

機上ドプラレーダ用周波数追跡装置の解析

水町守志・本山澄夫

The Analysis of Doppler Radar Frequency Tracker

By

Moriyuki MIZUMACHI and Sumio MOTOYAMA

Abstract The frequency tracker of doppler radar is analyzed here, which would be applied to the velocity computation of an aircraft for self-contained navigation.

The radar signal is assumed to be the stationary Gaussian noise having the spectrum spread about 1/10 of the doppler frequency (i. e. the center frequency of doppler signal). The frequency tracking is performed by the servomechanism composed mainly of the synchronous detection (S-D) type of frequency discriminator and the voltage controlled oscillator.

Experimental results are also given showing good coincidence with the theoretical analysis.

概 要

自立航法用機上ドプラレーダで航空機の世界ベクトルを求める場合、ドプラ受信信号が雑音性信号であるので、正確な中心周波数の決定と $S-N$ 比の改善のため周波数追跡装置が用いられる。本論文では、同期検波法を用いた周波数弁別回路の雑音性入力信号に対する解析と、これを用いた周波数追跡装置について理論的かつ実験的検討を行なった。

1. 緒 言

自立航法用機上ドプラレーダで航空機の世界ベクトルを求める場合、ドプラ受信信号の周波数偏移は、送信電波のビーム方向と地表面との相対速度および送信周波数によってきまる。したがってドプラ偏移の周波数を求めれば、これから航空機の世界ベクトルがわかり、対地速度、偏流角、垂直速度を算出することができる。しかし機上ドプラレーダの場合、ドプラ偏移をうけた受信信号は、単一周波数の線スペクトラムではなく広がりをもった信号であり、ビームの形と方向により異なるが、ほぼ $f_c/10$ (f_c はドプラ偏移の中心周波数) の帯域をもつ雑音性信号で、その中心周波数 f_c は実用機において百ないし数千 Hz 程度である。そして、この信号に一樣なスペクトラムをもつ背景雑音が重畳した形で受信機出力に現われ

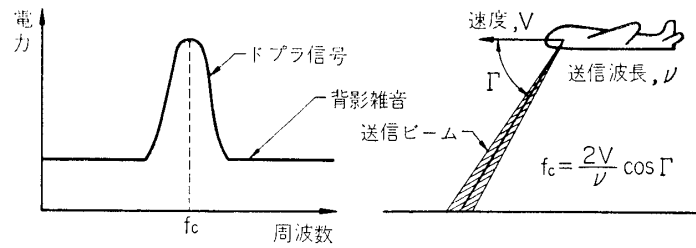


図 1 ドプラ受信信号

る。したがって、機上ドプラレーダの速度ベクトル測定装置はこのような信号を処理し、その中心周波数に相当する信号（たとえば単一周波数の正弦波の周波数，直流電圧レベル等）に変換するものであって，中心周波数の移動に応じてこれを連続的に追跡するものであることが必要である。

2. 周波数追跡装置

このような性質の信号の中心周波数を検出する手段として，サーボ機構を用いた周波数追跡装置を用いるとする。周波数追跡装置（周波数領域のサーボ系）の基本構成を図2に示す。この周波数追跡装置の動作は，入力信号を V. C. O（電圧制御発振器）出力と混合して中間周波数に変換し，周波数弁別器により，基準周波数からの誤差周波数を検出し，その出力を平滑濾波器で適当な時間平均化して V. C. O を駆動するものである。周波数追跡装置の出力として，入力信号の中心周波数に相当した正弦波が得られ，これは単一周波数信号であり，雑音性の入力信号を直接処理するよりも簡単に速度ベクトルが得られる。周波数追跡装置では，常に信号の中心周波数を追跡するのであるから，ドプラ偏移 f_c の取り得る全周波数領域の信号を常時取扱うのではなく，サーボ系全体が一つの中心周波数可変狭帯域濾波器を構成するもので，予想される f_c の取り得る全周波数領域に対しても， $S-N$ 比の改善ができる特長がある。サーボ系自体を一つの中心周波数可変狭帯域濾波器と考えれば， $S-N$ 比を改善するためには帯域幅を狭くすればよいが，一方追跡が不安定になる欠点がある。このため実際には追跡がはずれた場合の搜索機構や，記憶機構などの補助装置がなければ実用にはならないが，周波数追跡装置のおもな性能を論ずるために，この基本ループについて検討

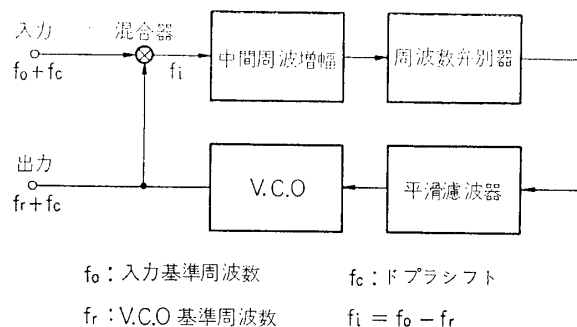


図 2 周波数追跡装置の構成

を行なった。

3. 周波数弁別器の解析

周波数追跡装置において特に問題となる点は、周波数弁別器の中心周波数（基準周波数）の長時間安定度である。一般に自動制御系では、検出器の誤差が直接出力の誤差となって現われる。自立航法で周波数追跡装置を速度測定装置として用いれば、誤差は積分されて航空機の位置決定に大きな影響を及ぼす。周波数追跡装置で要求される測定精度を $10 H_z$ 以下とすれば、周波数弁別器も、回路設計に適した周波数で $10 H_z$ 以下の中心周波数の長時間安定度が必要とされる。通常 L. C. R 等の受動素子を用いた周波数弁別器では、中心周波数の長時間安定度は 10^{-3} 台であるので、この精度は容易に達成できるものではない。そこで特殊の回路的くふうが必要である。

3.1 同期検波法を用いた周波数弁別回路 (S. D 型)

S. D 型周波数弁別回路の構成は、図 3 に示すとおりである。入力信号 $x(t)$ に角周波数 ω_0 の直交する二つの正弦波を掛け合せ、それぞれその差周波数成分のみを L. P. F で取り出し、 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ とする。 $x_1(t)$ を微分定数 τ_0 の微分器に通し、その出力 $\tau_0 \dot{x}_1(t)$ と $x_2(t)$ を片方向のみ直線性をもった掛算器（同期検波器）への入力とする。この S. D 型周波数弁別回路の出力 $e_0(t)$ は (1) 式で与えられる。

$$e_0(t) = \tau_0 \frac{d}{dt} x_1(t) U[x_2(t)] \quad (1)$$

ここで $U[]$ は単位ステップ化関数

いま ω_0 を既知の中間角周波数と考え入力信号を ω_0 から ω_c だけ偏移した正弦波とすればこの周波数弁別回路の動作は理解しやすい。

$$x(t) = A \sin(\omega_0 + \omega_c)t \quad (2)$$

$$x_1(t) = A \sin \omega_c t \quad (3)$$

$$x_2(t) = A \cos \omega_c t \quad (4)$$

$x_1(t)$ を微分器に通せば

$$\tau_0 \dot{x}_1(t) = \tau_0 A \omega_c \cos \omega_c t \quad (5)$$

(1) 式に代入して出力 $e_0(t)$ を求めれば (6) 式を得る。

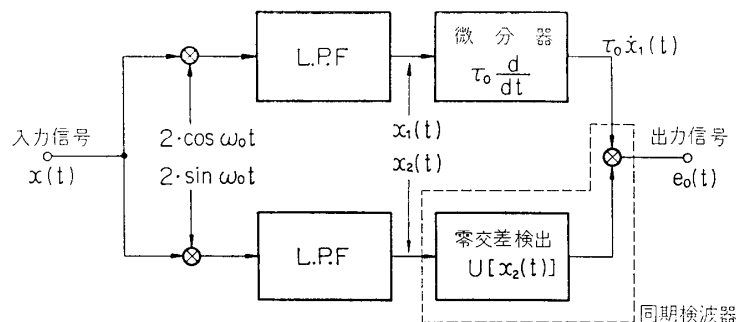
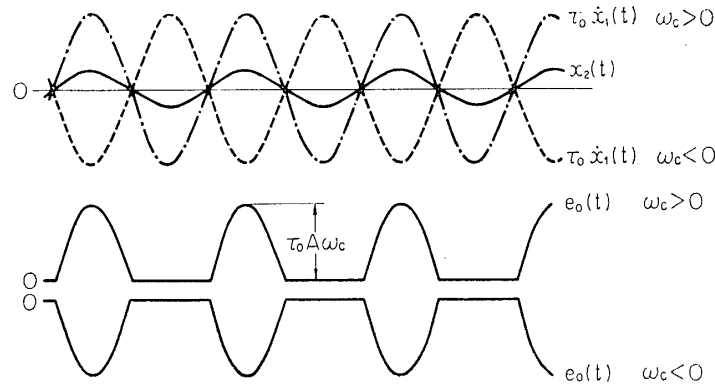
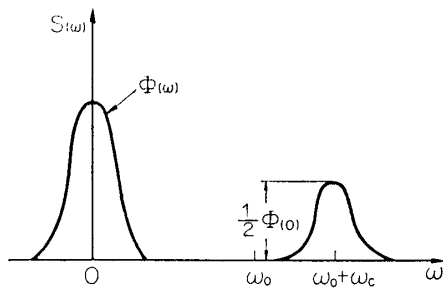


図 3 S. D 型周波数弁別回路の構成

図 4 正弦波入力に対する出力 $e_0(t)$ 図 5 $x(t)$ の電力スペクトラム

$$e_0(t) = \tau_0 A \omega_c \cos \omega_c t \cdot$$

$$U[A \cos \omega_c t] \quad (6)$$

これは振幅 $\tau_0 A \omega_c$ 、角周波数 ω_c の正弦波の半波整流波形で ω_c の正負によって図 4 のような関係になる。

単一正弦波入力信号に対しては S.D 型周波数弁別回路出力の平均値は (7) 式となり、信号の振幅 A と偏移角周波数 ω_c に比例した出力を得ることができる。

$$\overline{e_0(t)} = \frac{\tau_0 A \omega_c}{\pi} \quad (7)$$

しかし、実際のドプラ信号は雑音性信号である。このような信号に対して、S.D 型周波数弁別回路の出力電圧 $e_0(t)$ が、どのような統計的性質を持つか考えてみる。回路構成に同期検波器を用いているため、この問題は不規則過程の非線形変換を論ずることになる。

入力信号 $x(t)$ は平均値 $\overline{x(t)} = 0$ の弱定常ガウス雑音で帯域通過形の電力スペクトラム $S(\omega)$ をもつ。

$$S(\omega) = \frac{1}{2} \Phi(\omega - \omega_0 - \omega_c) + \frac{1}{2} \Phi(\omega + \omega_0 + \omega_c) \quad (8)$$

ここで $\Phi(\omega)$ は偶関数である。出力として得たい情報は、 ω_0 が既知の中間角周波数であるから、 ω_c に比例した出力電圧であり、 ω_c はドプラ信号の中心角周波数に相当するものである。狭帯域ガウス雑音 $x(t)$ は次のように書きあらわせる。

$$x(t) = x_c(t) \cos(\omega_0 + \omega_c)t - x_s(t) \sin(\omega_0 + \omega_c)t \quad (9)$$

ここに $x_c(t)$ 、 $x_s(t)$ は統計的に独立なガウス雑音で平均値 $\overline{x_c(t)} = \overline{x_s(t)} = 0$ である。 $x_c(t)$ 、 $x_s(t)$ はそれぞれ同一の自己相関関数 $\Psi(\tau)$ をもち $\Phi(\omega)$ との関係は

$$\Psi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) \cos \omega \tau d\omega \quad (10)$$

であり相互相関関数は

$$\overline{x_c(t)x_s(t+\tau)} = \overline{x_s(t)x_c(t+\tau)} = 0$$

である。ここで入力信号電力 $\Psi(0) = \sigma^2$ とおく。

$x(t)$ に $\cos \omega_0 t$, $\sin \omega_0 t$ を掛け合せ L. P. F で差周波数成分を取り出した $x_1(t)$, $x_2(t)$ は次のようになる。

$$x_1(t) = x_c(t) \cos \omega_c t - x_s(t) \sin \omega_c t \quad (12)$$

$$x_2(t) = -x_s(t) \cos \omega_c t - x_c(t) \sin \omega_c t \quad (13)$$

また, $x_1(t)$, $x_2(t)$ のそれぞれの自己相関関数, 相互相関関数は次の性質を持つ。

$$\rho(\tau) \triangleq \overline{x_1(t)x_1(t+\tau)} = \overline{x_2(t)x_2(t+\tau)} = \Psi(\tau) \cos \omega_c \tau \quad (14)$$

$$\lambda(\tau) \triangleq \overline{x_2(t)x_1(t+\tau)} = -\overline{x_1(t)x_2(t+\tau)} = \Psi(\tau) \sin \omega_c \tau \quad (15)$$

このような信号の設定のもとで, S. D 型周波数弁別回路を考えると, 入力信号 $x(t)$ を弱定常ガウス雑音としたから, この問題を解くに有効な手段として Price の定理がある [2].

(a) S. D 型周波数弁別回路の平均出力 $\overline{e_0(t)}$

(1) 式の平均を取るため Price の定理を適用する。そのため変数 y_1 , y_2 および関数 $f_1(y_1)$, $f_2(y_2)$ を定める。

$$y_1 = x_1(t+\tau) \quad y_2 = x_2(t)$$

$$f_1(y_1) = y_1$$

$$f_2(y_2) = U[y_2] = \begin{cases} 1 & y_2 > 0 \\ \frac{1}{2} & y_2 = 0 \\ 0 & y_2 < 0 \end{cases}$$

y_1 , y_2 による $f_1(y_1)$, $f_2(y_2)$ の微分は

$$f_1'(y_1) = 1 \quad f_2'(y_2) = \delta(y_2)$$

となる。また, 平均出力 $\overline{e_0(t)}$ は次のようになる。

$$\overline{e_0(t)} = E\{e_0(t)\} \quad (16)$$

$$= E\left\{\tau_0 \frac{d}{dt} x_1(t) U[x_2(t)]\right\} \quad (17)$$

$$= \tau_0 \left(\frac{d}{d\tau} E\{x_1(t+\tau) U[x_2(t)]\}\right)_{\tau=0} \quad (18)$$

y_1 , y_2 の結合確率分布関数 $P(y_1, y_2)$ は

$$P(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\Psi^2_{(0)} - \lambda^2_{(\tau)}}} \exp\left\{-\frac{\Psi^2_{(0)}y_1^2 + \Psi_{(0)}y_2^2 - 2\lambda_{(\tau)}y_1y_2}{2[\Psi^2_{(0)} - \lambda^2_{(\tau)}]}\right\} \quad (19)$$

であらわされ, いま $R_{1(\tau)}$ を次のように定義する。

$$R_{1(\tau)} \triangleq E\{f_1(y_1) \cdot f_2(y_2)\} \quad (20)$$

ここで Price の定理を用いて

$$\frac{dR_{1(\tau)}}{d\lambda_{(\tau)}} = E\{f_1'(y_1) f_2'(y_2)\} \quad (21)$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{\Psi^2_{(0)} - \lambda^2_{(\tau)}}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(y_2)$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{\Psi^2_{(0)}y_1^2 + \Psi^2_{(0)}y_2^2 - 2\lambda_{(\tau)}y_1y_2}{2[\Psi^2_{(0)} - \lambda^2_{(\tau)}]}\right\} dy_1 dy_2 \quad (22)$$

$$= \frac{1}{\pi\sqrt{\Psi^2_{(0)} - \lambda^2_{(\tau)}}} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{\Psi^2_{(0)}y_1^2}{2[\Psi^2_{(0)} - \lambda^2_{(\tau)}]}\right\} dy_1 \quad (23)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\Psi_{(0)}}} \quad (24)$$

$\lambda_{(\tau)}=0$ のとき $R_{1(\tau)}=0$ であるから

$$R_{1(\tau)} = \frac{\lambda_{(\tau)}}{\sqrt{2\pi\Psi_{(0)}}} \quad (25)$$

となり, (18) 式を用いて

$$\overline{e_0(t)} = \tau_0 \left(\frac{dR_{1(\tau)}}{d\tau} \right)_{\tau=0} \quad (26)$$

$$= \tau_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi\Psi_{(0)}}} \left(\frac{d\lambda_{(\tau)}}{d\tau} \right)_{\tau=0} \quad (27)$$

$$= \tau_0 \sqrt{\frac{\Psi_{(0)}}{2\pi}} \omega_c \quad (28)$$

$$= \tau_0 \frac{\sigma\omega_c}{\sqrt{2\pi}} \quad (29)$$

(29) 式から S. D 型周波数弁別回路の平均出力として, 入力信号の R. M. S 電圧 σ と信号の中心角周波数 ω_c に比例した出力を得ることができ, ドプラ受信信号の中心周波数の検出に使用することが可能である.

(b) 出力 $e_0(t)$ の自己相関関数 $R_{2(\tau)}$

自己相関関数 $R_{2(\tau)}$ はそれをフーリエ変換し電力スペクトラムを求め, 周波数追跡装置の平滑濾波器の特性決定に用いることができる.

$$\begin{aligned} R_{2(\tau)} &= \overline{e_0(t)e_0(t+\tau)} \\ &= \tau_0^2 E\{z_1 \cdot z_2 \cdot U_{(z_3)} \cdot U_{(z_4)}\} \end{aligned} \quad (30)$$

ここで $z_1 = \dot{x}_1(t)$, $z_2 = \dot{x}_1(t+\tau)$, $z_3 = x_2(t)$, $z_4 = x_2(t+\tau)$ とおいた. z_1, z_2, z_3, z_4 の correlation matrix M は

$$M = \begin{vmatrix} \eta_{(0)} & \eta_{(\tau)} & \xi_{(0)} & \xi_{(\tau)} \\ \eta_{(\tau)} & \eta_{(0)} & \xi_{(\tau)} & \xi_{(0)} \\ \xi_{(0)} & \xi_{(\tau)} & \Psi_{(0)} & \rho_{(\tau)} \\ \xi_{(\tau)} & \xi_{(0)} & \rho_{(\tau)} & \Psi_{(0)} \end{vmatrix}$$

$$\xi_{(\tau)} \triangleq \frac{d\lambda_{(\tau)}}{d\tau} = \Psi'_{(\tau)} \sin \omega_c \tau + \Psi_{(\tau)} \omega_c \cos \omega_c \tau \quad (31)$$

$$\eta_{(\tau)} \triangleq -\frac{d^2\rho_{(\tau)}}{d\tau^2} = \Psi_{(\tau)} \omega_c^2 \cos \omega_c \tau + 2\Psi'_{(\tau)} \omega_c \sin \omega_c \tau - \Psi''_{(\tau)} \cos \omega_c \tau \quad (32)$$

となる. 周波数追跡装置を考えると, ω_c は誤差角周波数をあらわすと考えてよい. そして追跡状態では小さな値をとる. 周波数追跡装置が, 完全に入力信号の中心周波数を追跡している状態 (完全追跡状態) のときの $R_{2(\tau)}$ を求めるため $\omega_c=0$ とすれば, correlation

matrix M' は次のように導びかれる.

$$M' = \begin{vmatrix} \eta_{(0)} & \eta_{(\tau)} & 0 & 0 \\ \eta_{(\tau)} & \eta_{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_{(0)} & \Psi_{(\tau)} \\ 0 & 0 & \Psi_{(\tau)} & \Psi_{(0)} \end{vmatrix}$$

M' から z_1, z_2, z_3, z_4 の結合確率分布関数は, $P(z_1, z_2, z_3, z_4) = P(z_1, z_2) \cdot P(z_3, z_4)$ と積の形となり $R_{2(\tau)}$ は

$$R_{2(\tau)} = \tau_0^2 E\{z_1 \cdot z_2\} \cdot E\{z_3 \cdot z_4\} \quad (33)$$

のように分離して求めることができる. まず第一項は

$$E\{z_1 z_2\} = \eta_{(\tau)} = -\Psi''_{(\tau)} \quad (34)$$

となり, 第二項は

$$R_{3(\tau)} = E\{U_{(z_3)} \cdot U_{(z_4)}\}$$

とにおいて Price の定理を適用する.

$$\begin{aligned} \frac{dR_{3(\tau)}}{d\Psi_{(\tau)}} &= \frac{1}{2\pi\sqrt{\Psi_{(0)}^2 - \Psi_{(\tau)}^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta_{(z_3)} \delta_{(z_4)} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{\Psi_{(0)}^2 z_3^2 + \Psi_{(0)}^2 z_4^2 - 2\Psi_{(\tau)} z_3 z_4}{2(\Psi_{(0)}^2 - \Psi_{(\tau)}^2)}\right\} dz_3 dz_4 \quad (35) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{\Psi_{(0)}^2 - \Psi_{(\tau)}^2}} \quad (36)$$

$\Psi_{(\tau)} = 0$ のときの $R_{2(\tau)}$ を求め C_1 とおけば

$$C_1 = \int_0^{\infty} P(z_3) dz_3 \cdot \int_0^{\infty} P(z_4) dz_4 = \frac{1}{4} \quad (37)$$

を得るから $R_{2(\tau)}$ は以上をまとめて

$$R_{2(\tau)} = -\tau_0^2 \Psi''_{(\tau)} \left[\int_0^{\Psi_{(\tau)}} \frac{d\Psi_{(\tau)}}{2\pi\sqrt{\Psi_{(0)}^2 - \Psi_{(\tau)}^2}} + \frac{1}{4} \right] \quad (38)$$

$$= -\tau_0^2 \Psi''_{(\tau)} \left[\frac{1}{2\pi} \sin^{-1} \frac{\Psi_{(\tau)}}{\Psi_{(0)}} + \frac{1}{4} \right] \quad (39)$$

を得る. この結果は, 微分器を通した雑音性信号の自己相関関数に同期検波器を用いた影響が \sin^{-1} の項となってあらわれていることを示している. (39) 式をフーリエ変換して電力スペクトラムを求めることは, 数値計算にたよるほか手段がないので, (39) 式の近似を考える. カッコ内の第一項は $\tau=0$ で $1/4$, τ に関する偶関数であるから (39) 式の第一次近似は次のように考えられる.

$$R_{2(\tau)} \approx -\frac{\tau_0^2 \Psi''_{(\tau)}}{2} \quad (40)$$

この第一次近似式をフーリエ変換して, 完全追跡状態での S.D 型周波数弁別回路出力の電力スペクトラム $\theta_{(f)}$ は

$$\theta_{(f)} = \frac{\tau_0^2}{2} \cdot 4\pi^2 f^2 \Phi_{(f)} \quad (41)$$

で得られ、これは同期検波器による電力損失を $1/2$ と考え、スペクトラム上の影響を無視したものである。以下この近似式を用いることにする。

S. D 型周波数弁別回路では、中心周波数の長時間安定度を微分器、同期検波器の直流安定度におきかえている点に注意する必要がある。回路の復調感度をかりに 1 [V/kHz] に設計すれば、中心周波数 1 Hz の変動は 1 mV に相当し、この値は現在の直流回路素子で十分に達成できるものである。基準角周波数 ω_0 は水晶発振子を用いれば、十分満足する精度が得られる。

4. 周波数追跡ループの解析モデルと実験

周波数追跡装置の主追跡ループの応答を、図 6 に示す周波数線形ベースバンドモデルを用いて考えてみる。 $f_i(t)$ 、 $f_o(t)$ はそれぞれ入力、出力周波数をあらわし、混合器は周波数引算器と考える。

4.1 基本応答

$f_i(t)$ 、 $f_o(t)$ のラプラス変換を $F_i(s)$ 、 $F_o(s)$ 、平滑濾波器の伝達関数を $H(s)$ とすれば、周波数追跡ループの入出力の伝達特性は (42) 式になる。

$$F_o(s) = \frac{K_1 K_2}{1 + K_1 K_2 H(s)} F_i(s) \quad (42)$$

周波数弁別器に S. D 型を用いれば、復調感度 K_1 は入力信号電力の関数となる。ここでは入力信号電力一定として基本応答を求める。

(a) 単位ステップ応答

平滑濾波器 $H(s)$ を時定数 t_0 の積分器 $H(s) = 1/t_0 s$ とする。単位ステップの周波数変化があれば、このループの出力 $F_o(s)$ は次式で得られる。

$$F_o(s) = \frac{K_1 K_2 / t_0 s}{1 + K_1 K_2 / t_0 s} \cdot \frac{1}{s} \quad (43)$$

$$= \frac{K}{s + K} \cdot \frac{1}{s} \quad (44)$$

ここに $K = K_1 K_2 / t_0$

ラプラス逆変換して $f_o(t)$ を求めれば

$$f_o(t) = 1 - \exp(-Kt) \quad (45)$$

となり 1 形の積分制御系であるから、 $t \rightarrow \infty$ で入力周波数に完全に一致し定常誤差はない。

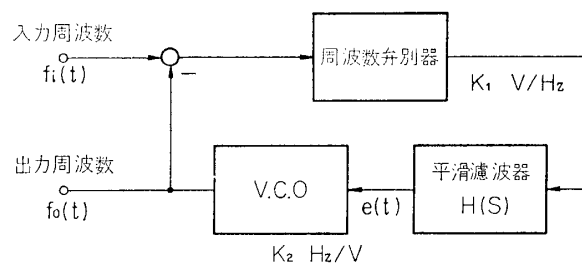


図 6 周波数線形ベースバンドモデル

追跡速度はループ時定数 $1/K$ によって決まる。

(b) ランプ応答

入力周波数 $f_i(t)$ が一定割合で時間的に変化するとき、すなわち $f_i(t) = Bt$ の場合について考えてみれば、機上ドプラレーダでは、入力周波数 $f_i(t)$ は航空機に速度に比例するから、ランプ応答は航空機が一定加速度で航行する場合に相当する。この場合の誤差応答 $E_r(s) = F_I(s) - F_0(s)$ を求めると、

$$F_I(s) = \frac{B}{s^2} \quad (46)$$

$$E_r(s) = \frac{B}{K} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{1}{s+K} \right\} \quad (47)$$

となりラプラス逆変換して $e_r(t)$ を求め

$$e_r(t) = \frac{B}{K} \{1 - \exp(-Kt)\} \quad (48)$$

を得る。つまり 1 形の制御系では、ランプ入力に対して $t \rightarrow \infty$ で B/K の誤差が残る。2 形の積分制御系にすれば、ランプ入力に対して定常誤差を 0 にすることができるが、航空機の加速度は通常の航行で 4 km/h/sec 程度であるので、時速 200 km/h 程度の航空機では、1 形の積分制御系でもループ定数 K を十分大きく選べば、 B/K は無視できる誤差と考えられる。また、積分器を二個用いるために起る不安定を招くより得策であると考えられる。

ステップ応答を試作周波数追跡装置 (S. D 型弁別回路使用) を用いて実験を行ない、周波数線形ベースバンドモデルが妥当であるかを検討した。1 kHz のステップ状の周波数変化をもつ正弦波を入力信号 $f_i(t)$ として加え、出力周波数 $f_0(t)$ の変化を観測する。追跡装置の出力信号は V. C. O 駆動電圧 $e(t)$ により周波数変調を受けた信号であるから、この出力の瞬時周波数が $f_0(t)$ をあらわす。周波数カウンタを用いて出力周波数を測定すれば、それはカウンタ測定時間内の平均値をあらわし、 $f_0(t)$ を測定していることにはならない。そこで V. C. O 駆動電圧 $e(t)$ を測定し $f_0(t) = K_2 e(t)$ とした。 $K=5$ と設定した測定結果は図 7 に示すとおりである。グラフ上から読み取ったループ定数 K は、設定値の 10% 程度の誤差で得られ、他の K の値についても同様の測定結果を得た。誤差は積分時定数 t_0 を決める CR 素子の誤差によるものと考えられる。グラフには明確にはあらわれていないが、定常時に $e(t)$ の変動が 1 mV (R. S. M) 程度観測された。これは機器の内部雑音と、周波数弁別器が理想的周波数弁別器 (入力信号の瞬時周波数に比例した電圧を出力とする) でないことに

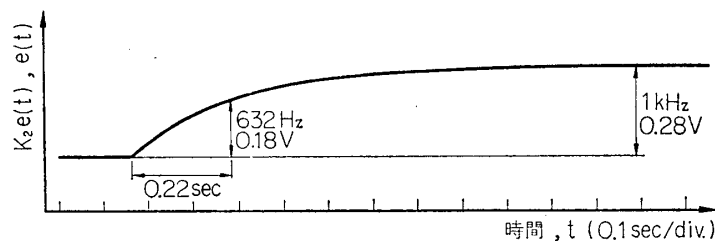


図 7 ステップ応答 ($K=5$)

起因する。しかし過渡応答を考えるには、この周波数線形モデルが適していることが理解できる。

4.2 雑音性入力信号に対する追跡ループ出力周波数の変動

周波数追跡装置の出力周波数 $f_{0(t)}$ は、定常時では入力信号の中心周波数に一致し安定であることが望ましい。しかし、ドプラ受信信号は雑音性信号であり、そのため出力周波数は変動する。そこで周波数追跡ループの定常時の評価の基準として、出力周波数の変動の自乗平均値 $\overline{\Delta f_0^2}$ を考えてみる。そのため図 6 のモデルに雑音性信号であることを考慮して、図 8 のモデルを考えた。

このモデルで外乱 $d(t)$ のラプラス変換を $D(s)$ とすれば、入出力周波数の関係は (49) 式になる。

$$F_{0(s)} = \frac{K_1 K_2 H(s)}{1 + K_1 K_2 H(s)} F_{I(s)} + \frac{K_2 K_3 H(s)}{1 + K_1 K_2 H(s)} D(s) \quad (49)$$

入力信号 $f_{i(t)}$ は単一周波数で一定と考え、雑音性信号である影響をすべて外乱 $d(t)$ で与える。外乱 $d(t)$ としては、先に求めた完全追跡状態での S. D 型周波数弁別回路出力の雑音成分を用い、その電力スペクトラムを $\overline{\Delta f_0^2}$ の算出に用いるため、等価外乱の伝達係数 K_3 は、 V/H_z のディメンジョンを有する。また、完全追跡状態を想定しているため、ループの構成は、定常誤差のないよう平滑濾波器を選ばなければならない。(たとえば $H(s) = 1/t_0 s$) S. D 型周波数弁別回路の復調感度は、入力電力によって変わるので、入力信号のスペクトラムを 1 に正規化して、電力を K_1 , K_3 に含めて考えると便利である。

$$\Phi_{n(f)} = \sigma^2 \Phi_{n(f)} \quad (50)$$

$$K_1 = \frac{\tau_0 \sigma}{\sqrt{2\pi}} \quad (51)$$

$$\theta_{n(f)} = \frac{\tau_0^2 \sigma^2}{2} \theta_{n(f)} \quad (52)$$

$$\theta_{n(f)} = 4\pi^4 f^2 \Phi_{n(f)} \quad (53)$$

$$K_3 = \frac{\tau_0 \sigma}{\sqrt{2}} \quad (54)$$

このように定めると、(49) 式から追跡ループの出力周波数の変動の自乗平均値 $\overline{\Delta f_0^2}$ は $F_{I(s)} = 0$ であるから、

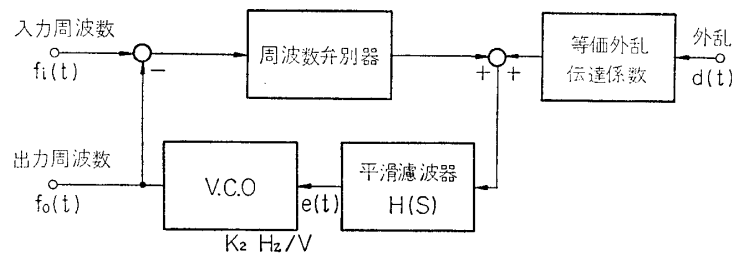


図 8 出力周波数の変動を考えるモデル

$$\overline{\Delta f_0^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{K_2 K_3 H(s)}{1 + K_1 K_2 H(s)} \right|^2 \theta_{n(f)} df \quad (55)$$

$$s = j2\pi f$$

となる. 平滑濾波器を $H(s) = 1/t_0 s$ に選び, 入力信号の電力スペクトラムを (56) 式のように仮定し, $\overline{\Delta f_0^2}$ を計算してみると

$$\Phi_{n(f)} = \frac{b}{\pi} \frac{1}{f^2 + b^2} \quad (56)$$

$$\overline{\Delta f_0^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{K_2 K_3 / j2\pi t_0 f}{1 + K_1 K_2 / j2\pi t_0 f} \right|^2 \theta_{n(f)} df \quad (57)$$

$$= 4\pi b \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{K_2 K_3 / j2\pi t_0 f}{1 + K_1 K_2 / j2\pi t_0 f} \right|^2 \frac{f^2}{f^2 + b^2} df \quad (58)$$

$$= \left(\frac{K_2 K_3}{t_0} \right)^2 \frac{a}{a + b} \quad (59)$$

ここに $a = K_1 K_2 / 2\pi t_0$

ここで b は信号の電力半値幅をあらわすから, b がループの定数 a に比べて, 十分大きければ (59) 式は (60) 式のように近似でき $K_3 = \sqrt{\pi} K_1$ を代入して (61) 式を得る.

$$\overline{\Delta f_0^2} \approx \left(\frac{K_2 K_3}{t_0} \right)^2 \quad (60)$$

$$= \pi K^2 \quad (61)$$

他の形状の入力信号の電力スペクトラムについても, 信号の半値幅が十分広いと (61) 式で近似できることがわかる. (56) 式の特徴をもった帯域濾波器を四種作成し, 白色雑音を濾波器の入力として, その出力を模擬ドプラ信号として用いて電力スペクトラムの形状, 中心周波数を変えて $\overline{\Delta f_0^2}$ の測定を行なった. 帯域濾波器の特性を表 1 に示す.

測定は V. C. O 駆動電圧の交流分 $\Delta e(t)$ の R. M. S 値を測定して, $\Delta f_0(\text{R. M. S}) = K_2 e_0(t)$ (R. M. S) とした. 測定結果は, 図 9 は中間周波信号レベル (ループ定数 K) に対するループ出力周波数の変動の自乗平均値 $\overline{\Delta f_0^2}$ を濾波器番号と共にあらわした.

実験で用いた試作周波数追跡装置では, 中間周波レベル -10 dBm で $K = 8.5$ に設計してあるから, (61) 式を用いて計算して図 9 に計算値として示してある. 実測値と比較してみると, $\overline{\Delta f_0^2}$ がループ定数 K の自乗に比例する傾向はあらわれているが, 濾波器の帯域を変化しても, 二倍から三倍のひらきがある. 信号レベル -10 dBm で, 定数 $a = 1.35$ で最も帯域の狭い濾波器 3 でも, 無視できる値で (60) 式の近似による影響ではない. 基本応答

表 1 帯域濾波器の特性

濾波器番号	中心周波数	帯域幅 (-3 dB)
1	500 Hz	40 Hz
2	500 Hz	80 Hz
3	250 Hz	22 Hz
4	250 Hz	44 Hz

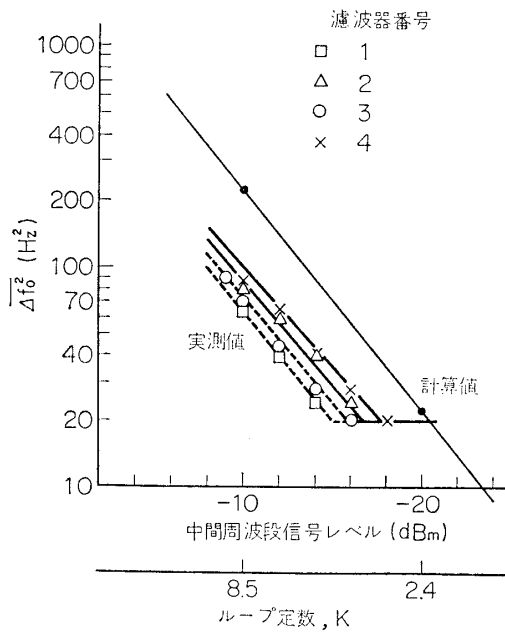


図 9

の実験でループ定数 K を確かめてあるから、ループ定数 K の誤差によるものではないと考えられる。S. D 型周波数弁別回路の完全追跡状態での出力信号の自己相関関数は、ガウス雑音入力信号に対して (39) 式となるが、計算のしやすい (40) 式の近似を用いた。周波数追跡ループは、ベースバンドモデルでは低域濾波器を構成するから、この近似のため平滑効果の低い雑音成分の低周波数分が強調されたことにより、 $\overline{\Delta f_0^2}$ が増大したことが考えられる。また入力信号を単一周波数と考え、外乱に雑音性を考慮した点にも問題があるが、S. D 型のように非線形素子を回路構成に用いたものでは、この考えはやむをえないものと思われる。 $\overline{\Delta f_0^2}$ が 20 Hz^2 で一定値になるのは、機器の内部雑音による。

5. 結 言

ここでは、S. D 型周波数弁別回路の雑音性入力信号に対する解析と周波数追跡ループの基本的解析を行なった。ループ定数 K は、応答速度の点からは大きく、変動の点からは小さく選ばなければならないという相対立する性質を持つ。実用になる周波数追跡装置を作成するには、両面の兼ね合いを考えなければならない。また搜索時には K を大きく取り、定常状態に入ったとき K を小さく切替えるなどの方法を使用することも考えられる。S. D 型を用いた周波数追跡装置ではループ定数 K が入力信号の電力の関数となるから、 K を一定におさえるためには、A. G. C 回路が外部に必要となる。(61) 式は入力ドプラ信号の電力スペクトラムの形状にかかわらず、航空機にとって悪い条件 (安全側) を見込んだときの出力周波数の変動が、ループを構成する定数のみによって決まるという点で、追跡ループの評価に用いることができる。

1970 年 2 月 20 日 計測部

参 考 文 献

- [1] 田宮 潤ほか：機上ドプラレーダ用周波数追跡装置 航空研究所集報, 2 (1961年12月)
- [2] R. Price: A Useful Theorem for Nonlinear Devices Having Gaussian Inputs I. R. E Trans. IT-4 1958 June

付録 試作周波数追跡ループのおもな特性

- (1) 周波数範囲 100 Hz~1.2 kHz
- (2) 入力信号レベル +5 dBm 以下

- | | |
|---|------------------------------------|
| (3) S. D 型周波数弁別回路
復調感度 (正弦波) (K_1) | 1.5 V/kHz (中間周波レベル -10 dBm) |
| (4) 中心周波数安定度
($f_0=120$ kHz) | 5 Hz (立上り 5 分間)
1.2 Hz (立上りを除く) |
| (5) 積分器時定数 (t_0) | 任意 |
| (6) V. C. O 偏移感度 (K_2) | 3.5 kHz/V |