケットの代替案として有力視されている。また, 宇宙エレベーターは地球から宇宙へ行く手段としてだけではなく, 図1に示すように様々な施設を建設することで火星へ推進剤なしで行くことや低軌道に衛星を投入することが可能になる。

しかし, 宇宙エレベーター実現のためには多くの技術的な問題の解消と物理現象の解明が必要である。特にケーブルの

ダイナミクスは宇宙エレベーターの設計においてもっとも重要なもので, その現象は早急に明らかにすべき問題である。

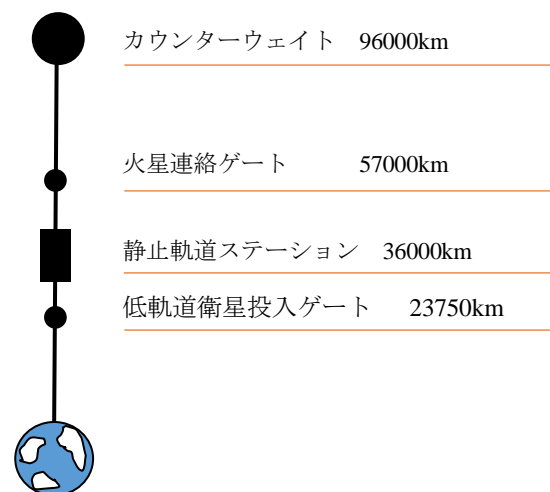


図1 宇宙エレベーター

本研究では, 宇宙エレベーター建設段階において重要なケーブル展開について従来主として研究されてきているステーションの高度を上げ, ケーブルを地球方向に展開する方法に対して静止軌道ステーションより地球及び宇宙方向に同時展開する方法を提案し, ダイナミクスを解析し, 建設方法について推進剤質量, ケーブルにかかる最大応力から制御方法の検討を行う。

2. テザー展開

2.1 宇宙エレベーター建設方法 図2に従来の建設方法¹⁾, 図3に今回の建設方法を示す。従来の建設方法では, 静

止軌道上に宇宙船を配置し地球に向かって先端に推進機を取り付けたケーブルを展開する。それと同時に宇宙船を宇宙側に移動させ全体のバランスを保つ（図2）。最終的にケーブルを地表に固定させ、宇宙船は高度 96,000km まで移動しカウンターウェイトを取り付け宇宙エレベーターの完成となる。しかし、この方法を用いると宇宙船を宇宙側に移動させるのに多くの推進剤が必要となってしまう、コストがかかってしまう可能性が高い。

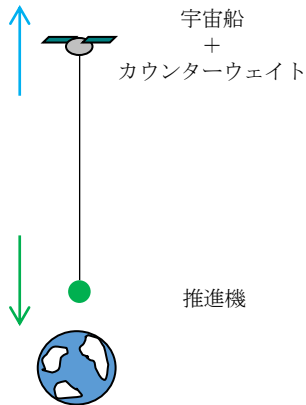


図2 従来の建設方法

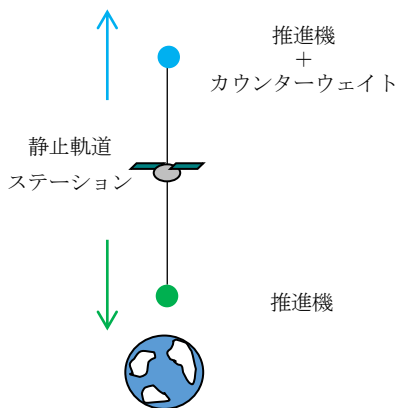


図3 今回の建設方法

そのため、本研究では静止軌道上に静止軌道上に静止軌道ステーションを建設し、地球側と宇宙側に同時にケーブル展開を行う。（図3）このとき、両ケーブルの先端には推進機が取り付けられており、先端速度が制御できるとする。最終的には地球側のケーブルを地表に固定し、宇宙側のケーブルは高度 96000 km まで展開しカウンターウェイトを取り付け宇宙エレベーターの完成となる。この方法を用いると、地球側に展開したケーブルが静止軌道ステーションに与える力と、宇宙側に展開したケーブルが与える力を釣り合わせ安定した展開を行うことができ両ケーブルを主としてその先端質点にかかる重力傾斜力を利用して展開でき、大きなステーションを移動させる推進剤を減らすことができコストを抑えることができると考えられる。今回は解析によってこの建

設方法による宇宙エレベーターの建設が可能かどうか検証を行う。

2.2 解析モデル 静止軌道ステーションから、宇宙側と地球側のケーブルを同時に展開するモデルとなるため、図4のように展開されたケーブルの長さによって質点数を増やしていく解析モデルを用いて解析を行った。

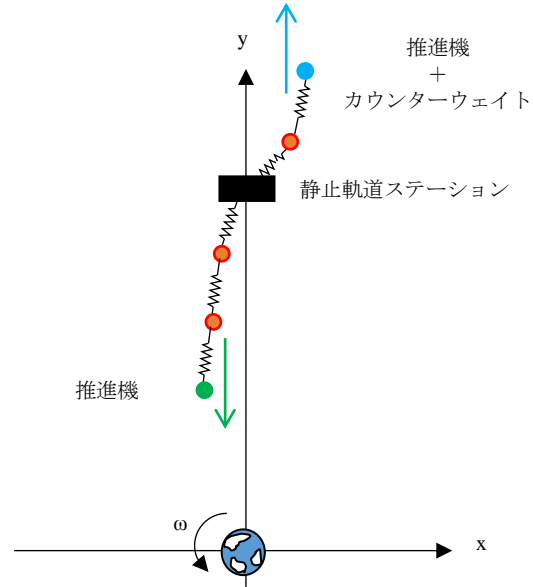


図4 解析モデル

解析に使用した条件を表1に示す。この条件は大森組の宇宙エレベーター建設計画の条件を参考に決定した。ケーブルを二次元の離散質点モデルで模擬し、各質点間はバネ・ダッシュポット系で結合されている。そのため、ケーブルのねじれは考慮していない。実際の建設ではケーブルは静止軌道ステーションを展開点とし、この時リールに巻かれて展開されるが今回の解析ではリールによる滑り、抵抗はないものとした。ケーブル断面積はテーパ状に設定し、静止軌道ステーションからの展開なので、静止軌道でのケーブル断面積を基準にケーブルのテーパを決定した。²⁾ケーブル半径はケーブル全体の質量が 40 t、全体にかかる応力が 65GPa となるように設定しテーパ比も計算している。展開方法は、両ケーブルともケーブル先端に衝撃を与え鉛直方向にのみ速度を与えている。また、ケーブルの両先端には推進機が取り付けられている。宇宙側のケーブルのみカウンターウェイトが搭載されている。本解析では計算コストの削減をするために質点間隔を変更して解析を行っている。ダイナミクスを細かく見るためにステーション近傍の質点間隔とケーブル先端の質点間隔を表2に示すように短くしている。

表1 解析条件

ケーブル材質	CNT		
静止軌道 ケーブル半径[mm]	0.35	静止軌道ステーション質量[t]	125
ケーブル密度 [kg/m ³]	1400	時間刻み[s]	0.01
ヤング率[GPa]	1000	破断応力[GPa]	150
推進機質量 (地球側) [t]	1.25	推進機質量 (宇宙側) [t]	2.5
カウンターウェイト[t]	36.8		
質点間隔[km]	5,25,50,100		
テーパー比	1 : 2.65 : 1.87		

表2 質点間距離

質点間隔	ステーションからの距離	先端質点からの距離
5km	0~50km	0~100km
25km	50~350km	100km~600km
50km	350~850km	600km~1600km
100km	850km~	1600km~

運動方程式³⁾は式(1) (第一項: コリオリ力, 第二項: 遠心力, 第三項: 万有引力, 第四項: 弾性力, 第五項: 減衰力, 第六項: 推力 (先端質点のみ)) を用いた. これを 4 次の Runge-Kutta 法で解く.

$$\begin{aligned}
 m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = & -2m_i \boldsymbol{\omega} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} + m_i (\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega}) \mathbf{r} - GM_e m_i \frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|^3} \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & k_i \frac{\mathbf{r}_{i-1} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_{i-1} - \mathbf{r}_i|} \Delta |\mathbf{r}_{i-1} - \mathbf{r}_i| b_i \\ & + k_{i+1} \frac{\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i|} \Delta |\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i| b_{i+1} \end{aligned} \right\} \\
 & + \{ c_i (\dot{\mathbf{r}}_{i-1} - \dot{\mathbf{r}}_i) b_i + c_{i+1} (\dot{\mathbf{r}}_{i+1} - \dot{\mathbf{r}}_i) b_{i+1} \} + F_t
 \end{aligned} \quad (1)$$

2.3 推力 先端質点には制御のための推進機が取り付けられており, 推力は目標速度($\dot{\mathbf{r}}_{target}$)とその時の速度($\dot{\mathbf{r}}$)から式(3.2)のように推力を計算している.

$$F_t = m_0 \frac{\dot{\mathbf{r}}_{target} - \dot{\mathbf{r}}}{dt} - f \quad (2)$$

2.4 リール制御 展開を行う際, たわんだケーブルが地表に衝突してしまう. そこで展開速度に先端質点より高度が低い質点がある場合に展開速度に以下の制御を行った.

$$1 \text{ 分毎に} \quad \text{展開速度} = 0.9 \times \text{展開速度} \quad (3)$$

この制御により展開速度が徐々に減速し, 先端速度と展開速度に差が発生し, たわみを減少させる事ができる. また先端質点の高度が最も低い場合, 初期の展開速度に戻す制御を行った. 宇宙側のケーブルにも同様の制御を行った.

2.5 推進剤質量 本研究では推進剤質量をトータルインパルスから算出している. トータルインパルスとはミッション完了までの推進機の発生推力を時間で積分したものである. 式(4)に推進剤質量を求める式を示す.

$$m_p = \frac{I_d}{g_0 \cdot I_{sp}} \quad (4)$$

本研究では, 推進機は電気推進機とし, 比推力が 3000s のものを使用すると仮定する.

2.6 制御方法 解析は次の条件で行った.

- 先端質点と展開速度を共に一定速度で展開
- 先端質点を最大応力によって制御, 展開速度を徐々に加速させる制御

今回の解析ではすべてのケースで静止軌道ステーションの制御はステーションを静止軌道に保持する制御を行うものとする. そして, その保持のために必要なエネルギーを評価する.

2.6.1 先端質点, 展開速度ともに一定速度 このケースではケーブル先端質点の東西方向, 鉛直方向に制御を加え, 初期速度として宇宙側のケーブルには (0, 204.9km/h) 地球側のケーブルには (0, -121.7km/h) を与え展開速度は宇宙側を 204.9km/h, 地球側を 121.7km/h とした.

2.6.2 先端質点, 展開速度ともに応力で制御 このケースでは展開速度を宇宙側は上限を 200km/h とし, 徐々に増加させ続け, 地球側, 宇宙側それぞれの目標地点で 0km/h となるような制御を行った. 開始地点から 500km の地点まで線形的に徐々に 200km/h まで展開速度を上昇させ, しばらく展開速度一定で展開し, 地球側は目標地点から 2000km 前の地点, 宇宙側は目標地点から 1000km 前から展開速度を減速させる制御を行った. それぞれ展開速度を示すグラフを地球側は図 6 に宇宙側は図 7 に示す. そして, 展開初速度を地球側は 30km/h とし, 宇宙側は 50km/h とし制御を行った.

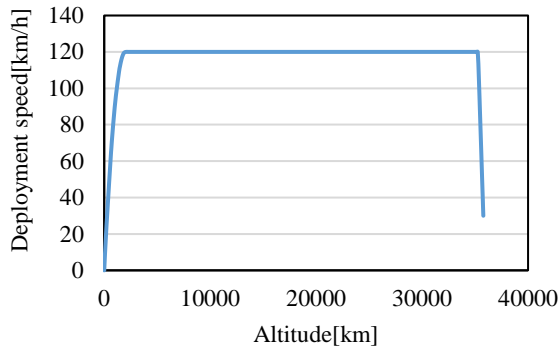


図 6 地球側の展開速度

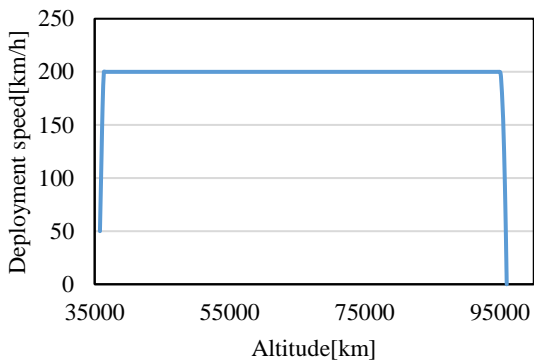


図 7 宇宙側の展開速度

先端質点には鉛直方向に制御を加え、初期速度として宇宙側のケーブルには (0, 50 km/h) 地球側のケーブルには (0, -30km/h) を与えた。鉛直方向の制御は等速でなく、ケーブルにかかる最大応力によって先端速度を制御した。制御方法はケーブルの最大応力が 52GPa (許容応力の 80%) を超えた時、先端速度に以下のような制御を加えた。

先端目標速度 (鉛直方向) = $0.99 \times$ 超えた時の先端速度 (3)

その後、ケーブルの最大応力が 40GPa (許容応力の約 60%) を下回り、その時点での展開速度よりも先端速度が下回っている時、先端速度に以下のような制御を加えた。

先端目標速度 (鉛直方向) = $1.1 \times$ 下回っている先端速度 (4)

そして、ケーブルの先端質点が東西方向 ± 250 km を超えたら中心に向かって 10km/h を先端目標速度 (東西方向) として一分間制御を行った。

3. 解析結果

3.1 先端質点、展開速度ともに一定速度の解析結果 図 5 にはケーブルが展開されてから目標地点に到着するまでの動きを表し、図中の黒丸は静止軌道ステーションを表している。表 3 は各推進機で消費される推進剤質量を示している。宇宙側のケーブルは西に、地球側のケーブルが東の方向

へ膨らんでいるのはコリオリ力によるものである。宇宙側の方が大きく膨らんでいるのは展開速度が宇宙側の方が速いためである。

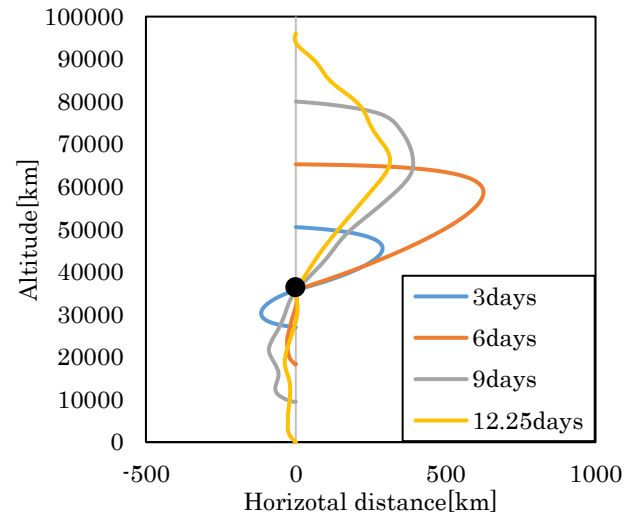


図 5 ケーブルダイナミクス

表 3 推進剤質量

推進剤質量 [ton]			
地球側	宇宙側	静止軌道ステーション	合計
43.9	404.0	51.8	499.7

必要な推進剤質量に関しては宇宙側のケーブルを制御するのに多くの推進剤を必要としていることがわかる。そして、それぞれ先端質量に対して非常に大きな値となっている。これは一定速度の展開をするために常に推進剤を噴いているからである。この現象を解消するために、常に推力を必要としない制御として、ケーブルが破断しないように応力が上昇したときのみ制御を加える制御を次に示す。

3.2 先端質点、展開速度ともに応力で制御の解析結果 図 8 にはケーブルが展開されてから目標地点に到着するまでの動きを表し、図中の黒丸は静止軌道ステーションを表している。図 9 は宇宙側と地球側のケーブルに発生している最大応力と展開時間の関係を表している。図 10 は地球側の展開速度と先端速度のグラフを示している。図 11 は宇宙側の展開速度と先端速度のグラフを示している。ここでの先端速度は x 成分と y 成分を合成した大きさである。表 4 は各推進機で消費される推進剤質量を示している。

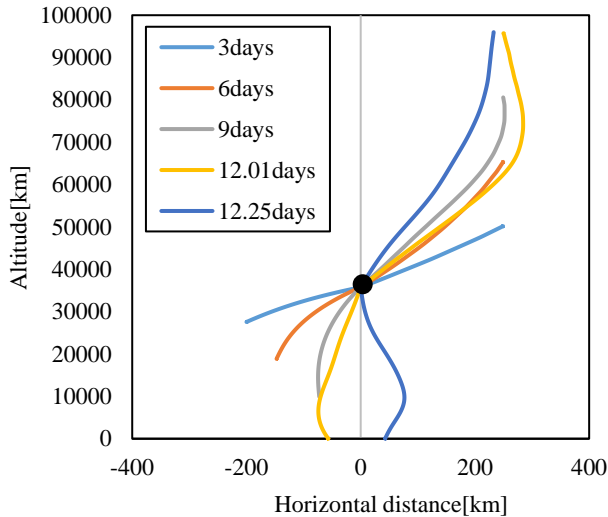


図 8 ケーブルダイナミクス

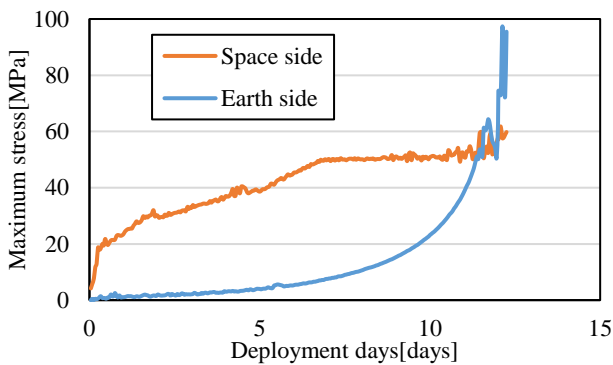


図 9 最大応力

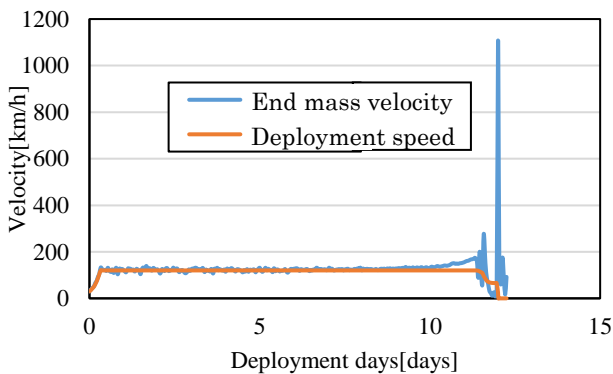


図 10 地球側の建設日数における先端速度と展開速度

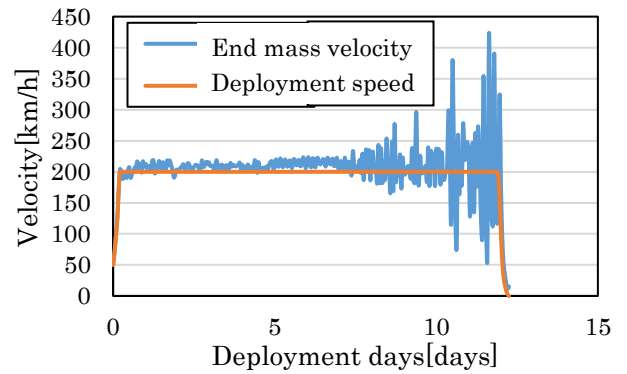


図 11 宇宙側の建設日数における先端速度と展開速度

図 8 より、宇宙側に関してケーブル先端の水平距離が 250km 以上西方向(+x 方向)へ変位していないことが分かる。このことから制御がうまくいっている事がわかる。

地球側に関して、東西方向の制御は働いていない。これは、地球側は宇宙側に比べ展開速度が遅く、先端質量が小さいためコリオリ力が小さい。また、地球に近づくため、万有引力が強く働き地球中心に引き込もうとするため東西方向の変位が小さいと考える。12.25 日後にケーブルの位置が反対側へ移動しているのは展開が終了し、展開時に受けていたコリオリ力とは違い、バネの伸縮による質点の移動からコリオリ力を受けている。よって、ケーブルが伸びと縮みを起こすためコリオリ力は東西逆に入れ替わることになるからである。

図 9 より、地球側、宇宙側ともに 50GPa で一定となっている箇所が見られ、制御が上手く働いていることが分かる。また、時間経過につれて、最大引張応力が上昇していく。これは、展開が進むにつれてケーブル長が増加していくこと、増加していくことでケーブルにかかる自重が大きくなるためである。宇宙側に関しては制御がかかり 50GPa 程度で落ち着いているが、終盤には少し上昇が見られる。最大でも 60GPa 程度であり、破断応力の約 40% であるため、問題ないと言える。また、これは地球側にも言える。最大でも 97GPa 程度であり、約 64% であり、安全率を 2 としても基準を満たさないことになる。ここで応力が上がってしまうのは展開速度が減少していくことが原因である。展開速度と先端速度の差が広がり、ケーブルにかかる張力が上昇してしまうためであると考え。また、地球側に関しては万有引力の影響が逆二乗的に強くなることも相まって急上昇していると考え。このことから展開初期に比べ展開終盤の制御が宇宙エレベーター建設時には重要になってくるとも言える。

表 4 必要推進剤質量

	地球側[t]	宇宙側[t]	静止軌道 ステーション /建設ステーション[t]	合計[t]
応力での制御	5.90	94.1	325.6	425.6
一定速度での制御	43.9	404.0	51.8	499.7

図 10 より、展開速度が終盤で 2 次関数的に減少していることが分かる。また、2 段に分かれ減少しているのは、先端速度が極度に減少していることから高度の下がり方からこのような展開速度の減少の仕方をしていいると考える。先端速度は展開速度に依存して上昇、維持をしていることが分かる。しかし、9 日後付近から差が開き始める。これは万有引力の影響が逆 2 乗的に強くなることが関係している。

図 11 より、展開速度が終盤で 2 次関数的に減少していることが分かる。地球側と同様に先端速度は展開速度に依存して上昇、維持をしていることが分かる。先端速度は終盤にかけて振動の振幅が大きくなっているが、軸は展開速度付近であり、ケーブルの伸縮から来るものであると考え問題ないと言える。続いて必要推進剤質量の評価をしていく。推進剤質量では藤井の研究で提案された一定速度、静止軌道から建設ステーションを持ち上げてケーブルを展開する従来の建設方法の制御との比較をしている。

表 3 より、地球側、宇宙側、全体の必要推進剤質量は応力での制御の方が少ないことが分かる。一定速度での制御に対して応力での制御は地球側で 86.6%、宇宙側で 76.7%、全体で 14.8% の減少である。このことから一定速度での制御から応力での制御にした効果はあったと言える。しかし、静止軌道ステーションの必要推進剤質量は一定速度での制御の方が少ないということが分かる。6.3 倍の増加である。静止軌道ステーションの維持に推力が多くかかっているということは静止軌道ステーションにかかる地球側、宇宙側の力のバランスが取れていないとも取れる。図 12 に静止軌道ステーションの維持に必要な推力のグラフを示す。

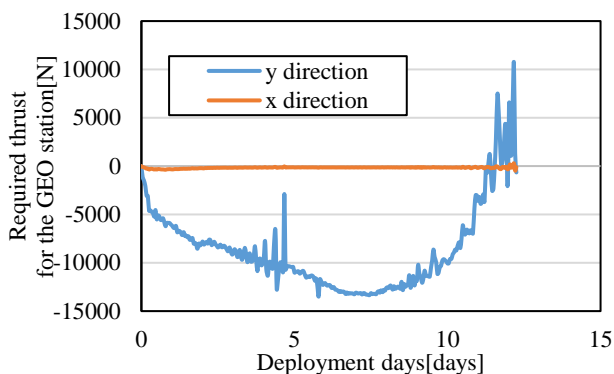


図 12 静止軌道ステーションの維持に必要な推力

図 12 より、11 日後あたりまでは y 軸方向（鉛直方向）の推力はマイナスの推力を必要としている。これは宇宙側へステーションが引っ張られているためである。Fig.5.10 の応力の図から地球側と宇宙側にかかる応力に差があることが分かる。宇宙側、地球側それぞれ断面積が違うということを考慮してもこの差が宇宙側へ静止軌道ステーションを引っ張っていることが分かる。また、11 日後付近から符号が変わり、y 軸方向（鉛直方向）の推力はプラス方向へ転

じている。これは万有引力の力が逆 2 乗的に増加していることもあるが、図 9 の応力の図から 11 日後以降は応力がほぼ一致している箇所でもあるため静止軌道ステーションの維持に必要な推力が小さくなっていったと考える。このような現象も考慮して、制御が展開速度、先端質点の制御が行えるとさらに推進剤質量を減少させることができると期待できる。

4. 結論

本論文では、宇宙エレベーター建設段階において重要なケーブル展開時のダイナミクスを解析し、静止軌道ステーションより地球及び宇宙側にケーブルを展開する建設方法について推進剤質量、最大応力から制御方法の検討を行った。展開速度、先端質点ともに一定速度として制御したものではありません。先端質点に対して推進剤質量が膨大な量となる結果になってしまった。よって、本論文では推進剤質量が減少するよう展開速度を徐々に増加させ、先端質量を最大応力によって減速、加速させる制御方法を検討した。その制御方法では推進剤質量を減少させることができた。地球側で 86.6%、宇宙側で 76.7%、全体で 14.8% の減少が見られ制御の効果があったと言える。そして、先端質点でかかる推進剤質量は減少しているが、静止軌道ステーションにかかる推進剤質量は増加していることが分かった。6.3 倍の増加である。このことから、静止軌道ステーションにかかる宇宙側からの力と地球側からの力を釣り合わせ安定した展開ができるというメリットが生かせていないといえる。

以上、本論文で検討した制御方法では推進剤を減少させることは出来たが、静止軌道ステーションを起点とし宇宙側、地球側に展開する建設方法のメリットが生かせていない可能性がある。静止軌道ステーションでのバランスが取れていない現象をさらに詳しく解析し、展開速度、先端質点の制御が行えるとさらに推進剤質量を減少させることができると期待できる。

参考文献

- 1) 佐藤実:宇宙エレベーターの物理学, 株式会社オーム社, 2011
- 2) 大塚清敏“宇宙エレベーターのケーブルおよびクライマーの風影響について” 第 60 回宇宙科学技術連合講演会, 3p, 2016-09-06
- 3) 株式会社大林組:季刊大林, No.53, 2012
- 4) 藤井 慎一郎:宇宙エレベーター建設における静止軌道上からのケーブル同時展開時のダイナミクスと軌道保持性能についての研究, 静岡大学 修士論文, 2015