

人工衛星の温度予測

林 友直・泉 武博*

Estimation of Surface Temperature Variation of Satellite

By

Tomonao HAYASHI and Takehiro IZUMI

Abstract: The numerical analysis of the temperature variation of satellite is carried out in the case of a spherical spinning satellite with and without the radiatively coupled inner shell having heat source. In the latter case the nomograms and the approximate explicit functions for obtaining the normalized maximum, minimum and mean temperature of the satellite shell are derived. In the former case the numerical solution is also approximately expressed as an explicit function of time, and it is shown that if the graphs of each shell temperature are normalized to an appropriate temperature and time, the solution can be approximated in the same function as that of the latter case.

概 要

衛星の熱モデルを単純化し、エネルギーの受授は伝導によらず熱ふく射のみによるものとし、内部の熱源については無視できる場合と無視できない場合について数値計算を行った。前者については温度変化の最大、最小、平均値を求めるノモグラムと近似式を求め、また後者については日照時の温度変化関数が近似的に正規化できることを示し、それぞれのパラメータを求めた。

1. ま え が き

人工衛星は飛しょうする軌道の周期で、日照、食をくり返し、それに従って人工衛星の温度は変化する。この温度変化、こう配を小さくしたり、これを予測することは、衛星を設計、製作するさいの重要な過程である。しかし、衛星の温度予測は、その温度変化を表わす式が、非線形の微分方程式となり一般には、解析的に求めることが困難なため、数値解析あるいは線形化近似を行なうことが多い^[1]。

ここでは単純化した熱モデルについて最高温度、最低温度あるいは時定数をモグラムあるいは使いやすい近似的陽関数で表現することに主眼をおいている。

2. 内部の熱消費がない場合

2.1 解 析^[2]

一般に衛星の外皮は、熱容量が内部機器部に比べて小さく、入射するエネルギーは、太陽

* NHK 総合技術研究所

光のエネルギーが大きいので、外皮は単独で考えてもよいことが多い。ここでは簡単のため、内部消費エネルギーが無視できる場合の衛星の温度変化を考えることとする。また衛星はスピンしており、周囲の温度は均一と考える。albedoは一定とし、また地球の熱ふく射を無視すると、日照、食の二つの状態について、次の2式が得られる。

$$\frac{dT}{dt} = p - qT^4 \quad (\text{Sunlit}) \quad (2.1)$$

$$\frac{dT}{dt} = -qT^4 \quad (\text{Eclipse}) \quad (2.2)$$

ここで p , q は次式で与えられる。

$$p = \frac{A_s \cdot s \cdot a}{mc} (1 + \rho) \quad (2.3)$$

$$q = \frac{A\sigma e}{mc} \quad (2.4)$$

ただし、

T : 衛星外皮の温度

t : 時間

m : 衛星外皮の質量

c : 衛星外皮の比熱

ρ : albedo

A_s : 衛星の太陽ベクトルに垂直面への投影面積

A : 衛星表面積

s : 太陽定数 (1.4 kW/m²)

σ : Stefan-Boltzmann 定数 (5.67 × 10⁻¹² W/cm²·deg⁴)

a, e : 表面の absorptance, emittance

衛星が太陽に照らされる温度は (2.1) 式によって変わり、食に入ると、そのときの値を初期値として (2.2) 式に従う。この2式を解くと、それぞれ次式が得られる。

$$\frac{1}{4} \ln \frac{1 + (T/T_0)}{1 - (T/T_0)} + \frac{1}{2} \tan^{-1}(T/T_0) = \frac{t}{\tau} \quad (\text{Sunlit}) \quad (2.5)$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{T_0}{T} \right)^3 = \frac{t}{\tau} \quad (\text{Eclipse}) \quad (2.6)$$

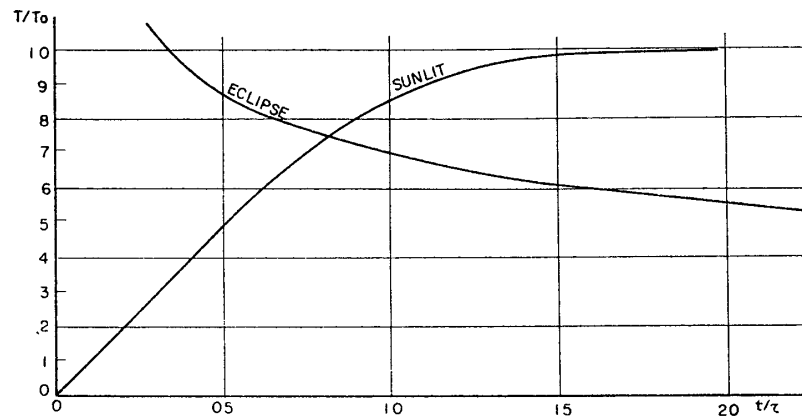
ただし、

$$T_0 = \left(\frac{p}{q} \right)^{1/4} = \left\{ \frac{A_s s a}{A \sigma e} (1 + \rho) \right\}^{1/4} \quad (2.7)$$

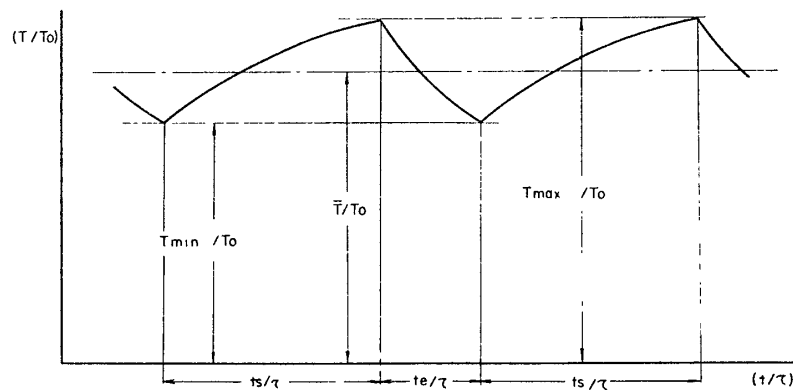
$$\tau = \frac{1}{\sqrt{pq \cdot T_0}}$$

T_0 は衛星が太陽ふく射と albedo に長時間さらされた時に到達する温度であり、 τ はこの非直線系における一種の時定数である。

(2.5), (2.6) 式を図示すると第2-1図のようになる。したがって衛星外皮の温度の時間変化は、第2-2図のようになる。最高温度 T_{\max} 、最低温度 T_{\min} は一般に陽関数として表わせないが、平均温度 \bar{T} は次式で求められる。



第2-1図 Normalized Temperature Change vs Normalized Time.



第2-2図 Stationary Surface Temperature Variation.

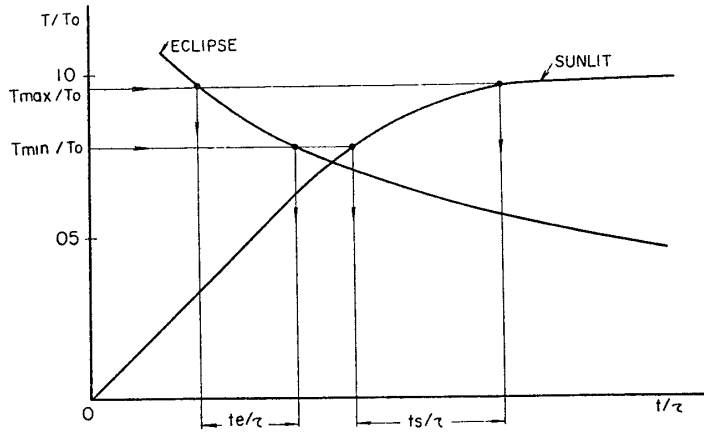
$$\begin{aligned} \frac{\bar{T}}{T_0} &= \frac{1}{\frac{t_e}{\tau} + \frac{t_s}{\tau}} \left\{ \int_s \left(\frac{T}{T_0} \right) d\left(\frac{t_s}{\tau} \right) + \int_e \left(\frac{T}{T_0} \right) d\left(\frac{t_e}{\tau} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{t_e}{\tau} + \frac{t_s}{\tau} \right)} \left\{ \frac{1}{2(T_{\min}/T_0)^2} - \frac{1}{4} \ln \left[\frac{1 + (T_{\min}/T_0)^2}{1 - (T_{\min}/T_0)^2} \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2(T_{\max}/T_0)^2} + \frac{1}{4} \ln \left[\frac{1 + (T_{\max}/T_0)^2}{1 - (T_{\max}/T_0)^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

2.2 ノモグラム

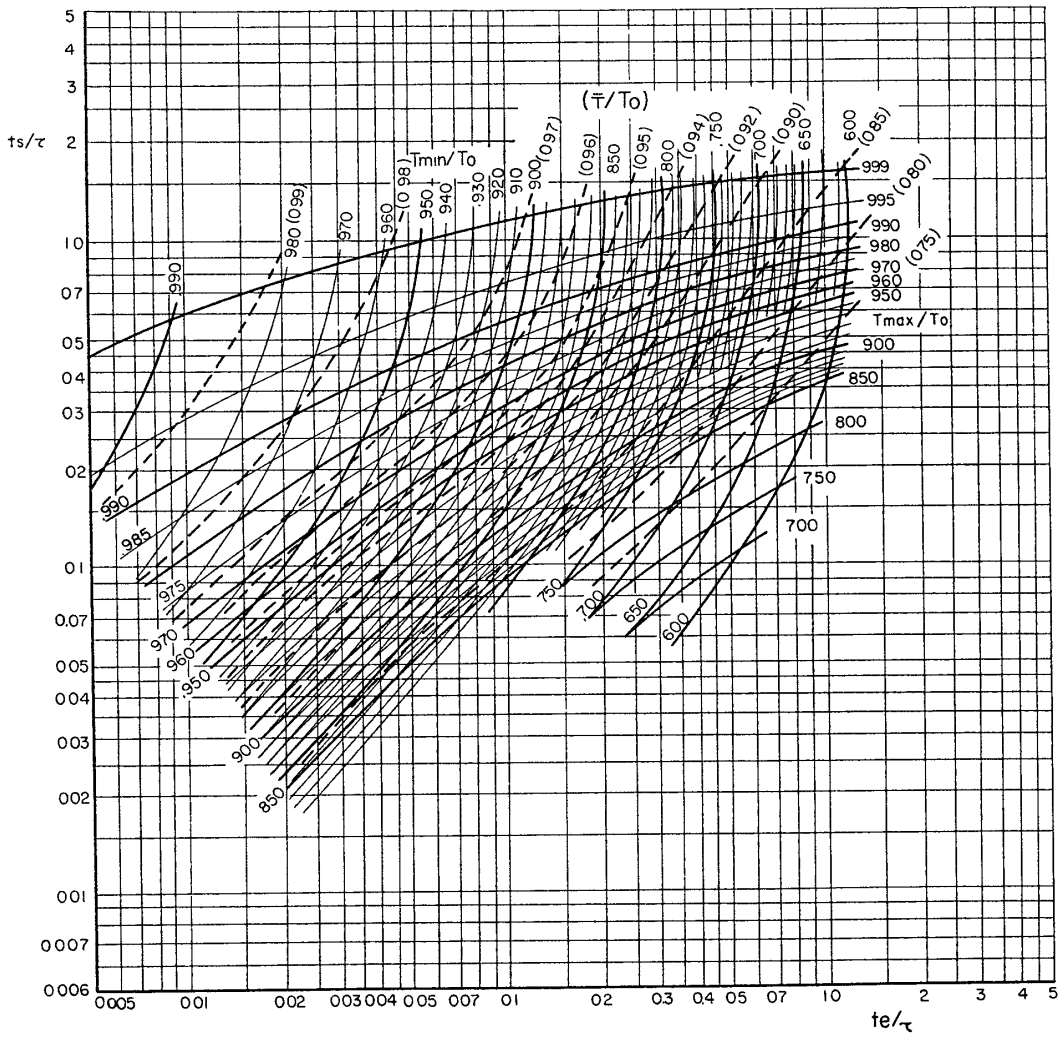
正規化された日照 (t_s/τ), 食 (t_e/τ) の時間を与えても (2.5), (2.6) 式が時間の陽関数表示になっていないため, 正規化された最高温度 (T_{\max}/T_0), 最低温度 (T_{\min}/T_0) は, 簡単に求めることができない. そこで t_s , t_e を与えて, T_{\max}/T_0 , T_{\min}/T_0 および平均温度 \bar{T}/T_0 を求めるノモグラムを作成した.

まず, T_{\max}/T_0 , T_{\min}/T_0 をパラメータとして与えると, (2.5), (2.6) 式, 第2.3図より t_s/τ , t_e/τ が得られる. これをもとにして作成したノモグラムが第2.4図である.

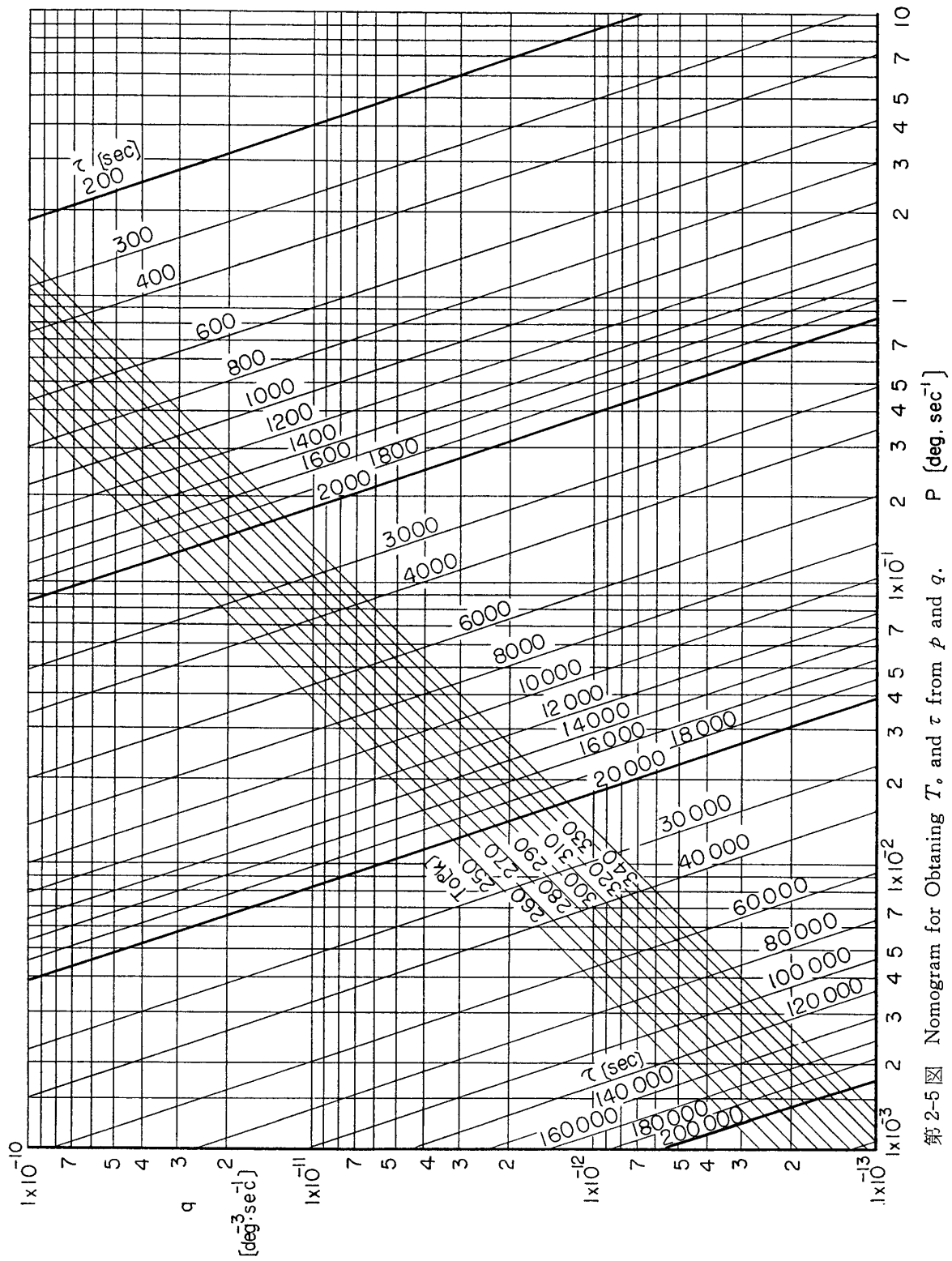
一方, 上記のノモグラムを利用する場合, 衛星の諸元から p , q を求め, 更に平衡温度 T_0 , 時定数 τ を求めなければならない. それらの関係は, (2.7) 式で与えられるが, これをノモ



第2-3 図 Relation Between Normalized Optimum Temperatures and Normalized Eclipse and Sunlit Time.



第2-4 図 Nomogram for Obtaining Normalized T_{max} , T_{min} and \bar{T} .



第2-5图 Nomogram for Obtaining T , and τ from p and q .

グラフにしたものは第 2-5 図である,

(使用例)

衛星諸元: 球形 (直径 75 cm), 外皮重量 10 kg, 比熱 0.27 cal/g·deg

a, e : おのおの 1, 日照時間: 3370 秒 (56 分 10 秒), 食: 2030 秒 (33 分 50 秒)

albedo: 0.34

(2·3), (2·4) 式より

$$p = 7.64 \times 10^{-2} \text{ deg/sec}, \quad q = 9.26 \times 10^{-2} \text{ deg/sec}$$

第 2-5 図より

$$T_0 = 300^\circ\text{K}, \quad \tau = 4000 \text{ 秒}$$

したがって

$$t_s/\tau = 0.85, \quad t_e/\tau = 0.51$$

第 2-4 図より

$$T_{\max}/T_0 = 0.985, \quad T_{\min}/T_0 = 0.735, \quad \bar{T}/T_0 = 0.88$$

よって次の結果が得られる.

$$T_{\max} = 296^\circ\text{K} = 23^\circ\text{C}, \quad T_{\min} = 221^\circ\text{K} = -52^\circ\text{C}, \quad \bar{T} = 264^\circ\text{K} = -9^\circ\text{C}$$

2.3 近似式^[3]

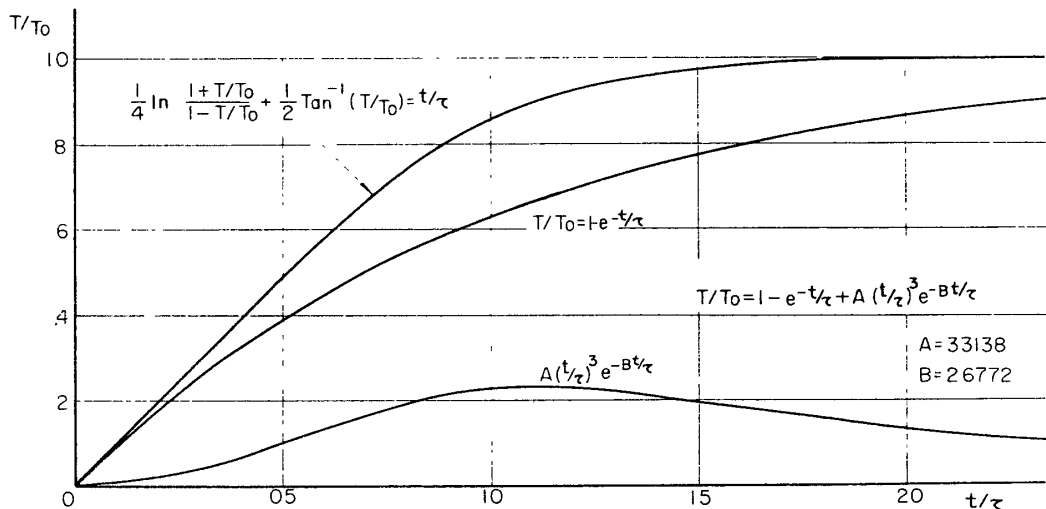
前述のとおり, 各温度 T ((2·5), (2·6), (2·8) 式) は, 時間 t の陰関数表示となりいろいろな計算に不便なので, ここではその近似式を求める.

まず第 2-6 図に示すように (2·5) 式と立上りが等しい充電型指数関数で近似する. つぎに誤差分を $A(t/\tau)^n e^{-B(t/\tau)}$ で表すときその最大点が一致するように A, B を決め, さらに誤差の少ない n を求めると次式が得られる.

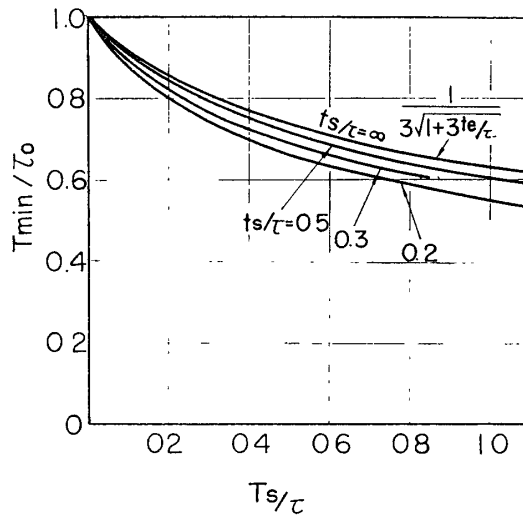
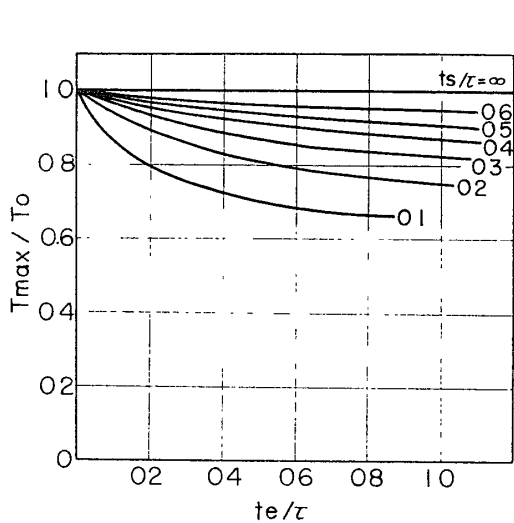
$$T/T_0 = 1 - e^{-(t/\tau)} + A(t/\tau)^3 e^{-B(t/\tau)} \tag{2·9}$$

ただし, $A = 3.3138, B = 2.6772$ である.

t_e, t_s が与えられたとき, $T_{\max}/T_0, T_{\min}/T_0, \bar{T}/T_0$ は, 第 2-1 図により求めることができ

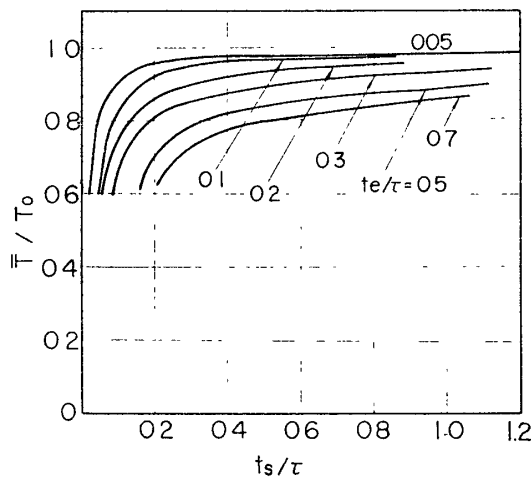


第 2-6 図 Approximation of Sunlit Function.

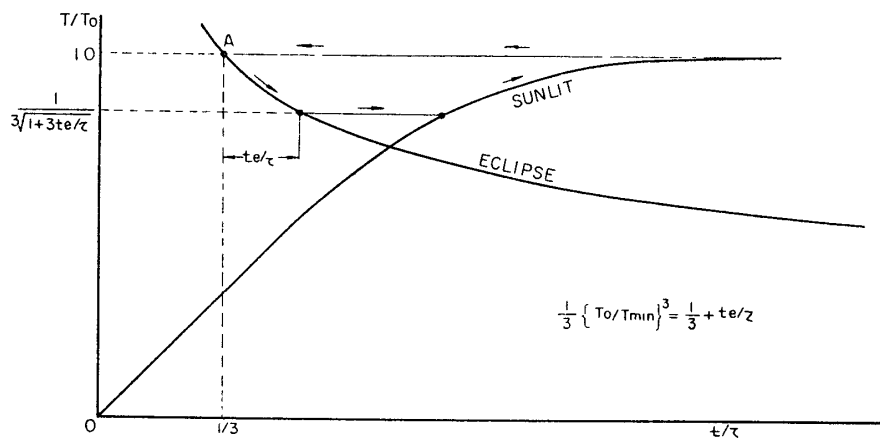


第2-7图 Normalized Maximum Temperature.

第2-8图 Normalized Minimum Temperature.



第2-9图 Normalized Mean Temperature.



第2-10图 Approximation of T_{min} .

るのであるが、実用目的のためにつきにこれらの近似式を導こう。まず第2-4図を T_{\max}/T_0 , T_{\min}/T_0 , \bar{T}/T_0 に分けて図示するとそれぞれ、第2-7, 2-8, 2-9図のようになる。

これらの図および第2-10図からわかるように、日照時間が長くなると、日照末期には、温度は飽和し、平衡状態近くになって

$$T_{\max}/T_0 \doteq 1$$

と考えられる。したがって食に入ると、第2-10図のA点より冷却が始まり T_{\min}/T_0 は

$$\frac{1}{3} \{T_0/T_{\min}\}^3 = \frac{1}{3} + t_e/\tau \quad (2 \cdot 10)$$

となり、これから

$$T_{\min}/T_0 \doteq \frac{1}{\sqrt[3]{1+3(t_e/\tau)}} \quad (2 \cdot 11)$$

が得られる。

長楕円あるいは静止軌道の場合など、日照時間が時定数に比べて大きい場合 ($t_s/\tau > 0.5$) には T_{\max}/T_0 は約1で、このとき T_{\min}/T_0 は(2・11)式により約1%の誤差で求めることができる。

これらの事項と $t_e/\tau \rightarrow 0$, $t_s/\tau \rightarrow 0, \infty$ の時の物理的意味を考慮して導いた近似式を次に示す。

$$T_{\max}/T_0 = 1 - \{1 - e^{-2/5(t_e/t_s)}\} e^{-10/3(t_s/\tau)} \quad (2 \cdot 12)$$

$$T_{\min}/T_0 = \frac{1}{\sqrt[3]{1+3(t_e/\tau)}} \cdot \sqrt{T_{\max}/T_0} \quad (2 \cdot 13)$$

$$\bar{T}/T_0 = 1 - \{1 - e^{-5/12(t_e/t_s)}\} e^{-7/8(t_s/\tau)^{1/3}} \quad (2 \cdot 14)$$

誤差は $t_s/\tau > 0.4$ について、3%以下である。

3. 内部に熱源を持つ場合

内部と外皮の結合が大きく、また内部の熱消費が無視できなくなる場合について考えることとする。この場合には一般に次の二組の基本式から出発しなければならない。

Sunlit :

$$\left(\frac{dT_1}{dt} = p_1 - q_{11} T_1^4 + q_{12} T_2^4 \quad (\text{外皮}) \right. \quad (3 \cdot 1)$$

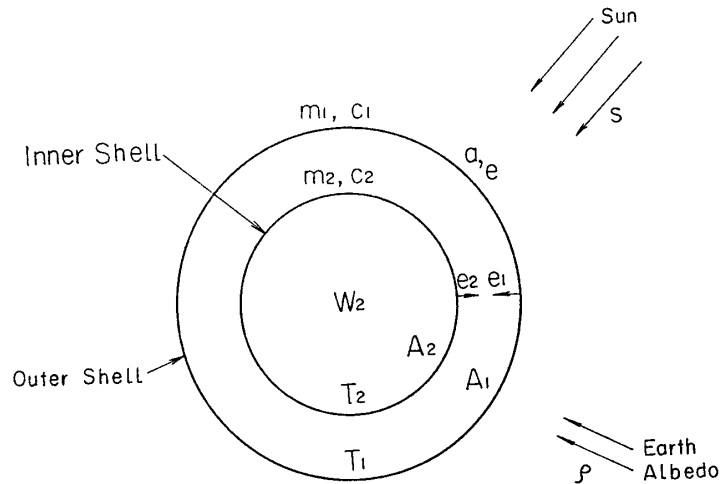
$$\left. \left(\frac{dT_2}{dt} = p_2 + q_{21} T_1^4 - q_{22} T_2^4 \quad (\text{内部}) \right) \right. \quad (3 \cdot 2)$$

Eclipse :

$$\left(\frac{dT_1}{dt} = -q_{11} T_1^4 + q_{12} T_2^4 \quad (\text{外皮}) \right. \quad (3 \cdot 3)$$

$$\left. \left(\frac{dT_2}{dt} = p_2 + q_{21} T_1^4 - q_{22} T_2^4 \quad (\text{内部}) \right) \right. \quad (3 \cdot 4)$$

ここで p_i は入力パワーに相当し、 q_{ik} は結合係数であって、第3-1図のような同心球の場合、次式で与えられる。



第3-1図 Parameters of Spherical Satellite.

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \frac{A_{s1} a \cdot s}{m_1 c_1} (1 + \rho) \\
 p_2 &= \frac{W_2}{m_2 c_2} \\
 q_{11} &= \frac{e \sigma A_1 + F_{12} \sigma A_2}{m_1 c_1} \\
 q_{12} &= \frac{F_{12} \sigma A_2}{m_1 c_1} \\
 q_{21} &= q_{22} = \frac{F_{12} \sigma A_2}{m_2 c_2}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

ただし, T_i : 各部の温度 t : 時間 m_i : 各部の質量 c_i : 比熱 A_{s1} : 太陽光への投影面積 A_i : 各部の表面積 W_2 : 内部パワー消費 F_{12} : 形状指数 $\frac{1}{\frac{1}{e_2} + \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{1}{e_1} - 1 \right)}$ e_1, e_2 : 外皮, 内部の相対する面の emissivity

一般に (3.1)~(3.4) 式は解析的に解くことができないので, ここでは Runge-Kutta-Gill 法により数値的に解き, その近似式を導く方式をとった. この場合, 温度を平衡温度, 時間を一種の時定数で規準化すれば外皮, 内部の温度とも (3.6) 式で近似できることがわかった. すなわち

$$T_i / T_{i0} = 1 - e^{-t/\tau_i} + A(t/\tau_i)^3 e^{-B(t/\tau_i)} \tag{3.6}$$

ただし A, B は (2.9) 式と同じであり, また

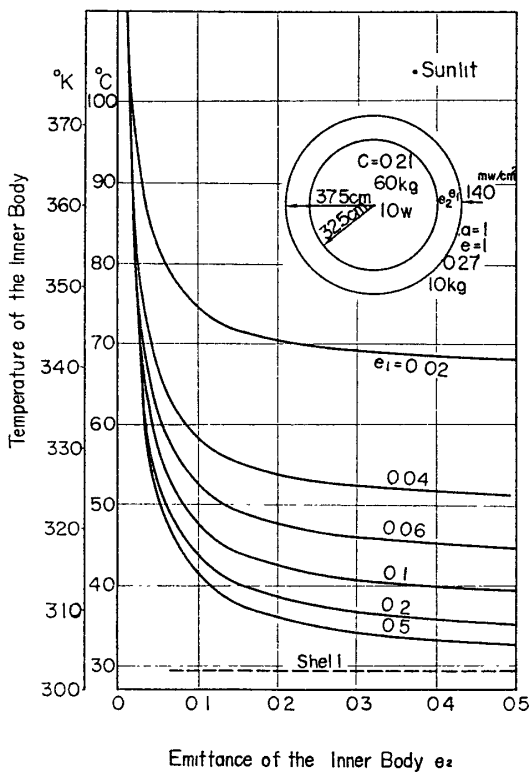
$$\begin{aligned}
 T_{10} &= \left\{ \frac{p_1 q_{22} + p_2 q_{12}}{q_{22}(q_{11} - q_{12})} \right\}^{1/4} \\
 T_{20} &= \left\{ \frac{p_1 q_{22} + p_2 q_{11}}{q_{22}(q_{11} - q_{12})} \right\}^{1/4}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

$$\tau_1 \doteq \frac{1}{\sqrt{p_1 q_{11} \cdot T_{10}}}$$

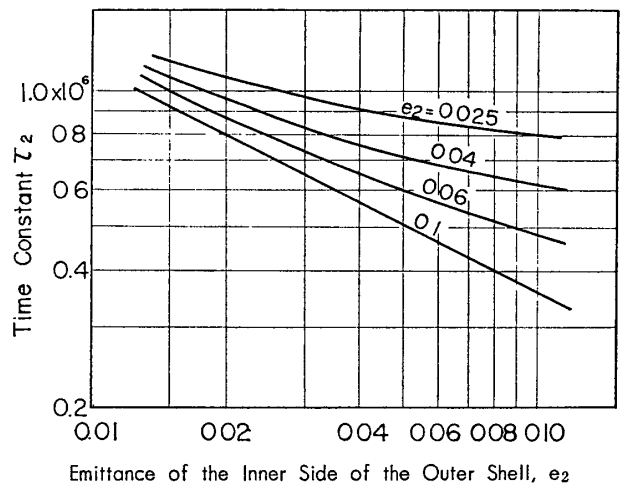
$$\tau_2 \doteq \frac{1}{q_{22} \{ p_2 / q_{22} + e^{-7/4 \sqrt{e_1 e_2}} T_{10}^4 \}^{3/4}}$$

で与えられる。ここで T_{10} は長時間日照を受けたときの平衡温度、 τ_i はこの非直線系の一
種の時定数である。

2.2 に例示した球殻の内部に直径 65 cm, 重さ 60 kg, 比熱 0.21 cal/g·deg の導体があっ
て 10 W のパワーを消費していると考える。この場合日照時の外皮内部の平衡温度を内面
の emissivity e_1, e_2 をパラメータとして求めると、第 3-2 図に示すようになる。第 3-3 図
は内部導体の時定数を示したものである。なお外皮の温度は 302.4°K でほとんど変化しな
い。



第 3-2 図 Equilibrium Temperature of the Inner Body.



第 3-3 図 Time Constant of the Inner Shell.

4. む す び

衛星の設計・製作上重要な要素となる温度予測の問題を、簡単な熱モデルを用いて解析
し、実用的な面よりノモグラフ、近似式の誘導を行なった。

これらの根底には、非線形～線形変換の問題があり、熱の受授の物理的意味を明確にしう
る等価回路の導入は非常に困難であるが、今後検討の余地はあるものと思う。

終りに、種々の計算において援助していただいた同所 林 研究室，橋本正之氏に深く感謝する。

1968年5月24日 宇宙工学

参 考 文 献

- [1] 大島ほか：宇宙船の温度設計についての基礎的な研究．宇宙研報告，**2**，2 (A)，(1966)
- [2] T. Hayashi: On the Estimation of Surface Temperature Variation of Satellite Proc. of 6th ISTS, Tokyo, 1965
- [3] T. Hayashi & T. Izumi: Approximation of the Temperature Variation of Satellite Reported on the 7th ISTS, Tokyo, 1967