

星形フラクタル旋回形状ハイブリッドロケット燃料グレインの 平均後退速度

船見祐揮^{*1}, 高野敦^{*2}

*1 防衛大学校 システム工学群 機械工学科

*2 神奈川大学 工学部 機械工学科

Averaged Regression Rate of Hybrid Rocket Fuel Grain with a Star Fractal Swirl Port

Yuki FUNAMI^{*1}, Atsushi TAKANO^{*2}

*1 Department of Mechanical Engineering, School of Systems Engineering, National Defense Academy

*2 Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kanagawa University

ABSTRACT

In order to evaluate the effectivity of a complicated geometry port, such as star fractal swirl port, of hybrid rocket fuel grain, the evaluation method of time- and space-averaged regression rate was developed. In this method, the regression simulation of the solid fuel surface was performed with the level set method. The experimental results of hybrid rocket combustions with a star fractal swirl port were evaluated by using the developed method. As a result, it was found that the time- and space-averaged regression rates of the star fractal swirl port are much higher than those of the conventional circular port and the star fractal port.

Keywords: Hybrid Rocket, Regression Rate, Star Fractal Swirl Port, Level Set Method, Experiment

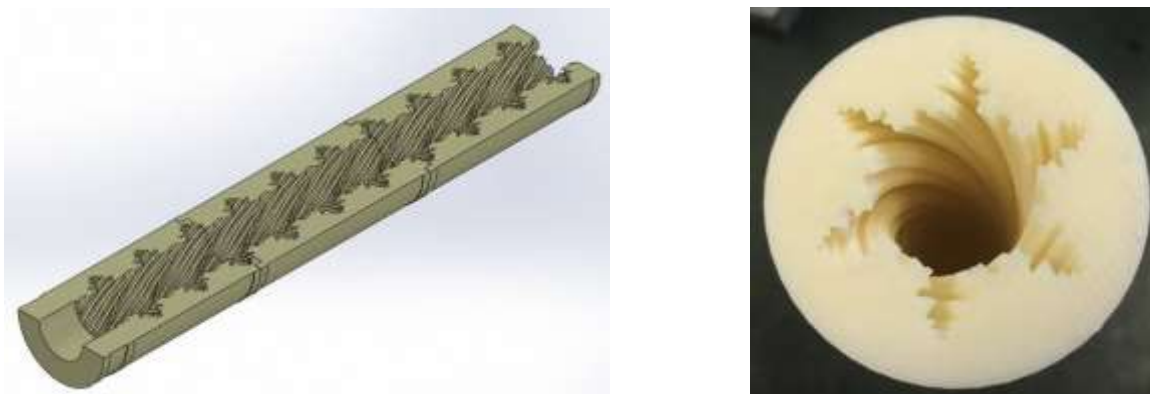
概要

星型フラクタル旋回形状ポートといった三次元的に複雑な形状のポートに適用可能な、時空間平均後退速度の評価手法を開発した。本手法ではレベルセット法を用いた固体燃料表面の後退挙動解析を用いた。開発した手法により星型フラクタル旋回形状ポートを有するハイブリッドロケットの地上燃焼試験結果を評価した結果、従来の円形ポートや星型フラクタル旋回形状ポートと比べて、星型フラクタル旋回形状ポートでは時空間平均後退速度が大きく向上することがわかった。

1. 背景および目的

ハイブリッドロケットは固体の燃料と液体の酸化剤を組み合わせた推進系であり、燃料と酸化剤が物理的に分離されていることから本質的に非爆発性で安全な推進系として評価されている¹⁾。しかしながら境界層燃焼のメカニズムに起因して燃料後退速度が遅い、つまり、燃料ガス発生速度が遅いという技術的な課題を有している。これに対して様々なアプローチがなされているが、近年の三次元印刷技術の発展に伴って注目されている方法として複雑な形状の燃料ポートの利用が挙げられる。例えば、Whitmoreらは円形らせん形状のポートを提案しており^{2,3)}、Fullerらは8光芒旋回形状のポートを提案している^{4,5)}。これらの複雑形状の主な狙いは、ポート表面積の増加、流れを乱すことによる熱伝達率の向上、および、流れへの旋回速度成分の付与である。

著者らの研究グループでは超小型衛星打ち上げ用の超小型ロケットの実現を目指して研究・開発に取り組んでおり、超小型ロケットへの搭載に向けて3Dプリンタを用いた複雑形状燃料グレインの



(a) 断面図 (b) グ레인外観

図1 星形フラクタル巡回形状ポート⁷⁾

開発を行っている。複雑形状の中でも、巡回速度成分が付与可能で、かつ、ポート表面積の大きな形状として星形フラクタル巡回形状の提案を行った⁶⁾。星形フラクタル巡回形状ポートを図1に示す。このポートを有する固体燃料グレインを搭載したハイブリッドロケットの打ち上げ試験も実施し、最高到達高度6204 mを記録した⁸⁾。

ハイブリッドロケットの重要な評価指標の一つとして燃料後退速度が挙げられる。これは、グレイン外径やポート寸法の決定など、グレイン設計においても重要な指針となり得る。後退速度は、燃焼試験における固体燃料消費質量を基に時空間平均値として求められるのが一般的であるが、従来型の円形ポートとは異なり、星形フラクタル巡回形状ポートではその形状の複雑さから簡単には平均後退速度を算出できない。そこで本研究では、星形フラクタル巡回形状ポートにも適用可能な時空間平均後退速度の評価手法を提案し、複雑形状ポートの有効性検証やグレイン設計のための解析ツールの基礎を構築することを目的とする。

2. ハイブリッドロケット地上燃焼試験

星形フラクタル巡回形状ポートの後退速度を評価可能なデータを取得するため、ハイブリッドロケットの地上燃焼試験を実施した。燃料グレインは3DプリンタによりABS (Acrylonitrile Butadiene Styrene) 樹脂を印刷することで作成し、酸化剤には亜酸化窒素を使用した。燃焼試験には神奈川県湘南ひらつかキャンパス設置の試験設備を用いた。安全を考慮して供試体エンジンと酸化剤タンクは貨物用コンテナ内に設置した。エンジンは推力架台へ板ばねを介して水平に吊り下げられ、エンジン上流側には推力伝達用の柱を介して推力測定用ロードセルを取り付けた。コンテナ外には酸化剤ポンペが設置されており、燃焼試験前に必要量のみをコンテナ内の酸化剤タンクへと移す方式を採った。計測項目は、推力、酸化剤タンクの圧力・重量・外壁温度、エンジン上流に設置したオリフィスの上下流圧力・上流温度、モータケース温度、燃焼室圧力、ノズル温度、酸化剤ポンペの下流圧力・外壁温度とした。また、燃焼試験前後のグレイン重量を測定し、その差から固体燃料消費質量を求めた。供試体エンジンの外観を図2に、試験条件および試験結果を表1に示す。試験の詳細は文献⁷⁾にて示した。

3. 時空間平均後退速度の評価手法および評価結果

3.1. 従来の時空間平均後退速度の評価手法

ハイブリッドロケットの後退速度は、燃焼試験前後の固体燃料グレイン重量の変化量に基づいて、下記の式により時空間平均の値として求めることが一般的である。

$$\rho_F l_p \left(\frac{\pi \bar{d}_{fin}^2}{4} - \frac{\pi d_{ini}^2}{4} \right) = \Delta m_F \quad (1)$$



図 2 供試体エンジン外観

表 1 燃焼試験条件および結果⁷⁾

試験番号 [-]	1	2	3	4	5	6	7
時間平均酸化剤質量流量 [kg/s]	0.141	0.187	0.235	0.172	0.201	0.186	0.184
燃焼時間 [s]	8.02	5.08	5.18	6.81	7.34	3.87	4.34
固体燃料消費質量 [kg]	0.431	0.373	0.444	0.367	0.482	0.317	0.324

$$\bar{r} = \frac{\bar{d}_{fm} - d_{mi}}{2t_c} \quad (2)$$

ここで、 ρ_F は固体燃料密度、 l_p はポート長さ、 \bar{d}_{fm} は空間平均最終ポート径、 d_{mi} は初期ポート径、 Δm_F は固体燃料消費質量、 \bar{r} は時空間平均後退速度、 t_c は燃焼時間を表す。燃焼試験にて得た固体燃料消費質量 Δm_F の値と式(1)により空間平均の最終ポート径 \bar{d}_{fm} を求めて、それと燃焼試験にて得た燃焼時間 t_c の値を用いて式(2)により時空間平均の後退速度 \bar{r} を評価することとなる。

上記の式(1)および式(2)を用いた方法は、ポート形状として従来形状である円形を想定している。式(1)は、ポート形状が円形を保ったまま軸方向に様に燃え広がった際の、固体燃料の消費質量を表している。一方で星形フラクタル巡回形状ポートについて考えると、形状が複雑であるため、円形ポートと同様な考え方によって時空間平均後退速度の評価式を単純な代数式の形で表すことは困難である。

3.2. レベルセット法を用いた時空間平均後退速度の評価手法

星形フラクタル巡回形状ポートのような複雑なポート形状の後退速度を評価するにあたって、燃焼試験に先立って、固体燃料表面がどのように後退していくのかについて把握する。空間的に一様な後退速度を与えた上で数値解析により固体燃料表面の後退挙動を解析し、その結果を用いて表面が後退した距離、軸方向平均ポート断面積および固体燃料消費質量の時間履歴を求める。次に、時間を媒介変数とすることで、固体燃料消費質量と表面後退距離の関係、および、固体燃料消費質量と軸方向平均ポート断面積の関係に整理し直す。これにより固体燃料表面の後退挙動についてのデータベースが得られる。データベースの作成完了後は、それを用いて燃焼試験の結果を評価する。

燃焼試験における測定量のうち、固体燃料消費質量と燃焼時間を用いる。燃焼試験での固体燃料消費質量を踏まえてデータベースを参照することで、表面後退距離と軸方向平均ポート断面積を得ることができる。その表面後退距離を燃焼試験での燃焼時間で除することで、時空間平均の後退速度が求まる。軸方向平均ポート断面積は時空間平均の酸化剤質量流束を求める際に使用する。

この手法は、先行研究⁹⁾にて開発した、旋回なしの星形フラクタル形状ポートにおける時空間平均後退速度の評価手法と同一である。ただし、星形フラクタル形状ポートは軸方向に一様な形状であるため燃料表面後退挙動解析を二次元空間で行ったのに対して、星形フラクタル旋回形状ポートは三次元的な形状であるために解析も三次元空間で行うという点が異なる。

上記にて述べた固体燃料表面の後退挙動解析手法について説明する。固体燃料表面は固気界面であるため、界面捕獲法の一つであるレベルセット法¹⁰⁾を用いる。界面からの距離に応じて絶対値が変わり、界面を挟んでどちらの側に属するのか（固体側か、あるいは、気体側か）によって符号が変わる関数としてレベルセット関数 ϕ が定義される。 ϕ がゼロとなる位置が固体燃料表面の位置である。このレベルセット関数 ϕ の移流を解くことで、固体燃料表面の後退挙動を捉えることとなる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi = \mu \Delta \phi \quad (3)$$

ここで、 t は時間、 \mathbf{v} は移流速度、 μ は人工粘性係数を表す。式(3)は有限差分法により解かれる。対流項には二次精度ENO (Essentially Non-Oscillatory) スキーム¹¹⁻¹³⁾を、人工粘性項には二次精度中心差分スキーム¹⁴⁾を採用する。境界条件は一次外挿とする。時間積分には二次精度Adams-Bashforth法を採用する。

レベルセット関数の移流速度 \mathbf{v} は、固体燃料に垂直な方向、かつ、気体側から固体側へ向かう向きに、その絶対値が後退速度 \dot{r} となるように下記の式(4)で与える。

$$\mathbf{v} = \dot{r} \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (4)$$

ここでは、後退速度 \dot{r} は時間や位置に依らない定数として扱う。このことは、3.1節の従来の評価手法において、ポートが「一様に」燃え広がるとして式(1)を導出できることと対応する。

レベルセット関数の移流を数値的に解く過程で、レベルセット関数が有すべき距離関数としての特性が徐々に失われていくことが知られている。距離関数としての特性を以下の式(5)に示す。

$$|\nabla \phi| = 1 \quad (5)$$

レベルセット関数に距離関数としての特性を回復させる手法として再初期化が提案されている¹⁴⁾。しかしながら、ここでは研究の初期段階としてレベルセット関数の再初期化を導入していない。この点の変更が必要な項目であり、今後の課題として残されていることを記しておく。

この節の最後として、表面後退挙動解析の結果から表面後退距離、軸方向平均ポート断面積および固体燃料消費質量を求める方法を述べる。表面後退挙動解析においては時間や位置に依らない後退速度を仮定しているため、表面後退距離 Δr は下記の式(6)により求めることができる。

$$\Delta r = \dot{r} t \quad (6)$$

軸方向平均ポート断面積 $\overline{A_p}$ と固体燃料消費質量 Δm_F は次のように求める。

$$V_p = \int_V (1 - H_\varepsilon) dV \quad (7)$$

$$H_\varepsilon = \begin{cases} 0 & \text{at } \phi < -\varepsilon \\ \frac{\phi + \varepsilon}{2\varepsilon} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right) & \text{at } |\phi| \leq \varepsilon \\ 1 & \text{at } \phi > \varepsilon \end{cases} \quad (8)$$

$$\overline{A_p} = \frac{V_p}{l_p} \quad (9)$$

$$\Delta m_F = \rho_F (V_p - V_{p,ini}) \quad (10)$$

ここで、 V_p はポート体積、 V は計算領域の体積、 H_ε は近似Heaviside関数、 ε は有限な微小量、 $V_{p,ini}$ は初期ポート体積を表す。

3.3. 星形フラクタル巡回形状ポートにおける時空間平均後退速度の評価

この節では、星形フラクタル巡回形状ポートを有するハイブリッドロケットの地上燃焼試験結果を用いて、その時空間平均後退速度を算出する。まずはそれに先立って、固体燃料表面の後退挙動解析を実施し、評価に必要なデータベースを構築する。

星形フラクタル巡回形状ポートは軸方向に周期的な構造を有している。星形フラクタル形状断面を中心軸回りに1/6回転させてできた部分構造が基本単位となっており、それが軸方向に複数個連なったものが全体的な構造である。後退挙動解析では、計算格子点数や計算時間の節約を意図して、この基本単位一つのみを解析対象とする。燃料表面の初期状態を図3 (a)に示す。計算領域の大きさは $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m} \times 0.0329\text{ m}$ とし、計算格子は512点 \times 512点 \times 72点の等間隔直交格子とする。軸方向は、 z 方向とする。時間刻み幅は 0.005 s に設定する。後退挙動解析にて用いる後退速度は 1 mm/s を用いる。後退挙動解析の結果は固体燃料消費質量に対する表面後退距離や軸方向平均ポート断面積の関係として整理し、最終的には時間の概念を含まない形式にするため、後退挙動解析における後退速度は任意に設定してよいことを付記しておく。

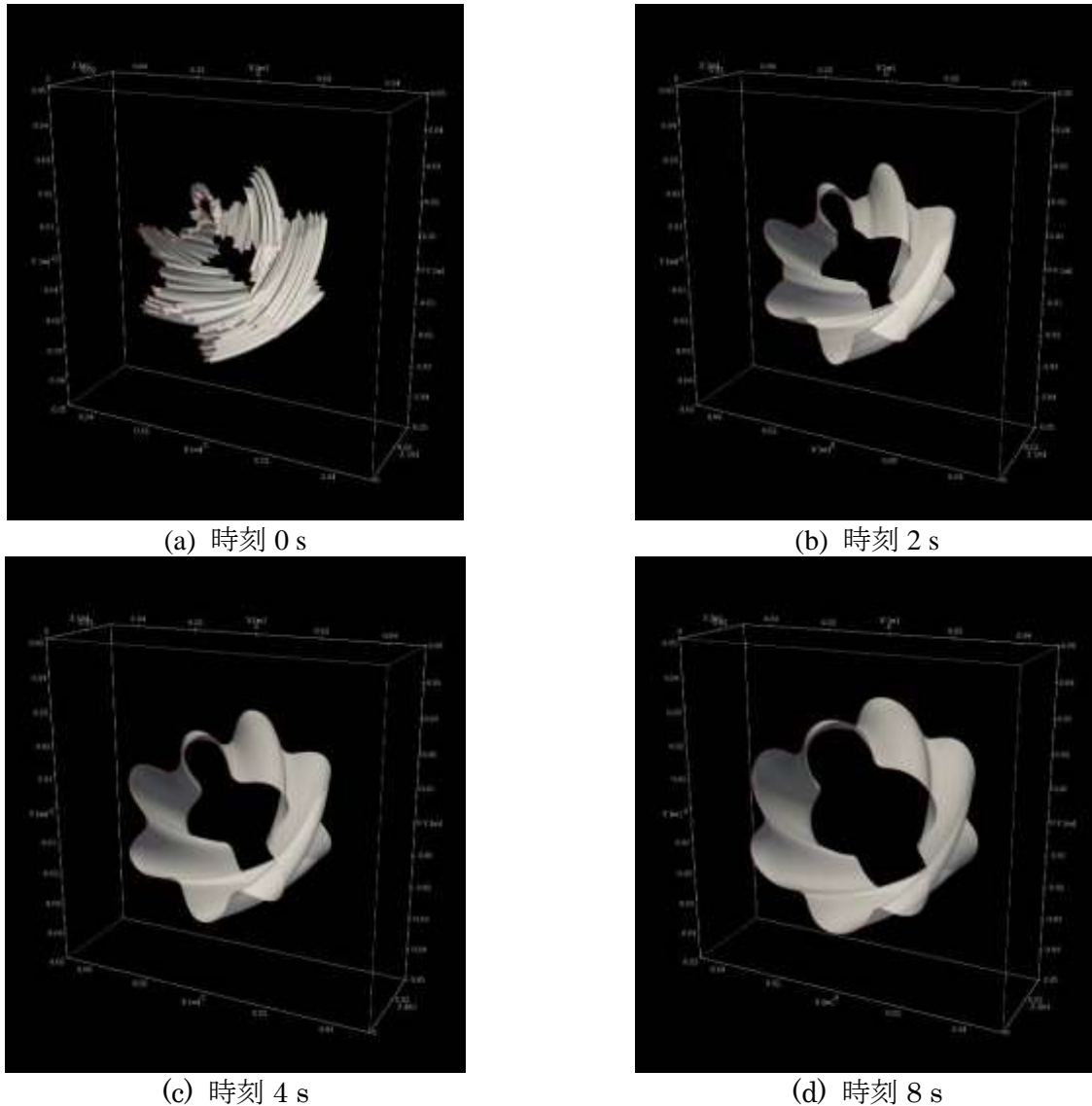


図3 固体燃料表面の後退挙動

解析の結果として得られた燃料表面の後退挙動を図3に示す。断面形状に着目すると、星形フラクタルの細かな構造は早い段階で概ね失われ、花卉のような形状になることが見て取れる。軸方向の旋回構造に関しては維持されていることがわかる。

次に、表面後退距離、軸方向平均ポート断面積および固体燃料消費質量の時間履歴を求めて、図4に示す。後退挙動解析ではポートに関して一つの基本単位のみを扱っているが、固体燃料消費質量においては、ポート全体に含まれる基本単位の数を掛け合わせることでポート全体の消費質量に換算した上でグラフを描いている。図4 (a)を見ると、表面後退距離は時間に比例して大きくなっていることがわかる。これは式(6)から自明であり、その比例定数は後退速度となる。図4 (b)および(c)を見ると、軸方向平均ポート断面積や固体燃料消費質量は時間に伴って単調増加するが、その変化率は一定ではないことが見て取れる。

時間を媒介変数として消去することで、固体燃料消費質量に対する表面後退距離の変化、および、固体燃料消費質量に対する軸方向平均ポート断面積の変化を表すグラフに描き換えたものが図5である。横軸の範囲は、表1の燃焼試験の結果を踏まえて定めている。いずれのグラフも固体燃料消費質量の増加に伴って単調増加していることが見て取れる。これらのグラフを以下の6次の多項式(式(11)および式(12))へと最小自乗法により関数フィッティングすることで、多項式中の係数 a_6, a_5, \dots, a_0 および b_6, b_5, \dots, b_0 の値を決定する。

$$\Delta r = a_6 \Delta m_F^6 + a_5 \Delta m_F^5 + a_4 \Delta m_F^4 + a_3 \Delta m_F^3 + a_2 \Delta m_F^2 + a_1 \Delta m_F + a_0 \quad (11)$$

$$\overline{A_p} = b_6 \Delta m_F^6 + b_5 \Delta m_F^5 + b_4 \Delta m_F^4 + b_3 \Delta m_F^3 + b_2 \Delta m_F^2 + b_1 \Delta m_F + b_0 \quad (12)$$

これにより固体燃料表面の後退挙動解析を用いた事前のデータベース作成は完了となる。

続いて、上記のデータベースを用いて地上燃焼試験の結果から時空間平均後退速度を評価する。燃焼試験で得られた固体燃料消費質量の値を先ほど作成した式(11)および式(12)に代入することで、燃焼試験終了時における表面後退距離 Δr_{fm} と軸方向平均ポート断面積 $\overline{A_p}_{fm}$ を求める。これらの値と

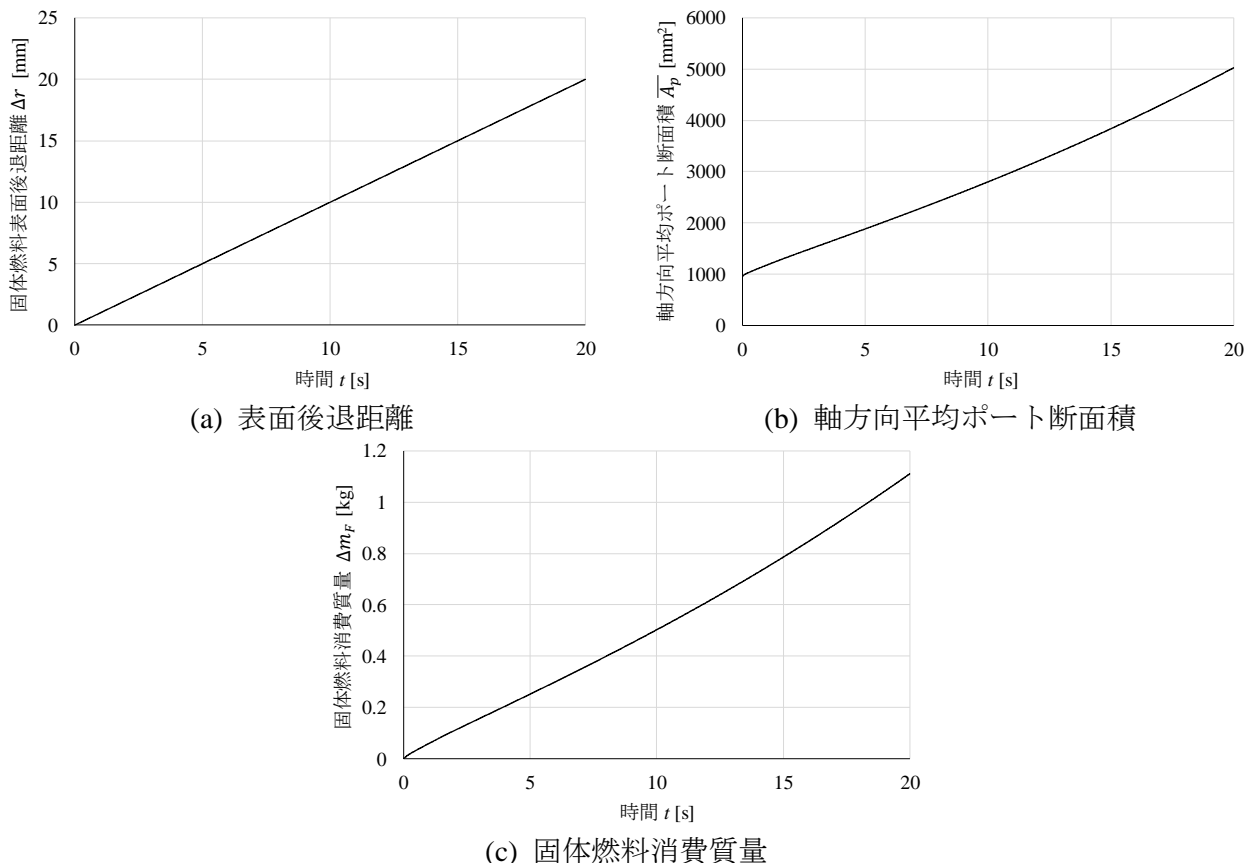


図4 後退挙動解析より得られた各種の時間履歴

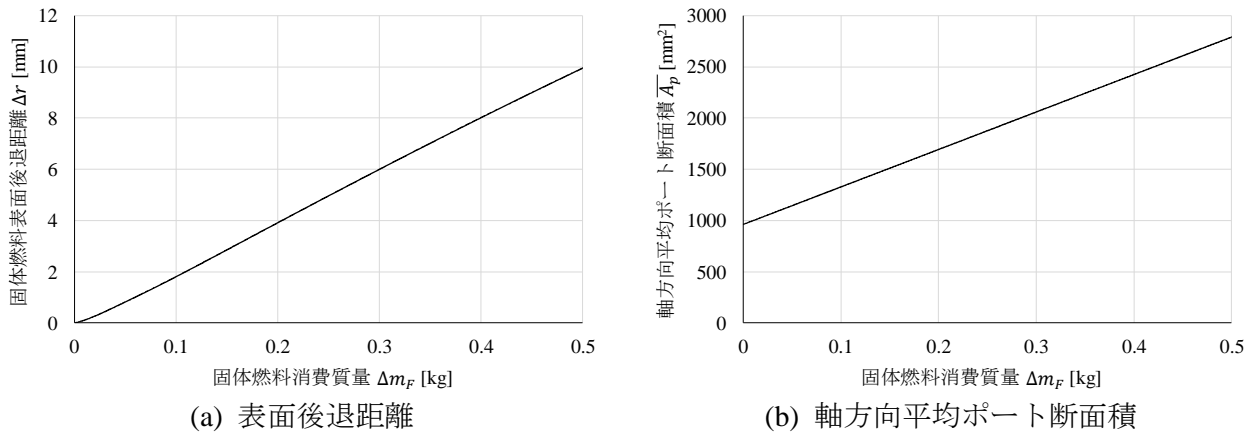


図5 固体燃料消費質量との関係

燃焼試験での燃焼時間 t_c および時間平均酸化剤流量 \overline{m}_o から下記の式(13)および式(14)を用いて時空間平均後退速度 \overline{r} と時空間平均酸化剤質量流束 \overline{G}_o を算出することができる。

$$\overline{r} = \frac{\Delta r_{fin}}{t_c} \quad (13)$$

$$\overline{G}_o = \frac{2\overline{m}_o}{A_{p,ini} + A_{p,fin}} \quad (14)$$

ここで、 $A_{p,ini}$ は初期ポート断面積を表す。

表1の値を用いて式(13)および式(14)より得た時空間平均後退速度と時空間平均酸化剤質量流束を図6に示す。図6中では比較のために、先行研究⁹⁾にて求めた従来の円形ポートおよび星形フラクタル形状ポートの値もプロットしている。また、円形ポートの値より得た経験式も描いている。図6を見ると、円形ポートおよび星形フラクタル形状ポートのいずれと比べても、星形フラクタル巡回形状ポートにおける時空間平均後退速度は大きく向上していることが見て取れる。表面積の大きなポート形状であることも併せて考えると、燃料ガス発生速度が大きく改善していることがわかる。ただし、定性的ではなく定量的に評価をするためには、ここでは導入しなかったレベルセット関数の再初期化を導入する必要があることを注記しておく。

4. まとめ

星形フラクタル巡回形状ポートのような三次元的に複雑な形状を有するポートに対しては、従来の円形ポートにおいて用いられてきた時空間平均後退速度の評価手法をそのまま適用することは困

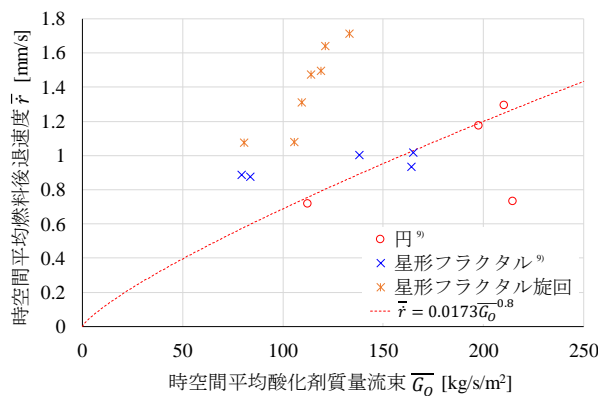


図6 時空間平均酸化剤質量流束に対する時空間平均後退速度の変化

難であった。そこで、複雑形状へも適用可能な手法としてレベルセット法による固体燃料表面の後退挙動解析を用いた手法を開発し、それによって星形フラクタル旋回形状ポートを有するハイブリッドロケットの地上燃焼試験結果から時空間平均後退速度を評価した。従来の円形ポートや星形フラクタル形状ポートの値と比較することで、星形フラクタル旋回形状ポートの時空間平均後退速度が大きく向上していることがわかった。

今後の課題としては、定量的に議論するために、固体燃料表面の後退挙動解析に対してレベルセット関数の再初期化を導入することがまず必須である。その上で、本手法を利用して、あるいは、本手法を用いた燃焼試験の評価結果より得られた知見に基づいて、グレイン設計の指針を定めることを検討することとなる。

謝辞

本研究は、2018年度共同研究A「軽量・高性能ハイブリッドロケットエンジンの研究・開発」（研究代表者：高野敦）として神奈川大学工学研究所より支援を受けて実施した。ここに記して謝意を表する。

地上燃焼試験の実施に当たって神奈川大学工学部機械工学科流体工学研究室および航空宇宙構造研究室の学生諸氏の協力を得た。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Takahashi, A., and Shimada, T., “Essentially Non-Explosive Propulsion Paving a Way for Fail-Safe Space Transportation,” *Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan*, **16** (1), 2018, 1-8.
- 2) Whitmore, S. A., Walker, S. D., Merkley, D. P., and Sobbi, M., “High Regression Rate Hybrid Rocket Fuel Grains with Helical Port Structures,” *J. Propul. Power*, **32** (6), 2015, 1727-1738.
- 3) Whitmore, S. A., and Walker, S. D., “Engineering Model for Hybrid Fuel Regression Rate Amplification Using Helical Ports,” *J. Propul. Power*, **33** (2), 2017, 398-407.
- 4) Fuller, J. K. (J.), Ehrlich, D. A., Lu, P. C., Jansen, R. P., and Hoffman, J. D., “Advantages of Rapid Prototyping for Hybrid Rocket Motor Fuel Grain Fabrication,” *AIAA paper* 2011-5821, 2011.
- 5) Arnold, D., Boyer, J. E., Kuo, K. K., DeSain, J. D., Curtiss, T. J., and Fuller, J. K., “Test of Hybrid Rocket Fuel Grains with Swirl Patterns Fabricated Using Rapid Prototyping Technology,” *AIAA paper* 2013-4141, 2013.
- 6) 鎮目夢玄, 高野敦, 船見祐揮, 諸星宏樹, 田原鴻一, 寺田俊樹, 「3Dプリンタによる星型フラクタル旋回形状グレイン搭載ハイブリッドロケットエンジンの開発」, 平成29年度宇宙輸送シンポジウム, 相模原, STCP-2017-012, 2018.
- 7) 船見祐揮, 高野敦, 「星形フラクタル旋回形状グレインを用いたハイブリッドロケットの地上燃焼試験」, 第63回宇宙科学技術連合講演会, 徳島, 2E07, 2019.
- 8) 西野沙也佳, 館山哲也, 船見祐揮, 高野敦, 「星形フラクタル旋回形状グレイン搭載ハイブリッドロケット概念設計及び打上試験結果」, *9th UNISEC Space Takumi Conference for Practical Study of Problem Finding and Solving in Space Systems*, 東京, 2019.
- 9) 船見祐揮, 高野敦, 「星形フラクタル形状ポートを有するハイブリッドロケット燃料の表面後退挙動解析」, 第59回航空原動機・宇宙推進講演会, 岐阜, 1B07 (JSASS-2019-0022), 2019.
- 10) Osher, S., and Fedkiw, R., *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*, *Applied Mathematical Sciences* 153, Springer, 2003, 21-93.
- 11) Chang, Y. C., Hou, T. Y., Merriman, B., and Osher, S., “A Level Set Formulation of Eulerian Interface Capturing Methods for Incompressible Fluid Flows,” *J. Comput. Phys.*, **124**, 1996, 449-464.
- 12) Shu, C.-W., and Osher, S., “Efficient Implementation of Essentially Non-Oscillatory Shock-Capturing Schemes, II,” *J. Comput. Phys.*, **83**, 1989, 32-78.
- 13) Harten, A., “ENO Schemes with Subcell Resolution,” *J. Comput. Phys.*, **83**, 1989, 148-184.
- 14) Sussman, M., Almgren, A. S., Bell, J. B., Colella, P., Howell, L. H., and Welcome, M. L., “An Level Set Approach for Incompressible Two-Phase Flows,” *J. Comput. Phys.*, **148**, 1999, 81-124.