

# 空気ジェットを用いた姿勢制御系の適応性 をもった最短時間制御

上野敏行・五十嵐寿一・石井泰

Adaptive time optimum control of an attitude control  
system using air jet

By

Toshiyuki UENO, Juichi IGARASHI and Yasushi ISHII

**Abstract:** This paper describes the purely inertial system that can control its attitude on an axis by the air jet, and gives the results of the adaptive optimum control of the system. It is well known that the time optimum control of the purely inertial system can be accomplished by applying positive and negative maximum torque according to the parabolic switching curve in the phase plane. In order to realize the desired switching curve a nonlinear resistor-varistor is used in this control system. Keeping the time optimum control loop closed, the small perturbation signal is applied to the system and the inertial moment of the controlled subject is measured by the correlation method. The result of the measurement of the moment is used in the adaptive control system to give the optimum switching curve in the phase plane automatically. By changing the moment, it is experimentally verified that the switching curve is optimally set.

The response of the moment measuring system to the sudden change of the moment is described. Also the effects of the test signal on the time optimum control and error of the measured moment are stated.

## 概要

本報告では空気ジェットで一軸まわりの傾きを制御する系と、その適応性をもった最適制御系について述べられている。純慣性系の最短時間制御問題は、位相面上で放物線を組合わせた切換線を作り、最大操作トルクを用いればよいことが知られている。ここではバリスタという非線形抵抗素子を用いて切換線を実現している。最短時間制御をする制御系が動いている状態のまま、機体にはテストシグナルとして小さな振動が加えられて、軸まわりの慣性モーメントが相関法により測定される。その測定値により常に最適の切換線を自動的に設定することができる。モーメントを変化させて、確かに切換線が最適に設定されていることが実験的に確かめられた。

慣性モーメントが変化したときの測定系の応答、およびテストシグナルの最短時間制御への影響や、測定誤差に及ぼす影響についての考察がなされている。

## 1. ま え が き

自動制御系では、一般に、制御対象プロセスからの信号を制御装置にフィードバックして、目標値との差を検出し、適当な操作量をプロセスに与えている。このような閉ループ系の

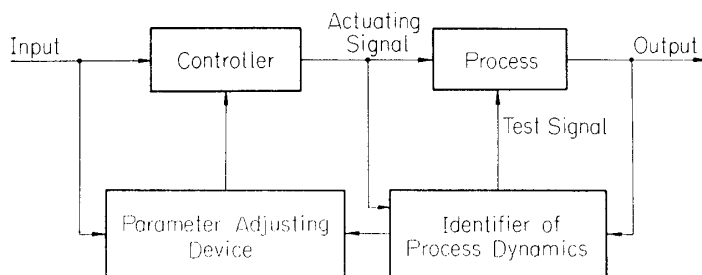


Fig. 1 General adaptive system

の設計は、プロセスの特性をもとにして、いろいろな評価基準により行なわれる。プロセスの特性が変化しない場合には、一度設計された制御系はそれで十分であるが、特性が動作中に変化するような場合には、それに

応じて制御装置を変化させていく必要がある。航空機などは飛行中に特性の変化するものの典型的な例であろう。このような特性の変化に適応していくためには、Fig. 1 のような系が考えられる。特性を測り、それにより制御装置のパラメータを変えていくのであるが、動作中のプロセスの特性をどのようにして測定するかが、一つの問題である。また、制御装置の構成をいかにしておくかが別の問題である。

そこで、空気ジェットにより一軸まわりの姿勢を最短時間で制御する系を試作し、実際的な面から問題を検討した。姿勢制御系の軸まわりの慣性モーメントの変化を測定し、制御装置のパラメータを特性の変化に適応させて、常に最短時間制御を実現させるものである。

## 2. 純慣性系の最短時間制御

空間に停止中の VTOL 機（垂直離着陸機）や人工衛星の一軸まわりの姿勢制御を考えると、制御対象は純慣性系とみなせる。ある姿勢から別の姿勢に向きを最短時間で変えるような制御は、最適制御のうちでも最短時間制御 (time optimum control) とされている。

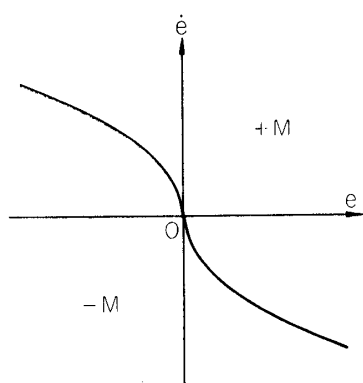


Fig. 2 Switching curve in the phase plane

機体の回転軸まわりの慣性モーメントを  $J$ 、最大操作トルクを  $|M|$ 、姿勢を示す角度を  $c(t)$  とする。目標値  $r(t)$  のステップ入力に対して最短時間制御系を作るには、誤差信号  $e(t)$

$$e(t) = r(t) - c(t) \quad (1)$$

についての位相面で Fig. 2 のような切換線を作る。系の状態  $(e, \dot{e})$  がこの切換線のどちら側の領域にあるかによって  $\pm M$  の操作をすればよい。このとき系の方程式は(2)式となる。

$$J \cdot \frac{d^2}{dt^2} c(t) = \pm M \quad (2)$$

Fig. 2 の切換線の方程式は(3)式である.

$$e + \frac{J}{2M} \dot{e}|\dot{e}| = 0 \tag{3}$$

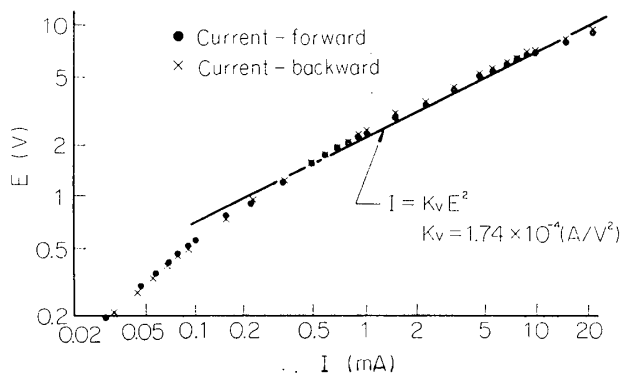


Fig. 3 Voltage-current characteristics of the varistor

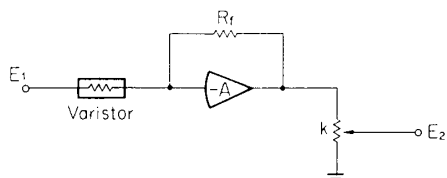


Fig. 4 Operational amplifier using a varistor as an input impedance

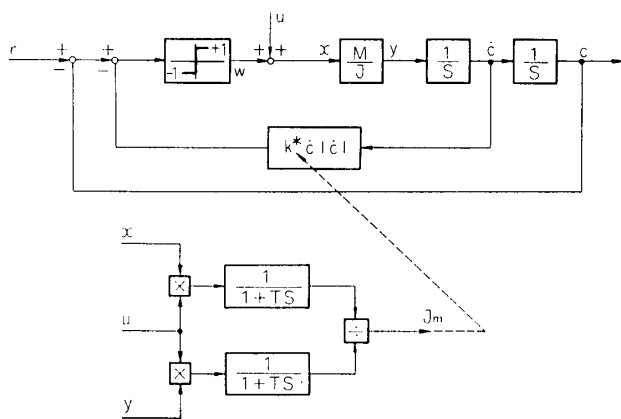


Fig. 5 Block diagram of the time optimum control system and measurement of the inertial moment

バリスタ(シリコンカーバイドバリスタ)は、スイッチ回路などの火花消去用としても用いられているが、その特性は最短時間制御系を実現するのに具合のよい性質を持っている。[I] 素子の両端の電圧を  $E$ 、電流を  $I$  とすると、ある電圧、電流の範囲で近似的に

$$I = K_v E |E| \tag{4}$$

となるものを選び出すことができる。一方向の電流については二乗特性を持つものは他にもあるが、このように両方向に二乗特性を持つのが、この素子の特徴である。Fig. 3 に使用した素子の特性を示す。この素子を Fig. 4 のように演算増幅器の入力素子として用い、出力のポテンシオメータの分圧比を  $k$  とすれば、

$$E_2 = -k(K_v R_f) E_1 |E_1| \tag{5}$$

となり、 $k$ 、 $R_f$  を適当に選ぶことにより切換線を設定することができる。 $k$  を変えれば容易に切換線を変えられるので慣性モーメントが変化したときに切換線を最適になるように変化させていくことができる。

最短時間制御系のブロック図は Fig. 5 のようになる。Fig. 5 で最適切換線を実現する  $k^*$  の値  $k^*_{opt}$  は(6)式となる。

$$k^*_{opt} = \frac{J}{2M} \tag{6}$$

ところが慣性モーメント  $J$  は変化するものと考えられる。場合によっては  $M$  も変化するであろう。ただし操作量  $M$  の変化は相対的に  $J$  の変化とみなせるので、以下では  $J$  の変化として考えていくことにする。このような変化に対応するためには、 $J$  を測りそれに適した切換線を設定していかなければならない。慣性モーメントの変化に対して切換線を変化させないと、目標値の変化に対して、オーバーシュートを生じたり、操作量がチャタリングを起こし動作時間がよけいにかかったりする

ことになる。したがって、慣性モーメントの変化を知るために、制御ループが閉じたままの状態、制御対象の動特性測定（この場合には慣性モーメントの測定）を行なう必要がある。

### 3. 慣性モーメントの測定と切換線の設定

動作中のプロセスの動特性を測定する方法は、いろいろ考えられている。しかし、ここで必要なのは制御対象のパラメータの変化であり、それができるだけ簡単に求められることが望ましい。また、特に制御ループ内にあるプロセスの動特性測定に、一般の測定法をそのままあてはめるには問題がある。閉ループ内プロセスの動特性を測定する方法の一つに、外部からテストシグナルを加え、相関法によって SN 比よく動特性測定を行なう方法がある。[2][3]ここではその相関法を用いた方法を応用して、慣性モーメントを測ることとする。

Fig. 5 において系の出力信号として加速度  $y$  をとる。操作量  $x$  との間には(7)式の関係がある。

$$y(t) = \frac{M}{J}x(t) + n(t) \quad (7)$$

$n(t)$  は加速度信号に加わる雑音である。 $n$  とは独立なテストシグナル  $u$  を外部から加え、 $x$ ,  $y$  との積の平均を計算し、 $J_m$  として(8)式のように定める。

$$J_m(t) = \frac{\frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^t x(t')u(t')dt'}{\frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^t y(t')u(t')dt'} \quad (8)$$

(7)式より(9)式の関係を導くことができ

$$\frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^t y(t)u(t)dt = \left(\frac{M}{J}\right) \frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^t x(t)u(t)dt + \frac{1}{T_0} \int_{t-T_0}^t n(t)u(t)dt \quad (9)$$

十分大きな  $T_0$  については(9)式の第2項は小さくなると考えられるので、(8)式は

$$J_m(t) \doteq \frac{J}{M} \quad (10)$$

となり、慣性モーメント  $J$  を測ることができる。Fig. 5 に測定系のブロック図を示した。 $T_0$  時間の平均化は一次フィルタで行なわれている。 $k^*_{opt} = J/2M$  であるから、測定した  $J_m$  に比例して最短時間制御装置のポテンシオメータの分圧比  $k$  を設定してやれば、 $J$  の変化に対応して常に  $k^*$  を最適値に保つことができる。測定値  $J_m$  に対応してポテンシオメータを設定するのに、ここでは自動平衡計器の平衡電動機を利用した。ポテンシオメータのかわりに掛算器などを用いれば、電氣的に切換線を変えることも可能である。

### 4. アナログ計算機によるシミュレーション

最短時間制御系の動作を確かめ、動特性測定装置によって切換線が正しく設定されることを調べるために、慣性系をアナログ計算機の積分器で置き換えて、シミュレーション実験を

行なった。制御および動特性測定装置は、後で述べる空気ジェットを用いた姿勢制御系に使用する装置をほとんどそのまま用いた。

切換線をきめる Fig. 4 の  $k$  の値は、Fig. 5 の  $k^*_{opt}$  との関係により(11)式となる。

$$k_{opt} = \frac{k^*_{opt}}{K_v R_f} = \frac{J}{2MK_v R_f} \quad (11)$$

各パラメータの値を代入して求めた  $k_{opt}$  の値と、実験的に最適となるような値とはよく一致した。その結果、ここで製作された、バリスタを用いて切換線を作った装置で、最短時間制御系が実現されることが確認された。

次にテストシグナルを加えて動特性測定を行ない、それにより最適切換線が設定されることを確かめた。ついで、テストシグナルの大きさ、平均化の時定数  $T$  の値などについて検討した。Fig. 6, Fig. 7 に測定例を示した。テストシグナルと操作信号の大きさの比が 0.1

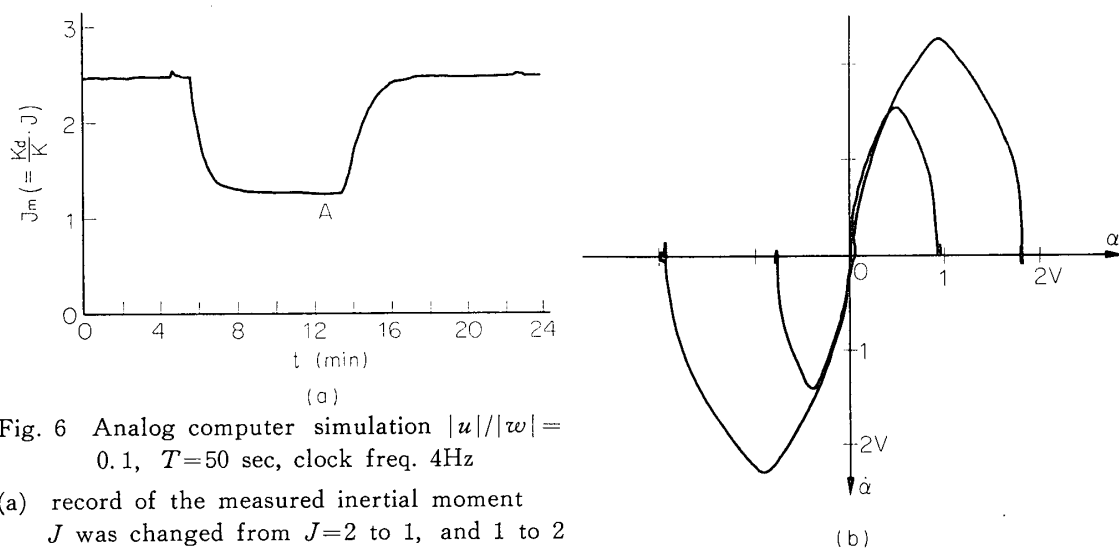


Fig. 6 Analog computer simulation  $|u|/|w| = 0.1$ ,  $T=50$  sec, clock freq. 4Hz

(a) record of the measured inertial moment  $J$  was changed from  $J=2$  to 1, and 1 to 2

(b) phase plane trajectories at time A

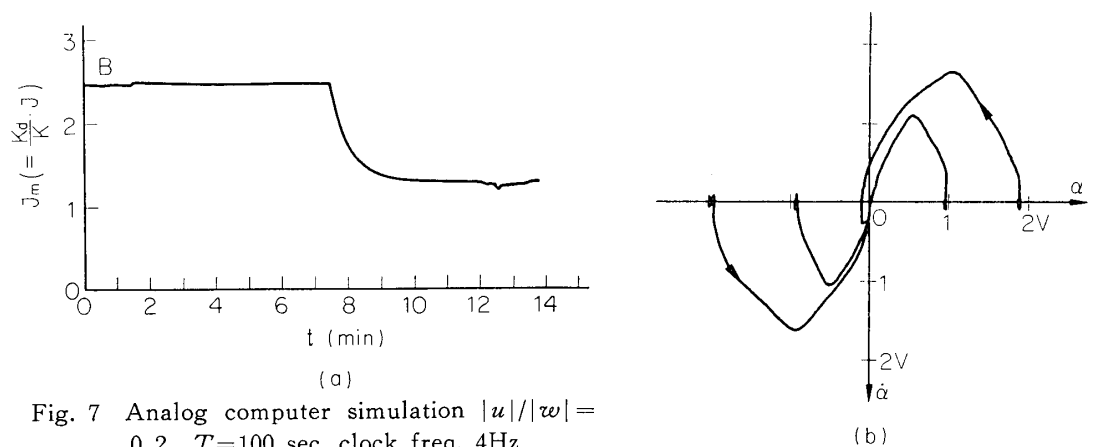


Fig. 7 Analog computer simulation  $|u|/|w| = 0.2$ ,  $T=100$  sec, clock freq. 4Hz

(a) record of the measured inertial moment,  $J$  was changed from  $J=2$  to 1, and 1 to 2

(b) phase plane trajectories at time B

であれば十分に慣性モーメントの測定を行ない、切換線の設定ができ、最適の最短時間制御をあまり乱さないが、比が0.2になると位相面軌跡を乱すようになることが明らかになった。テストシグナルとしては簡単に発生できるので  $m$  系列信号を使用した。そのクロック周波数や発生器の段数は、シミュレーション実験では測定系に対して影響がないことがわかった。

### 5. 空気ジェット姿勢制御系の最短時間制御

制御対象は圧縮空気を吹き出し、その反動により一軸のまわりの傾きを制御する機体である。動特性測定により、制御対象の特性の変化に適応することができ、常に最短時間制御を実現しうることを、アナログ計算機による実験だけでなく、なるべく実物に近い装置で実験を行ない示すのがこの節の目的である。

#### 5.1 装置の構成

純粋な慣性系を想定しているため、まさつの少ない支持方法で、かつ動力源の空気を送る

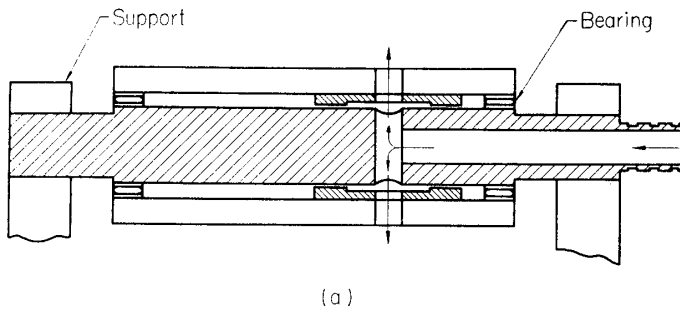
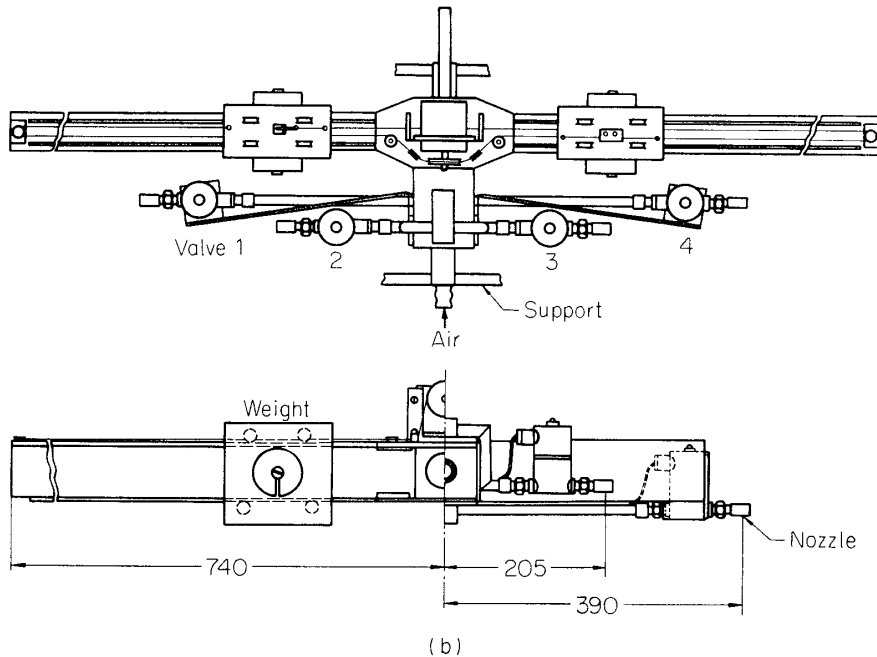


Fig. 8 (a) Sectional view of the air supply system

必要がある。Fig. 8(a)に示したように軸は固定され、ベアリングで軸をとりまく外側の直方体を支える。この直方体の部分が軸のまわりで回転するが、その上にはFig. 8(b)のように梁と移動おもり、電磁バルブ等が取付けられて、バルブの先の下向きノズルから



(b) picture of the attitude control system

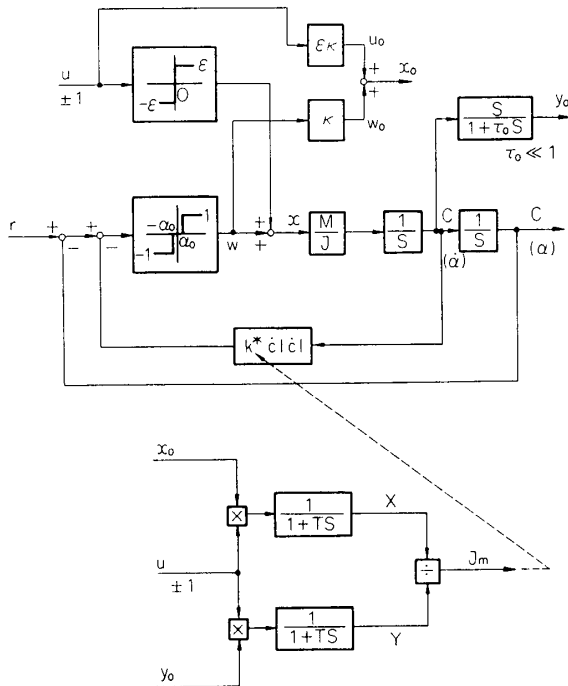


Fig. 9 Block diagram of the adaptive time optimum control system

空気は吹き出され、機体の傾きが変えられる。支持軸の一方から中心に穴を通し、空気はこの穴を通して軸の中程に垂直にあけられた穴に達する。この穴の両側では直方体と軸の間は 5/100mm と狭くしてあるので、空気はほとんど大部分回転体に導かれる。慣性モーメントを変化させるには梁の上のおもり(片側で1.4kgr)を平衡電動機と糸の機構により同じ距離だけ軸に近づけたり遠ざけたりする。なお、回転機体全体の重量は 14kgr である。Fig. 8(b)のバルブ 1, 2, 3, 4 を動作させると、それぞれ  $-M$ ,  $-\epsilon M$ ,  $+\epsilon M$ ,  $+M$  のトルクを軸まわりに発生する。(  $\epsilon < 1$  )これ以外のトルクが働かないためには、回転機体の重心が軸の中心になければならない。小さなおもりを取付けて調節している。回転機体からは腕木がつきでいて、傾き角と角速度の検出器を動かしている。空気源の圧力は  $3\text{kg/cm}^2$  (ゲージ) である。

5.2 制御および動特性測定装置

最短時間制御系と慣性モーメント測定系のブロック図を Fig. 9 に示す。制御対象の系の入力信号  $x$  のトルクを直接知ることはできないので、電磁バルブの開閉に従い、その絶対値は分らなくとも、一定のあらかじめ大きさの比が決まったトルクが発生するものとして、

バルブ開閉の信号でトルク  $x$  に比例する信号  $x_0$  を作っている。角加速度の信号は角速度を微分して  $y_0$  としている。最短時間制御をするための操作量としてのトルクは、ノズル 1, 4 により  $|M|$  のトルク、テストシグナルとしてはノズル 2, 3 により  $|\epsilon M|$  のトルクを発生させている。

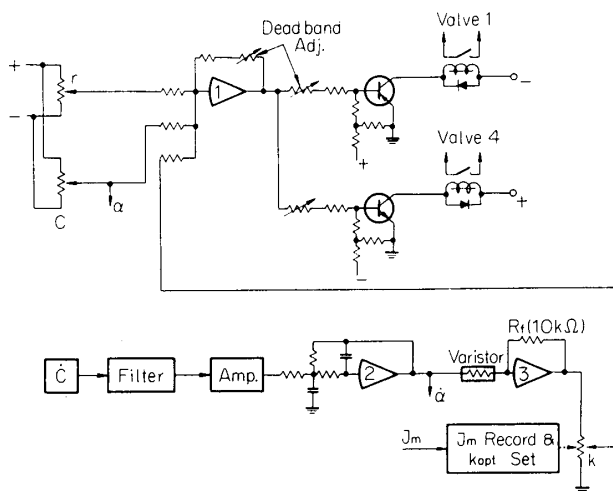


Fig. 10 Diagram of the time optimum control system using a varistor

Fig. 10, 11 に回路図の一部を示した。機体の傾き角を検出するには低トルクポテンショメータを使用した。角度  $c$  に対する電圧  $\alpha$  は

$$\alpha = k_{\alpha} c \quad k_{\alpha} = 3.44 \text{ V/rad} \quad (2)$$

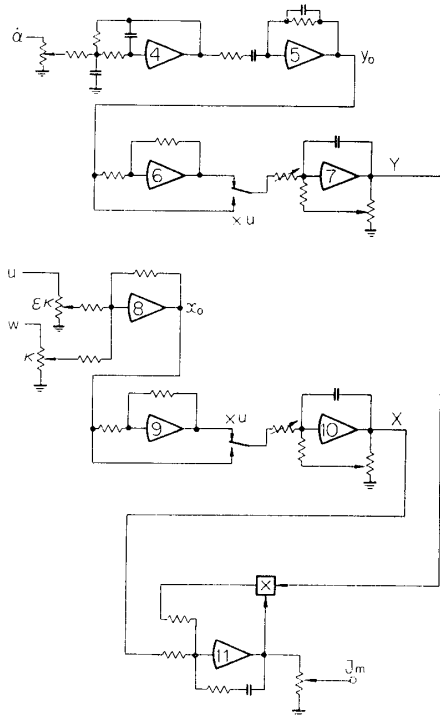


Fig. 11 Circuit of the inertial moment measurement

一様な磁界の中でコイルが動けばその速度に比例した電圧が発生する．そこで角速度を測るにはマイクロアンメータの指針を機体につなげて動かしている．途中のフィルタやアンプを含めた係数は

$$\dot{\alpha} = k_{\omega} \dot{c} \quad k_{\omega} = 4.15 \text{ V/rad/sec.} \quad (13)$$

Fig. 11 でテストシグナル  $u$  との掛算は  $u$  が 2 値信号であるのでリレーの切換えで行なわれている．また割算器はホール素子を利用した掛算器を演算増幅器のフィードバック回路に組み入れたものである．

### 5.3 動作の記録と解析

主な質量の，中心からの距離をもとにしてあらかじめ計算により，軸まわりの慣性モーメントの大略値を求めると，

$$J_{\min} = 7.11 \times 10^6 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2 \quad (14)$$

$$J_{\max} = 17.1 \times 10^6 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2$$

約 2.4 倍変化することになる．操作信号とテストシグナルのトルクの比が  $\varepsilon = 0.2$  になるように，ノズルの大きさを推力の計算式 [4] によって求めた．

上皿ばかりを用いてトルクを測定してみると

$$M/g = 5.07 \times 10^3 \text{ gr} \cdot \text{cm} \quad (15)$$

$$\varepsilon M/g = 1.09 \times 10^3 \text{ gr} \cdot \text{cm} \quad (g \text{ は重力加速度})$$

希望どおり  $\varepsilon = 0.2$  とみなすことができる．

最適切換線は，角度  $c$ ，角速度  $\dot{c}$  について，

$$c + \frac{J}{2M} \dot{c} |\dot{c}| = 0 \quad (16)$$

となるが，Fig. 10 の回路では電圧  $\alpha$ ， $\dot{\alpha}$  について（不感帯を無視する）

$$\alpha + k(R_f K_v) \dot{\alpha} |\dot{\alpha}| = 0 \quad (17)$$

となる．したがって上の  $M$ ， $J$  に対してのポテンシオメータの設定値  $k$  の最適値  $k_{\text{opt}}$  は

$$k_{\text{opt}} = \frac{J \cdot K_{\alpha}}{2MK_{\omega}^2 R_f K_v} \quad (18)$$

(14)，(15)式の  $M$ ， $J$  を代入すると

$$J_{\min} \rightarrow k_{\text{opt}} = 0.08$$

$$J_{\max} \rightarrow k_{\text{opt}} = 0.19$$

となる．実験的に最適となる  $k_{\text{opt}}$  を求めてみると

$$J_{\min} \rightarrow k_{\text{opt}} = 0.11$$

$$J_{\max} \rightarrow k_{\text{opt}} = 0.21$$



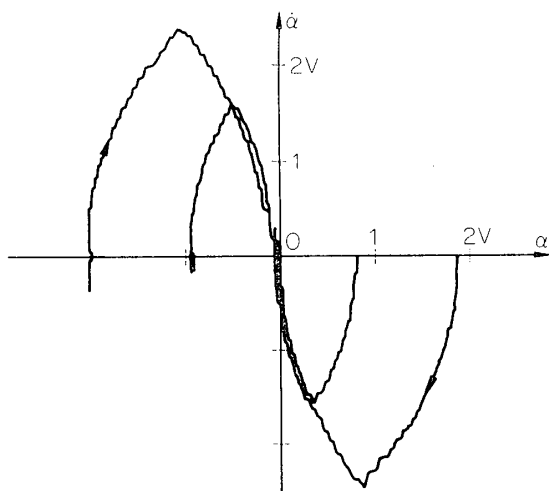


Fig. 12 Phase plane trajectories,  $J_{\min}$ , test signal is not applied to the system

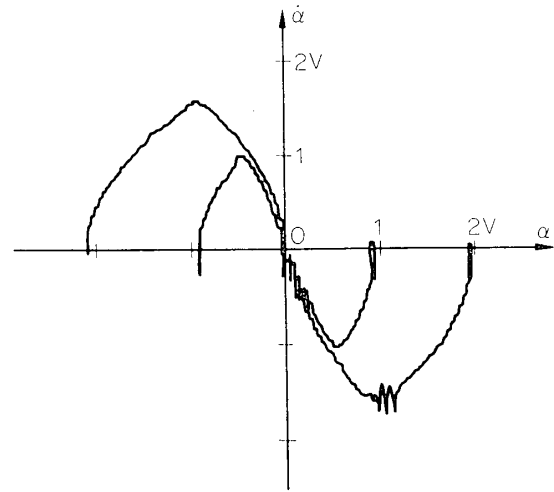


Fig. 13 Phase plane trajectories,  $J_{\max}$ , test signal is not applied to the system

であった。慣性モーメントの見積りはごく大ざっぱな値であったから、この程度の誤差はやむをえず、最短時間制御系の設計法としては以上に述べたことで十分役立つと思われる。

Fig. 12, Fig. 13 に  $J_{\min}$ ,  $J_{\max}$  のときに、目標値を  $r=r_0$  から  $r=0$  にステップ状に変化させたときの位相面軌跡を示した。この位相面の記録から、 $J_{\max}$  の軌跡の上の任意の点  $(\alpha_{\max}, \dot{\alpha}_{\max})$ ,  $J_{\min}$  の軌跡の上の任意の点  $(\alpha_{\min}, \dot{\alpha}_{\min})$  を読みとることにより

$$\frac{J_{\max}}{J_{\min}} = \frac{\alpha_{\max}/\dot{\alpha}_{\max}^2}{\alpha_{\min}/\dot{\alpha}_{\min}^2} \quad (19)$$

として  $J_{\max}/J_{\min}$  を求めることができる。Fig. 12, Fig. 13 と(19)式によれば  $J_{\max}/J_{\min} = 1.95$  となる。  $k_{\text{opt}}$  の値の比が  $0.21/0.11 = 1.91 (= J_{\max}/J_{\min})$  であることを考え、両方の平均をとると、慣性モーメントは実際には 1.93 倍変化していることになる。

i) 不感帯 最適切換線が設定されていても、位相面の原点近くでは、制御動作のわずかな遅れによって操作量はチャタリングをおこし、電磁バルブは激しく開閉をくりかえす。電磁バルブの動作によって速度検出器に雑音が入り、その雑音によってバルブが動作することもあり、不感帯がないとバルブが開閉を短い周期でくりかえす発振状態におちいることがある。位相面の原点だけでなく、途中で操作量の正負が切換わる時にも、バルブ開閉の振動による誤動作を防ぐ必要から、操作量に不感帯を設けている。不感帯の大きさは実験的にきめたもので、位相面の切換線は Fig. 14 のようになる。このときの不感帯の大きさは角度にして  $2c_0 = 1.3 \sim 1.6^\circ$  となっている。

ii) テストシグナル テストシグナルとして5段のシフトレジスタの発生する  $m$  系列信号を用いた。アナログ計算機でのシミュレーションにより、発生器のシフトレジスタの段数は測定に影響しないことが分かっているが、そのクロック周波数を選ぶには問題がある。まさつなどの外乱に対して精度よく動特性測定を行なうためには周波数は低い方がよいが、テストシグナルは制御系にとっては外乱であるから、 $\pm|u|$  が速く切換わっていた方が、そ

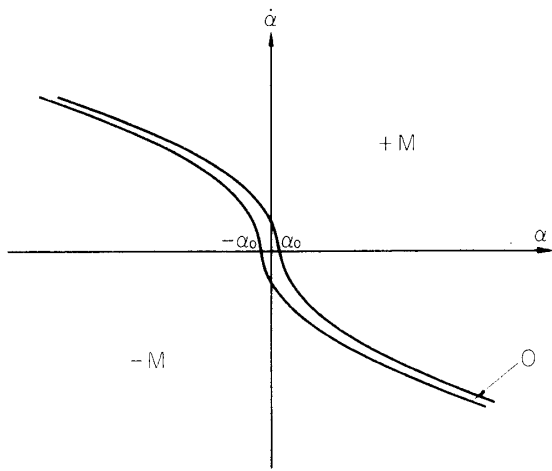
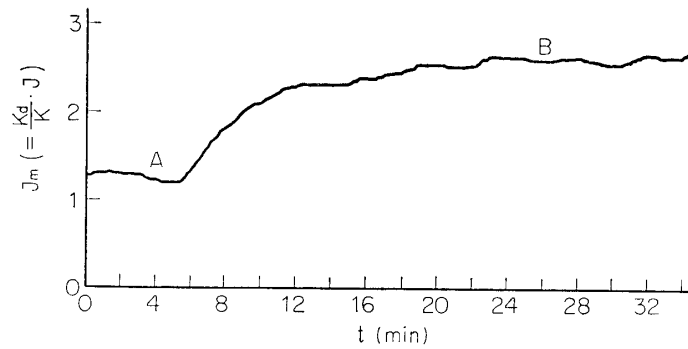


Fig. 14 Switching curve with deadband

をれ積分した角速度や角度の外乱としては小さいことになる。結局、実験的には数 Hz が適当であり、4Hz としている。シミュレーション実験ではテストシグナルの大きさを操作量の 0.1/1 にしても十分慣性モーメントの測定ができたが、空気ジェット系ではそれでは測定値が不安定で、テストシグナルの大きさは  $\varepsilon=0.2/1$  としている。

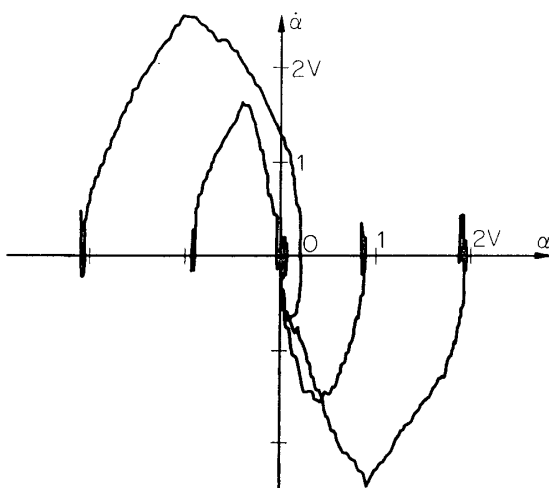
iii) 切換線の自動設定 テストシグナルを加えて慣性モーメント  $J$  を測定しながら、 $J_{\min}$  から  $J_{\max}$ 、 $J_{\max}$  から  $J_{\min}$  と  $J$  をステップ状に変化させて測定値  $J_m$  を記録する。それぞれ Fig. 15(a), Fig. 16



(a)

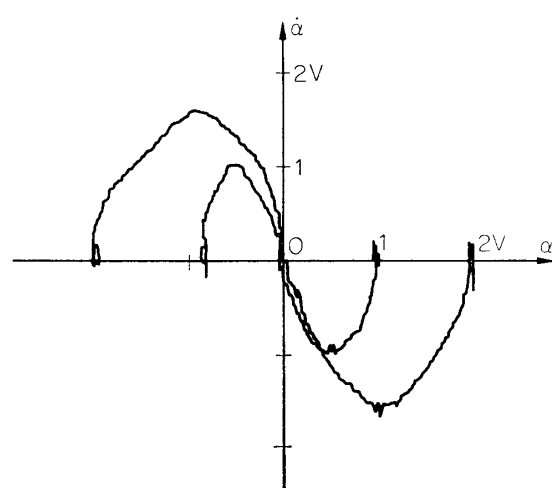
Fig. 15 Air jet control system

(a) record of the measured inertial moment



(b)

(b) phase plane trajectories at time A,  $J_{\min}$

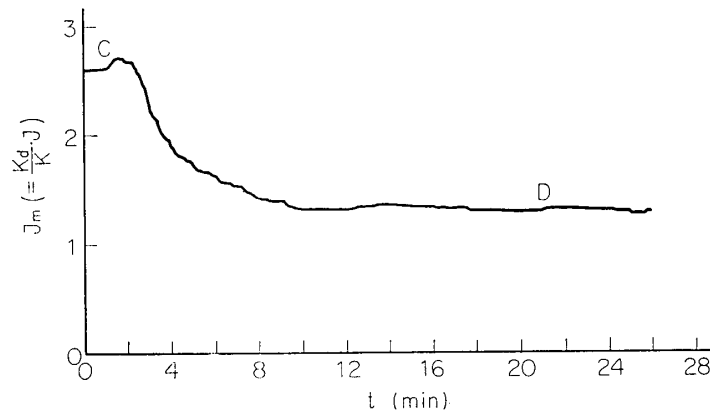


(c)

(c) phase plane trajectories at time B,  $J_{\max}$

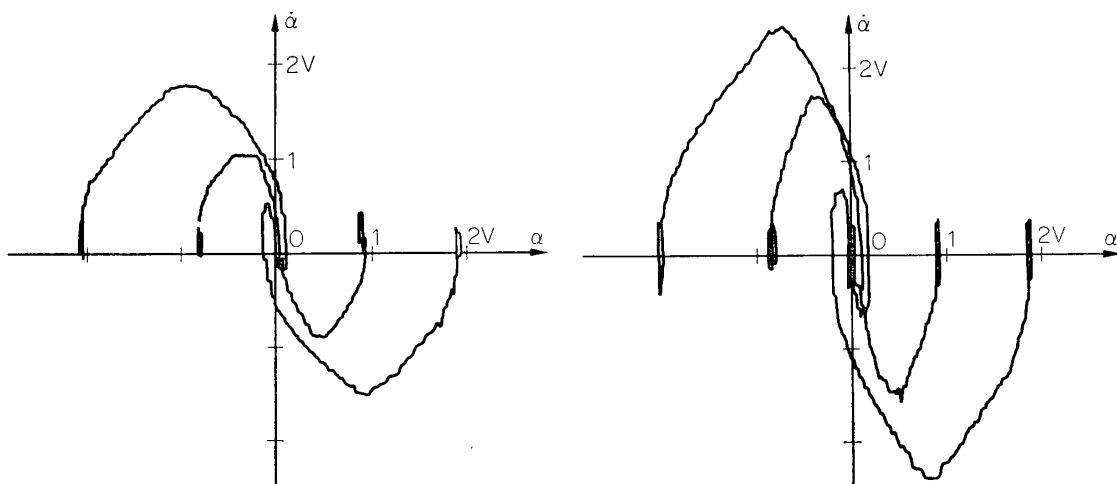
(a)参照.  $J_m$  を記録する記録計の平衡電動機により切換線設定ポテンシオメータが動かされていて、自動的に  $k_{opt}$  が設定される.  $J_m$  が安定したと思われる所で目標値を変化させ、姿勢制御系の応答を位相面で記録する. Fig. 15(b), (c), Fig. 16(b), (c)参照. このときの平均化フィルタの時定数は 200sec である. 慣性モーメントが変化したのに対応して切換線が変化し、位相面の記録から、最短時間制御がなされていることがわかる. テストシグナルが比較的大きいので、軌跡が時によって放物線からゆがんだり、一度の操作量の切換えで原点に達しなかったりしているものもある. この程度の乱れはアナログ計算機でのシミュレーションでも見られたとおりである.

テストシグナルを入れているので回転機体は目標値に達したのち約  $\pm 0.5^\circ \sim 0.8^\circ$  ゆれている. これは大体不感帯の範囲ぐらいで、この制御系の制御成績は目標値に対して  $\pm 1^\circ$  以内といえよう.



(a)

Fig. 16 Air jet control system  
(a) record of the measured inertial moment



(b)

(c)

(b) phase plane trajectories at time C,  $J_{max}$

(c) phase plane trajectories at time D,  $J_{min}$

Fig. 15, Fig. 16 の  $J_m$  の記録によると  $J_{\max}/J_{\min}=2.0\pm 0.1$  となり, あらかじめ求めた  $J_{\max}/J_{\min}=1.93$  と比較し慣性モーメントが正しく測られていると言える.  $J_{\min}$  と  $J_{\max}$  の間の値についても同様に測定が行なわれ, 切換線が設定される.

iv) 慣性モーメント測定値の誤差 測定値  $J_m$  の記録は  $J_{\min}$  のときは比較的安定であるが,  $J_{\max}$  になると誤差が大きくなっていく. 誤差の原因は二通り考えられる. 一つは機体の振動による雑音であり, 他は軸受け部分のまさつなどの不確定な要素である.

まず機体振動の雑音について述べると, 電磁バルブの開閉によりバルブ内部の鉄片が急激な動作をし, それにより機体が細かな振動を起し, 角速度検出器から検出され, 雑音として測定に影響する. その雑音は定常不規則信号とはいえないが, 一応それを仮定し, 平均値が 0 で自己相関関数が

$$\phi_{nn}(\tau) = \sigma_n^2 e^{-a|\tau|} \cos 2\pi f_0 \tau \quad (20)$$

としておく. このような雑音  $n_0(t)$  が加速度信号に加えられるとすると

$$J_m(t) = K_d \cdot \frac{X(t)}{Y(t)} = K_d \cdot \frac{\frac{1}{T} \int_0^\infty e^{-\frac{\tau}{T}} u_x(t-\tau) d\tau}{\frac{1}{T} \int_0^\infty e^{-\frac{\tau}{T}} u_y(t-\tau) d\tau} \quad (21)$$

ただし  $u_x(t) = u(t) \times x_0(t)$ ,  $u_y(t) = u(t) \times (y_0(t) + n_0(t))$

$$y_0(t) = \frac{K}{J} x_0(t)$$

二次の微小項を無視して

$$J_m(t) = K_d \frac{J}{K} \left\{ 1 - \frac{\frac{1}{T} \int_0^\infty e^{-\frac{\tau}{T}} u(t-\tau) \times n_0(t-\tau) d\tau}{\frac{1}{T} \int_0^\infty e^{-\frac{\tau}{T}} u(t-\tau) \times y_0(t-\tau) d\tau} \right\} = K_d \cdot \frac{J}{K} \{1 - N(t)\} \quad (22)$$

カッコ内の第 2 項を  $N(t)$  とした.  $N(t)$  の分母は目標値に達した後ではほぼ一定であり, 分子の  $u$  は  $\pm 1$  の値をとるが, 常に  $+1$  とみなして,  $J_m(t)$  の分散を求める.

$$\sigma^2(J_m) \doteq \left( K_d \cdot \frac{J}{K} \right)^2 C^2 \cdot \frac{1}{\sigma_n^2} \cdot \frac{1}{T} \int_0^\infty \phi_{nn}(\tau) d\tau \quad (23)$$

ここで  $C$  は  $n_0$  と  $y_0$  の振幅の比として, 振動の記録から求めることができる.

$$C = \frac{E[|n_0|]}{E[|y_0|]} \quad \text{あるいは} \quad \frac{\sqrt{E[n_0^2]}}{\sqrt{E[y_0^2]}} \quad (24)$$

(20) 式を (23) 式に代入すれば

$$\sigma^2(J_m) = \left( K_d \frac{J}{K} \right)^2 C^2 \cdot \frac{1}{T} \frac{a}{a^2 + (2\pi f_0)^2} \quad (25)$$

加速度信号の記録から  $a, f_0$ , の大体の値を求めると,  $a = 2.5(1/\text{sec})$ ,  $f_0 = 25\text{Hz}$ ,  $C$  は高々 5 程度である.  $T = 200\text{sec}$  にしているから

$$\sigma(J_m) = \left( K_d \cdot \frac{J}{K} \right) \times 3 \times 10^{-3} \quad (26)$$

となる。 $\left( K_d \cdot \frac{J}{K} \right)$  が測定値  $J_m$  として記録紙上に記録されているので、加速度信号に加わっているバルブ開閉による雑音を、始めに仮定したようにみなすかぎりにおいては、測定値  $J_m$  に与える影響は微少であるといえる。

したがってここで問題になるのは軸受け付近の特性であると思われるが、軸受けのまさつを正確に表わすことはむずかしい。回転機体のバランスの具合でも値が変わるが、静止まさつトルクとして約 100 gr·cm ほどはある。テストシグナルによるトルクは約 1000 gr·cm であるから、モーメント  $J$  が大きくなって、テストシグナルによってゆっくりかつ小さくゆれるときには、まさつなどが測定値  $J_m$  を不安定にするものと思われる。上の場合には  $J$  が 1/10 ほど不確定になり、 $J_m$  を不安定にする。 $J$  が小さいときには指示自身が小さく目立たないこともあろうが、大きな加速度信号が得られ、速くゆれることによってまさつなどの影響が変わることが考えられる。慣性モーメントを変えるおもりは糸で移動させているが、おもりの止まる位置が 1mm ずれば、1400 gr のおもりにより、機体が水平のとき 140 gr·cm の不平衡トルクを生ずることになる。結局、本実験では  $J_m$  の測定値として 10% 程度のばらつきはやむをえないであろう。平均化時定数  $T$  が約 50 sec と小さいときには、測定値が急に 10% よりはるかに大きく原因不明の変動を示すことがあり、測定値が不安定であった。 $T$  を 200 sec と大きくしているのは、上に述べてきたまさつなどの、いわば低い周波数成分の外乱に対するため、実験的に決められたものである。また  $T$  が小さいと、目標値を変化させたときに、平均化フィルタの出力信号が大きく変化し、割算器の動作範囲をこえたり、分母が 0 になったりするのでその意味からも不利である。

v) 測定値  $J_m$  のステップ応答 慣性をステップ状に変化させたときの  $J_m$  の応答は、動特性測定系の動特性を示している。本論文で用いたような動特性測定系の応答は一般に平均化フィルタの時定数できまると言われているが、その内容を少し詳しく調べた。

Fig. 9 のブロック図で  $J_m$  は  $t \geq 0$  において

$$J_m(t) = K_d \frac{X(t)}{Y(t)} = K_d \frac{X_0 e^{-\frac{t}{T}} + \frac{1}{T} \int_0^t e^{-\frac{\xi}{T}} u_x(t-\xi) d\xi}{Y_0 e^{-\frac{t}{T}} + \frac{1}{T} \int_0^t e^{-\frac{\xi}{T}} u_y(t-\xi) d\xi} \quad (27)$$

ただし  $X_0, Y_0$  は  $t=0$  での  $X(t), Y(t)$  の値、 $u_x(t) = u(t) \times x_0(t)$ ,  $u_y(t) = u(t) \times y_0(t)$  である。 $J_m(t)$  が一定の値に落ち着くまでは、目標値を変えるようなことをしないとすれば、 $X(t)$  の値はあまり変化しない。そこで  $u_x(t) = X_0$  とみなし、外乱を無視すれば、 $y_0(t) = \frac{K}{J} x_0(t)$  であるので

$$u_y(t) = u(t) \cdot y_0(t) = \frac{K}{J} u_x(t) = \frac{K}{J} x_0 \quad (28)$$

また  $t < 0$  では  $J_0$  であったものが  $t=0$  で  $J$  に変えられたとすれば、 $Y_0$  を  $Y_0 = \frac{K}{J_0} X_0$  と

しておく。(27)式は

$$J_m(t) = \frac{K_d}{\frac{K}{J_0} X_0 \left\{ e^{-\frac{t}{T}} + \frac{J_0}{J} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \right\}} \quad (29)$$

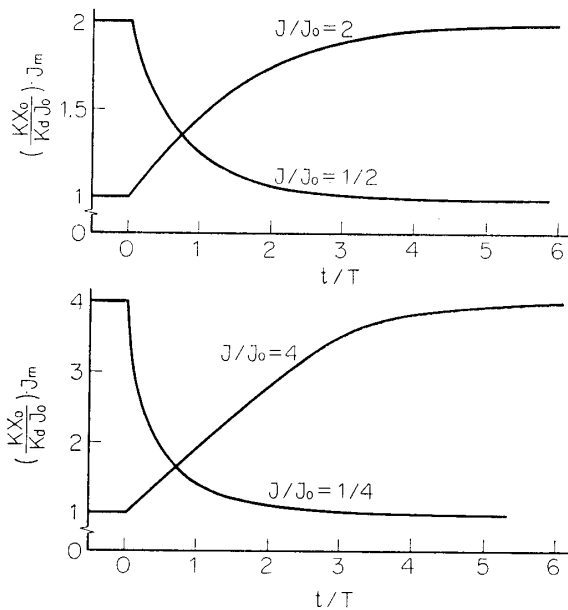


Fig. 17 Response of the moment measuring system to the change of the moment

$J/J_0$  を  $(1/2, 2)$ ,  $(1/4, 4)$  と変えたときの  $J_m(t)$  を Fig. 17 に示した. Fig. 15, Fig. 16 で  $J$  を大きくしたときには, 測定系の応答が一次フィルタの応答よりおそく,  $J$  を小さくしたときには, 応答が早くなっていることは以上のようにして説明される. これは測定対象が大きくステップ状に変化したときの応答であり,  $J_0 \rightarrow J_0 + \Delta J$  と微小の変化をしたときには(29)式より

$$J_m(t) \doteq \frac{K_d}{\frac{K}{J_0} X_0} \cdot \left\{ 1 + \frac{\Delta J}{J_0} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \right\} \quad (30)$$

となり, たしかに時定数  $T$  をもつ応答とみなせる. また  $1/J_m(t) = K_d Y(t)/X(t)$  を測定するのであれば, (29)式より, 応答は一次フィルタの時定数  $T$  で定められる. この実験で  $K_d X/Y$  を求めているのは装

置の構成が簡単になるためである.

## 6. むすび

圧縮空気を動力源とした一軸まわりの姿勢制御系を製作し, 最短時間で傾きを目標値に修正する系を構成した. 非線形抵抗素子と演算増幅器, およびポテンシオメータにより望みの位相面切換線が実現できることを示した. 制御対象である純慣性系の慣性モーメントが変化した場合には, それに応じて位相面切換線を変化させるように, 制御系には常に小さなテストシグナルが加えられ, 慣性モーメントが測定されている. その測定は姿勢制御系のループを切り離すことなく行なわれている. 約2倍の慣性モーメントの変化に対して切換線を自動的に設定することができた. それにより本報告で述べたような方法で, 制御対象の特性が変化しても常に最適な制御系を作ることができることが, 実験的に確かめられた.

慣性モーメントが変化したときの動特性測定系の応答, およびアナログ計算機を用いたシミュレーション実験では, あまり問題にならなかったテストシグナルについても, 空気ジェット系における動特性測定の誤差との関係が調べられた.

なお, 本研究は当研究所の V/STOL 研究設備費により行なわれたものである. 最後に, 回転機体の軸受け部分の製作にご援助いただいた, 日本レギュレータ株式会社取締役川元修

三氏（現在工学院大学講師）に感謝の意を表します。

1970 年 6 月 2 日 計測部

### 参 考 文 献

- [ 1 ] 石井泰，小林健三：オンオフ式速応サーボ系の解析と設計，計測自動制御学会第 5 回学術講演会予稿集，367/372 (1966)
- [ 2 ] 上野敏行：モーメント法によるプロセス動特性の測定，計測自動制御学会論文集，Vol. 5, No. 3, 265/272 (1969)
- [ 3 ] B.B. ソロドフニコフ，A.C. ウスコフ：自動制御系の統計的解析法，p. 99 (16963—コロナ社)
- [ 4 ] 可動アイアンバードの構造および機能，航空宇宙技術研究所資料，TM-71 (1965)