

制御を行うロケットの曲げ荷重について

藤原直史*・森 大吉郎

1. まえがき

推進飛行中の飛行体は突風、ウィンドシャ、制御力等によって曲げ荷重をうける。飛行体の機体を設計する場合にはその曲げ荷重の大きさを推定しておく必要がある。制御力のない飛行体が突風をうける場合の曲げ荷重の算定は中野 [1] が行っている。そこで本研究は突風をうける弾性飛行体に一つの制御方式を適用し、突風による機体の応答および曲げ荷重に制御パラメータが与える影響を実例計算により算定し、機体構造設計あるいは制御パラメータの値の選定のための基礎的資料を得ることを目的とする。実例計算にはラムダ型ロケット L-4SC-4 とミュ型ロケット M-3S を選んだ。

記号

B_M : 曲げモーメント

$C_{L\alpha}$: 揚力係数傾斜

I : 重心まわりの慣性モーメント

K_f : 一次遅れ要素の時定数

K_r : 姿勢角速度の重み係数

M : 飛行体の全質量 ($= \int \rho dx$)

m : 集中揚力の数

n : 振動モードの数

q : 動圧

S : 基準面積

T_c : 制御力 ($= T_c^* \delta$)

T_c^* : 制御力係数

T_T : 推力

添字

P : 姿勢角測定点

R : 姿勢角速度測定点

V : 前進速度

V_W : 横風の速度

Y_j : j 次曲げ規準モード ($\int \rho Y_j^2 dx = M$)

Y_j' : j 次曲げ規準モード傾斜

α : 迎え角

γ : 径路角 (基準軸からの変動量)

δ : 制御信号

ζ_j : j 次曲げ振動の粘性減衰比 ($= 0.005$)

θ : 姿勢角 (基準軸からの変動量)

ξ_j : j 次曲げ振動の規準座標

ρ : 飛行体の単位長あたりの質量

τ : 台形状突風の持続時間 (図 4)

ω_j : j 次曲げ振動の固有振動数

t : 推力, 制御力着力点

2. 基礎式

2.1 運動方程式

弾性飛行体が推進力、姿勢制御力および横風をうけて大気中を飛行する場合、その運動は

* 大阪府立大学工学部

非常に複雑である。そこで、ここでは次のような前提条件のもとに飛翔体の運動方程式を簡略化し、横風および制御力と飛翔体の運動、機体の曲げ負荷との関係を概略的に求めることにする。〔1〕〔3〕

- 1) 平面運動のみを考える。
- 2) 機体全体を一本の変断面梁とみなし、荷重と曲げ変形との関係は梁理論に従い、弾性変形運動は n 個の振動モードに分割できる。
- 3) 機体に働く局部的揚力はその部分で定義された局部揚力係数傾斜に局部迎え角を乗じたものに比例するとする。そして、揚力は代表点における集中力とする。
- 4) 基準運動からの変動運動のみを考え、その変動量は小さいものとする。
- 5) 推進飛翔中ではあるが、考察する時間は短いものとし、前進速度、空気密度は一定であるとする。
- 6) 抗力、重力は無視できるものとする。
- 7) 機体は同時に同じ横風をうけるものとする。

以上の条件のもとに、飛翔体が基準運動中、横風により攪乱を受けたときの運動状態を図1に示す。図1の系について、前進速度に直角な方向への運動方程式、重心回りの回転運動

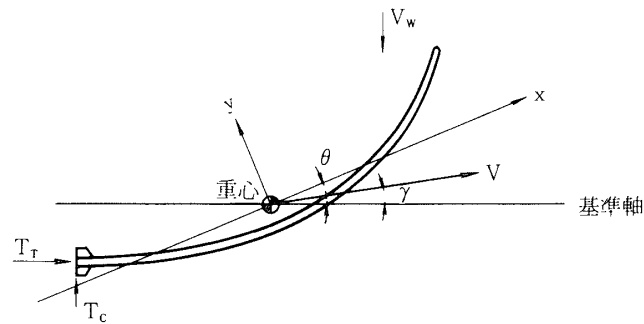


図1. 基準軸からの変動状態

方程式および弾性変形各モードの運動方程式を求めると次の各式を得る。なお、条件5)により、速度方向の運動方程式は省略してある。

$$MV\dot{\gamma} = qS\sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} \alpha_i + T_T (\theta - \gamma + \sum_{j=1}^n Y_j' t \xi_j) + T_C \quad (1)$$

$$I\ddot{\theta} = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} x_i \alpha_i + T_T \left(x_t \sum_{j=1}^n Y'_{jt} \xi_j - \sum_{j=1}^n Y_{jt} \xi_j \right) + T_c x_t \quad (2)$$

$$M(\ddot{\xi}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{\xi}_j + \omega_j^2 \xi_j) = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} Y_{ji} \alpha_i + T_T Y_{jt} \sum_{k=1}^n Y'_{kt} \xi_k + T_c Y_{jt} \quad (3)$$

$$(j = 1, 2, \dots, n)$$

ここで、(3)式において各モード振動に小さい粘性減衰を考慮している。なお、(1)式において $T_T(\theta - \frac{\dot{r}}{m})$ の項を無視した近似式を用いている文献 [2] もあるが、これは推力 T_T が揚力の係数 $qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i}$ に比べて小さい場合、すなわち前進加速度 (T_T/M) が小さい場合のみ採用できる運動方程式である。本研究では後で例示する飛翔体の性能を考慮して(1)式を用いる。

次に、(1)~(3)式に現れている局部迎え角 α_i を求める。横風の正の方向を図1に示す V_W の方向に採れば、機体の一点 x_i での迎え角 α_i は次式となる。

$$\alpha_i = \theta - r + \sum_{j=1}^n Y'_{ji} \xi_j - \frac{x_i \dot{\theta} + \sum_{j=1}^n Y_{ji} \dot{\xi}_j + V_W}{V} \quad (4)$$

上式を(1)~(3)式に代入すれば、 θ 、 r 、 ξ_j の連立微分方程式を得る。それらをラプラス変換すると次式となる。

$$\begin{aligned} & \{ MV_s + (C_1 + T_T) \} r + \left\{ \frac{C_3}{V} s - (C_1 + T_T) \right\} \theta + \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{C_4}{V} s - \right. \\ & \quad \left. - (C_{2j} + T_T Y'_{jt}) \right\} \xi_j \\ & = T_c - \frac{C_1}{V} V_W \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & C_3 r + \left(I s^2 + \frac{C_8}{V} s - C_3 \right) \theta + \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{C_7}{V} s - (C_{5j} + T_T (x_t Y'_{jt} - Y_{jt})) \right\} \xi_j \\ & = T_c x_t - \frac{C_3}{V} V_W \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & C_{4j} r + \left(\frac{C_{7j}}{V} s - C_{4j} \right) \theta + \sum_{k=1}^n \left\{ M s^2 \delta_{jk} + (2M\zeta_j \omega_j \delta_{jk} + \frac{C_{9jk}}{V}) s \right. \\ & \quad \left. + (M\omega_j^2 \delta_{jk} - C_{8jk} - T_T Y_{jt} Y'_{kt}) \right\} \xi_k \\ & = T_c Y_{jt} - \frac{C_{4j}}{V} V_W \end{aligned} \quad (7)$$

$$(j = 1, 2, \dots, n)$$

ここに、

$$\delta_{jk} = 1 \quad (j = k), \quad = 0 \quad (j \neq k)$$

$$C_1 = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i}, \quad C_{2j} = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} Y'_{jci}, \quad C_3 = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} x_i$$

$$C_4 = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} Y_{ji}, \quad C_{5j} = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} x_i Y'_{ji}, \quad C_6 = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} x_i^2$$

$$C_{7j} = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} x_i Y_{ji}, \quad C_{8jk} = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} Y_{ji} Y'_{ki}, \quad C_{9jk} = qS \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} Y_{ji} Y_{ki}$$

上式5)~(7)を $V_w = 0$ として γ, θ, ξ_j について解くと、制御力 T_c に対する機体の運動の伝達関数が求められる。

2.2 制御方式

横風 V_w による姿勢角と径路角の変動を一般に用いられる制御方式すなわち、姿勢角 θ と姿勢角速度 $\dot{\theta}$ の重みつき和を一次遅れ要素でフィルタして得られる信号に比例する制御力で修正することにする。なお、一次遅れ要素は飛行体の弾性振動の影響を小さくするために用いている。このとき、制御力 T_c は次式となる。

$$T_c = T_c^* \delta \tag{8}$$

$$K_f \dot{\delta} + \delta = \theta + \sum_{j=1}^n Y'_{jp} \xi_j + K_r (\dot{\theta} + \sum_{j=1}^n Y'_{jr} \xi_j) \tag{9}$$

以上の制御方式を用いると、飛行体の制御回路のブロック図は図2となる。

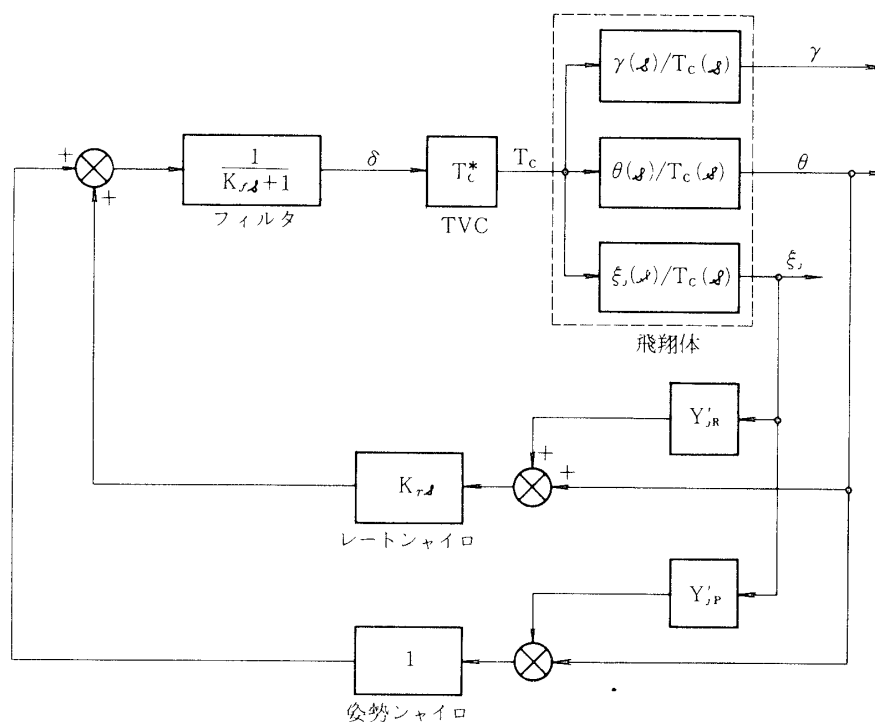


図2. 制御系のブロック線図

2.3 根軌跡

制御力を(8), (9)式で表わした場合, それらの未定数 T_c^* , K_f , K_r の値をどのような値に選ぶかは姿勢角と径路角の変動の許容値, 曲げモーメントの許容値, 最大可能制御力の大きさなどに関連しており, さらに変数が三つであるために非常に困難な問題である. そこで, ここでは各変数が系の応答や曲げモーメント, 制御力等与える影響を調べるために, 三つの変数のうち二つを固定し, 根軌跡法を用いることにする. 制御系の根軌跡は(1), (2), (3)式と(9)式の特性格方程式の根として求めることができる.

2.4 曲げモーメント

飛翔体が受ける曲げモーメントの計算は機軸に垂直な方向の力による曲げモーメントを加える方法と弾性曲げモーメントのモードから求める方法がある.

機軸に垂直な力は揚力, 制御力, 推力, 慣性力により生じ, それらによる曲げモーメントは

$$B_M(x, t) = \sum_{i=1}^m p S C_{L\alpha_i} \alpha_i(t) (x - x_i) + T_c^* (x - x_t) \delta(t) + T_T \sum_{j=1}^n Y_j' \xi_j(t) (x - x_t) - \int_{x_0}^x \rho \{ \ddot{y}(\eta, t) + \eta \ddot{\theta}(t) \} d\eta \quad (10)$$

である. ここで, $x - x_i$, $x - x_t$ は正の場合のみ計算し, x_0 は重心と後端の距離である. さらに, $\ddot{y}(\eta, t)$ は点 η における y 方向への加速度であり, y 方向への重心の加速度を $\ddot{y}_0(t)$ とすると,

$$\ddot{y}(\eta, t) = \ddot{y}_0(t) + \sum_{j=1}^n Y_j(\eta) \ddot{\xi}_j(t) \quad (11)$$

となる. なお, $\ddot{y}_0(t)$ は,

$$\begin{aligned} \ddot{y}_0(t) &= V \dot{r}(t) - (T_T/M) (\theta(t) - r(t)) \\ &\doteq \frac{1}{M} \left\{ p S \sum_{i=1}^m C_{L\alpha_i} \alpha_i(t) + T_c(t) \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

である. 上式で, 運動方程式では無視した前進加速度を考慮しているのはモーメントの釣合のためである.

次に曲げモーメントから得る曲げモーメントは

$$B_M(x, t) = - \sum_{j=1}^n EI Y_j''(x) \xi_j(t) \quad (13)$$

となる. なお, 計算時間の点からいえば式(10)より式(13)の方がかなり短い時間で計算できる.

2.5 横風

内之浦実験場の上空の定常風として図3の形を考える．地上1～2 km ではウインドシャが 0.02 1/sec ，4～10 kmでは 0.01 1/sec のランプ状横風がある．また，突風としては台形状，正弦波状，三角波状の横風を想定して曲げ荷重を求めることが行われている．[4] そこで本研究では最大風速 9 m/sec の台形状突風(図4)とウインドシャ 0.02 1/sec で最大風速 20 m/sec と 0.01 1/sec で 60 m/sec のランプ状横風について曲げ荷重を調べる．なお，参考のため最大風速 10 m/sec のステップ状横風についても曲げ荷重を調べる．

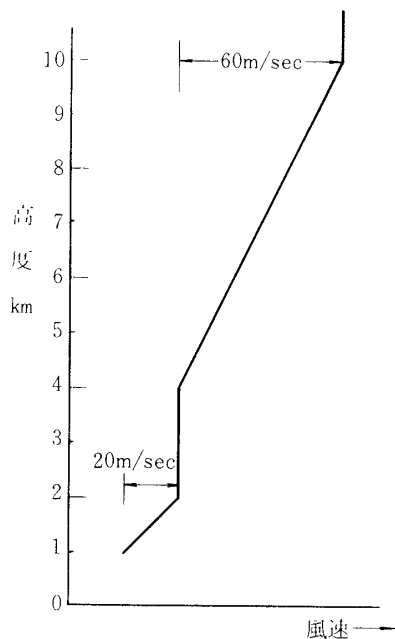


図3. 内之浦の定常風(冬期)の模式例

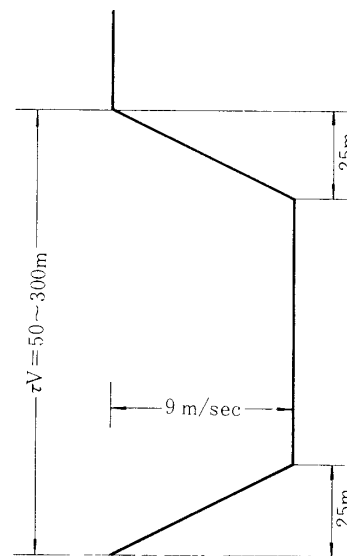


図4. 突風

3. 実例計算

2節で述べた各式を用いて，L-4SC-4とM-3Sの横風と制御力による運動と曲げ荷重の関係について調べる．

3.1 L-4SC-4

L-4SC-4の外形，重量分布，剛性分布を図5に，代表的な時刻における揚力係数傾斜と諸量を表1，2に示す．さらに，発射後15秒時におけるロケットの弾性規準振動モードを図6に示す．

3.1.1 根軌跡

飛行中の代表点として，発射後15秒，高度約5 kmでの根軌跡の一例を図7に示す．図からわかるように，第1次規準振動モードに相当する根が不安定領域に入る．なお， K_r の値

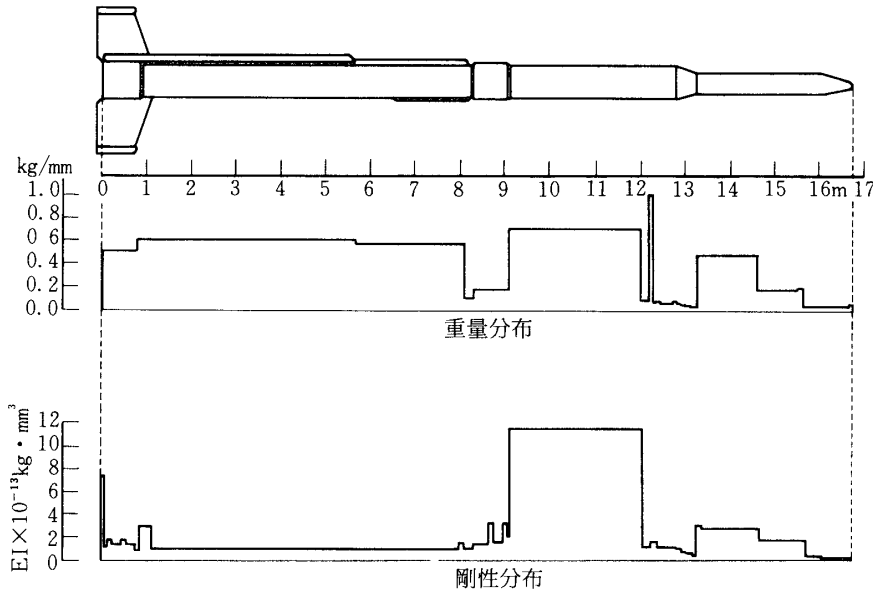


図5. L-4SC-4の重量分布と剛性分布

は種々検討した結果0.5秒を採用する。
 図7の一部を拡大して図8に示す。図8より、系が安定でかつピッチング運動の減衰特性がよいのは $K_f = 0.05 \sim 0.07$ 秒であることがわかる。

3.1.2 ステップ状横風に対する応答とモーメント

台形状突風について調べる前にステップ状横風について調べる。速度10 m/secのステップ状横風に対する応答を T_c^* をパラメータにして図9に示す。この場合、ロケットの速度は $V = 703$ m/sec, 横風速度 $V_w = 10$ m/sec

であるから、初期迎え角は $V_w/V = 0.0142$ rad となる。したがって、 $T_c^* = 0$ のときの θ はこの値を中心に振動する。しかし、 T_c^* が大きくなると、 θ は行過量が小さくなりかつ小さい値に漸近する。これは横風による力を制御力で打消して、横風に対して迎え角をもちながら飛行することを示している。径路角 γ はかなりの時間を経過して θ に近い値となる。しかし、 T_c^* (制御力) が大きくなるほど γ の変動率は小さいことがわかる。図9の場合に対する最大制御力を表3(1)に示す。 T_c^* が大きいほど必要な最大制御力も大きくなっている。図10に K_f の変化に対するステップ応答を示す。この場合、 $K_f = 0.05$ 秒の方が0.07秒よ

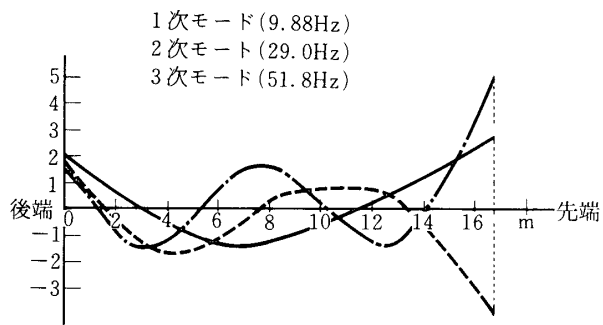


図6. L-4SC-4の固有振動モード (X + 15.1 秒時)

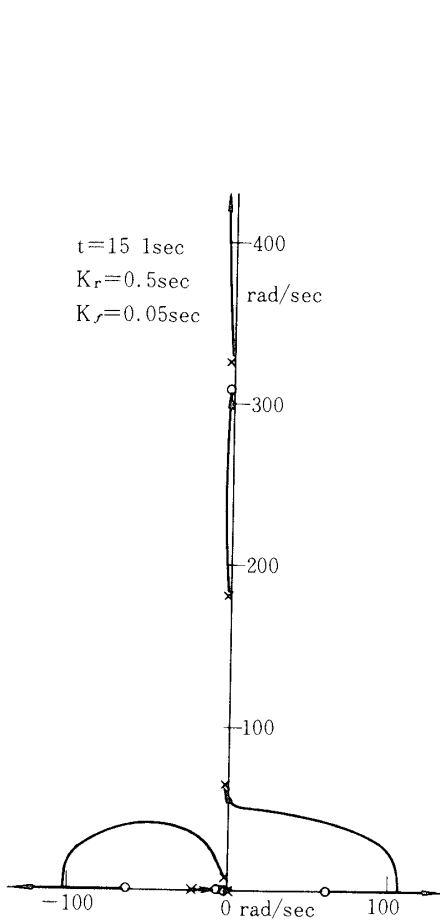


図7. L-4SC-4の根軌跡

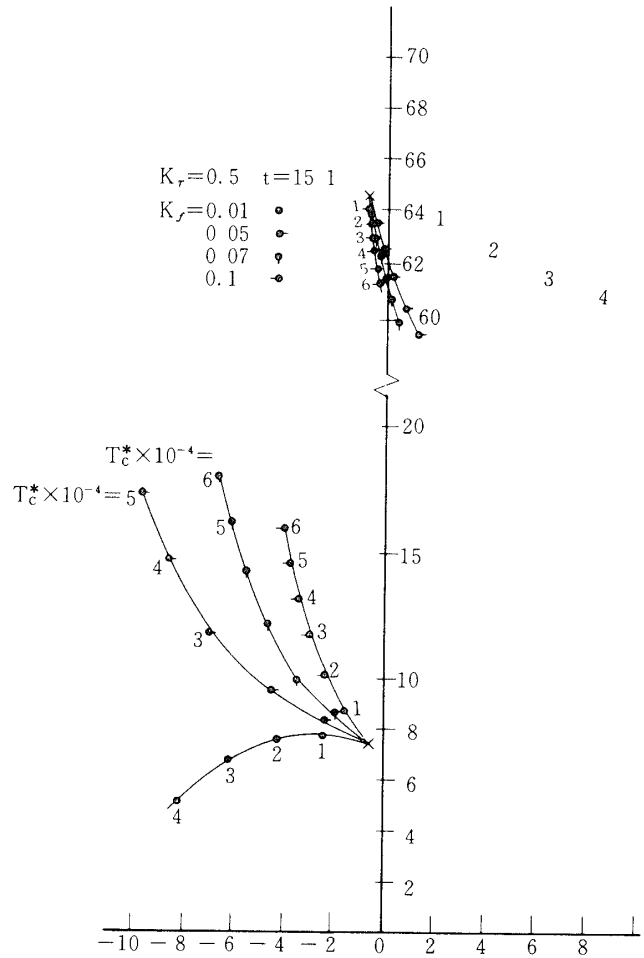


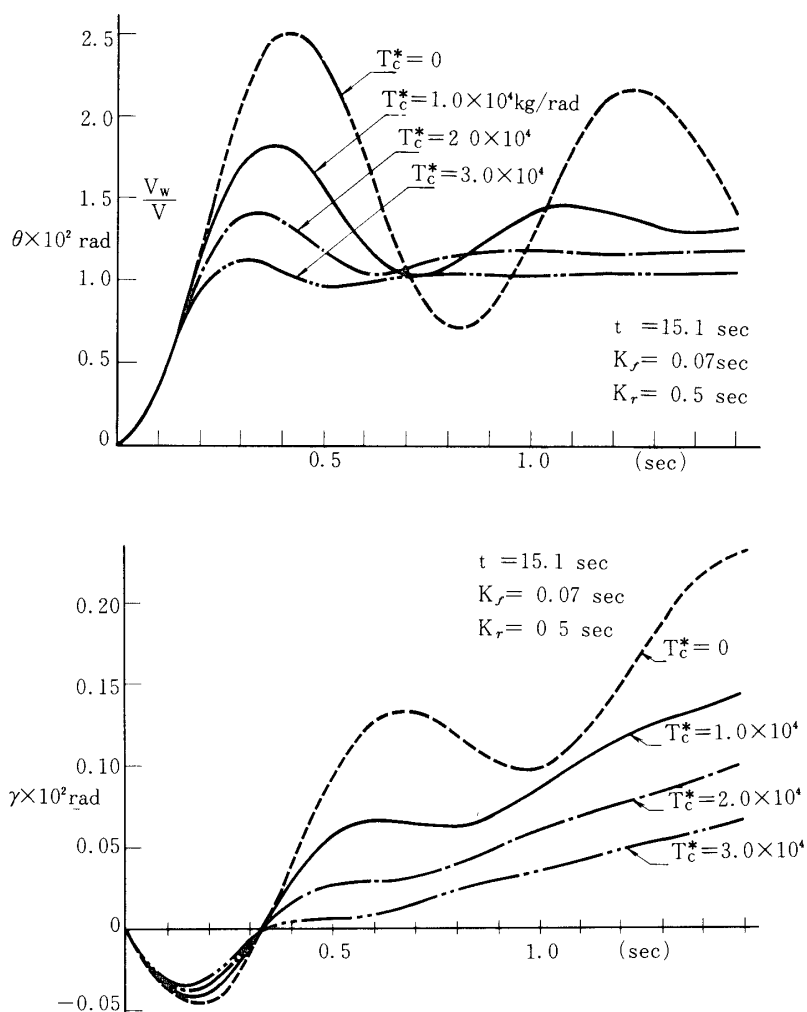
図8. L-4SC-4の根軌跡 (部分 $K_f = 0.5$)

時刻 (秒) (高度 (km))	揚力係数傾斜とその位置 (後端よりの距離 (m))				空力中心 (後端より)
6.6 (1.0)	5.527 (0.605)	15.625 (0.625)	1.060 (13.165)	0.940 (16.154)	1.557 m
7.6 (1.3)	6.975 (0.057)	27.416 (0.489)	1.129 (13.165)	1.002 (15.693)	1.232
9.6 (2.1)	3.103 (0.080)	20.043 (0.364)	1.275 (13.165)	1.131 (15.711)	1.647
11.6 (3.0)	1.794 (0.131)	16.164 (0.348)	1.357 (13.165)	1.205 (15.693)	2.078
15.1 (5.1)	0.805 (0.141)	11.608 (0.334)	1.513 (13.165)	1.343 (15.648)	2.942
21.6 (10.1)	0.323 (0.141)	7.724 (0.324)	1.757 (13.165)	1.559 (15.412)	4.374
27.6 (15.4)	0.323 (0.141)	7.724 (0.324)	1.757 (13.165)	1.559 (15.412)	4.374

表1. L-4SC-4の揚力係数傾斜

時刻 (秒)	W ton	I ton-m-s ²	T _T ton	V m/ε ₀	q kg/cm ²	x _t m	x _p , x _R m
6.6	6.86	13.3	44.5	320	0.58	-7.24	4.93
7.6	6.69	13.0	43.5	368	0.75	-7.32	4.85
9.6	6.34	12.5	43.2	460	1.07	-7.50	4.67
11.6	6.00	11.9	42.2	548	1.38	-7.70	4.48
15.1	5.43	10.8	38.8	704	1.84	-8.08	4.09
21.6	4.52	8.6	35.9	973	1.97	-8.88	3.29
27.6	4.34	8.1	0.9	960	0.86	-9.08	3.09

表2. L-4SC-4の諸量

図9. ステップ状横風に対する運動
(T_c^* の影響)

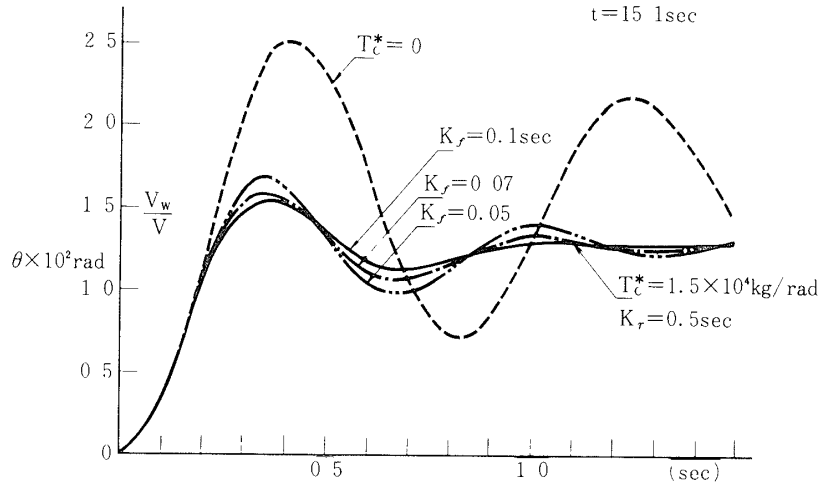


図 10. ステップ状横風に対する運動 (K_f の影響)

(1) T_c^* (kg/rad)	1×10^4	2×10^4	3×10^4
$T_c \max$ (kg)	472	807	1076
($K_f = 0.07 \text{ sec}$)			
(2) K_f (sec)	0.05	0.07	0.10
$T_c \max$ (kg)	692	640	611
($T_c^* = 1.5 \times 10^4 \text{ kg/rad}$)			

表 3. 最大制御力

り減衰特性はよくなる。図10の場合に対する最大制御力を表3(2)に示す。 K_f が小さいほど最大制御力は大きい。図11にステップ状横風に対する制御信号 δ の変動を示す。 δ の最大値は0.2~0.3秒で生じる。これは θ の変動の大きいところと一致している。 K_f を大きくすれば曲げ振動の影響が小さくなり、 δ の最大値は小さくなる。図12にステップ状横風に対する曲げ1次振動 ξ_1 を示す。曲げ振動には固有振動の他に θ の変動による強制振動が存在している。 $T_c^* = 0$ の場合には特に大きな強制項がみられる。しかし、制御のあるなしにかかわらず最大たわみはステップの入った直後に現れ、ほとんど同じ大きさである。したがって、最大曲げモーメントも各場合に対してほとんど変化しないと考えられる。

3.1.3 台形状突風に対する応答とモーメント

図13に台形状突風(持続時間 $\tau = 0.35$ 秒)に対する応答を示す。応答の傾向はステップ入力の場合と同じであるが、この場合は0.35秒のところで反対方向にほとんどステップと同じ

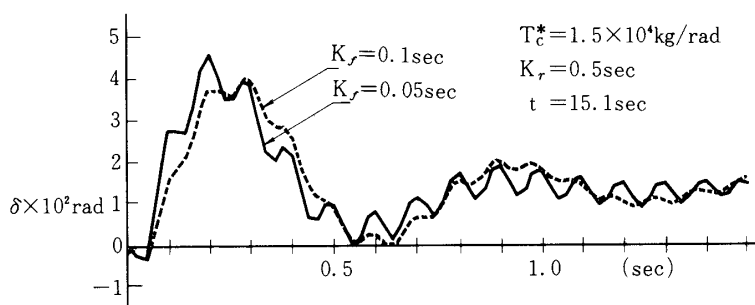
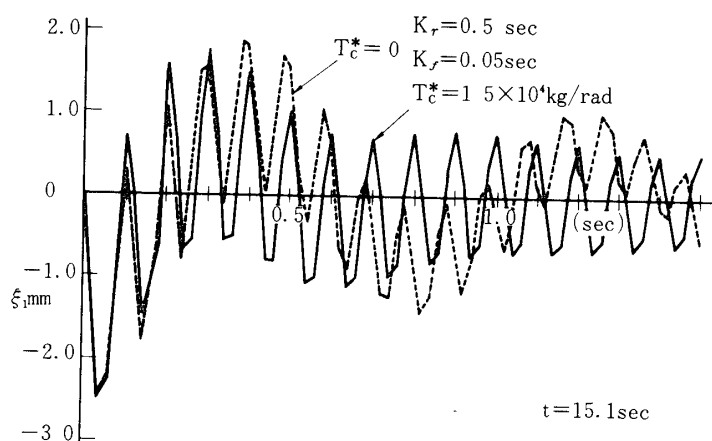
図 11. ステップ状横風に対する δ の変動

図 12. ステップ状横風に対する 1次曲げ振動

入力加わる状態になるから、0.4秒あたりの変動がはげしい。図14に台形状突風に対する曲げ1次振動 ξ_1 を示す。上で述べたように0.4秒あたりでたわみが最大となっている。すなわちステップ状入力の場合とは異なり、台形状突風では突風終了後に最大たわみが生じる場合がある。図14は $\tau = 0.35$ 秒の場合であるが、 τ の値が異なるとたわみの最大値の大きさやそのときの時刻が異なる。したがって、最大曲げモーメントも τ の大きさによって異なる。その状態を図15に示す。図15の負最大曲げモーメントは図14からわかるように、突風が加わった直後の値である。正最大曲げモーメントは曲げ1次振動が突風と共振する場合に大きくなり、負最大曲げモーメントの約2倍になる。図16には突風の持続時間に対する最大制御力を示す。この場合、 $\tau \leq 0.2$ 秒では最大制御力は増加するが、それ以後は一定となる。

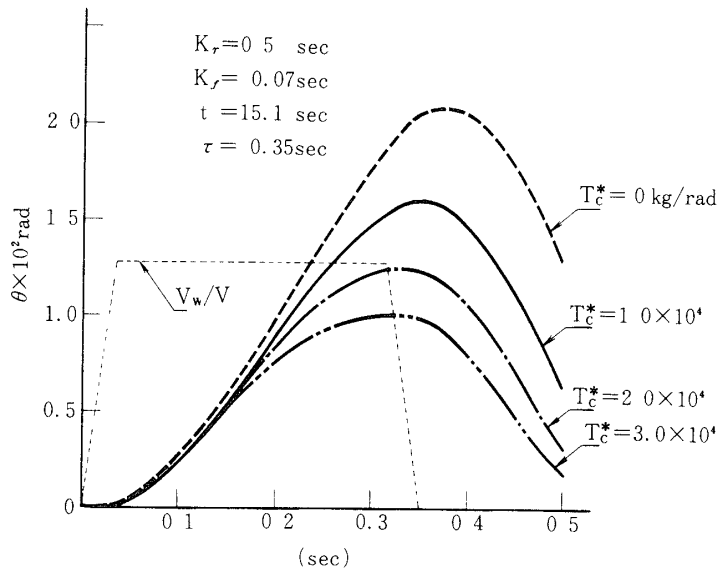


図13. 台形状突風に対する応答 (T_c^* の影響)

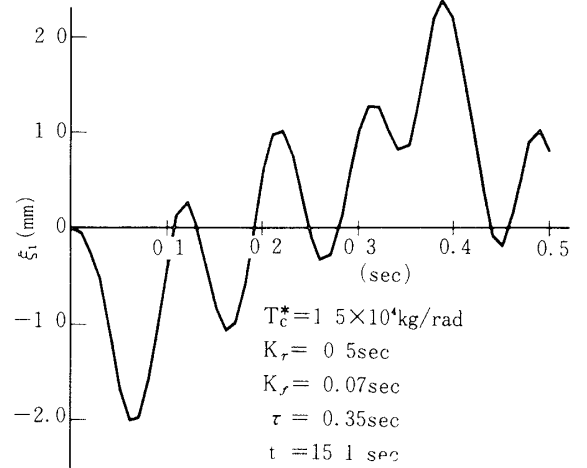


図14. 台形状突風に対する曲げ1次振動

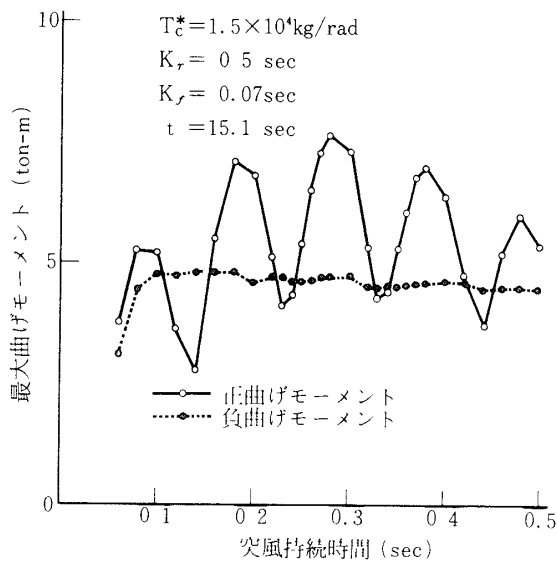


図15. 台形状突風持続時間と最大曲げモーメント

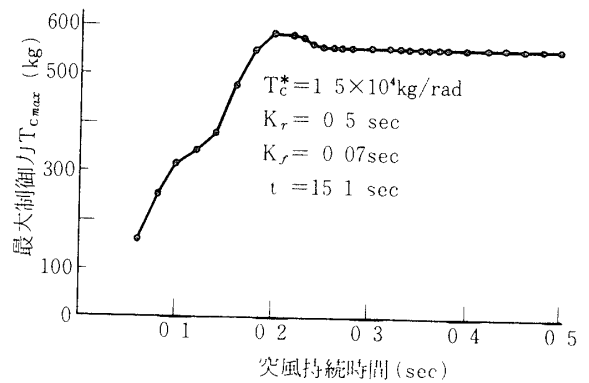


図16. 台形状突風持続時間と最大制御力

これは図11からわかるように、このロケットの特性であり、 τ が0.2秒をこえると、 δ に関してはステップ状横風と同様に作用すると考えられる。

3.1.4 最大曲げモーメント

3.1.2 と 3.1.3 節で得られた最大曲げモーメントを表 4, 5 に示す。

表 4. ステップ状横風 (10 m/sec) に対する最大曲げモーメント

制御変数		(K _r = 0.5 sec, 単位 ton-m)						
		T _c * = 0 (制御なし)	T _c * = 1.5 × 10 ⁴ kg/rad			T _c * = 1 × 10 ⁴	T _c * = 2 × 10 ⁴	T _c * = 3 × 10 ⁴
			K _f = 0.05	K _f = 0.07	K _f = 0.1	K _f = 0.07 sec		
t = 6.6 秒 (高度 1.0 km)		7.60	7.68	8.01	7.98	7.85	8.23	8.31
7.6 (1.3)		10.8	11.0	11.2	11.2	11.1	11.4	11.6
7.6 (2.1)		8.88	9.01	8.98	8.95	8.95	9.01	9.08
11.6 (3.0)		7.64	7.75	7.87	7.83	7.76	7.95	8.08
15.1 (5.1)		5.75	5.87	5.84	5.81	5.81	5.87	5.93
21.6 (10.1)		3.25	3.31	3.29	3.28	3.28	3.31	3.34
27.6 (15.4)		1.47	1.48	1.56	1.55	1.52	1.62	1.63
(2) 制御の時間おくれによる比較 (t = 15.1 秒)								
おくれ	なし	5.75	5.87	5.84	5.81	5.81	5.87	5.93
おくれ	50 m sec	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75
(3) 翼の影響 (t = 15.1 秒)								
翼	なし	5.75	5.87	5.84	5.81	5.81	5.87	5.93
翼	あり	3.35	3.38	3.37	3.37	3.36	3.38	3.40

表 5. 台形状突風に対する最大曲げモーメント

制御変数		(K _r = 0.5 sec, 単位 ton-m)						
		T _c * = 0 (制御なし)	T _c * = 1.5 × 10 ⁴ kg/rad			T _c * = 1 × 10 ⁴	T _c * = 2 × 10 ⁴	T _c * = 3 × 10 ⁴
			K _f = 0.05	K _f = 0.07	K _f = 0.1	K _f = 0.07 sec		
t = 6.6 秒 (高度 1.0 km)		7.90	6.91	7.01	7.19	7.10	6.86	6.71
7.6 (1.3)		11.7	10.7	10.9	11.2	11.2	10.5	10.8
9.6 (2.1)		11.1	10.3	10.4	10.6	10.6	10.1	10.5
11.6 (3.0)		10.2	9.07	9.21	9.45	9.48	8.91	8.99
15.1 (5.1)		8.31	7.57	7.65	7.82	7.80	7.45	7.47
21.6 (10.1)		4.85	4.26	4.27	4.35	4.34	4.18	4.21
27.6 (15.4)		2.28	1.72	1.77	1.76	1.87	1.73	1.69
(2) 制御の時間おくれによる比較 (t = 15.1 sec 時)								
おくれ	なし	8.31	7.57	7.65	7.82	7.80	7.45	7.47
おくれ	50 m sec	8.31	7.67	7.86	8.02	7.88	7.88	7.92
(3) 翼の影響 (t = 15.1 sec 時)								
翼	なし	8.31	7.57	7.65	7.82	7.80	7.45	7.47
翼	あり	4.80	4.60	4.67	4.78	4.69	4.59	4.73

まず、表4, 5の(1)には T^* と K_f のいくつかの組合せとロケットの代表的な飛翔時刻に対する最大曲げモーメントを示す。この場合、最大曲げモーメントを示す。この場合、最大曲げモーメントは制御変数の変動に対してはあまり変化しないが、飛翔時刻とともに大きく変動し、 $t = 7.6$ 秒で最大となる。これはそのとき速度が音速を越え、揚力係数傾斜が大きくなるからである。これに対し、動圧最大の $t = 21.6$ 秒に最大曲げモーメントが小さいのは、その時刻において揚力係数は大きい、ロケットの速度が速いために迎え角が小さく、揚力自体大きくなるためである。表4のステップ風の速度が 10 m/sec で表5の台形状突風の速度が 9 m/sec であることを考慮して表をみると、台形状突風による最大曲げモーメントはステップ状横風によるものよりかなり大きくなるのがわかる。

次に、図2の制御系のTVCの作動に時間遅れがある場合の最大曲げモーメントを表4, 5(2)に示す。遅れ時間が 50 m sec あるとき、ステップ状横風に対しては制御パラメータを変えても最大曲げモーメントは変化しない。これは機体の変動が急激であり制御が間に合わないためであろう。これに対し、台形状突風の場合はおくれのために最大曲げモーメントは増加する。

さらに、L-4SC-3号機のような翼を付けたときの曲げモーメントを表4, 5(3)に示す。これより、翼をつければ最大曲げモーメントは半減することがわかる。

なお、参考のためにランプ状横風に対する曲げモーメントを求めたが台形状突風に対する曲げモーメントよりかなり小さい値となったので省略した。

3.1.5 姿勢角速度検出位置と根軌跡

上述の計算では姿勢角と姿勢角速度の検出位置は重心より前方(後端より約 13 m)にあるが、両検出装置をたとえば推力着力点に移した場合の根軌跡を図17に示す。この場合は図7のような不安定根は現れず、すべて安定根となる。したがって、制御系の設計では両検出位置の検討が必要であろう。

3.2 M-3S

M-3Sの外形、重量分布、剛性分布を図18に、発射後28秒時におけるロケットの曲げ振動モードを図19に示す。

3.2.1 根軌跡

姿勢角と姿勢角速度の検出位置は後端より約 19.8 m であり、L-4SC-4と同様に重心より前方である。このとき、発射後 $t = 28$

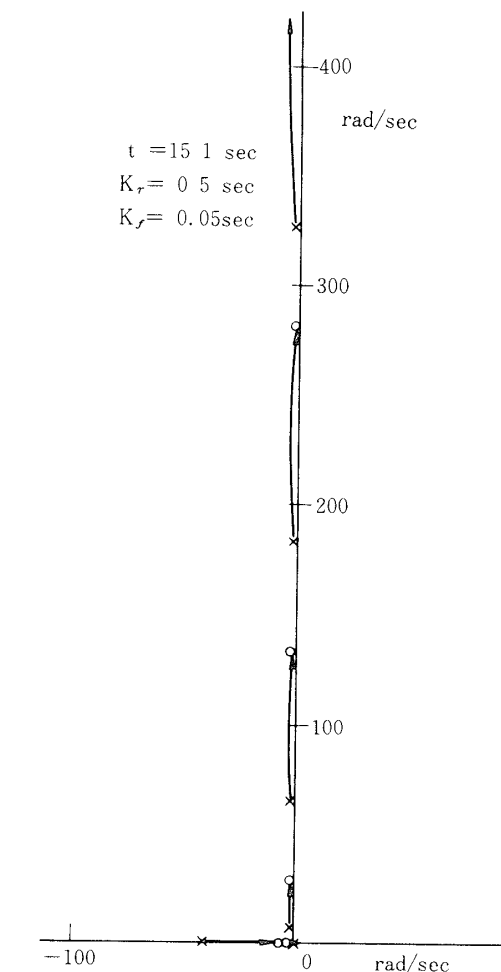


図17. L-4SC-4の根軌跡(レートジャイロ姿勢ジャイロともに後方)

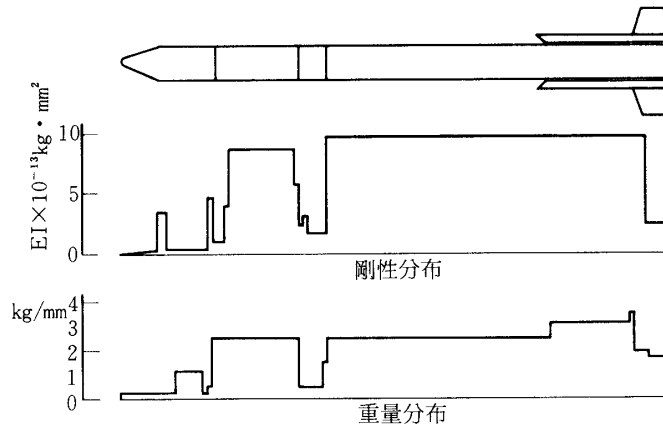


図 18. M-3Sの剛性・重量分布

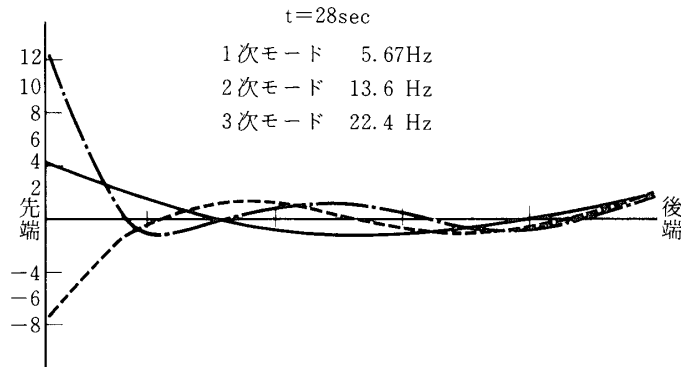


図 19. M-3Sの曲げ振動モード

秒における根軌跡を図20に示す。なお、L-4SC-4と同様な考察の結果 $K_r = 0.7$ 秒、 $K_f = 0.3$ 秒としている。図20よりわかるように、M-3Sの1次振動モーメントはL-4SC-4の1次モードと同様に T_c^* の増加とともに不安定領域に入る。なお、3次モードはL-4SC-4とは出発方向が反対であり、 T_c^* がさらに増加すると不安定領域へ入る。

3.2.2 ステップ状横風に対する応答

ステップ状横風（風速 10m/sec）に対する応答の一例を図21に示す。L-4SC-4と同様に、 T_c^* を大きくすれば θ の振動数は増加し、変動は小さくなる。また、最大曲げモーメントは横風が加わった直後に生じるのはL-4SC-4と同様である。この最大曲げモーメントを表6(1)に示す。この場合もロケットが音速をこえるあたりで最大曲げモーメントが最大となり、制御変数 T_c^* にはあまり影響を受けない。

3.2.3 台形状突風に対する応答

図4の台形状突風に対する姿勢角 θ の応答を図22に示す. この場合はL-4SC-4号ロケットと異なり, 固有振動周期が大きいために, ステップ状横風に対する θ ほど大きく変動しない. この場合の最大曲げモーメントも突風が入った直後か, 突風が終了した後に生じる. それらを突風持続時間を横軸にして図23に示す. 負の最大曲げモーメントはL-4SC-4と同様に突風の加わった直後に生じ, 正の最大曲げモーメントは突風持続時間によって大きく変動する. 図23の場合には $\tau = 0.66$ 秒のとき最大値をとり, 負最大曲げモーメントの約1.3倍である. このような最大曲げモーメントを各時刻について求め, 表8(2)に示す. 表8(2)によると, t の小さい範囲すなわち低高度では T_c^* が大きいほど曲げモーメントは大きくなるが, 高高度になるとそれが逆転している. また, L-4SC-4と同様に, 台形状突風による最大曲げモーメントは同じ最大風速のステップ状横風によるものより大きくなることわかる. なお, 表6(3), (4)にランプ状横風に対する最大曲げモーメントを示す. こ

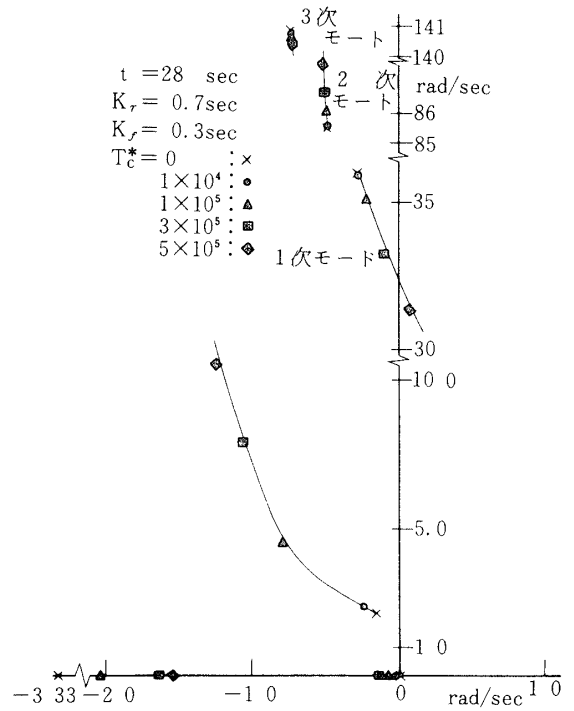


図20. M-3Sの根軌跡(拡大図)

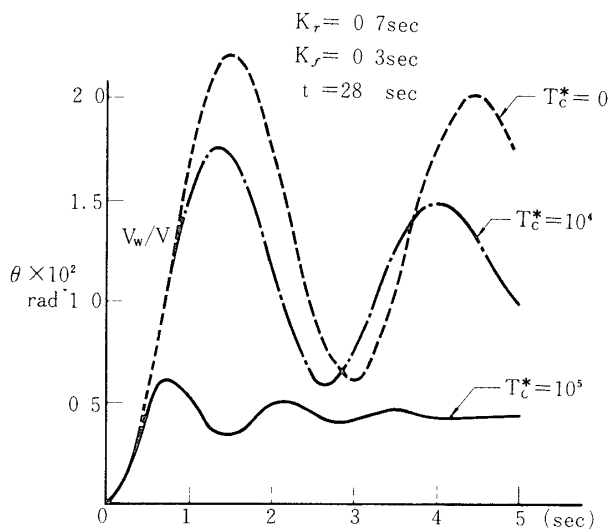


図21. M-3Sのステップ状横風応答

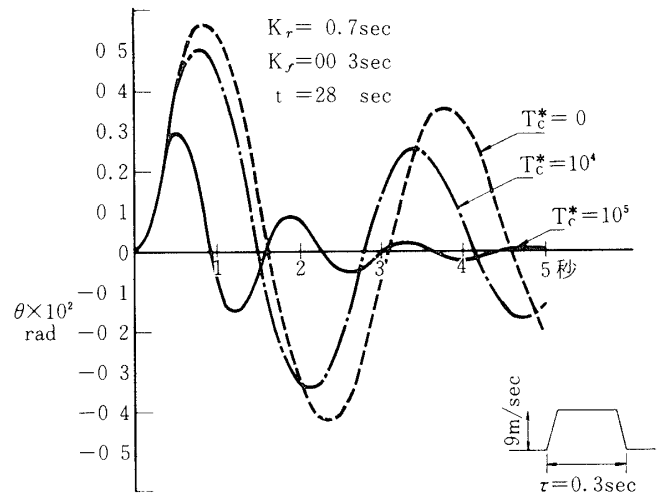


図22. M-3Sの台形状突風応答

表6 最大曲げモーメント

(単位 $t\text{on-m}$ $K_r=0.7 \text{ sec}$ $K_f=0.3 \text{ sec}$)

(1) ステップ状突風 (10 m/sec)

時刻	T_c^*	0 (制御なし)	10^4 kg/rad	10^5 kg/rad
6.0 秒		19.1	19.2	19.8
7.0		21.9	21.9	22.5
10.0		21.4	21.5	22.0
11.5		30.9	31.0	31.5
14.0		28.8	28.9	29.3
19.0		19.7	19.8	20.2
28.0		11.3	11.4	11.7

(2) 台形状突風 (図4)

6.0		15.3	16.3	21.7
7.0		20.0	20.9	26.9
10.0		24.0	24.5	29.5
11.5		39.9	40.7	43.5
14.0		42.1	42.0	41.2
19.0		27.8	27.8	27.4
28.0		14.0	13.9	13.8

(3) ランプ状横風 (最大風速 20 m/sec, Wind shear 0.02 1/sec)

6.0		2.39	2.52	3.03
7.0		2.60	2.60	3.45
10.0		2.67	2.61	3.80
11.5		3.26	3.41	4.54
14.0		3.54	3.67	4.52
19.0		3.89	3.84	5.79
28.0		6.95	4.62	5.77

(4) ランプ状横風 (最大風速 60 m/sec, Wind shear 0.01 1/sec)

6.0		1.19	1.42	4.18
7.0		1.30	1.54	4.31
10.0		1.33	1.60	3.70
11.5		1.63	1.91	3.96
14.0		1.77	2.05	5.32
19.0		1.95	2.24	9.99
28.0		2.61	4.09	14.8

の場合はL-4SC-4と異なり、ランプ状横風に対する曲げモーメントは高々度においては台形状突風によるものと同程度となる。したがって、大型機になれば、図4に示す台形状突風

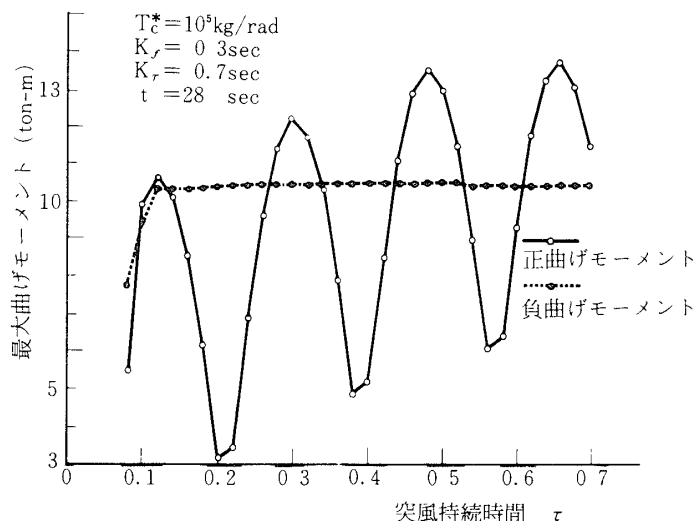


図 23. 台形状突風の持続時間と最大曲げモーメント

よりももっとゆるやかに大きく変動する横風が重要になってくると思われる。

4. あとがき

弾性飛翔体の横風に対する応答とそれによって生じる曲げモーメントが TVC 制御系のパラメータによってどのように変化するかをラムダ型 L-4SC-4 とミュ型 M-3 S のロケットの数値例を用いて考察した。その結果次のことがわかった。なお、TVC 制御系はロケットの姿勢角とその角速度のみをフィードバックする場合を取扱っている。

(1) 台形状突風による最大曲げモーメントは遷音速領域で最大となるが、ランプ状横風によるモーメントは高々度で大きい値となる。

(2) 台形状突風をうけたときの最大曲げモーメントは同じ最大風速のステップ状横風の場合よりも大きい。

(3) 制御に時間遅れがある場合に台形状突風をうけると遅れのない場合より大きい最大曲げモーメントをうける。

(4) 制御力を大きくすれば、突風に対する姿勢角等への影響をかなり小さくすることができるのに対し、機体のうける最大曲げモーメントはあまり増加しない。しかし、ランプ状横風の場合は T_c^* の増大とともに最大曲げモーメントも増加する。

(5) 姿勢角と姿勢角速度の検出位置が機体の前方にあれば 1 次規準振動モードに相当する根が T_c^* の増加とともに不安定となる。したがって、 T_c^* の値には上限がある。なお K_r , K_f の適当な値は L-4SC-4 と M-3 S で異なっている。姿勢角等の検出位置を機体の後方に移すと、不安定現象は生じないと考えられる。

なお、図 4 で与えた突風は単純化したものであるから、最大曲げモーメントの定量的判定にはなお実際に近い突風を用いて比較解析を行うことが必要であると思われる。

1976年7月29日新設部（工学）

参 考 文 献

- [1] 中野 旭：弾性飛しょう体の動的荷重に関する研究，東京大学博士論文，1971
- [2] Greensite, A. L. : Analysis and Design of Space Vehicle Flight Control System, Control Theory Vol. II, Spartan Books, 1970
- [3] 森大吉郎，森野美樹：飛行制御を行なうロケットの曲げ負荷について，C A S 研究報告，16号，1973
- [4] Geissler, E. D. : Wind Effects on Launch Vehiclec, Technivision 1970