

ランダム繊維強化複合材料の弾性係数

植村 益次・井山 向史・山口 芳子

Elastic Constants of Randomly Reinforced Plastics

By

Masuji UEMURA, Hisashi IYAMA and Yoshiko YAMAGUCHI

Abstract: In this short note, the theoretical elastic constants of composites which are randomly reinforced by chopped strands or swirl mats and can be seen as macroscopically isotropic, are derived by assuming the composite to be laminates of infinite number of arbitrarily oriented unidirectional composites. The derived values which can be easily calculated by a simple algebraic formula in terms of functions of the fundamental elastic constants of the constituent materials and the fiber volume content, are shown to agree well with the experimental results. It should be noted that a simple averaging of the elastic moduli of unidirectional or angle-ply composites is an inadequate modeling of the composite because the internal stresses are not accounted for.

摘 要

本文ではチョップド短繊維や連続繊維がランダムに分布しているチョップドマットやスワールマットのように、巨視的に面内等方性と見られる複合材料板の面内弾性係数の式を提示する。すなわち任意方向の一方向強化板が無数積尸していると考え、積尸理論に基づき平均化によって簡単な代数式の形で与えられ、構成材料の基礎弾性常数と繊維容積含有率がわかれば容易に計算でき、ガラス繊維スワールマット強化プラスチック板についての実験値と極めて良く合致することを示す。そして任意方向の一方向強化材やアングルプライ材の単なる平均化による従来の提案は、内部応力の発生を無視して不適当であることを示す。

は し が き

各種の繊維強化複合材料の弾性係数は、補助繊維や母材など構成材の弾性係数が与えられると、先ず一方向強化材の基本的な主軸方向弾性係数に基づいて積層理論から求められる[1]。筆者らはガラス繊維など等方性繊維[2][3]などはもちろん、炭素繊維[4]など異方性繊維

の場合を含めて弾性係数の解析式を提案すると共に、実験値と比較して良好な一致が得られた。

本文では、チョップド短繊維や連続繊維がランダムに分布しているチョップドマットやスワールマットのように巨視的に面内等方性と見られる複合材料板では、任意方向の一方向強化材層がランダムに積層していると考え[5]、積層理論に基づいて内部応力の発生を考慮して面内弾性係数を求めることが合理的であり、構成素材の基礎的弾性常数值が分れば簡単に推定できる計算式を提案すると共に、実験値と比較して良好な結果を得たことについて述べる。ランダムに分布しているので分布関数を考慮した平均化操作を行うことは容易に考えられ、従来からも提案されている[6][7]が、内部拘束による内部応力の発生を無視したりしており、その他その際注意すべきことについても指摘する。

1. 一方向強化材の基本的弾性係数

先ず理論的計算をする際に基本となる一方向繊維強化材の弾性係数の計算式について抄録しておく。一方向繊維強化材では繊維は横断面内でランダムに配列しているが、筆者の一人[4]は、六角配列($\xi = \sqrt{3}/2$)あるいは正方配列($\xi = 1$)していると仮定し、各配列ユニットについて繊維部と母材部に積層理論を適用し、平均化近似解法によって強化繊維の異方性を考慮した弾性係数の算出式を提示した。これらは構成素材の弾性係数と繊維容積含有率 V_f の関数として簡単に代数計算で求められるもので次式で与えられる。

ただし E ; ヤング率, ν ; ポアソン比, G ; 剪断剛性率
添字“ f ” “ m ” は繊維, 母材に関する諸量,
添字“ L ” “ T ” は繊維方向, 繊維と直角方向の諸量を示す。

① 繊維方向ヤング率 E_L :

$$E_L = E_{fL} V_f + E_m (1 - V_f) \quad (1)$$

② 繊維と直角方向ヤング率 E_T :

$$\alpha < 1;$$

$$\frac{1}{E_T} = \frac{\textcircled{f}}{\textcircled{a}} \left[\frac{\pi}{2} + \frac{r}{\sqrt{1-\alpha^2}} \ln \frac{1+\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha} + \frac{\delta}{\sqrt{1-\beta^2}} \ln \frac{1+\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \right] + \frac{1-D}{E_m}$$

$$\alpha > 1;$$

$$\frac{1}{E_T} = \frac{\textcircled{f}}{\textcircled{a}} \left[\frac{\pi}{2} + \frac{2r}{\sqrt{\alpha^2-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha-1}{\alpha+1}} + \frac{\delta}{\sqrt{1-\beta^2}} \ln \frac{1+\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \right] + \frac{1-D}{E_m}$$

$$\text{ここで } D = 2\sqrt{\xi V_f / \pi}, \quad \alpha = [\textcircled{b} + \sqrt{\textcircled{b}^2 - 4\textcircled{a}\textcircled{c}}] / 2\textcircled{a}, \quad (2)$$

$$\beta = [\textcircled{b} - \sqrt{\textcircled{b}^2 - 4\textcircled{a}\textcircled{c}}] / 2\textcircled{a},$$

$$r = (K_m \alpha D - \alpha^2 \textcircled{f}) / (\alpha - \beta) \textcircled{f},$$

$$\delta = (-K_m \beta D + \beta^2 \textcircled{f}) / (\alpha - \beta) \textcircled{f}$$

$$\textcircled{a} = (D/\xi)^2 \{ K_{fL} (K_{fL} - \nu_{fL}^2 K_{fL}) + K_m^2 (1 - \nu_m^2) - K_m (K_{fL} + K_{fT} - 2\nu_{fT} \nu_m K_{fL}) \}$$

$$\textcircled{b} = -(D/\xi) K_m [2K_m(1-\nu_m^2) - (K_{fL} + K_{fT} - 2\nu_{fT}\nu_m K_{fL})]$$

$$\textcircled{c} = K_m^2(1-\nu_m^2), \quad \textcircled{d} = (D^2/\xi)(K_{fL} - K_m), \quad K_m = E_m/(1-\nu_m^2)$$

$$K_{fL} = E_{fL}/(1-\nu_{fL}\nu_{fT}), \quad K_{fT} = E_{fT}/(1-\nu_{fL}\nu_{fT})$$

③ 繊維方向ポアソン比 ν_L :

$$\epsilon < 1 ;$$

$$\nu_L = \frac{D(\nu_{fL}K_{fT} - \nu_m K_m)}{K_{fT} - K_m} + \frac{\pi}{2} \frac{\xi K_m K_{fT} (\nu_m - \nu_{fL})}{(K_{fT} - K_m)^2}$$

$$+ \frac{(\nu_m - \nu_{fL}) \xi^2 K_m^2 K_{fT}}{D(K_{fT} - K_m)^3 \sqrt{1-\epsilon^2}} \ln \frac{1 + \sqrt{1-\epsilon^2}}{\epsilon} + \nu_m(1-D)$$

$$\epsilon > 1 ;$$

$$\nu_L = \frac{D(\nu_{fL}K_{fT} - \nu_m K_m)}{K_{fT} - K_m} + \frac{\pi}{2} \frac{\xi K_m K_{fT} (\nu_m - \nu_{fL})}{(K_{fT} - K_m)^2}$$

$$+ \frac{2(\nu_m - \nu_{fL}) \xi^2 K_m^2 K_{fT}}{D(K_{fT} - K_m)^3 \sqrt{\epsilon^2 - 1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1}} + \nu_m(1-D) \quad (3)$$

ここで $\epsilon = \xi K_m / D(K_{fT} - K_m)$, また $\nu_T = \nu_L (E_T / E_L)$

④ 繊維方向剪断剛性率 G_{LT} :

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{\pi}{2} \frac{\xi}{(G_{fLT} - G_m)} + \frac{1-D}{G_m}$$

$$- \frac{D}{G_m} \frac{\lambda^2}{\sqrt{1-\lambda^2}} \ln \frac{1 + \sqrt{1-\lambda^2}}{\lambda} \quad (4)$$

ここで $\lambda = \xi G_m / D(G_{fLT} - G_m)$

ガラス繊維強化プラスチックの場合には,
 $E_{fL} = E_{fT} = E_f = 7,400 \text{ kg/mm}^2$, ν_{fL}
 $= \nu_{fT} = \nu_f = 0.23$, $G_f = E_f / 2(1 + \nu_f)$,
 $G_m = E_m / 2(1 + \nu_m)$,

また $E_m = 300 \text{ kg/mm}^2$, $\nu_m = 0.36$ とし, 六角配列 ($\xi = \sqrt{3}/2$) を想定した場合の一方方向強化の基礎的弾性係数の計算値を図1に示す.

2. 弾性係数の方向性

2.1 一方方向強化材

図2に示すように一方方向強化材の弾性主軸(L, T軸)と角度 α をなす方向に x 軸を

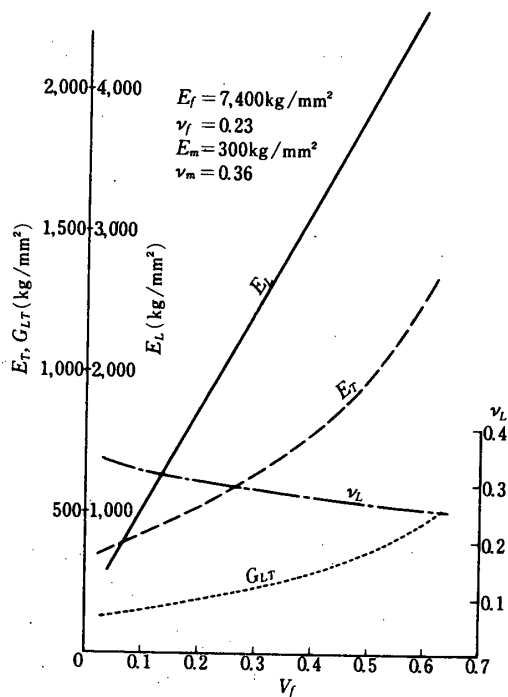


図1 GFRP一方方向強化材の弾性係数

とる。ランダム強化複合材は一方向強化材が $\alpha = -\pi/2 \sim \pi/2$ の範囲で任意方向に分布していると考えられるので、先ず、一方向強化材が x 軸と角度 α をなすときの弾性係数を示しておく[1][2][3]。

(x, y) 軸に関する弾性係数を E_{xo} , E_{yo} , G_{xyo} , ν_{xo} とすると、一方向強化材の基本的弾性係数との間に次の関係式がある。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{E_{xo}} &= \frac{\cos^4 \alpha}{E_L} + \frac{\sin^4 \alpha}{E_T} \\ &+ \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ \frac{1}{E_{yo}} &= \frac{\sin^4 \alpha}{E_L} + \frac{\cos^4 \alpha}{E_T} \\ &+ \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ \frac{1}{G_{xyo}} &= \left(\frac{1+\nu_L}{E_L} + \frac{1+\nu_T}{E_T} \right) \sin^2 2\alpha \\ &+ \frac{1}{G_{LT}} \cos^2 2\alpha \\ \frac{\nu_{xo}}{E_{xo}} &= \frac{\nu_{yo}}{E_{yo}} = \frac{\nu_L}{E_L} (\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha) \\ &+ \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{1}{E_L} - \frac{1}{E_T} \right) \cdot \frac{\sin^2 2\alpha}{4} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

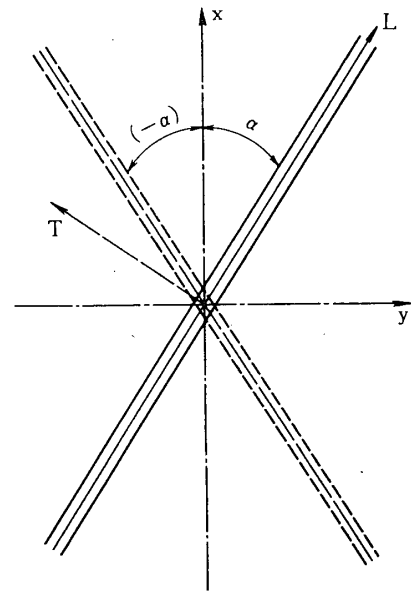


図2 座標軸

2.2 アンブルプライ、ヘリカル巻き材の弾性係数

ランダム強化複合材では一方向強化材が各種の方位をとって分布しているが、アンブルプライ、ヘリカル巻き材と同様にお互いに拘束し合い、内部応力が発生すると思われる。従ってランダム強化材は、既に内部応力の発生を考慮した $\pm\alpha$ のアンブルプライ材の弾性係数式に基づき、各種の $\pm\alpha$ 層が分布していると考えてもよいので、図2のように $\pm\alpha$ の2層が積層された板の弾性係数 E_{xh} , E_{yh} , ν_{xh} , G_{xyh} を示しておく[1][2][3]。

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{1}{E_{xh}} &= \frac{1}{E_{x0}} - \chi_0^2 G_{xy0} \\
 \frac{1}{E_{yh}} &= \frac{1}{E_{y0}} - \psi_0^2 G_{xy0} \\
 \frac{\nu_{xh}}{E_{xh}} &= \frac{\nu_{yh}}{E_{yh}} = \frac{\nu_{x0}}{E_{x0}} + \chi_0 \psi_0 G_{xy0} \\
 \frac{1}{G_{xyh}} &= \frac{1}{G_{xy0}} - \frac{\chi_0 (\chi_0 + \psi_0 \nu_{y0})}{1 - \nu_{x0} \nu_{y0}} E_{x0} - \frac{\psi_0 (\psi_0 + \chi_0 \nu_{x0})}{1 - \nu_{x0} \nu_{y0}} E_{y0}
 \end{aligned} \right\} (6)$$

ここで

$$\chi_0 = \left[\frac{\sin^2 \alpha}{E_T} - \frac{\cos^2 \alpha}{E_L} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) \cos 2\alpha \right] \sin 2\alpha$$

$$\psi_0 = \left[\frac{\cos^2 \alpha}{E_T} - \frac{\sin^2 \alpha}{E_L} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) \cos 2\alpha \right] \sin 2\alpha$$

χ_0, ψ_0 は“剪断歪曲係数”と呼ばれ、 x, y 軸に関する剪断応力によって主軸方向に直ひずみを生じ、あるいは主軸方向の直応力によって剪断ひずみを生じることを意味する。

3. ランダム強化材の弾性係数

ランダム強化材は、各種の方位の一方向強化材が $\alpha = -\pi/2 \sim \pi/2$ の範囲で一様に分布していると考えられ、比較のために図3に示すような各種のモデル化による方法でランダム強化材の弾性係数を検討してみる。

3.1 一方向強化材の弾性係数の平均化による値

まず最も単純に直観的に考えられるのは、図3(iii)に示すような x 軸と $+\alpha$ の角度をなす

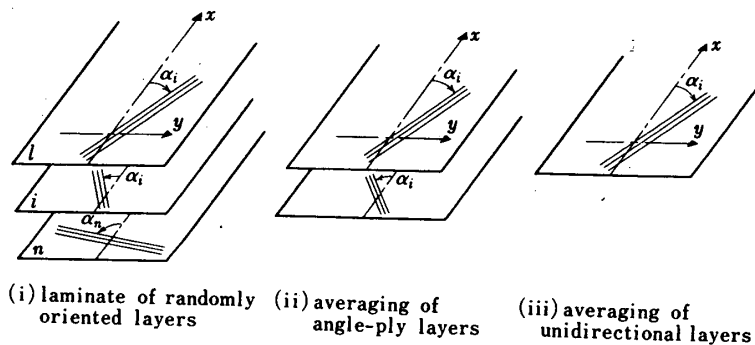


図3 ランダム繊維強化材の弾性係数の解析のためのモデル化

一方向強化材が各種の方向に一様に分布していると考え、そして弾性係数は単に平均値をとって次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} Eu &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Ex_0 d\alpha = (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Ey_0 d\alpha \\ Gu &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} G_{xy_0} d\alpha \\ \nu u &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \nu_{x_0} d\alpha = (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \nu_{y_0} d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

例えば, $Eu = \frac{E_L}{A-B} \left(\frac{A}{\sqrt{1+A}} - \frac{B}{\sqrt{1+B}} \right)$, $(\frac{E_L}{\nu_L} > G_{LT}, \text{ のとき})$

ただし A, B は $t^2 - \left\{ \frac{E_L}{G_{LT}} - 2(1+\nu_L) \right\} t + \left(1+2\nu_L + \frac{E_L}{E_T} - \frac{E_L}{G_{LT}} \right) = 0$

の根である。

(5)式を(7)式に代入して積分すればよいが、分母に三角関数が入るために、計算が極めて面倒になる。そこで時々次のように定義した平均化値をとる報告がある[6]。これは数学的に積分値を求めることが極めて容易な利点があるが、逆数の平均値をとることは物理的には不適当であることは明らかであり、これを指摘するために次のように添字“r”を付して示す。

$$\left. \begin{aligned} 1/E_{ur} &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1/Ex_0) d\alpha = (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1/Ey_0) d\alpha \\ 1/G_{ur} &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1/G_{xy_0}) d\alpha \\ \nu_{ur}/E_{ur} &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\nu_{x_0}/Ex_0) d\alpha = (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\nu_{y_0}/Ey_0) d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{すなわち, } 1/E_{ur} &= \frac{1}{8} \left(\frac{3}{E_L} + \frac{3}{E_T} + \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) \\ 1/G_{ur} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1+\nu_L}{E_L} + \frac{1+\nu_T}{E_T} + \frac{1}{G_{LT}} \right) \\ \nu_{ur}/E_{ur} &= \frac{1}{8} \left(\frac{6\nu_T-1}{E_L} + \frac{1}{G_{LT}} - \frac{1}{E_T} \right) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

3.2 アングルプライ材の弾性係数の平均化による値

ランダム強化材は図3(ii)に示すような各種のアングルプライ角のものが一様に分布していると考えの方がより合理的である。すなわち一方向強化材の平均化では内部応力の発生を無視しているが、 $\pm\alpha$ のアングルプライ材は2層積層ということでは内部応力の発生を考慮しているが、各種の角度 α のアングルプライ層によっても、各層の主軸が合致していても、内部応力が発生していることをここでは無視して平均化する。

すなわち(6)式を用いて次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} E_h &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} E_{xh} d\alpha = (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} E_{yh} d\alpha \\ G_h &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} G_{xyh} d\alpha \\ \nu_h &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \nu_{xh} d\alpha = (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \nu_{yh} d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

前述の一方向強化材の平均化操作と同様に、アングルプライ材の弾性係数の逆数の平均化をとって定義すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} 1/E_{hr} &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1/E_{xh}) d\alpha = (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1/E_{yh}) d\alpha \\ 1/G_{hr} &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1/G_{xyh}) d\alpha \\ \nu_{hr}/E_{hr} &= (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\nu_{xh}/E_{xh}) d\alpha = (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\nu_{yh}/E_{yh}) d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

3.3 積層理論による弾性係数の平均化による値

前節で述べた一方向強化材、アングルプライ材の平均化は内部応力の発生について幾分誤差を含む。そこでランダム強化材は図3(i)に示すように任意方向の一方向強化材が一様な分布関数の下で積層されていると考えると最も合理的であろうと思われ、強度について同様な扱い方がなされている[5]。 x 軸方向と $+\alpha_i$ の角度をなす i 番目の一方向強化層の応力 $\{\sigma_i\}$ と歪 $\{\epsilon_i\}$ の関係は弾性マトリックス $[C_i]$ を用いて次式で表わされる。

$$\{\sigma_i\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xi} \\ \sigma_{yi} \\ \tau_{xyi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11i} & C_{12i} & C_{13i} \\ C_{12i} & C_{22i} & C_{23i} \\ C_{13i} & C_{23i} & C_{33i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xi} \\ \epsilon_{yi} \\ \tau_{xyi} \end{Bmatrix} = [C_i] \{\epsilon_i\} \quad (12)$$

ここで

$$C_{11i} = E_i' \cos^4 \alpha_i + E_i' \sin^4 \alpha_i + (2E_i' \nu_T + 4G_{LT}) \sin^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_i$$

$$\begin{aligned}
C_{22i} &= E_L' \sin^4 \alpha_i + E_L' \cos^4 \alpha_i + (2 E_L' \nu_T + 4 G_{LT}) \sin^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_i \\
C_{33i} &= (E_L' + E_T' - 2 E_L' \nu_T) \sin^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_i + G_{LT} (\cos^2 \alpha_i - \sin^2 \alpha_i)^2 \\
C_{12i} &= (E_L' + E_T' - 4 G_{LT}) \sin^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_i + E_L' \nu_T (\cos^4 \alpha_i + \sin^4 \alpha_i) \\
C_{13i} &= (E_T' - E_L' \nu_T - 2 G_{LT}) \sin^3 \alpha_i \cos \alpha_i - (E_L' - E_L' \nu_T - 2 G_{LT}) \sin \alpha_i \\
&\quad \times \cos^3 \alpha_i \\
C_{23i} &= (E_T' - E_L' \nu_T - 2 G_{LT}) \sin \alpha_i \cos^3 \alpha_i - (E_L' - E_L' \nu_T - 2 G_{LT}) \sin^3 \alpha_i \\
&\quad \times \cos \alpha_i \\
E_L' &= E_L / (1 - \nu_L \nu_T), \quad E_T' = E_T / (1 - \nu_L \nu_T)
\end{aligned}$$

等厚の各層が完全に接着されていると考えると $\{\varepsilon_i\} = \{\varepsilon\}$, $\{\sigma\} = \sum_{i=1}^n (t_i/t) \{\sigma_i\} = (1/n) \sum_{i=1}^n \{\sigma_i\}$ であるが, 無限数の層があり, 各方向に均等に分布している場合は平均化して

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [C] \{\varepsilon\} \quad (13)$$

ここで

$$C_{jki} = (1/\pi) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} C_{jki} d\alpha_i \quad (j, k = 1, 2, 3)$$

$$\begin{aligned}
C_{11} &= C_{22} = (3 E_L' + 3 E_T' + 2 E_L' \nu_T + 4 G_{LT}) / 8 \\
C_{33} &= (E_L' + E_T' - 2 E_L' \nu_T + 4 G_{LT}) / 8 \\
C_{12} &= (E_L' + E_T' + 6 E_L' \nu_T - 4 G_{LT}) / 8 \\
C_{13} &= C_{23} = 0
\end{aligned} \quad (14)$$

であり, コンプライアンス係数 $[S]$ で応力 $\{\sigma\}$ と歪 $\{\varepsilon\}$ の関係を示すと,

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} \{\sigma\} \quad (15)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned}
S_{11} &= S_{22} = C_{22} / (C_{11}^2 - C_{12}^2) \\
S_{33} &= 1 / C_{33} \\
S_{12} &= -C_{12} / (C_{11}^2 - C_{12}^2) \\
S_{13} &= S_{23} = 0
\end{aligned} \right\} \quad (16)$$

であり, 巨視的に見て等方性弾性係数は

$$\left. \begin{aligned}
 E &= \frac{1}{S_{11}} = \frac{1}{S_{22}} = \frac{C_{11}^2 - C_{12}^2}{C_{22}} = \frac{(E_L' + E_T' - 2 E_L' \nu_T + 4 G_{LT})(E_L' + E_T' + 2 E_L' \nu)}{3(E_L' + E_T') + 2 E_L' \nu_T + 4 G_{LT}} \\
 G &= 1/S_{33} = C_{33} = (E_L' + E_T' - 2 E_L' \nu_T + 4 G_{LT}) / 8 \\
 \frac{\nu}{E} &= -S_{12} = \frac{C_{12}}{C_{11}^2 - C_{12}^2} \text{ より} \\
 \nu &= \frac{C_{12}}{C_{22}} = \frac{E_L' + E_T' + 6 E_L' \nu_T - 4 G_{LT}}{3 E_L' + 3 E_T' + 2 E_L' \nu_T + 4 G_{LT}}
 \end{aligned} \right\} (17)$$

で与えられ、 $G = E/2(1 + \nu)$ の関係が成立することはもちろんである。これらはまた2n層の対称積層板で弾性軸が等角になるように配向された場合の等方性化の式と一致する[8]。本文のように積層理論に基づき、単なる平均化操作によって同様な結果が得られたことは興味深い。

3.4 数値計算

図1に示されたように V_f の関数としてのガラス繊維一方向強化プラスチック材の弾性係数を用い、上述の各種の考えに基づきランダム強化材の弾性係数を図4に示す。

(a), (b), (c)にそれぞれヤング率, ポアソン比, 剪断剛性率を示す。[7][8][10][11]の計算はNewton-Cotesの台形公式による数値積分で求めた。

最も合理的なE, Gは最も大きい値を与えるが、各層積層による拘束によるものである。一方向強化材の単なる平均化値はアングルプライ材の平均化値より低い値を与える。非合理的な逆数の平均化による値も低い値を与える。

ポアソン比 ν については単なる平均化による値は大きすぎ、非合理的な逆数の平均化による値は小さすぎる。

次に実験によって、積層理論に基づき平均化した値が最も合理的なことを示そう。

4. スワールマットによる強化プラスチック材の引張試験による弾性係数

チョップドストランドマットによるFRPでは繊維含有率 V_f を広範囲に変化させることが難しいので、スワールマット/ポリエステル平板FRPを製作し、引張弾性係数(E, ν)を実験的に検討した。

4.1 試験片

ガラス繊維……スワールマット MS 450 (日東紡)

樹脂……ポリライト PS 156 + 触媒パーブチル Z (1%)

キュア条件……135°C

板厚……2.1~2.2 mm になるようにスペーサを使用し、40 Kg/cm²の圧力で負荷
ガラス繊維含有率 V_f ……スワールマットを1, 2, 3, 4, 5層の5種類にし、 V_f を可変にした。

試験片数……各 V_f 試験について3本宛

試験片寸法……巾 40 mm, 長さ 300 mm のクーポン型引張試験片

歪測定……中心線上表裏に軸, 横方向に歪ゲージを貼付して歪を測定する。

4.2 引張試験による E, ν の実験値

クーポン型試片の引張試験で E, ν を測定した結果, 3ケの試験片の平均値をとって表 1 に示す。

表1 スワールマットFRP板の引張試験結果

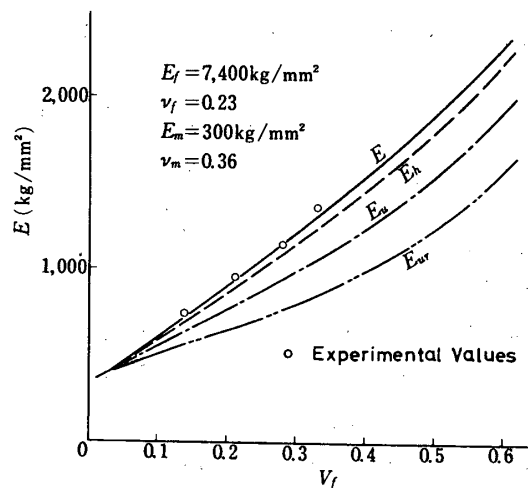
| 試験片 | 繊維含有率 (%) | スワールマット積層数 | 板厚 (mm) | ヤング率 E (kg/mm^2) | ポアソン比 ν |
|-----|-----------|------------|---------|--------------------------------------|-------------|
| A | 7.0 | 1 | 2.23 | 485 | (0.249*) |
| B | 14.1 | 2 | 2.23 | 746 | 0.300 |
| C | 20.9 | 3 | 2.26 | 958 | 0.291 |
| D | 27.9 | 4 | 2.27 | 1,140 | 0.292 |
| E | 33.4 | 5 | 2.31 | 1,380 | 0.286 |

(* 樹脂過多のため, クラック等が既に存在している.)

4.3 実験値と理論値

引張試験のみ行ったのでヤング率とポアソン比しか求められなかったが, それらの実験値の平均値を図 4 (a), (b) に○印で示す。使用した素材の弾性係数値の範囲内で, E については(17)式による計算値は実験値と良く一致した。また ν についても比較的实验値に近く傾向がよく合った。 ν については図 5 に ν_m を 3 種に変えて計算した曲線も示すが, ν に大きく影響する ν_m については $\nu_m = 0.32$ とすると実験値とよく合う。

実験値と比較して, 従来多くの研究者が簡単に用いた方法すなわち一方向強化材やアングルプライ材の単なる平均化による計算値は, 積層による内部拘束・内部応力を無視して不適當であることが明らかになった。



(a) ヤング率

むすび

チョップドストランドやスワールマットなどでランダムに強化した繊維強化複合材料の弾性係数は一方向強化層がランダムに均一に分布していると考えると解析的に求められ、実験値と極めて良く一致し、繊維と樹脂など構成材の弾性係数が分ると(17式)で与えられることがわかった。

スワールマットFRP試験片を製作された日東紡強化プラスチック研究所に厚く謝意を表します。

1976年10月12日 航空力学部

参考文献

- [1] 植村益次；繊維強化複合材料の力学—特に弾性係数について，第22回応力連合講演会(シンポジウムSB4)(昭47.12)抄録集 SB4-P75
- [2] 植村・山脇・阿部・井山；フィラメント・ワインディングの剛性について，東大宇航研 Vol. 4, No. 3 (B) (1968. Oct)
- [3] 山脇弘一・植村益次；一方向強化材と多層積層複合材の弾性常数の一解析，東大宇航研 Vol. 7, No. 2(A)(1971. Apr) 315
- [4] 植村益次・山田直樹；炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数，材料 Vol. 24, No. 257 (1975. Feb) 156
- [5] 宮本博・尾田十八；複合材料の弾性係数とポアソン比の確率論的推定，材料 Vol. 23, No. 245 (1974. Feb) 47
- [6] 堀川明・山田国広；FRPにおける繊維の複合構造について，第3回FRPシンポジウム前刷集

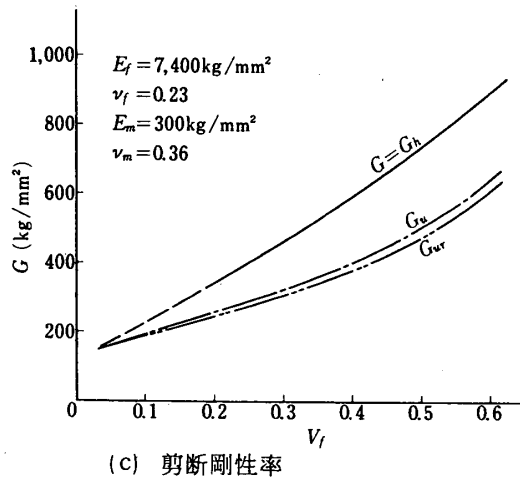
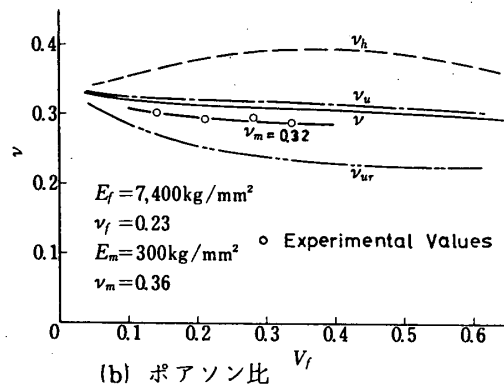


図4 GFRPランダム強化材の弾性係数の計算値と実験値の比較

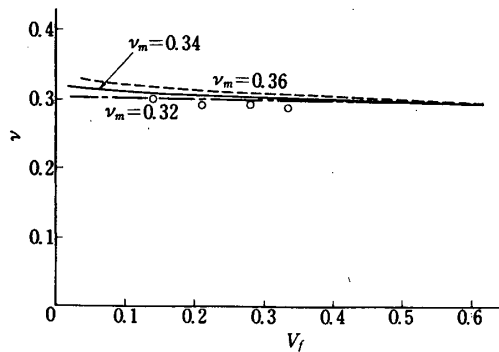


図5 ランダム強化材のポアソン比のν_mによる変化

(1974. 3. 26) 32

- [7] 新井正美・三上喜勝；短繊維強化 GFRP板の繊維分布と異方性，第4回FRPシンポジウム前刷集（1975. 3. 26） p 47
- [8] 赤坂隆・吉田尚人；複合積層板の Quasi-isotropy について，中央大学理工学部紀要 No. 12, (1969) 71/101