

# 磁気プラズマセイルの3次元MHD解析

永田靖典\*・大津広敬\*

## A Three-dimensional MHD Analysis for a Magneto Plasma Sail

Yasunori NAGATA\*, and Hirotaka OTSU\*

**Abstract :** A magneto plasma sail (MPS) is a new propulsion system for a deep space mission such as the Voyager. A thrust of MPS is considered to be generated by utilizing the interaction between the solar wind and the magnetic field inflated by plasma injection from the spacecraft. In order to estimate the thrust, we performed magnetohydrodynamic (MHD) simulations including plasma injection. Our results indicate that the thrust of MPS increases with the beta value of the injected plasma. Additionally, from a viewpoint of the thrust performance, the thrust of a MPS is larger than the reaction force generated by the plasma injection under the condition where the beta value is less than  $10^{-4.5}$ .

**KeyWord :** Magneto Plasma Sail, Solar Wind, Propulsion, Magnetohydrodynamics

### 概 要

磁気プラズマセイル (Magneto Plasma Sail, MPS) とは外惑星探査用の推進システムであり、太陽から放射されている太陽風を、機体の周りに発生させた磁場で受け止めることで推力を発生させる。MPSでは機体からプラズマを噴射することで磁場を拡大させるが、これによりコイルや機体を小さくできると考えられている。このように太陽風を利用することで従来の推進システムより推力、比推力ともに大きくできると考えられている。

本研究では、太陽風とMPS周りに発生させた磁場との相互干渉に関する3次元電磁流体 (Magnetohydrodynamics, MHD) 解析を行い、噴射プラズマと発生する推力の関係について調べた。また、磁場拡大に用いるプラズマの噴射で得られる反力とMPSで得られる推力との比較を通してMPSの有効性について調べた。解析の結果、噴射プラズマの動圧と磁気圧との比である $\beta$ 値が大きいほど推力は大きくなるが、低い $\beta$ 値を用いなければMPSの推力より噴射の反力の方が大きくなってしまふ可能性があることがわかった。

\* Shizuoka University

## 1. 背景

磁気プラズマセイル (Magneto Plasma Sail, MPS) とは、外惑星探査ミッションで用いられる新しい推進システムとして近年注目されているものである。このシステムは、風を帆で受け止めて進む帆船と同様に、太陽から放射されている高速の太陽風プラズマ流を探査機周りに展開した磁場で受け止めることで推力を発生させる。このように太陽風を利用する推進システムとしては、他に磁気セイル (Magnetic Sail, Magsail) も考えられている。

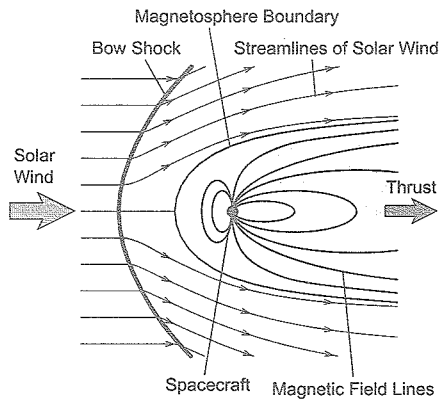


図1 磁場と太陽風の干渉流れ。

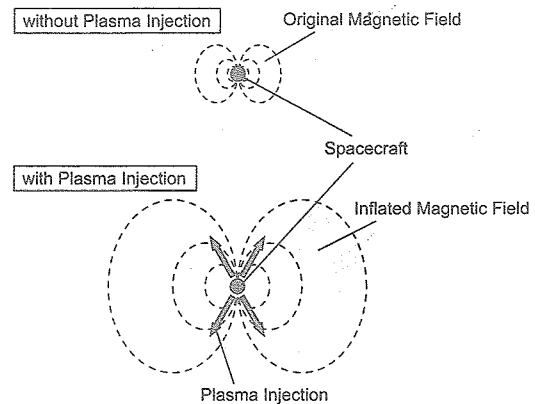


図2 プラズマ噴射による磁場拡大の様子。

図1は、機体周りに展開された磁場と太陽風とが干渉して生じる流れ場の模式図を示している。このように磁場と太陽風が干渉することで、磁場が内部に閉じ込められ、磁気圏 (Magnetosphere) が形成される。この磁気圏によって太陽風が遮られることで推力が発生する。このような推進システムの場合、太陽風の動圧は地球近傍で約  $2.0 \text{ [nPa]}$  と非常に小さく、太陽風を受け止める面積、すなわち磁気圏が大きくなければ十分な推力を得ることができない。磁気圏の大きさは機体周りに展開する磁場の強さによって決まるため、コイルのみで磁場を展開する磁気セイルでは直径数十 [km] にもおよぶ巨大なコイルが必要となってしまう。これに対してMPSでは、機体からプラズマを噴射し、この噴射されたプラズマに磁場を乗せて運ぶことで磁場を遠くまで広げる。図2はこの磁場拡大 (Magnetic Inflation) の模式図であり、元々の小さい磁場が噴射されたプラズマに凍結することで、プラズマとともに移動し、磁場が遠くまで運ばれることを示している。このように、MPSではプラズマを用いて磁場拡大を行うことで、元々の磁場を小さくでき、その結果機体そのものを小さくできると考えられている。また、太陽風を利用することで、イオンスラスタのような推進剤の噴射による反作用で推力を得る電気推進に比べ、推力、比推力ともに大きくできると考えられている<sup>[1, 2]</sup>。

## 2. 目的

本研究の目的は、3次元電磁流体 (Magnetohydrodynamics, MHD) 解析を通して、MPSにおける噴射プラズマと磁気圏の大きさ、および推力との関係を調べることにある。プラズマ噴射による磁場拡大と太陽風磁場干渉を同時に解くことで、MPS周りの流れ場を求め、磁気圏の大きさと推力を算出する。MPSでは噴射するプラズマを任意に選べるため、その影響について調べる。また、磁場拡大に用いるプラズマを一方方向に噴射することで得られる反力とMPSで得られる推力との比較を行い、MPSの有効性についての検討を行う。

### 3. 解析条件

#### 3.1. 支配方程式

本研究ではプラズマの巨視的な運動に着目し、さらに電気伝導率が十分大きく、粘性を無視した理想MHD方程式を支配方程式として用いる。また、磁場強度が非常に強くなる機体近傍での計算を精度良く行うために、磁場については背景磁場 $B_0$ からの変動分である誘導磁場 $B'$ について計算を行う。このとき、全体の磁場 $B$ は背景磁場 $B_0$ と誘導磁場 $B'$ との和となり、次式で表せる。

$$B = B_0 + B' \quad (1)$$

ここで、背景磁場としてダイポール磁場を仮定すると、無次元化された理想MHD方程式は次のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ B' \\ E_t' \end{bmatrix} + \nabla \cdot \begin{bmatrix} \rho u u + (p + \frac{B' \cdot B'}{2})I - B' B' \\ u B' - B' u \\ (E_t' + p + \frac{B' \cdot B'}{2})u - (u \cdot B')B' \end{bmatrix} + \nabla \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ (B_0 \cdot B')I - (B_0 B' + B' B_0) \\ u B_0 - B_0 u \\ (B_0 \cdot B')u - (u \cdot B')B_0 \end{bmatrix} = -\nabla \cdot B' \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ u \\ u \cdot B' \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$E_t' = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u \cdot u + \frac{B' \cdot B'}{2}$$

ここで、 $\rho$ ,  $u$ ,  $B_0$ ,  $B'$ ,  $p$ ,  $\gamma$ , はそれぞれプラズマの密度、速度ベクトル、背景磁場と誘導磁場の磁束密度ベクトル、静圧、比熱比であり、 $E_t'$ は単位体積当たりの全エネルギーで、磁気エネルギーとして誘導磁場のみによる値を用いている。また、 $\nabla \cdot B = 0$ の制約として8-wave Formulationを用いるため、 $\nabla \cdot B = 0$ の項を左辺に残してある [3]。

背景磁場であるダイポール磁場は次式で表せる。

$$B_0(r) = \frac{3m \cdot r}{r^5} r - \frac{m}{r^3} \quad (3)$$

ここで、 $m$ ,  $r$  はそれぞれダイポールモーメントベクトル、位置ベクトルであり、 $r = |r|$ である。

#### 3.2. 計算手法

計算手法として、数値流束の評価にTVD Lax-Friedrichスキーム<sup>[4]</sup>を用い、MUSCL法により空間高次精度化した。ここで、MUSCL法の制限関数にはCubic Limiterを用いた<sup>[5]</sup>。時間積分には、Euler陽解法を用い、比熱比 $\gamma$ は5/3で一定とした。なお、本研究では定常解を得ることを目的とするため、Local Time Stepにより、解が収束するまでの反復回数を減らした。

流れ場は三次元流れを考え、計算領域および境界条件を図3に、計算格子を図4にそれぞれ示す。計算領域の中心に直径1.0 [m]の球形の機体を配置し、機体表面から放射状にプラズマを噴射させることを考える。太陽風はX軸の負方向から流入させる。領域の外側境界は磁気圏の大きさに対し十分遠い位置にとり、流れの対称性から計算は半分の領域( $Z \geq 0$ )についてのみ行う。格子点数は、周方向に61点×61点、機体から垂直な方向に101～176点とり、総点数は約380,000～650,000点である。

境界条件は、外側境界に流入条件として太陽風の値を固定条件で与え、流出条件は全ての物理量に関して0次外挿とした。機体表面に対しては、噴射するプラズマの物理量を固定条件として与え、速度は法線方向成分を、磁場はダイポール磁場から求められる磁束密度をそれぞれ与えた。また、比較のためプラズマを噴射しない場合、すなわち磁気セイルの場合の計算も行ったが、この場合の機体表面における条件は、速度は0、密度と圧力は0

次外挿, 磁場に関してはプラズマを噴射させた場合と同様の条件で計算を行った. なお, ダイポールモーメントの向きは太陽風に対して垂直方向 (Y方向) とした.

### 3.3. 計算条件

MPSにおいてはどのようなプラズマを噴射するかが重要になると考えられるが, ここでは噴射するプラズマを規定する値として, 次の無次元量  $\beta$  を用いる.

$$\beta = \frac{\frac{1}{2}\rho u \cdot u}{\frac{B \cdot B}{2\mu_0}} \quad (4)$$

ここで,  $\mu_0$ は真空中透磁率であり, 各変数は有次元量で表されている. この  $\beta$  値 (Beta Value) は, 噴射プラズマの動圧と磁気圧の比を表しており, 磁場拡大に影響を与える値である. 本研究では, 噴射プラズマの速度を 4.0 [km/s], 機体表面における磁場強度を 0.02 [T] と一定にしているため,  $\beta$  値は噴射プラズマの密度に比例することになる. すなわち,  $\beta$  値が大きいほど, より多くのプラズマを噴射することを表している. ここでは,  $\beta$  値を  $10^{-10}$  から  $10^{-3}$  まで変化させ, その影響について調べた. 表1に計算で用いるパラメータを示す. なお, 太陽風には地球近傍の値を用い, 噴射プラズマのイオンは  $A r^+$  を仮定している.

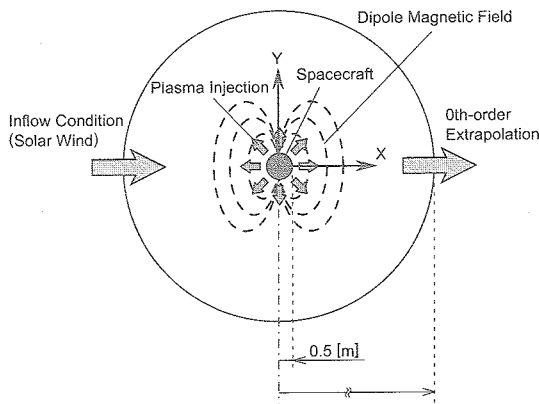


図3. 計算モデル.

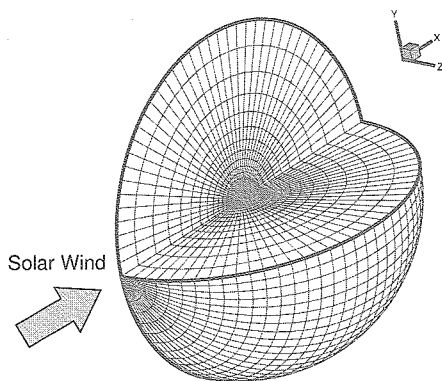


図4 計算格子.

表1 計算条件.

Solar Wind		
Velocity [km/s]	300.0	
Temperature [eV]	20.0	
Number Density [ $m^{-3}$ ]	$5.0 \times 10^6$	
Magnetic Field [T]	0.0	
Injected Plasma		
Velocity [km/s]	4.0	
Temperature [eV]	3.5	
Magnetic Field [T]	0.02	
Dipole Moment [ $Tm^3$ ]	$2.5 \times 10^{-3}$	
Beta Value $\beta$	Number Density [ $m^{-3}$ ]	Pressure [Pa]
$10^{-10}$	$3.0 \times 10^{10}$	$3.3 \times 10^{-8}$
$10^{-6}$	$3.0 \times 10^{14}$	$3.3 \times 10^{-4}$
$10^{-3}$	$3.0 \times 10^{17}$	$3.3 \times 10^{-1}$

## 4. 解析結果

### 4.1. 流れ場の様子

図5に、機体からのプラズマ噴射あり(上)と噴射なし(下)の場合の対称面(X-Y平面)上における流線と静圧分布を、図6に流線と磁場強度分布を示す。なお、噴射プラズマの $\beta$ 値は $10^{-10}$ である。ここで、プラズマ噴射なしは磁気セイルの場合に相当する。これより、機体からのプラズマ噴射の有無に関わらず、太陽風は磁場によって遮られることで、ある一定の領域内には侵入できず、磁気圏が形成されていることがわかる。また、この磁気圏の手前で圧力が大きく上昇しており、Bow Shockが形成されていることがわかる。

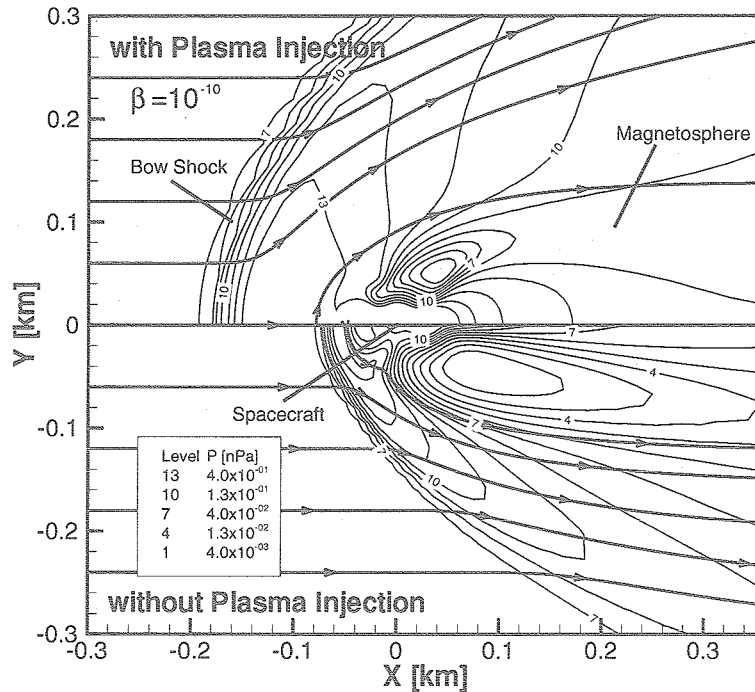


図5  $\beta = 10^{-10}$ のプラズマ噴射あり(上)となし(下)の対称面(X-Y平面)上における静圧分布と流線。

磁気圏先端の位置は、太陽風動圧と磁気圧とのつり合いから決まり、プラズマ噴射がない場合は次式で求められる。

$$\rho_{SW} u_{SW}^2 = \frac{(f B_{MS})^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0} \left( f \frac{m}{R_{MS}^3} \right)^2 \quad (5)$$

ここで、 $B_{MS}$ は磁気圏先端におけるダイポール磁場の磁場強度、 $R_{MS}$ は機体中心から磁気圏先端までの距離、 $\rho_{SW}$ 、 $u_{SW}$ はそれぞれ太陽風の密度と速度、 $m$ はダイポールモーメントの大きさ、 $\mu_0$ は真空中透磁率であり、 $f$ は磁場の圧縮因子でここでは2とする<sup>[6]</sup>。式(5)から表1の値を用いて $R_{MS}$ を求めると約50[m]となり、図5、6の噴射なしの場合とほぼ一致する。このことから、本計算は実際の流れ場に近い結果が得られていると考えられる。

プラズマ噴射ありとなしを比較すると、噴射がない場合に比べ、噴射がある場合は磁気圏およびBow Shockが機体から遠ざかっており、磁気圏が広がっていることがわかる。また、図6より、噴射ありの方が磁場が広範囲に広がっており、機体からプラズマを噴射することで磁気セイルに比べて磁場が拡大されたと考えられる。

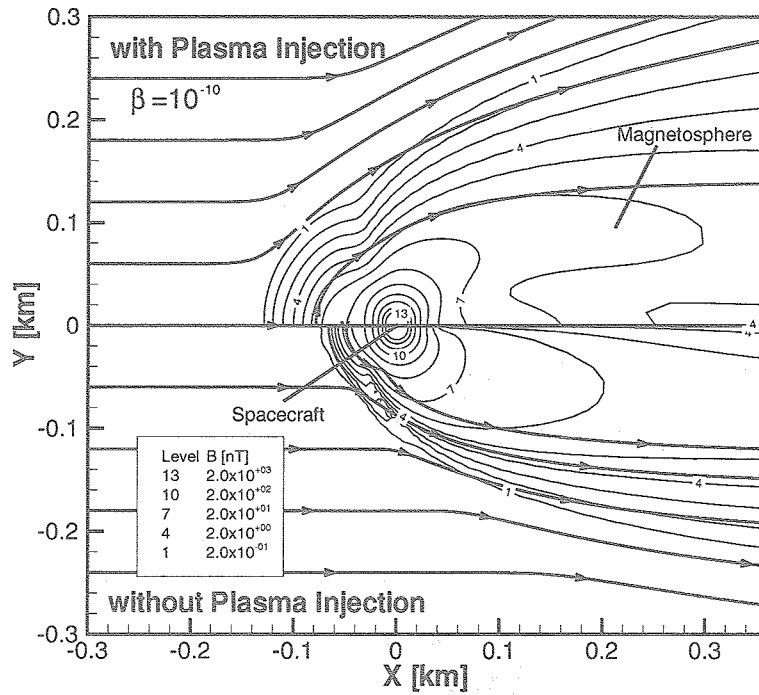


図6  $\beta = 10^{-10}$  のプラズマ噴射あり (上) となし (下) の対称面 (X-Y平面) 上における磁場強度分布と流線。

#### 4.2. 磁気圏の大きさと推力の推定

図7に、噴射プラズマの $\beta$ 値による磁気圏半径の変化、およびプラズマ噴射のない磁気セイルの場合の磁気圏半径を示す。ここで磁気圏半径は、機体中心から磁気圏先端のよどみ点までの距離とした。これより、 $\beta$ 値が大きくなるに従い、磁気圏半径が大きくなり、磁気圏が広がっていくことがわかる。このことは、 $\beta$ 値を大きくすることで、磁場がより遠くまで広がることを示している。 $\beta$ 値が大きくなると、プラズマの運動エネルギーが増し、磁場に捕らえられにくくなる。そのためプラズマの直進性が高まり、磁場が遠くまで運ばれると考えられる。磁気圏が広がることで太陽風を受け止める面積が増えるので、 $\beta$ 値が大きいほど機体に働く推力は大きくなると考えられる。

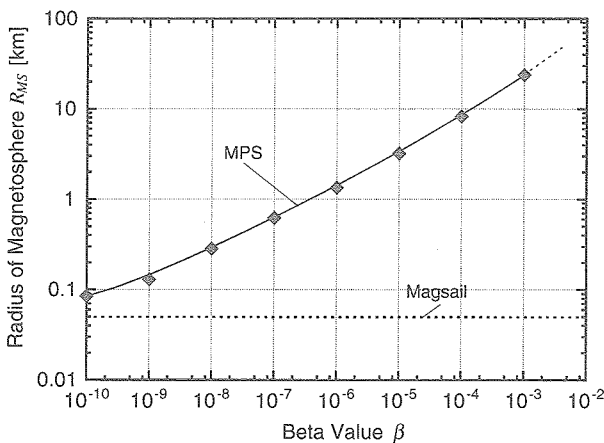


図7  $\beta$  値と磁気圏半径の関係。

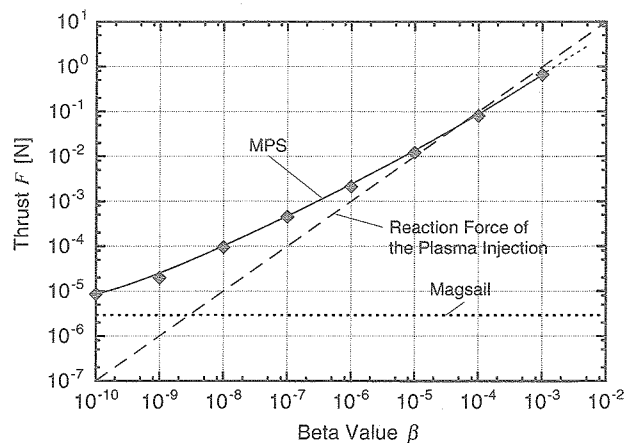


図8  $\beta$  値と推力の関係。

次に、磁気圏の大きさから推力を見積もることで、MPSの発生しうる推力について考察する。本研究では、磁気圏半径を半径とする球が太陽風から受ける抗力を機体に働く推力とする。推力 $F$ を次式から見積もる。

$$F = C_D \frac{1}{2} \rho_{SW} u_{SW}^2 S_{MS} \quad (6)$$

ここで、 $C_D$ は抗力係数、 $\rho_{SW}$ 、 $u_{SW}$ はそれぞれ太陽風の密度と速度、 $S_{MS}$ は太陽風を受け止める面積（投影面積）である。抗力係数には極超音速流中の球の値を用いることとし、1.0とする。投影面積は、磁気圏半径 $R_{MS}$ を用いて次式で表される。

$$S_{MS} = \pi R_{MS}^2 \quad (7)$$

図8に、式(6)から求めた推力と噴射プラズマの $\beta$ 値の関係、および磁気セイルの推力を示す。これより、噴射プラズマの $\beta$ 値が大きくなるに従い、推力も大きくなっていることがわかる。また、 $\beta$ 値が小さくなると推力は磁気セイルの推力に漸近していることがわかる。これは磁気セイルが噴射なし、すなわち $\beta = 0$ の場合に対応していることを示している。 $\beta$ 値の低いケースについて、計算領域を出入りする運動量の変化から求めた推力と、ここで求めた推力とを比較すると、これらの値はほぼ同じオーダーであった。そのため、 $\beta$ 値によって推力のオーダーがどの程度変わるのかを図8から把握することができると考えられる。本研究の条件では、 $\beta = 10^{-3}$ 程度であれば1 [N] オーダーの推力が出ることがわかる。

#### 4.3. プラズマ噴射によって得られる反力との比較

プラズマ噴射による反作用で得られる力と、磁場を拡大することで太陽風から得られる力とを比較することで、MPSの有効性について調べた。MPSでは磁場を拡大するためにプラズマを噴射する必要がある。上で述べたように $\beta$ 値が大きいほど、すなわち噴射するプラズマの量が多いほど推力が大きくなる。一方、イオンスラストなどの電気推進では、プラズマ噴射による反作用で推力を得ており、噴射するプラズマの量が多いほどその反力は大きくなる。もし、プラズマを噴射して得られる反力の方がMPSで得られる推力より大きいのであれば、磁場を拡大するためではなく、反力を得るためにプラズマを噴射した方が大きな推力を得られることになる。そこで、MPSで得られる推力と、磁場拡大に用いるプラズマを一方向に全て噴射して得られる反力（プラズマ噴射の反力）との比較を行う。

プラズマ噴射の反力 $F_{IP}$ は次式で見積もられる。

$$F_{IP} = \rho_{IP} u_{IP}^2 S = 2\beta \left( \frac{B_w^2}{2\mu_0} \right) S \quad (8)$$

ここで、 $\rho_{IP}$ 、 $u_{IP}$ はそれぞれ噴射プラズマの密度、速度であり、 $B_w$ は機体表面における磁場強度、 $S$ は機体の表面積である。式8から求めたプラズマ噴射の反力を図8上にプロットする。この図から、 $\beta$ 値が低い場合にはMPSで得られる推力の方がプラズマ噴射の反力より大きい。また、 $\beta$ 値が大きくなるとその差が小さくなり、やがて逆転するようになることがわかる。また、プラズマ噴射の反力と磁気セイルの推力とを比較すると、 $\beta$ 値が $10^{-8.5}$ より大きい場合に、プラズマ噴射の反力の方が磁気セイルの推力より大きくなっている。本研究の条件では、 $\beta$ 値が $10^{-4.5}$ を越えるとプラズマ噴射の反力の方がMPSの推力より大きくなる結果となった。このことから、MPSを用いる場合には、 $\beta$ 値の低いプラズマを噴射しなければ、太陽風から得られる推力よりも、プラズマを噴射することで得られる反力の方が大きくなってしまふことがあるといえる。

また、本研究ではプラズマを放射状に噴射しているが、少量のプラズマでも大きな磁気圏を作ることのできる噴射方法を模索していく必要があるといえる。例えば、特定の方向のみに噴射しても磁気圏の大きさが変わらな

いのであれば、同じ $\beta$ 値でも噴射するプラズマは少なくすみ、プラズマ噴射の反力との差が大きくなることになる。

## 5. まとめ

MHD数値シミュレーションを通して、MPSから噴射するプラズマと磁気圏の大きさ、および推力との関係を求めた。その結果、噴射の有無に関わらず、磁気圏およびBow Shockが形成され、プラズマを噴射することで磁気圏が広がることが確かめられた。噴射プラズマの $\beta$ 値を大きくすることで、磁気圏はより大きく広がることがわかった。磁気圏の大きさから推力を見積もった結果、本研究の計算条件では、 $\beta = 10^{-3}$ 程度で1 [N] オーダーの推力が得られた。また、プラズマを噴射することで得られる反力とMPSで得られる推力との比較を行ったところ、 $\beta$ 値が低い場合にMPSで得られる推力の方が大きくなる結果となった。そのため、MPSを用いる場合には $\beta$ 値の低いプラズマを噴射しなければならない、もしくは噴射方向を限定するなど、少量のプラズマでも大きな磁気圏が得られる方法を模索する必要があることがわかった。

## 謝 辞

本研究は、宇宙航空研究開発機構宇宙科学情報解析センター大型計算機利用共同研究により行われました。ここに記して感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- [1] Winglee, R. M., Slough, J., Ziemba, T., and Goodson, A., "Mini-Magnetospheric Plasma Propulsion: Tapping the Energy of the Solar Wind for Spacecraft Propulsion," *Journal of Geophysical Research*, Vol.105, 2000, pp. 21067-21077.
- [2] 山川 宏, 小川 博之, 藤田 和央, 野中 聡, 澤井 秀次郎, 國中 均, 船木 一幸, 大津 広敬, 中山 宜典: 磁気プラズマセルによる外惑星探査, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.52, No.603, 2004, pp. 148-152.
- [3] Powell, K. G., Roe, P. L., Linde, T. J., Gombosi, T. I., and De Zeeuw, D. L., "A Solution-Adaptive Upwind Scheme for Ideal Magnetohydrodynamics," *Journal of Computational Physics*, Vol.154, 1999, pp. 284-309.
- [4] De Sterck, H., Csik, A., Vanden Abeele, D., Poedts, S., and Deconinck H., "Stationary Two-Dimensional Magnetohydrodynamic Flows with Shocks: Characteristic Analysis and Grid Convergence Study," *Journal of Computational Physics*, Vol.166, 2001, pp. 28-62.
- [5] Otsu, H. and Nagata, Y., "Numerical Investigation of Magneto Plasma Sail Using Ideal Magnetohydrodynamic Equations," *The Journal of Space Technology and Science*, Vol.20, No.2, 2005, pp. 17-25.
- [6] 恩藤 忠典, 丸橋 克英編: 宇宙環境科学, オーム社, 2000, pp. 127-135.