

K-9M-53号機によるVLF電波の偏波観測から 下部および上部電離層の電子密度解析*

長 野 勇** 満 保 正 喜** 木 村 磐 根†

Analysis of the Electron Density in the Lower and
Upper Ionosphere from Measurements of VLF
Propagation Modes by means of K-9M-53 Rocket

BY

Isamu NAGANO, Masayoshi MAMBO, and Iwane KIMURA

Abstract: The electron density profile in the lower and upper ionosphere was determined from the right and left handed circular polarized wave fields of the 40 kHz ground based signal observed by means of a rocket borne receiver.

The determination of the electron density in the lower ionosphere was made under the condition for the values calculated by the full wave analysis to agree with the observed values. While, the electron density in the upper ionosphere was determined from the attenuation ratio of the right handed circular polarized wave by using the method of WKB approximation.

1. はしがき

電離層プラズマ媒質中を伝搬する電波は、電子密度、平均衝突回数に影響され、電離層中を伝搬する電波をロケット上でドップラーシフト、ファラデー回転などを観測することにより、電子密度の測定が可能である。これらの方法による実験は種種行われ、測定範囲、長所などが明らかにされて来た[1]。これらの一つとして、地上局VLF電波のドップラーシフトをロケット上で観測し、電子密度を測定するVLFドップラー法がある[2]。ドップラーシフトの解析データにはロケットスピンのより左旋性(Lモード)、右旋性(Rモード)偏波が分離されている。このLモードが消滅する高度では、低電子密度であることが明らかにされている[3]。そこで、筆者らは、下部電離層中において、L、Rモードの生成、消滅はLow Frequency以上のそれとは異なり、電子密度分布に強く依存することに着目し、VLF電波の偏波および磁界強度測定値とfull wave計算から得られる計算値とが最良に一致するようにくり返し計算を行い、低電子密度を得る方法を提案した[4]。

* 宇宙研特別事業費による研究論文

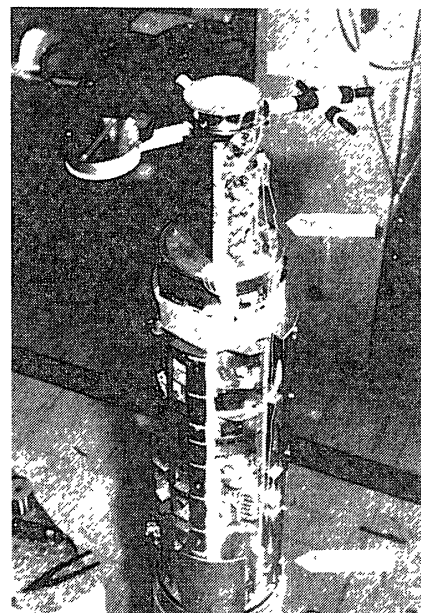
** 金沢大学工学部

† 京都大学工学部

昭和50年8月26日19時40分，内の浦から打ち上げられたK-9M-53号機にVLF電波強度および偏波観測装置が搭載され，下りの飛行時において，地上局40 KHzの受信に成功した。

本論文では，このロケット実験から得られた高度90km以下のL,Rモード強度からfull wave解析により，下部電離層の電子密度分布を得た〔5〕。一方，90km以上のRモード観測値からWKB解析により，上部電離層の電子密度分布を得た。

ロケットによるLF電波の界強度測定値とfull wave法を用いた比較法による下部電離層の電子密度測定は，これまでに幾つか報告されているが〔6〕～〔8〕。これらの方法と筆者らの方法と異なる点は，前者では，電磁界の合成波の観測であり，後者では，L,Rモードの分離観測である。したがって，後者においては，各モードごとに電磁界が得られるために，界計算との比較が二重に出来る。その結果，通常測定が困難な低高度での低電子密度分布が得られる。また，VLF波を使用するために，衝突回数の仮定による誤差はより小さい。



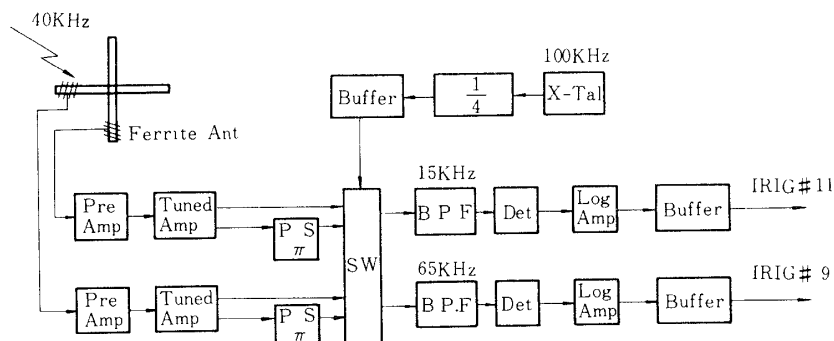
第1図 K-9M-53号機開頭，直交バーアンテナ展開

第1図はロケット開頭，直交バーアンテナおよび観測装置の位置を示す。

2. 実 験

2.1 ロケット搭載装置

K-9M-53号機に搭載された電波観測装置のブロックダイヤグラムを第2図に示す。40 KHz信号は，ロケット上のバーアンテナ（実効長22cm）で受信される。そのアンテナは，長さ150mm直径10mmのフェライトコアに1000回のコイルが巻かれ，ロケット軸に直角な面内に直交して突き出されている。電離層と水平な左・右両円偏波成分を観測するために，直交アンテナ出力を，スイッチングで切換え，等価的にアンテナを25 KHzで回転して



第2図 ロケット搭載装置ブロック図

いる。したがって、左・右両円偏波成分は、それぞれ信号周波数とアンテナ回転周波数の和および差の周波数に変換され、バンドパスフィルターにより分離されている。分離した信号は、増幅器を通して直線検波され、対数圧縮を経て地上に送られる。

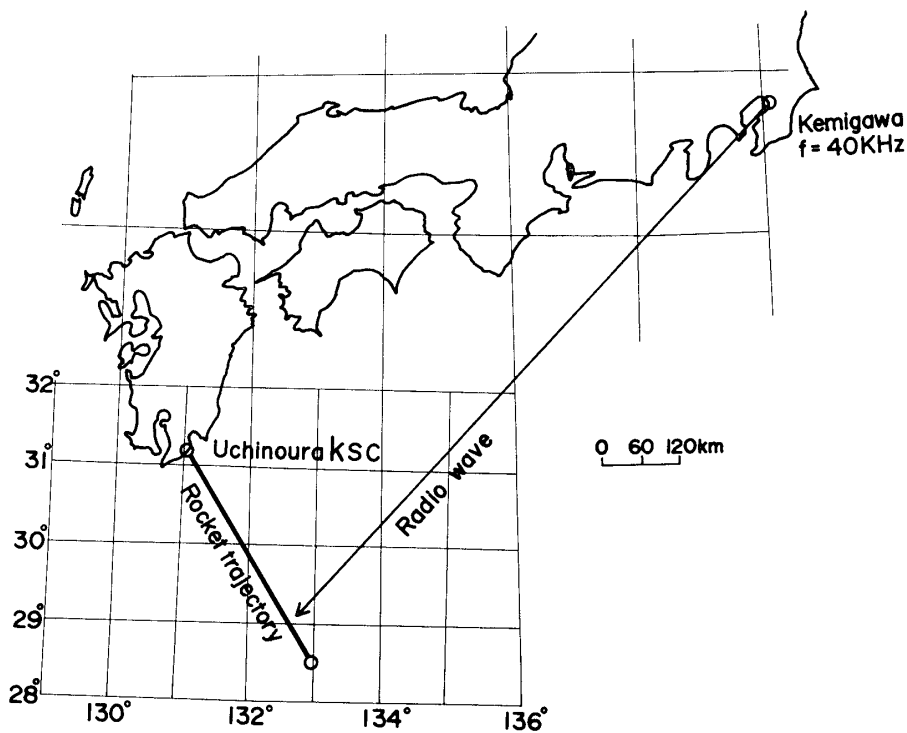
直交アンテナの相互結合を防止するために、バーアンテナの中心から左右対称な位置にコイルが分割して巻かれ、その端子は高入力インピーダンスの差動前置増幅器に接続されている。

この受信機は電離層中での深い減衰を考慮し、ダイナミックレンジを約50dB、感度は約16dB (0dB = $1\mu\text{V}/\text{m}$) に設計されている。

2.2 観測データ

K-9M-53号機ロケットは、昭和50年8月26日19時40分(JST)に東京大学鹿児島宇宙観測所(131° 04' E, 31° 15' N)より仰角80.0°で北からの方位角145°で発射された。

ロケットは最高高度350.8kmに達し、水平距離359kmで海面に落下した(第3図)。



第3図 ロケット軌道と電波通路を地表に投影

千葉県検見川(140° 04' E, 35° 38' N)から送信された40KHz(JG2AS, 輻射電力1kw)電波が、ロケットの下降時頂点から高度68kmにわたって観測された。40KHz受信機は正常に動作し、その左右両円偏波強度を分離して地上に伝送された。

第4図は、L, Rモードとロケットの姿勢を監視する地球磁場の水平成分(GAH)のテレメータ信号を示す。40KHz信号は0.7秒0.3秒のマーク・スペースのキーイングで送信されており、テレメータデータからロケット近傍のノイズレベルが分り、受信信号のS/Nが

良好であることが確認出来た。また、この受信機で測定された磁界強度はロケットスピンの影響されなかった。

同記録から、Lモードは高度88kmで急激に減衰しそれ以上の高度ではノイズレベルに落ちこんでいる。一方、Lモードより高い高度で観測されたRモードは、VLF電波伝搬理論においてwhistlerモードとして知られており、我々の観測でも、また地球磁場方向に向かって右廻り円偏波であることが確認された〔3〕。

ロケット軸に直角な面内のL、Rモードの絶対強度は、ロケット発射前に標準ループアンテナで校正した特性から1.0秒毎に読み取り第5図に示す。高度70km付近の電離層下端では、L、Rモードはほぼ同一強度であることを表わしている。また、高度110km付近で、Rモードのピーク値はスプラデックE層の出現、高度180kmの深い減衰は、電子密度分布に深い谷があることを、それぞれ予測している。

3. 低電子密度解析

高度70kmから高度90kmまで

のL、Rモード観測値とfull wave計算値との比較による低電子密度解析について述べる。

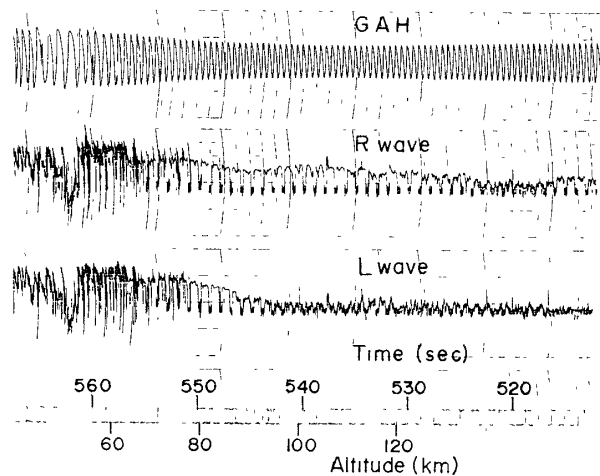
3.1 下部電離層中の電磁波の計算

プラズマ媒質中の電磁波の計算には、次の仮定のもとでfull wave法の一種であるmulti-layered法〔9〕を使用する。

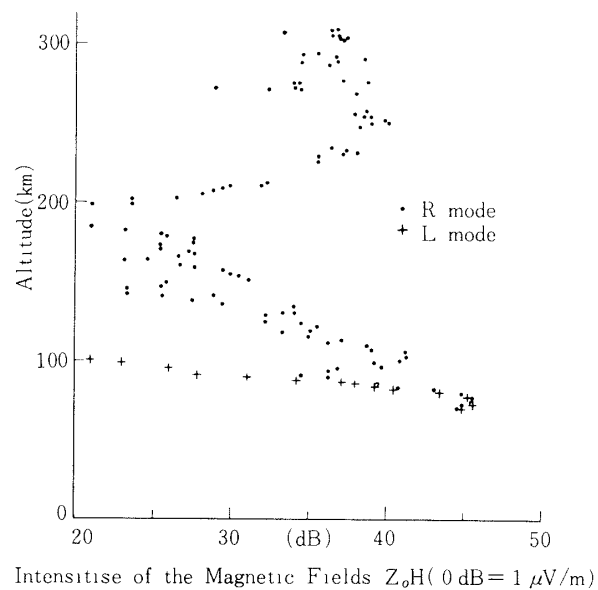
- (i) 電離層は水平層状媒質とし、入射波は平面波とする。
- (ii) プラズマはコールド近似とし、イオンの効果は無視する。

この場合、電磁波の方程式は次式を満足する。

$$\frac{de}{dz} = -j k_0 T e. \quad (1)$$



第4図 JG2AS信号(40.0 kHz)の左・右旋両円偏波の記録例



第5図 左・右旋両円偏波の磁界強度測定値

ここに、 z は高度、 k_0 は自由空間中の伝搬定数、 e は電磁界の水平成分 E_x , $-E_y$, $Z_0 H_x$, $Z_0 H_y$ の列のベクトルである。「ここで Z_0 は真空中のインピーダンスである。」また、 T は電子密度、平均衝突回数、地球磁場などに関する4行4列のマトリックスである。

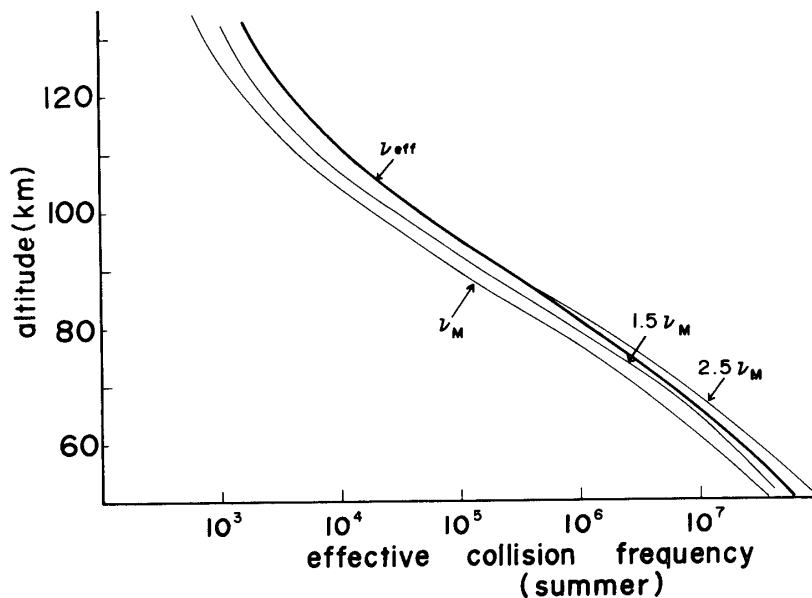
左、右両円偏波観測値に対応する理論式は、(1)式の電磁界ベクトル e の成分から、次のように定義出来る。

$$H^{LR} = \frac{1}{2} (|H_x|^2 + |H_y|^2 \mp 2|H_x||H_y|\sin\theta)^{1/2} \quad (2)$$

ここに、座標 $X-Y$ 面は電離層の水平面である。 $\theta = \tan^{-1} H_y / H_x$ 、干符号は、それぞれ L , R モードに対応する。(2)式から L , R モードの強度分布を計算する multi-layered 法は、まず、不均質媒質を均質と見なせる程度薄く多層に分割する。その薄層中で(1)式の定数微分方程式の解析解を各層ごとに境界条件で接続する。この際、数値計算過程において、直交化法を導入し数値埋没を防止している。このようにして得られた電磁界は多重反射や層中でのモード結合の効果をすべて含んでいる。また、この方法は、(1)式を直接積分する Pitte-way [10] 型の full wave 法に比して、計算機プログラムが簡単であり、しかも計算時間が速く、くり返し計算には有効である。

3.2 平均衝突回数の高度分布

観測された VLF 電波強度は、電離層中の電子密度のみならず平均衝突回数に依存しているので、単一周波数の電波強度からだけでは電子密度を決定することは出来ない。したがって、実験値を解析するために信頼の高い平均衝突回数の仮定が必要である。



第6図 解析に用いた実効衝突回数の高度分布

Sen and Wyller [11], Deeks [12] らは、電子エネルギーは衝突回数に比例することから、電子エネルギー分布を考慮した一般的理論展開により、実効衝突回数 (ν_{eff}) は古典的な理論から導かれる平均衝突回数 ν_M の $3/2$ 倍、あるいは、 $5/2$ 倍であることを明らかに

した。そこで、我々は、実効衝突数の分布として、Thrane and Piggott [13] が多くの実験データからまとめた平均衝突回数 ν_m の分布に、Sen and Wyller らの補正係数を掛けたものを使用した。第6図は、その場合の実効衝突回数の高度分布である。平均衝突回数の補正係数による理論電磁界強度の変化については、4-a節で議論する。

3.3 L, Rモードの減衰と電子密度の関係

下部電離層中のVLF電波の解析は、波長にくらべて屈折率の変化が大きいので幾何光学的近似では精度が悪く full wave 計算を行わねばならないが、個々の電磁波モードの減衰と電子密度の関係を知るには、WKB解法の一次近似で十分である。

今、電離層に垂直な方向の屈折率を q とすれば、それは伝搬ベクトル、地球磁場などの関係として、Booker の4次方程式で与えられる [14]。これらの4根は、それぞれ、L, Rモードの上昇波、下降波として知られている。上昇するL, Rモードが垂直距離 z 間に減衰する量は

$$e^{-k_0 I_m [q^{L,R}] z} \quad (3)$$

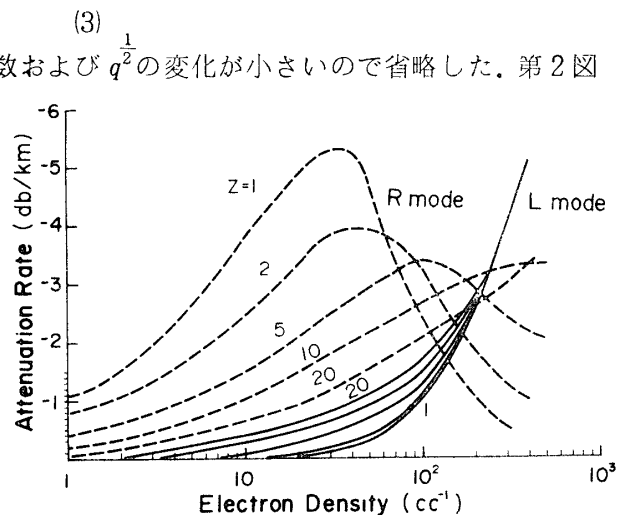
となる。ここに、下部電離層中では振幅定数および q^2 の変化が小さいので省略した。第2図に示されるように、ロケット軌道で検見川局40KHzを受信する場合について、Booker根を計算しL, Rモードに対応する q を(3)式に代入し、それぞれの1kmあたりの減衰率が第7図に示されている。

同図には、分反射やモード結合が含まれていないが、下部電離層中のL, Rモードの性質が以下に述べるように現われている。

(i) Lモードの強度は平均衝突回数に対して鈍感であり、電子密度が約50個/cc以下では減衰が小さく、200個/cc以上になると、エバネセント波となり減衰が急激に増大する。

(ii) Rモードの減衰は、平均衝突回数の小さいところでは電子密度数10個/ccで最大となる。さらに電子密度が増大すると、減衰が急激に小さくなる。これは、Rモードがエバネセント領域から伝搬可能領域に移行するためである。また、Rモードの減衰は、Lモードのそれに比して大きいので、Rモードの伝搬可能領域までの総減衰量を知ることにより、Lモードの減衰が小さい領域すなわち低電子密度の推定が出来る。実際、full wave 法にて、種類の電子密度モデルで界強度を計算すると、Rモードの総減衰量 (whistler モードとして上部電離層へ伝搬する出口の強度) は電離層下部の低電子密度分布に強く影響している [4]。

以上(i)(ii)の関係から、観測値と実験値を比較するにあたって、界強度の計算値がなるべく実験値に近い初期電子密度分布を決めることが出来る。すなわち、第4図の偏波観測値から、Lモードが急激に減衰し初める高度は88kmである。第7図から、この高度での電子密度は、およそ200個/ccとならぬはならない。これを基準とした高度に対する指数分布を、電子



第7図 左・右旋偏波の1km当りの減衰率と電子密度の関係図中のパラメータは $Z = \nu / \omega$ である。

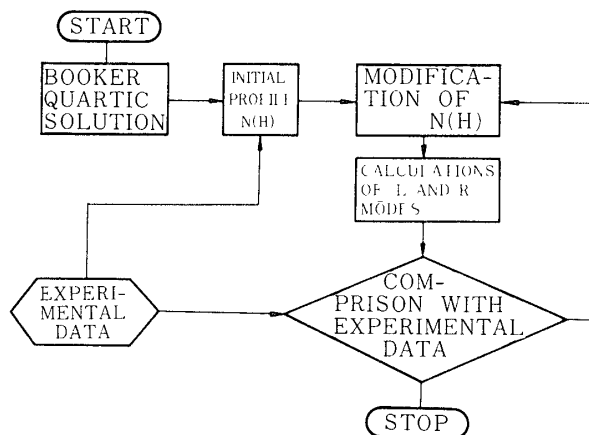
密度の初期分布とする。

3.4 くり返し計算

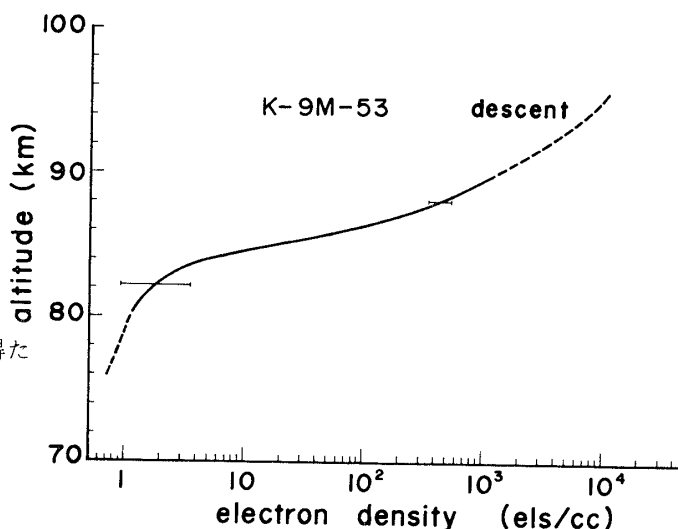
前節で得られた電子密度の指数分布と、3-2節で述べた実効衝突回数の仮定のもとで、full wave法を使用して(2)式に示されるL, Rモードの強度分布を計算する。

最初の比較は、高度88km付近で1kmごとにLモードに関する観測値と計算値で行う。計算値が観測値より大きいならば、

初期電子密度分布を増大させ、反対ならば減少させる。この操作をくり返し、Lモードに関する両者の減衰曲線がほぼ一致するように電子密度を修正する。この時、計算されたRモードの総減衰量(高度88kmでのRモードの値)は観測値と一致しない。Rモードの総減衰量はさらに低い電子密度に依存するから、Rモードに関する計算値と観測値が一致するように、



第8図 磁界強度観測値から低電子密度計算のプロチャート



第9図 full wave解析から得た最終低電子密度分布

ほぼ100個/cc以下の電子密度を修正する。第8図には、以上の手順が示されている。このようにして、観測値と計算値とが最良に一致した時の最終の電子密度分布を第9図に示す。

第10図は、最終の電子密度分布を用いて計算した理論値と実験値である。両者はほぼ一致し、特に、Lモードの減衰曲線に関して正確に一致している。

4. 低電子密度解析誤差の考察

偏波強度観測値とfull wave法による計算値の比較から得られる低電子密度の誤差の要因として、以下に述べる項目が考えられ、計算に用いるパラメータの仮定が理論値に与える変

動について考察する。

(a) 衝突回数の高度分布

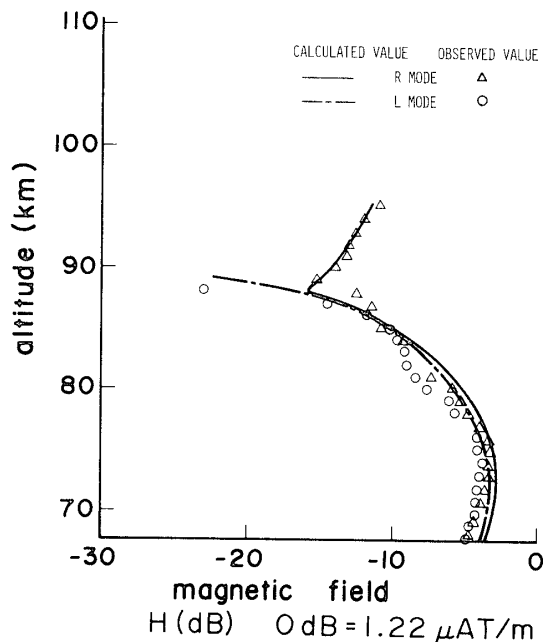
界強度の計算には、第5図に示したように、使用周波数とジャイロ周波数の関係から補正した実効衝突回数を用いたが、この仮定による誤差を調べるために、実効衝突回数の分布を層全体にわたって、0.5, 1.0, 2.0 倍した時、L, R モードの強度がいかに変化するかを調べた。第11図はその結果を示したものである。同図から、実効衝突回数の0.5, 2.0 倍の値に対して、高度88km付近でのRモードは約15dB以内である。一方、Lモードはほとんど変化していない。このことは、仮定した衝突回数が十分に信頼のないものであるならば、Rモードから推定される電子密度数すなわち50個/cc以下で、衝突回数による誤差があるものと考えられる。

(b) 水平層状媒質

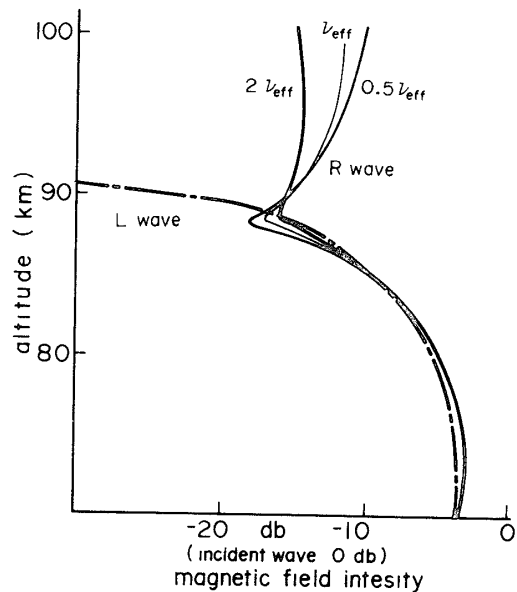
電磁界を求める理論式において、電離層は地上に水平であると仮定したが、実際には、若干の傾きを持っていると考えられる。しかし、下部電離層の傾きを調べることは困難であり、ロケットの観測時間は、短時間であったこと、しかも観測時に磁気嵐などの擾乱がなかったので、電離層下端は水平であったと見なすことが出来る。

(c) ジャイロ周波数 (f_H)、俯角、入射角 (θ_i) および方位角 (χ)

これらのパラメータは、ロケットの軌道と送信点の幾何学的配置によって決めることが出来る。ロケット下降時、それらの値は多少ばらつくが、その平均値として、 $f_H = 1.2\text{MHz}$ 、俯角 = 41.4° 、 $\theta_i = 82.7^\circ$ 、 χ (地球磁場の方向から伝搬ベクトル方向への角) = 132.0° をを用いた。入射角を除く他のすべてのパラメータは、地球磁場に関するものであり、ルジャンドル関数展開による地球磁場の計算法を用いたもので正確であると考えられる[15]。しかし、入射角には地球の湾曲による誤差があるものと考えられ、入射角の微小変化に対するL, Rモードの強度を調べた。第12図には、その結果が示されている。解析に用いた入射角の近傍



第10図 full wave法で計算した各モードの計算値と観測値の比較



第11図 実効衝突回数を変化した場合の磁界強度の高度分布

で、1.0度変化すれば、高度88kmでL、Rモードが共に約1dB変化する。また、Lモードが消滅する(-20dB)高度は、入射角の同じ変化に対して、約300m/1度である。このように、入射角に誤差を含むと、電子密度を求める層全体に影響を及ぼす恐れがある。それゆえ、入射角の決定には、特に、注意を払い、送信局からの電波通路を対圏コースによって計算した。

(d) 入射平面波

実際、検見川局から送信される電波は球面波であるが、ロケット軌道上の送受信点距離は約1000kmであり、十分に平面波と見なして良い。また、送信局からは入射面に垂直および水平偏波の電波が放射されているが、伝搬距離が長いと大地(海面)に平行な電界成分は減衰するものと考えられ、full wave 計算には入射面に平行な電界成分のみ入射した場合を取り扱っている。

(e) 比較誤差

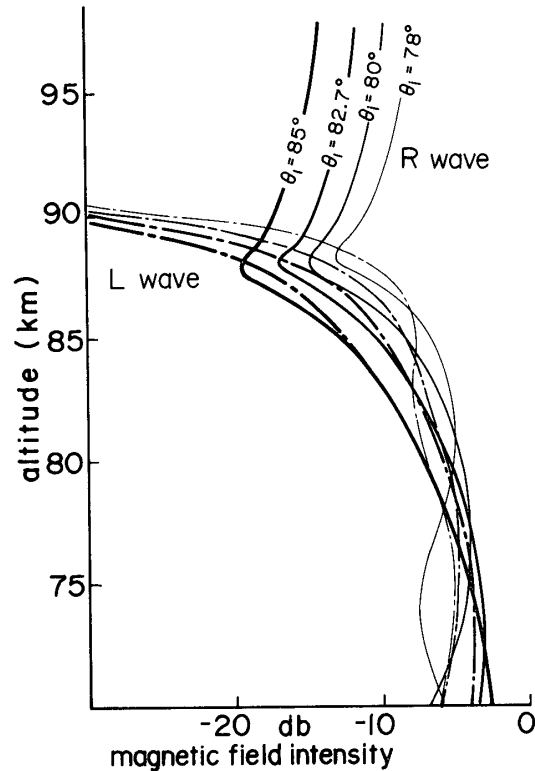
実験値と計算値を下部電離層全体にわたって一致させることは、非常に困難であり、我々は、特にLモードが急激に減衰するところとRモードの総減衰量の二領域を重視した。これらの比較において、両者の差が±1.5dBまで許されるならば、電子密度にどれだけの幅があるかを修正段階のいくつかの電子密度モデルで調べた。その結果、電子密度誤差の対数百分率は、 $10^2 \sim 10^3$ 個/cc (Lモードの急激な減衰付近) で数10%以内、また、数個/cc ~ 数10個/cc では最大数百%と見積ることが出来る。第9図のエラーバーは以上の誤差を考慮して記入されている。

5. 高電子密度解析

高度90km以下で、L、Rモードの観測値から 10^3 個/cc以下の電子密度分布を解析したが、それ以上の高度で観測されているRモードから、WKB近似による計算を用いてE-F層の電子密度を推定する。

5.1 WKB法による電磁界

下部電離層中で電磁波の計算にはfull wave 法が適用されたが、上部電離層のVLF波伝搬モードはRモードだけであり、しかもこのモードの反射点は存在しない。したがって、 q は零になることはなく、1より大きい。この条件のもとで、WKB近似が成立する条件式



第12図 入射角を変化した場合の磁界強度の高度分布

[16]

$$\frac{1}{k_0^2} \left| \frac{3}{4} \left(\frac{1}{q^2} \frac{dq}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2q^3} \frac{d^2q}{dz^2} \right| \ll 1 \quad (4)$$

を評価すると、電子密度が 10^3 個/cc 以上であれば、(4)式は十分に成立する。この時、Rモードの磁界成分は次式となる。

$$H \propto q^{\frac{1}{2}} e^{-j k_0 \int q dz}. \quad (5)$$

ここに、 q はRモードの上昇波に対応するBooker 方程式の根である。(5)式で q の実数部と虚数部を分けて考え、 $q = q_r - j q_i$ とおくと、上部電離層では $q_r \gg q_i$ が成立する。したがって、観測値に対応する式は、

$$|H| \propto q_r^{\frac{1}{2}} e^{-k_0 \int_{z_1}^2 q_i dz} \quad (6)$$

となる。ここに、基準高度 z_1 での界強度が与えられれば、任意高度 z での磁界を得ることが出来る。

5.2 くり返し計算による高電子密度

電離層を水平層状媒質と考え、その微小区間を h とし、その区間内において電子密度は一定であるとする。基準高度 z_1 から順に1, 2, ……層とし、 i 層目の上下端で、磁界強度を(6)式から求め、 $j = i + 1$ とすればそれらの比は次式となる。

$$\frac{H(z_j)}{H(z_i)} = \frac{q_r(z_j)^{\frac{1}{2}}}{q_r(z_i)} e^{-k_0 q_i(z_i) h}. \quad (7)$$

ここに()内の引数は高度を示す。上式において、観測値から左辺は与られ、基準高度 z_1 での電子密度を仮定すれば、(7)式は $q_r(z_2)$ を未知数とする方程式となる。また、 q と電子密度の関係式は、Booker 4次方程式において電子密度を引数として整理すれば次式に示す3次方程式となる。

$$X^3 + X^2(2q^2 - 2C^2 - 1) + X\{(1 - n^2 y^2) q^4 - 2 \ln s y^2 q^3 - [2(1 + C^2) + y^2(S^2 l^2 - C^2 n^2 - 1)] q^2 + 2C^2 \ln s y^2 q + 2C^2 + C^4 - C^2 y^2 + l^2 S^2 C^2 y^2\} - (1 - y^2) q^4 - 2C^2 (y^2 - 1) q^2 - C^4 + C^2 y^2 = 0 \quad (8)$$

ここに、 $X = e^2 N / m \epsilon_0$, $y = f_H / f$, $S = \sin \theta_i$, $C = \cos \theta_i$, (l, m, n) は地球磁場の方向余弦である。上式で平均衝突回数が X の虚数部におよぼす効果が小さいので無視してある。

(8)式の根は3実根存在するが、下端と接続する電子密度は容易に区別出来る。次に高度を h だけ増加して先に求めた電子密度で q を計算し、ふたたび上述の計算を行う。このようにくり返し計算を実行すれば全層にわたる電子密度が得られる。

さて、full wave 解析で得られた高度90kmの電子密度 10^3 個/cc を基準として、くり返し計算を行い高度300kmまでの電子密度分布を第13図に示す。同図には、同じロケット

に搭載された標準型電子密度計測器 (Gyro plasma probe 法) で計測された電子密度を△印で示した。また山川 (鹿児島県) で観測したイオノグラムデータも合わせて記入してある。

VLF強度から求めた電子密度分布は高度200km以上でGyro plasma probe 法とは良く一致している。また高度110kmのスポラディックE層では、ボトムサウンダーデータより少し高くなっている。

第14図は解析された電子密度分布 (第13図) を用いてfull wave計算した磁界強度と観測値を示している。観測値と計算値が十分に一致していることが確められ、WKB近似による電磁界の解法が正しいことが分る。

6. むすび

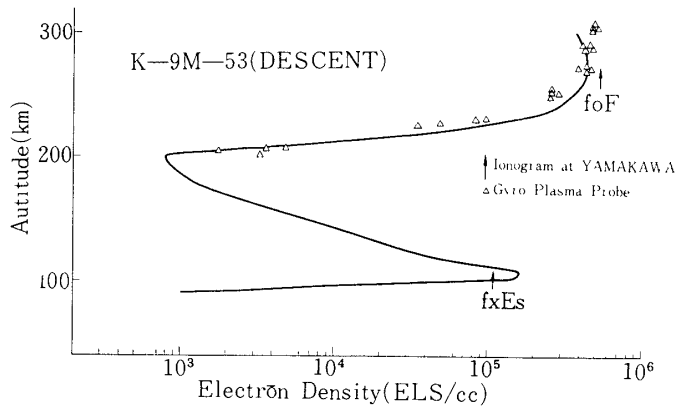
VLF電波の偏波観測から、従来のプローブ法で測定困難な数個/ccの低電子密度を得る方法を示した。

即ち、K-9M-53号機による40KHz電波伝搬実験からfull wave解析による下部電離層およびWKB解析による上部電離層の電子密度分布を求めた。そして、低電子密度解析段階

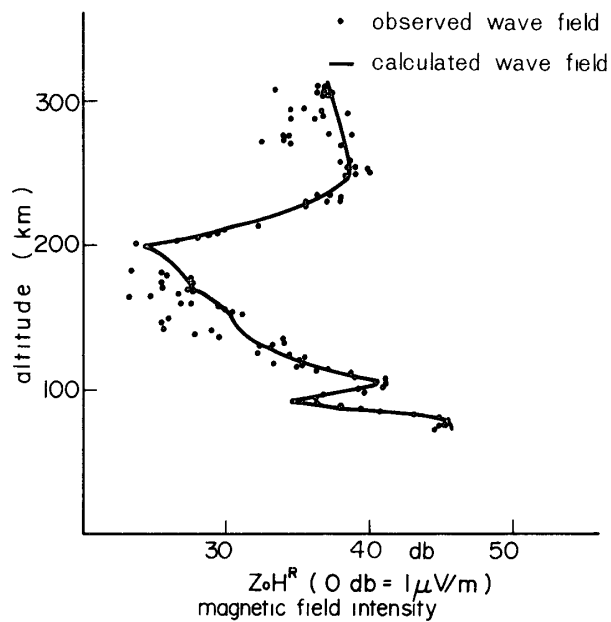
に含まれる誤差について検討した。得られた電子密度分布の結果、すでにD層は消滅していた、またE-F層の間には深い谷が認められた。

この方法は、一つの観測装置で下部電離から上部電離層までの電子密度を求めることが出来るが、ロケット発射場付近にVLF地上局がなければならない、さいわい日本近海のVLF送信局は、オメガ局 (10.2, 11.33, 13.6KHz)、依佐見局 (17.4KHz)、検見川局 (40.0KHz) がある。今後は、検見川局を除く他のVLF局を用いた実験により低電子密度測定法に関する資料を得ること、二波以上を使用して平均衝突回数分布の推定を行いたいと考えている。

また、full wave解析方法において実験値と観測値の比較は一部手動的に行っているが、これらをすべて電子計算機で行うアルゴリズムを開発しなければならない。



第13図 WKB解析から得たE-F層の電子密度分布



第14図 full wave法で計算したRモードの計算値と観測値の比較

* 東北大学 教授グループ

謝 辞

本実験は、東京大学宇宙航空研究所のロケット観測特別事業によって行なわれたものであり、実験主任大林辰蔵教授、伊藤富造教授に何かと有益な助言を受けたまわり、ここに深く感謝の意を表します。

40KHz 標準電波の発射に関して、郵政省電波研究所佐分利部長、桜沢課長、防衛庁田村課長の方方に御協力を得ました。標準型プローブ法による電子密度データは東北大学大家寛教授から頂いた。ロケット発射時の電離層データは電波研究所皆越、山川所長から頂いた。地球磁場の計算には電波研究所北條氏の計算機プログラムを借用した。ここに、合せて謝意を表します。

また、ロケット搭載装置は明星電気(株)の製作であり、八巻、阿部両氏に負うところが大きく謝意を表します。

なお、数値計算には京都大学大型計算機センター FACOM230-60、金沢大学計算機センター FACOM 230-35を使用した。

1976年10月15日

参 考 文 献

- [1] K. Maeda: J. Atmos. Terr. Phys., 32, 674-661, (1970)
- [2] I. Kimura: Rep. Ionosph. Space Res. Japan, 21, 173-185, (1967)
- [3] I. Kimura, R. Nishina and K. Maeda: Space Research VIII, 305-312, (1967)
- [4] 長野, 木村, 満保, 宇宙観測シンポジウム, 昭和49年p91-95
- [5] I. Nagano, M. Mambo and I. Kimura: Trans. IECE, Japan, E59, 8, 6-7, (1976)
- [6] T. E. Hall and J. Fooks: Planet. Space Sci., 13, 1013-1030, (1965)
- [7] T. E. Hall and J. Fooks: Planet. Space Sci., 15, 1717-1722, (1969)
- [8] T. A. Seliga: J. Geophys. Res., 73, 21, 6783-6794, (1968)
- [9] I. Nagano, M. Mambo and G. Hutatsuishi: Radio Sci., 10, 6, 611-617, (1975)
- [10] M. L. V. Pitteway: Roy. Soc. London, A, 257, 219-241, (1965)
- [11] H. K. Sen and A. Wyller: J. Geophys. Res., 65, 12, 3931-3950, (1960)
- [12] D. G. Deeks: J. Atmos. Terr. Phys., 28, 839-846, (1966)
- [13] E. V. Thrane and W. R. Piggott: J. Atmosph. Terr. Phys., 28, 721-731, (1966)
- [14] H. G. Booker: Proc. Roy. Soc., A, 155, 235, (1936)
- [15] J. C. Cain, S. J. Hendricks, R. A. Langel and W. V. Hudson: J. G. G., 19, 4, 335-355, (1967)
- [16] K. G. Budden: Radio Wave in the Ionosphere, Cambridge Uni. Press, (1960)