

胴体相互干渉の近似推定法

河村 龍馬・近藤 洋史*

An Approximate Method of Estimating the Aerodynamic Interference between Bodies.

By

Ryuma KAWAMURA and Hirofumi KONDO

Abstract: The present study deals with the problem of aerodynamic interference between parallel bodies with the intention of establishing simplified methods of estimating aerodynamic characteristics of a rocket with auxiliary boosters around a main one. Flow field around a combination of three bodies with their axis placed parallel in one plane is obtained by the use of the slender-body theory. Formulas of calculating normal and side forces on the body combination are obtained as functions of the angle of attack, the bank angle, the body diameter ratios, and the relative distances between bodies. The results of the theory is compared with those of wind tunnel tests for a three-body combination and fairly good agreement is obtained between them. It is pointed out that the present method can easily be extended to combinations of more than three bodies and also that normal and side forces on a combination with four bodies symmetrically located around a central circular cylinder are estimated to vanish regardless of the bank angle.

概 要

3本の軸対称物体が同一平面に中心軸を有するように並べられた飛しょう体の風洞試験を行なったので、このような物体の法線力および横力を推定する理論式を導びくことを考えた。理論式を導びくに当っては、細長物体の仮定をすることによりじょう乱速度ポテンシャルの基礎方程式を二次元のラプラスの方程式とし、一様流を軸流および横断流に分け、それらによるじょう乱速度ポテンシャルを近似的に解くことにより所要の結果を得た。得られた結果と実験結果と比較しおおむね実験結果の傾向を説明し得る推定式が得られたと考える。

1. ま え が き

静止衛星を軌道に乗せられるような大型のロケットの一つの形状として、ブースタを複数本束ねたようなロケットも考えられる。このようにすることによりより安価なロケットが計

* 航空宇宙技術研究所 (昭和 45 年度受託研究員)

画可能である。このような形状の一つの例として、1970年代後半にNASAが計画している外惑星探索のための打上用ロケット Titan IIID/Centaur/Burner II [1] を挙げることができる。

われわれはこのような形状の飛しょう体については未経験であったので、基本的な空力特性を得るために図5に見られるような胴体を3本並べた飛しょう体の風洞模型についてマッハ数0.6~1.75にわたって、バンク角を 0° , 45° , 90° に変えて遷音速および超音速風洞における試験を行なった。そこで、実験結果を説明するなんらかの理論推定式が得られないかと考え、細長体理論を基に法線力および横力について近似的な計算式を導いた。

記号

- a : メイン胴体とブースタ胴体中心軸間距離
 b : 両ブースタ胴体中心軸間距離 ($b=2a$)
 $C_{N\alpha}$: 法線力係数傾斜 (基準面積 $=\pi r_M^2$) ($1/rad$)
 $(C_{N\alpha})_B$: ブースタ胴体単体での $C_{N\alpha}$ (基準面積 $=\pi r_B^2$) ($1/rad$)
 $(C_{N\alpha})_M$: メイン胴体単体での $C_{N\alpha}$ (基準面積 $=\pi r_M^2$) ($1/rad$)
 C_P : 圧力係数
 C_{P2} : 法線力および横力に関する圧力係数
 C_0, C_1, C_2 : 各胴体の半径
 $f(\zeta)$: 複素速度ポテンシャル
 i : 虚数単位
 $J_{B(M,B)}$: $=Y_{B(M,B)}/N_B$
 $J_{M(B)}$: $=Y_{M(B)}/N_B$
 $K_{B(M,B)}$: $=N_{B(M,B)}/N_B$
 $K_{M(B)}$: $=N_{M(B)}/N_B$:
 l_A : $=l_M - l_B$
 l_B : ブースタ胴体長
 l_M : メイン胴体長
 M : マッハ数
 M_0, M_1, M_2 : 各円柱を代表するダブレット
 m_0, m_1, m_2 : 各円柱を代表する吹出し
 N_B : ブースタ胴体単体の法線力
 $N_{B(M,B)}$: メイン胴体および他方のブースタ胴体のブースタ胴体への法線力の干渉成分
 N_{BT} : $N_B + N_{B(M,B)}/2$
 N_M : メイン胴体の単体法線力
 $N_{M(B)}$: 両側のブースタ胴体のメイン胴体への法線力の干渉成分
 N_{MT} : $N_M + N_{M(B)}$
 r, θ : 極座標
 r_B : ブースタ胴体半径
 r_M : メイン胴体半径
 U : 一様流速度
 x, y, z : 直角座標
 $Y_{B(M,B)}$: メイン胴体および他方のブースタ胴体のブースタ胴体への横力の干渉成分
 Y_{BT} : $=Y_{B(M,B)}/2$
 $Y_{M(B)}$: 両側のブースタ胴体のメイン胴体への横力の干渉成分
 Y_{MT} : $=Y_{M(B)}$
 α : 迎角
 δ : $y-z$ 平面で、3円柱の中心を結ぶ線と y 軸のなす角
 ζ : $=y + iz$
 ξ, η, ζ : 直角座標
 ρ_∞ : 一様流密度
 Φ : 速度ポテンシャル
 ϕ : バンク角 ($=\pi - \delta$)
 φ : じょう乱速度ポテンシャル
 φ_1 : 軸流によるじょう乱速度ポテンシャル
 φ_2 : 横断流によるじょう乱速度ポテンシャル

2. 一般的考察

メイン胴体平行部の両側に同一形状のブースタを中心軸が同一平面上にくるように並べた形状の飛しょう体(図1)がバンク角 ϕ , 微小迎角 α を取った状態で置かれている時, 法線力および横力を推定する計算式を導びくことを考える。

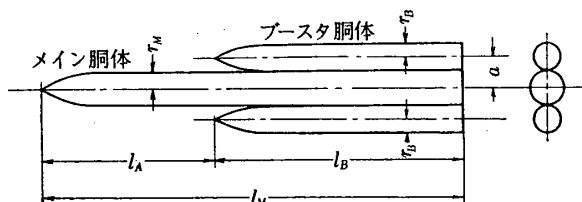


図1

法線力については, 次のように各物体が単独で置かれたときの値と各物体相互の干渉成分とに分ける。

1. メイン胴体単独での法線力, N_M
2. ブースタ胴体単独での法線力, N_B
3. 両側のブースタ胴体のメイン胴体への干渉成分, $N_{M(B)}$

の干渉成分, $N_{M(B)}$

4. メイン胴体と他方のブースタ胴体のブースタ胴体への干渉成分, $N_{B(M, B)}$

各物体相互の干渉成分については, 文献[2], [3]に見られるのと類似の方法によって, 各干渉成分をブースタ胴体単独での値で除した次の係数を定義する。

$$K_{M(B)} \equiv N_{M(B)} / N_B = (C_{N\alpha})_{M(B)} / (C_{N\alpha})_B \quad (1)$$

$$K_{B(M, B)} \equiv N_{B(M, B)} / N_B = (C_{N\alpha})_{B(M, B)} / (C_{N\alpha})_B \quad (2)$$

これらの係数は, 任意のマッハ数においても一定に保もたれていると仮定する。このとき, あるマッハ数での干渉成分はブースタ胴体が単独で置かれたときの法線力が正しく与えられれば, (1) および (2) 式から算出できる。

横力については, 各物体は軸対称であるから, 各物体が単独で迎角を取って置かれてもその横力は0で, 横力は任意のバンク角を取ったとき, 各物体相互の干渉成分の項として現われ, 次の成分に分けられる。

1. 両側のブースタ胴体のメイン胴体への干渉成分, $Y_{M(B)}$
2. メイン胴体と他方のブースタ胴体のブースタ胴体への干渉成分, $Y_{B(M, B)}$

法線力の場合と同様に, ブースタ胴体単独での法線力で除して次の係数を定義する。

$$J_{M(B)} \equiv Y_{M(B)} / N_B = (C_{Y\alpha})_{M(B)} / (C_{N\alpha})_B \quad (3)$$

$$J_{B(M, B)} \equiv Y_{B(M, B)} / N_B = (C_{Y\alpha})_{B(M, B)} / (C_{N\alpha})_B \quad (4)$$

(1) から (4) 式の各係数は次節において細長体理論を基に近似的に与えられる。

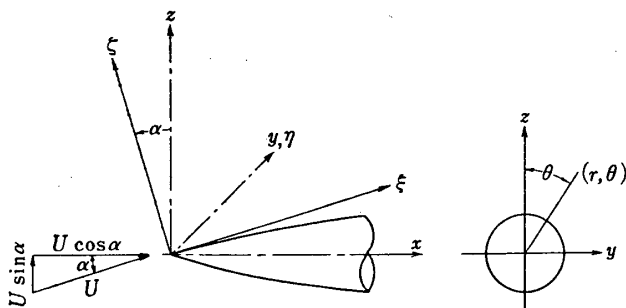


図2

3. 推定計算式の導出

図2のように, 細長い物体が一樣流 U に対し微小迎角 α を取って置かれている場合を考える。座標軸は図に示すように, 物体先端を原点として物体軸を x 軸に迎角変角面が xz 面となる

ように y, z 軸を取った直角座標 (x, y, z) と ξ 軸が主流と一致するように y 軸の回りに $-\alpha$ だけ回転して得られる直角座標 (ξ, η, ζ) を定める。

一様流速度 U を x 軸方向成分 (軸流; $U\cos\alpha$) と Z 軸方向成分 (横断流; $U\sin\alpha$) に分ければ, 物体まわりの速度ポテンシャル Φ は,

$$\Phi = U\cos\alpha \cdot x + U\sin\alpha \cdot z + \psi(x, y, z) \quad (5)$$

で与えられる。ここに, ψ はじょう乱速度ポテンシャルである。

微小じょう乱の仮定をすれば, じょう乱ポテンシャルの方程式は線型となり, さらに細長物体の仮定をすれば, 2次元のラプラス方程式となるから [4],

$$\varphi_{yy} + \varphi_{zz} = 0 \quad (6)$$

ここで, じょう乱速度ポテンシャルを軸流および横断流によるじょう乱速度ポテンシャル φ_1 および φ_2 に分ければ, 重ね合せの理により,

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad (7)$$

(7) 式を (6) 式に代入し, 次のように分離する。

$$\varphi_{1yy} + \varphi_{1zz} = 0 \quad (8)$$

$$\varphi_{2yy} + \varphi_{2zz} = 0 \quad (9)$$

流れが物体に沿って流れることおよび無限遠でじょう乱が消失するという境界条件のもとに (8), (9) 式を解くことを考える。その前に物体近傍での圧力係数について考察する。

圧力係数 C_P は一様流 U に平行に ξ 軸を取った直角座標 (ξ, η, ζ) に対し次式で与えられる。

$$C_P = -2\varphi_{\xi\xi}/U - (\varphi_{\eta\eta}^2 + \varphi_{\zeta\zeta}^2)/U^2 \quad (10)$$

(10) 式を物体軸を x 軸にとった円筒座標 (x, r, θ) (図2参照) で変換すれば [5] (ただし, $\cos\alpha \doteq 1$, $\sin\alpha \doteq \alpha$ として α の2次以上は省略する)。

$$C_P = -2(\varphi_x + \alpha\cos\theta \cdot \varphi_r - \alpha\sin\theta \cdot \varphi_{\theta}/r)/U - (\varphi_r^2 + \varphi_{\theta}^2/r^2)/U^2 \quad (11)$$

(11) 式に (7) 式を代入し, その中で法線力および横力に関する項のみを残した圧力係数を C_{P2} とすれば,

$$C_{P2} = -2\varphi_{2x}/U - 2\varphi_{1r}(\alpha\cos\theta + \varphi_{2r}/U)/U + 2\varphi_{1\theta}\{\alpha\sin\theta/r - \varphi_{2\theta}/(Ur^2)\}/U \quad (12)$$

図3は図1の物体軸に垂直なある任意点での切断面で, 3物体が y 軸と δ なる角度をもって並べられている場合を示してある。ここでは, 非圧縮性流体の理論に従って, y 軸を実軸に z 軸を虚軸にする $\zeta = y + iz$ なる複素平面で考える。初めに, 横断流によるじょう乱速度ポテンシャル φ_2 について考察する。図3において, 横断流 $U\alpha$ が z 軸の正の向きに流れているとき, 3円柱の周上を同時に流線とする複素速度ポテンシャルが与えられれば, (9) 式を基礎方程式とした厳密な φ_2 は与えられるが, 3物体の場合についてこれを見出すのは困難なので, 次のごとく近似的に扱う。非圧縮性流体理論によれば, 一様流 $U\alpha$ 中に置かれた半径 C なる一つの円柱の周上を流れが流れるためには, 円柱の中心に大きさが $2\pi U\alpha C^2$ で向きが一様流と反対向きであるダブレットを置けばよいから [6], 図3中の半径が C_0, C_1, C_2 の円柱をそれぞれの中心に z 軸の負の向きに置かれた大きさが $M_0 = 2\pi U\alpha C_0^2, M_1 =$

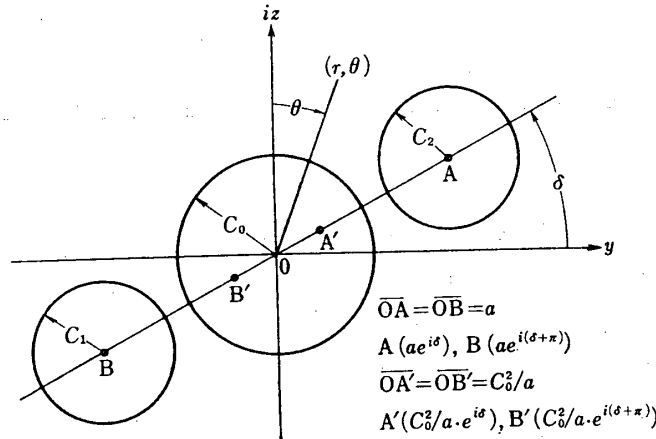


図 3

$2\pi U\alpha C_1^2$, $M_2=2\pi U\alpha C_2^2$ のダブルレットで代表させる。それらのダブルレットによる複素速度ポテンシャルはそれぞれ $iU\alpha C_0^2/\zeta$, $iU\alpha C_1^2/\{\zeta - ae^{i(\delta+\pi)}\}$, $iU\alpha C_2^2/\{\zeta - ae^{i\delta}\}$ である。さらに、円柱 C_1, C_2 を代表するダブルレットの円柱 C_0 に対する鏡像（複素速度ポテンシャルはそれぞれ $iU\alpha C_1^2(C_0^2/a^2)e^{i2(\delta+\pi)}/\{\zeta - (C_0^2/a)e^{i(\delta+\pi)}\}$, $iU\alpha C_2^2(C_0^2/a^2)e^{i2\delta}/\{\zeta - (C_0^2/a)e^{i\delta}\}$ で表わされる。）を加えると、円柱 C_0 の周上では流線となる複素ポテンシャル $f(\zeta)$ を与えることができる。ただし、これは円柱 C_1, C_2 の周上では流線とならないので、円柱 C_0 上でのみ有効な近似的な複素速度ポテンシャルと解釈できる。

従って、

$$\begin{aligned}
 f(\zeta) = & -iU\alpha\zeta + iU\alpha C_0^2/\zeta + iU\alpha C_1^2[1/\{\zeta - ae^{i(\delta+\pi)}\} \\
 & + (C_0^2/a^2)e^{i2(\delta+\pi)}/\{\zeta - (C_0^2/a)e^{i(\delta+\pi)}\}] \\
 & + iU\alpha C_2^2[1/\{\zeta - ae^{i\delta}\} + (C_0^2/a^2)e^{i2\delta}/\{\zeta - (C_0^2/a)e^{i\delta}\}] \quad (13)
 \end{aligned}$$

円柱 C_0 上でのみ境界条件を満足する近似的なじょう乱速度ポテンシャル φ_2 は、(13) 式の実部から一様流によるポテンシャルを除いたもので与えられ、これを極座標 (r, θ) で示せば、

$$\begin{aligned}
 \varphi_2(r, \theta; x) = & U\alpha C_0^2 \cos\theta / r + U\alpha C_1^2 [(r \cos\theta + a \sin\delta) / \{r^2 + a^2 + 2arsin(\theta + \delta)\} \\
 & + (C_0^2/a) \cdot \{\arccos(\theta + 2\delta) - C_0^2 \sin\delta\} / \{C_0^4 + a^2 r^2 + 2C_0^2 arsin(\theta + \delta)\}] \\
 & + U\alpha C_2^2 [(r \cos\theta - a \sin\delta) / \{r^2 + a^2 - 2arsin(\theta + \delta)\} \\
 & + (C_0^2/a) \cdot \{\arccos(\theta + 2\delta) + C_0^2 \sin\delta\} / \{C_0^4 + a^2 r^2 - 2C_0^2 arsin(\theta + \delta)\}] \quad (14)
 \end{aligned}$$

上式において、 x はパラメータとして入ってくる。ここで、 C_0 円柱上での $\varphi_{2x}, \varphi_{2r}, \varphi_{2\theta}$ を求めると、

$$\begin{aligned}
 \varphi_{2x} = & 2U\alpha [\cos\theta + C_1^2 \{a^2 \cos(\theta + 2\delta) - 2aC_0 \sin\delta - C_0^2 \cos\theta\} / \{C_0^2 + a^2 \\
 & + 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\}^2 + C_2^2 \{a^2 \cos(\theta + 2\delta) + 2aC_0 \sin\delta - C_0^2 \cos\theta\} / \{C_0^2 + a^2 \\
 & - 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\}^2] \cdot (dC_0/dx) + 2U\alpha (C_1/a) \cdot \{(a^2 - C_0^2) \sin\delta \\
 & + 2aC_0 \cos\delta \cos(\theta + \delta)\} / \{C_0^2 + a^2 + 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\} \cdot (dC_1/dx) \\
 & + 2U\alpha (C_2/a) \cdot \{(C_0^2 - a^2) \sin\delta + 2aC_0 \cos\delta \cos(\theta + \delta)\} / \{C_0^2 + a^2 \\
 & - 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\} \cdot (dC_2/dx) \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\varphi_{2r} = -U\alpha \cos\theta \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{2\theta} = & -U\alpha C_0 \sin\theta - 2U\alpha C_0 C_1^2 \{(a^2 + C_0^2) \cos\delta \sin(\theta + \delta) \\ & + 2aC_0 \cos\delta + (a^2 - C_0^2) \sin\delta \cos(\theta + \delta)\} / \{C_0^2 + a^2 \\ & + 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\}^2 - 2U\alpha C_0 C_2^2 \{(a^2 + C_0^2) \cos\delta \sin(\theta + \delta) \\ & - 2aC_0 \cos\delta + (a^2 - C_0^2) \sin\delta \cos(\theta + \delta)\} / \{C_0^2 + a^2 \\ & - 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

次に軸流によるじょう乱速度ポテンシャル φ_1 について考える。半径が $C(x)$ で与えられる一つの軸対称物体の軸に平行に一樣流 U が当たるときのポテンシャルを求めるには、物体軸上に吹出しを置けばよく、その大きさは物体表面上での境界条件 ($\varphi_{1r} = UdC/dx$) から $2\pi UCdC/dx$ で与えられる [5]。 φ_2 を求めたときと同様にして、図3の円柱 C_0, C_1, C_2 をそれぞれの中心に置かれた吹出し $m_0 = 2\pi UC_0 dC_0/dx$, $m_1 = 2\pi UC_1 dC_1/dx$, $m_2 = 2\pi UC_2 dC_2/dx$ で代表させる。ここで、円柱 C_1 の中心 A および C_2 の中心 B の円柱 C_0 に対する鏡像点 A' および B' にそれぞれ吹出し m_1 および m_2 を原点に吸込み $-m_1$ および $-m_2$ を加えれば、物体 C_0 上でのみ境界条件を満足する近似的なじょう乱速度ポテンシャル φ_1 が与えられる。

したがって、

$$\begin{aligned} \varphi_1(r, \theta; x) = & UC_0(dC_0/dx) \ln r - UC_1(dC_1/dx) \ln r - UC_2(dC_2/dx) \ln r \\ & + (UC_1/2) \cdot (dC_1/dx) [\ln \{r^2 + a^2 - 2arsin(\theta + \delta + \pi)\} + \ln \{r^2 + (C_0^2/a)^2 \\ & - 2(C_0^2/a)rsin(\theta + \delta + \pi)\}] + (UC_2/2) \cdot (dC_2/dx) \cdot [\ln \{r^2 + a^2 \\ & - 2arsin(\theta + \delta)\} + \ln \{r^2 + (C_0^2/a)^2 - 2(C_0^2/a)rsin(\theta + \delta)\}] \end{aligned} \quad (18)$$

φ_1 についての基礎方程式 (8) の解としては、(18) 式の外に x のみの関数 $g(x)$ が入るが、物体軸に垂直な方向の力を求めるに当っては無関係であるからここでは考えない。次に円柱 C_0 上での $\varphi_{1r}, \varphi_{1\theta}$ を求めると、

$$\varphi_{1r} = UdC_0/dx \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{1\theta} = & 2UaC_0C_1 \cos(\theta + \delta) / \{C_0^2 + a^2 + 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\} \cdot (dC_1/dx) \\ & - 2UaC_0C_2 \cos(\theta + \delta) / \{C_0^2 + a^2 - 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\} \cdot (dC_2/dx) \end{aligned} \quad (20)$$

φ_{1x} : 物体軸に垂直な方向の力には無関係である。

(12) 式に (15), (16), (17), (19) および (20) 式を代入して C_0 物体表面上での法線力および横力に関係する圧力係数 C_{p2} を求めると、

$$\begin{aligned} C_{p2} = & -4\alpha [\cos\theta + C_1^2 \{a^2 \cos(\theta + 2\delta) - 2aC_0 \sin\delta - C_0^2 \cos\theta\} / \{C_0^2 + a^2 \\ & + 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\}^2 + C_2^2 \{a^2 \cos(\theta + 2\delta) + 2aC_0 \sin\delta - C_0^2 \cos\theta\} / \{C_0^2 + a^2 \\ & - 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\}^2] \cdot (dC_0/dx) - 4\alpha [(C_1/a) \cdot \{(a^2 - C_0^2) \sin\delta \\ & + 2aC_0 \cos\delta \cos(\theta + \delta)\} / \{C_0^2 + a^2 + 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\} - 2aC_1 \sin\theta \cos(\theta + \delta) / \{C_0^2 \\ & + a^2 + 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\} - 2aC_1^3 \{(a^2 + C_0^2) \cos\delta \sin(\theta + \delta) \cos(\theta + \delta) \\ & + 2aC_0 \cos\delta \cos(\theta + \delta) + (a^2 - C_0^2) \sin\delta \cos^2(\theta + \delta)\} / \{C_0^2 + a^2 + 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\}^3 \\ & - 2aC_1C_2^2 \{(a^2 + C_0^2) \cos\delta \sin(\theta + \delta) \cos(\theta + \delta) \\ & - 2aC_0 \cos\delta \cos(\theta + \delta) + (a^2 - C_0^2) \sin\delta \cos^2(\theta + \delta)\} / \{C_0^2 + a^2 \\ & + 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\} / \{C_0^2 + a^2 - 2aC_0 \sin(\theta + \delta)\}^2] \cdot (dC_1/dx) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4\alpha[(C_2/a) \cdot \{(C_0^2 - a^2)\sin\delta + 2aC_0\cos\delta\cos(\theta+\delta)\} / \{C_0^2 \\
& + a^2 - 2aC_0\sin(\theta+\delta)\} + 2aC_2\sin\theta\cos(\theta+\delta) / \{C_0^2 + a^2 \\
& - 2aC_0\sin(\theta+\delta)\} + 2aC_1^2C_2 \{(a^2 + C_0^2)\cos\delta\sin(\theta+\delta)\cos(\theta+\delta) \\
& + 2aC_0\cos\delta\cos(\theta+\delta) + (a^2 - C_0^2)\sin\delta\cos^2(\theta+\delta)\} / \{C_0^2 + a^2 \\
& - 2aC_0\sin(\theta+\delta)\} / \{C_0^2 + a^2 + 2aC_0\sin(\theta+\delta)\}^2 \\
& + 2aC_2^3 \{(a^2 + C_0^2)\cos\delta\sin(\theta+\delta)\cos(\theta+\delta) \\
& - 2aC_0\cos\delta\cos(\theta+\delta) + (a^2 - C_0^2)\sin\delta\cos^2(\theta+\delta)\} / \{C_0^2 \\
& + a^2 - 2aC_0\sin(\theta+\delta)\}^3] \cdot (dC_2/dx) \tag{21}
\end{aligned}$$

物体 C_0 (メイン胴体) に働く法線力 N_{MT} および横力 Y_{MT} は次式で与えられる。

$$N_{MT} = (\rho_\infty U^2/2) \int_0^{l_M} dx \int_0^{2\pi} (-C_{p2}) C_0 \cos\theta d\theta \tag{22}$$

$$Y_{MT} = (\rho_\infty U^2/2) \int_0^{l_M} dx \int_0^{2\pi} (-C_{p2}) C_0 \sin\theta d\theta \tag{23}$$

ただし、図1を参照して、 C_0 、 C_1 および C_2 には次の制限がある。

$$x=0 \text{ で } C_0=0, \quad x=l_M \text{ で } C_0=r_M$$

$$x=l_A \text{ で } C_1=C_2=0, \quad x=l_M \text{ で } C_1=C_2=r_B$$

$$l_A \leq x \leq l_M \text{ で } dC_0/dx=0$$

この制限を考慮して (22) および (23) 式に (21) 式を代入して積分を行なえば、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
N_{MT} = & (\rho_\infty U^2/2) \cdot 2\pi\alpha r_M^2 + (\rho_\infty U^2/2) \cdot 4\pi\alpha r_B^2 [r_M^2 r_B^2 / \{2(a^2 - r_M^2)^2\} \\
& + r_M^2 r_B^2 / (a^2 + r_M^2)^2 + \{3r_M^2/a^2 - r_M^2 r_B^2 (2a^2 - r_M^2) / (2a^2) / (a^2 - r_M^2)^2 \\
& + r_M^2 r_B^2 (2a^2 + r_M^2) / a^2 / (a^2 + r_M^2)\} \cos 2\delta] \tag{24}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{MT} = & -(\rho_\infty U^2/2) \cdot 4\pi\alpha r_B^2 [3r_M^2/a^2 - r_M^2 r_B^2 (2a^2 - r_M^2) / \{2a^2(a^2 - r_M^2)^2\} \\
& + r_M^2 r_B^2 (2a^2 + r_M^2) / \{a^2(a^2 + r_M^2)^2\}] \sin 2\delta \tag{25}
\end{aligned}$$

ただし、 r_M 、 r_B はメインおよびブースタの平行部半径、 a はメインとブースタの中心軸間距離である。

(24) 式において、右辺第一項はメイン胴体単独での法線力に等しく、第二項以下がブースタがあることによりメイン胴体へ誘起される干渉成分 $N_{M(B)}$ である。また、(25) 式はブースタによるメインへの横力の干渉成分 $Y_{M(B)}$ に等しい。したがって、一般的考察の節で (1) および (2) 式で定義した係数 $K_{M(B)}$ および $J_{M(B)}$ は、

$$\begin{aligned}
K_{M(B)} = & N_{M(B)} / \{(\rho_\infty U^2/2) \cdot 2\pi\alpha r_B^2\} = r_M^2 r_B^2 / (a^2 - r_M^2)^2 + 2r_M^2 r_B^2 / (a^2 + r_M^2)^2 \\
& + [6r_M^2/a^2 - r_M^2 r_B^2 (2a^2 - r_M^2) / \{a^2(a^2 - r_M^2)^2\} + 2r_M^2 r_B^2 (2a^2 + r_M^2) / \{a^2(a^2 \\
& + r_M^2)^2\}] \cos 2\delta \tag{26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{M(B)} = & -[6r_M^2/a^2 - r_M^2 r_B^2 (2a^2 - r_M^2) / \{a^2(a^2 - r_M^2)^2\} \\
& + 2r_M^2 r_B^2 (2a^2 + r_M^2) / \{a^2(a^2 + r_M^2)^2\}] \sin 2\delta \tag{27}
\end{aligned}$$

次に、ブースタに作用する力について考える。簡単のため、半径 C_1 の円柱の中心が原点になるように平行移動する (図4)。前と同様に、円柱 C_1 に対する鏡像を加えることにより、円柱 C_1 上では境界条件を満足する近似的なじょう乱速度ポテンシャル ϕ_1 および ϕ_2

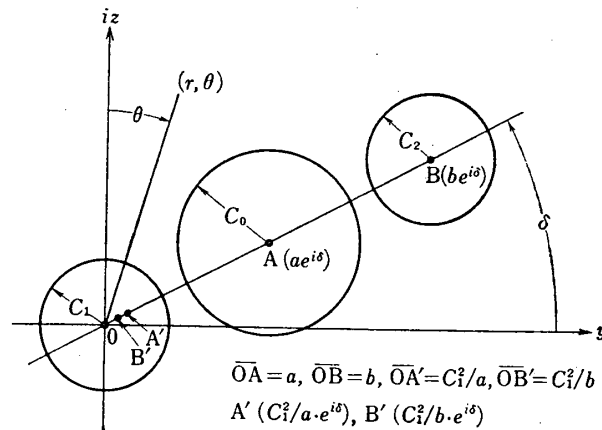


図 4

が与えられる.

$$\begin{aligned}
 \varphi_1(r, \theta; x) = & UC_1(dC_1/dx) \ln r - UC_0(dC_0/dx) \ln r \\
 & - UC_2(dC_2/dx) \ln r + (UC_0/2) \cdot (dC_0/dx) \cdot [\ln \{r^2 + a^2 \\
 & - 2ar \sin(\theta + \delta)\} + \ln \{r^2 + (C_1^2/a)^2 - 2(C_1^2/a)r \sin(\theta + \delta)\}] \\
 & + (UC_2/2) \cdot (dC_2/dx) \cdot [\ln \{r^2 + b^2 - 2br \sin(\theta + \delta)\} + \ln \{r^2 \\
 & + (C_1^2/b)^2 - 2(C_1^2/b)r \sin(\theta + \delta)\}] \quad (28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi_2(r, \theta; x) = & U\alpha C_1^2 \cos \theta / r + U\alpha C_0^2 [(r \cos \theta - a \sin \delta) / \{r^2 + a^2 - 2ar \sin(\theta + \delta)\} \\
 & + (C_1^2/a) \{ar \cos(\theta + 2\delta) + C_1^2 \sin \delta\} / \{C_1^4 + a^2 r^2 - 2C_1^2 ar \sin(\theta + \delta)\}] \\
 & + U\alpha C_2^2 [(r \cos \theta - b \sin \delta) / \{r^2 + b^2 - 2br \sin(\theta + \delta)\} \\
 & + (C_1^2/b) \{br \cos(\theta + 2\delta) + C_1^2 \sin \delta\} / \{C_1^4 + b^2 r^2 - 2C_1^2 br \sin(\theta + \delta)\}] \quad (29)
 \end{aligned}$$

ただし, b はブースタ同志の中心軸間距離で $b=2a$ である.

C_1 物体表面での法線力および横力に関する圧力係数 C_{p2} は,

$$\begin{aligned}
 C_{p2} = & -4\alpha [\cos \theta + C_0^2 \{a^2 \cos(\theta + 2\delta) + 2aC_1 \sin \delta - C_1^2 \cos \theta\} / \{C_1^2 + a^2 \\
 & - 2aC_1 \sin(\theta + \delta)\}^2 + C_2^2 \{b^2 \cos(\theta + 2\delta) + 2bC_1 \sin \delta - C_1^2 \cos \theta\} / \{C_1^2 \\
 & + b^2 - 2bC_1 \sin(\theta + \delta)\}^2] (bC_1/dx) - 4\alpha [(C_2/b) \{(C_1^2 - b^2) \sin \delta \\
 & + 2bC_1 \cos \delta \cos(\theta + \delta)\} / \{C_1^2 + b^2 - 2bC_1 \sin(\theta + \delta)\} \\
 & + 2bC_2 \sin \theta \cos(\theta + \delta) / \{C_1^2 + b^2 - 2bC_1 \sin(\theta + \delta)\} + 2bC_2 \sin \theta \cos(\theta + \delta) / \{C_1^2 \\
 & + b^2 - 2bC_1 \sin(\theta + \delta)\} + 2bC_0^2 C_2 \{(a^2 + C_1^2) \cos \delta \sin(\theta + \delta) \cos(\theta + \delta) \\
 & - 2aC_1 \cos \delta \cos(\theta + \delta) + (a^2 - C_1^2) \sin \delta \cos^2(\theta + \delta)\} / \{C_1^2 + b^2 \\
 & - 2bC_1 \sin(\theta + \delta)\} / \{C_1^2 + a^2 - 2aC_1 \sin(\theta + \delta)\}^2 + 2bC_2^3 \{(b^2 \\
 & + C_1^2) \cos \delta \sin(\theta + \delta) \cos(\theta + \delta) - 2bC_1 \cos \delta \cos(\theta + \delta) \\
 & + (b^2 - C_1^2) \sin \delta \cos^2(\theta + \delta)\} / \{C_1^2 + b^2 - 2bC_1 \sin(\theta + \delta)\}^3 (dC_2/dx) \quad (30)
 \end{aligned}$$

ただし, (30) 式を導びくに当ってはブースタはメイン胴体の平行部に取付けられているので $dC_0/dx=0$ とした.

C_1 物体 (ブースタ胴体) に働く法線力 N_{BT} および横力 Y_{BT} は次式で与えられる.

$$N_{BT} = (\rho_{\infty} U^2 / 2) \int_{l_A}^{l_M} dx \int_0^{2\pi} (-C_{p2}) C_1 \cos \theta d\theta \quad (31)$$

$$Y_{BT} = (\rho_{\infty} U^2 / 2) \int_{l_A}^{l_M} dx \int_0^{2\pi} (-C_{p2}) C_1 \sin \theta d\theta \quad (32)$$

$x=l_A$ において $C_1=C_2=0$, $x=l_M$ で $C_0=r_M$, $C_1=C_2=r_B$ を考慮して (31) および (32) 式の積分を行なえば,

$$\begin{aligned} N_{BT} = & (\rho_{\infty} U^2 / 2) \cdot 2\pi \alpha r_B^2 + (\rho_{\infty} U^2 / 2) \cdot 2\pi \alpha r_B^2 [r_B^4 / 2 / (b^2 - r_B^2)^2 \\ & - r_M^2 r_B^2 (b^2 - 2ab + r_B^2) / (ab - r_B^2)^2 / (b^2 - r_B^2) + \{r_M^2 / a^2 \\ & + 4r_B^2 / b^2 - r_B^4 (2b^2 - r_B^2) / (2b^2) / (b^2 - r_B^2)^2 - r_M^2 r_B^2 (2a^2 b^2 \\ & - b^2 r_B^2 - 2abr_B^2 + r_B^4) / a^2 / (ab - r_B^2)^2 / (b^2 - r_B^2)\} \cos 2\delta] \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} Y_{BT} = & -(\rho_{\infty} U^2 / 2) \cdot 2\pi \alpha r_B^2 [r_M^2 / a^2 + 4r_B^2 / b^2 - r_B^4 (2b^2 - r_B^2) / \{2b^2 (b^2 - r_B^2)^2\} \\ & - r_M^2 r_B^2 (2a^2 b^2 - b^2 r_B^2 - 2abr_B^2 + r_B^4) / \{a^2 (ab - r_B^2)^2 (b^2 - r_B^2)\}] \sin 2\delta \end{aligned} \quad (34)$$

(33) 式の右辺第一項はブースタが単独で置かれたときの法線力で第二項以下がメインおよび他方のブースタがあることにより一方のブースタに作用する干渉成分である。また, (34) 式は横力についての一方のブースタに働く干渉成分である。

C_2 物体 (ブースタ胴体) 上に作用する力は, (33) および (34) 式において δ の代わりに $\delta + \pi$ を代入して得られるから, C_1 物体に働く力と同一となる。従って, 両側のブースタに働く法線力および横力は (33) 式および (34) 式を 2 倍して得られる。

したがって, 一般的考察の節で (3) および (4) 式で定義された係数は,

$$\begin{aligned} K_{B(M, B)} = & r_B^4 / (b^2 - r_B^2)^2 - 2r_M^2 r_B^2 (b^2 - 2ab + r_B^2) / \{(ab - r_B^2)^2 \cdot (b^2 - r_B^2)\} \\ & + [2r_M^2 / a^2 + 8r_B^2 / b^2 - r_B^4 (2b^2 - r_B^2) / \{b^2 (b^2 - r_B^2)\} - 2r_M^2 r_B^2 (2a^2 b^2 \\ & - b^2 r_B^2 - 2abr_B^2 + r_B^4) / \{a^2 (ab - r_B^2)^2 (b^2 - r_B^2)\}] \cos 2\delta \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} J_{B(M, B)} = & -[2r_M^2 / a^2 + 8r_B^2 / b^2 - r_B^4 (2b^2 - r_B^2) / \{b^2 (b^2 - r_B^2)^2\} - 2r_M^2 r_B^2 (2a^2 b^2 \\ & - b^2 r_B^2 - 2abr_B^2 + r_B^4) / \{a^2 (ab - r_B^2)^2 (b^2 - r_B^2)\}] \sin 2\delta \end{aligned} \quad (36)$$

以上により, 図 1 に示すような飛しょう体, 迎角変角方向に対し垂直方向に 3 胴体が並べられている時をバンク角 (ϕ) 0° として, 一般に ϕ なるバンク角 ($\phi = \pi - \delta$ で与えられる。) を取っているとき, 作用する力を動圧およびメイン胴体の平行部断面積で除して係数化して示せば, 全機状態での法線力 C_N , 横力係数 C_Y および $\alpha = 0^\circ$ における法線力係数傾斜 $C_{N\alpha}$, 横力係数傾斜 $C_{Y\alpha}$ は次式で与えられる。

$$C_N = (C_N)_M + (r_B / r_M)^2 \cdot \{2(C_N)_B + (C_N)_B (K_{M(B)} + K_{B(M, B)})\} \quad (37)$$

$$C_Y = (C_N)_B (r_B / r_M)^2 (J_{M(B)} + J_{B(M, B)}) \quad (38)$$

$$C_{N\alpha} = (C_{N\alpha})_M + (r_B / r_M)^2 \{2(C_{N\alpha})_B + (C_{N\alpha})_B (K_{M(B)} + K_{B(M, B)})\} \quad (39)$$

$$C_{Y\alpha} = (C_{N\alpha})_B (r_B / r_M)^2 (r_{M(B)} + J_{B(M, B)}) \quad (40)$$

ここに,

$$\begin{aligned} K_{M(B)} = & r_M^2 r_B^2 / (a^2 - r_M^2)^2 + 2r_M^2 r_B^2 / (a^2 + r_M^2)^2 + [6r_M^2 / a^2 - r_M^2 r_B^2 (2a^2 \\ & - r_M^2) / \{a^2 (a^2 - r_M^2)^2\} + 2r_M^2 r_B^2 (2a^2 + r_M^2) / \{a^2 (a^2 + r_M^2)^2\}] \cos 2\phi \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} J_{M(B)} = & [6r_M^2 / a^2 - r_M^2 r_B^2 (2a^2 - r_M^2) / \{a^2 (a^2 - r_M^2)^2\} \\ & + 2r_M^2 r_B^2 (2a^2 + r_M^2) / \{a^2 (a^2 + r_M^2)^2\}] \sin 2\phi \end{aligned} \quad (42)$$

$$K_{B(M, B)} = r_B^4 / (b^2 - r_B^2)^2 - 2r_M^2 r_B^2 (b^2 - 2ab + r_B^2) / \{(ab - r_B^2)^2 \cdot (b^2 - r_B^2)\} \\ + [2r_M^2 / a^2 + 8r_B^2 / b^2 - r_B^4 (2b^2 - r_B^2) / \{b^2 (b^2 - r_B^2)^2\} \\ - 2r_M^2 r_B^2 (2a^2 b^2 - b^2 r_B^2 - 2abr_B^2 + r_B^4) / \{a^2 (ab - r_B^2)^2 (b^2 - r_B^2)\}] \cos 2\phi \quad (43)$$

$$J_{B(M, B)} = [2r_M^2 / a^2 + 8r_B^2 / b^2 - r_B^4 (2b^2 - r_B^2) / \{b^2 (b^2 - r_B^2)^2\} \\ - 2r_M^2 r_B^2 (2a^2 b^2 - b^2 r_B^2 - 2abr_B^2 + r_B^4) / \{a^2 (ab - r_B^2)^2 (b^2 - r_B^2)\}] \sin 2\phi \quad (44)$$

4. 実験値との比較

図5に示すような、平行部の胴体直径がともに60mmで頭部形状が同一の模型について、航空宇宙技術研究所の遷音速風洞[7]および超音速風洞[8]で試験を行なった。

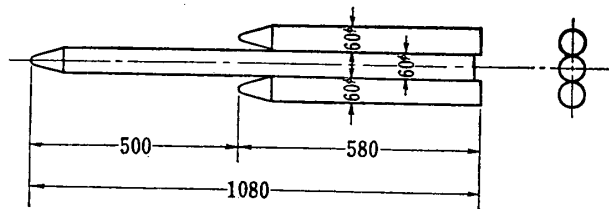


図5

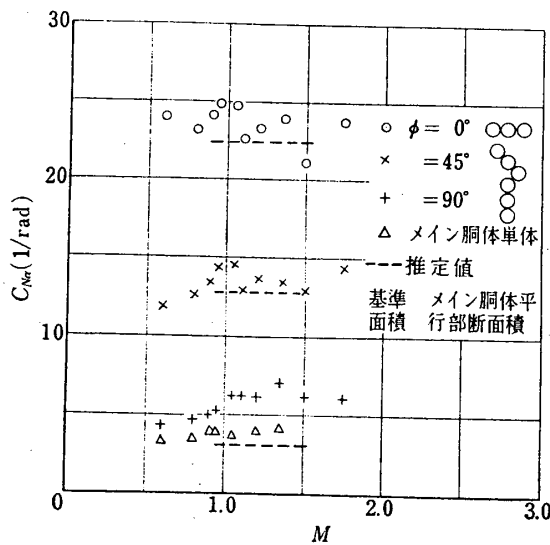


図6

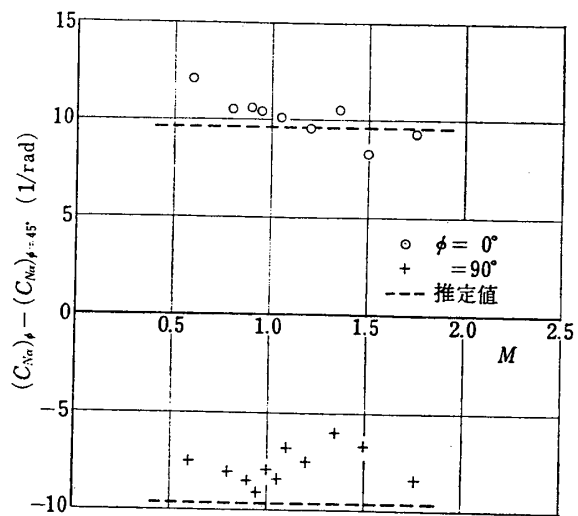


図7

図6は法線力係数傾斜をマッハ数に対し示したもので、図中△印で示したものがメイン胴体を単独で試験した結果で、ブースタ単独での試験は行なわなかったがメイン胴体とブースタ胴体の頭部形状が同一であるから、L/Dがある程度大きくなると後部の平行部胴体はほとんど法線力に影響を与えないから[9]、ほぼ $C_{N\alpha B} = (C_{N\alpha})_M$ と考えられる。図6の実験結果では胴体単独での $C_{N\alpha}$ の値はこの範囲のマッハ数ではさほど変化がないので、胴体単独で

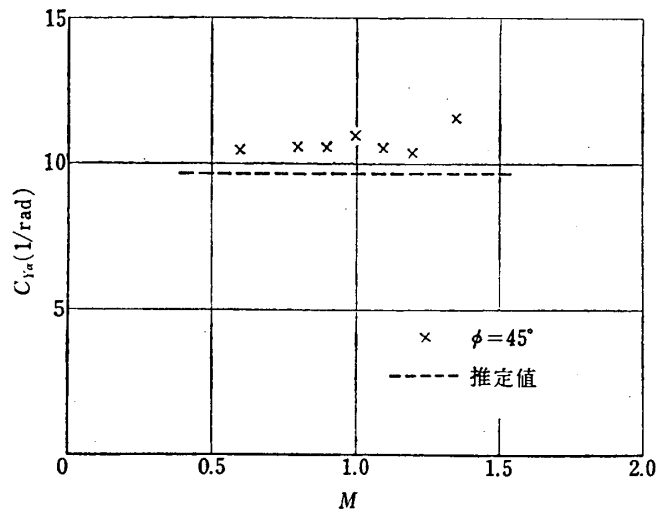


図 8

の $C_{N\alpha}$ の値の代表的な値として 4.0 ($M=1.2$ の結果に相当) を取り, (39) 式によりバンク角 0° , 45° , 90° の場合について推定値を求め図中に点線で示した. $\phi=90^\circ$ を除いておおむね実験値と一致する.

(41) 式および (43) 式によれば, バンク角に依存する項は K を定数として $K \cos 2\phi$ の形で現われるので, この項は $\phi=45^\circ$ のとき 0, $\phi=0^\circ$ のとき K , $\phi=90^\circ$ のとき $-K$ となり, バンク角 0° および 90° と 45° のときの $C_{N\alpha}$ の差は等しくなければならない. これらの差を実験値について示したものが図 7 である. 図 7 によれば, $\phi=0^\circ$ と 45° のときの値の差の方が $\phi=90^\circ$ と 45° との値の差より若干大き目になっており両者は等しいとはいえない.

一方, 図 8 は $\phi=45^\circ$ における $C_{Y\alpha}$ をマッハ数に対し示したもので, (39) 式と (40) 式を比べると, $\phi=45^\circ$ のときの $C_{Y\alpha}$ の値は図 7 における $\phi=0^\circ$ および 90° と 45° のときの $C_{N\alpha}$ の値の差に等しいはずである. 図 7 と図 8 を比較すると, 図 7 の $\phi=0^\circ$ と 45° の $C_{N\alpha}$ の値の差の方は図 8 の $C_{Y\alpha}$ の値とほとんど一致しており, この点においては理論推定式の妥当性を示している. なお, 図中点線で示したものが推定値で, $\phi=90^\circ$ の場合を除いておおむね実験値と一致していると言える.

5. ま と め

1. 本方法で適用したような近似によっても傾向的には十分実験結果を説明し得る推定式が得られた.
2. ブースタ胴体が 3 本以上ある場合でも本方法と同様にして容易に近似的な推定式を導びき得る.
3. ここで導びいた推定計算式によれば, バンク角が 90° のとき干渉成分が負になるが, これは G. N. Ward が文献 [10] でだ円断面を有する物体の C_L , C_Y を求めた結果と比べて妥当な結果と考える.

1971年7月

胴体相互干渉の近似推定法

693

4. 本結果から類推して、4本の同一形状のブースタをメイン胴体の周りに90°おきに束ねた物体ではバンク角に依らず $C_{N\alpha} = \text{const}$, $C_{Y\alpha} = 0$ が予想される。

1971年5月31日 航空力学部

参考文献

- [1] E. L. Divita, R. F. Draper, H. K. Frewing, and W. Stavro: TOPS Spacecraft and the Missions, *Astronautics & Aeronautics*, Sep. 1970.
- [2] G. Morikawa: Supersonic Wing-Body-Tail Interference, *Jour. Aero. Sci.*, Vol. 19, No. 5 May 1952.
- [3] W. C. Pitts, J. N. Nielsen, and G. E. Kaattari: Lift and Center of Pressure of Wing-Body-Tail Combinations at Subsonic, Transonic, and Supersonic Speeds, *NACA Rep. 1307* 1957.
- [4] M. C. Adams and W. R. Sears: Slender-Body Theory-Review and Extension, *Jour. Aero. Sci.*, Vol. 20, No. 2, Feb. 1953.
- [5] 河村龍馬: 高速空気力学, 日刊工業新聞社, 昭和33年
- [6] 谷一郎: 流体力学, 上巻, 岩波書店, 昭和19年
- [7] 航空技術研究所: 2m×2m 遷音速風洞の計画と構造, 航空技術研究所報告 TR-25, 1962年3月
- [8] 航空技術研究所: 1m×1m 吹出式超音速風洞の計画と構造, 航空技術研究所報告 TR-29, 1962年10月.
- [9] W. E. Buford: The Effects of Afterbody Length and Mach Number on the Normal Force and Center of Pressure of Conical and Ogival Nose Bodies, *Jour. Aero. Sci.*, Vol. 25, No. 2, Feb. 1958.
- [10] G. N. Ward: Supersonic Flow Past Slender Pointed Bodies, *Quart. Jour. Mech. and Applied Math.*, Vol. 2, 1949.