

一方向繊維強化材の繊維垂直方向 衝撃応答について

河田 幸三・武田 展雄

On the Impact Responses Perpendicular to the Fibers of
Unidirectional Fiber-Reinforced Composite Materials

By

Kozo KAWATA and Nobuo TAKEDA

ABSTRACT: Fiber-reinforced composite materials receive not only a static force but a dynamic force when they are used in practical structures. Especially, the impact response in the direction perpendicular to fibers is the most important, but tardy in research.

In this report, first we treat wave reflection and transmission at the interface of different element materials, by using the one-dimensional theory of stress waves. Secondly, those results are applied to some simple models of unidirectional fiber-reinforced composite materials and impact responses in the direction perpendicular to fibers are calculated. Model I and II are composite structures in which two semi-infinite elastic solids are bonded with a thin layer made of a different material. Model III and IV are composed of two and three bonded layers, respectively. These models subjected to impact loading receive a larger tensile stress at the interface than those subjected to static loading, and it is predicted that the tensile fracture at the interface easily occurs.

概 要

繊維強化複合材料を実際に構造部材料として用いる場合、静的な荷重ばかりでなく動的な荷重を受けることが少なくない。特に、繊維強化方向に垂直方向の衝撃力に対する応答が最も重要であるが、未だこの分野の研究は少ない。

そこで、本報告ではまず、応力波伝播の一次元理論を用いて、異種材料から成る材料の境界面での反射、伝達を扱った。次にそれを基礎として、様々な一方向繊維強化複合材料の簡単なモデルについてその繊維垂直方向の衝撃応答を計算した。モデルI、IIは無限体中に薄い帯状部分が存在する場合であり、モデルIII、IVはそれぞれ2層または3層から成る材料の場合である。以上のモデルについて、

衝撃荷重下では静的荷重下より境界面において大きな引張応力が生じ、境界面での引張破壊が生じやすいことがわかった。

1. 緒言

一方向繊維強化複合材料の衝撃特性は、複合材料がより苛酷な条件下でも使用に耐えるために研究を要する重要な課題である。例えば、ガスタービンエンジンのタービンブレード材料としては耐衝撃性が重要な設計基礎である。特に、繊維強化方向に垂直方向の衝撃応答は重要であるが未だ十分な研究はなされていない。著者らは以前に、複合材料板に飛翔体を高速で衝突させる実験を行い、破壊機構について検討を加えた[1]。本報告では、まず異種材料から成る材料中の応力波伝播の一次元理論により境界面での反射、伝達を論じ、次に逐次簡易化された複合材料のモデルについて繊維垂直方向の衝撃応答を計算した結果について述べる[2]。

2. 異種材料から成る材料中の応力波伝播

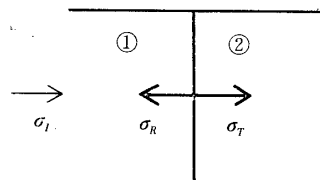
第1図のような異種材料から成る材料に入射する弾性波の伝播は、一次元理論によれば、境界面での力及び物質速度の連続条件から[3]、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_T &= \frac{2\rho_2 c_2 A_1}{\rho_1 c_1 A_1 + \rho_2 c_2 A_2} \sigma_I \\ \sigma_R &= \frac{\rho_2 c_2 A_2 - \rho_1 c_1 A_1}{\rho_1 c_1 A_1 + \rho_2 c_2 A_2} \sigma_I \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、添字 I, R, T はそれぞれ入射、反射、伝達を、添字 1, 2 は各材料を示す。また、 σ : 応力, A : 断面積, ρ : 密度, c : 弾性波速度(縦波)である。材料 1, 2 が同一断面積を持つとして、 $A_1 = A_2$ 。また、

$$\frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \equiv n \quad (2)$$

と置けば、(1)式は、



第1図 境界面での反射、伝達

$$\sigma_T = \frac{2}{1+n} \sigma_1, \quad \sigma_R = \frac{1-n}{1+n} \sigma_1 \quad (3)$$

となる。

3. モデル化した複合材料の繊維垂直方向の衝撃応答

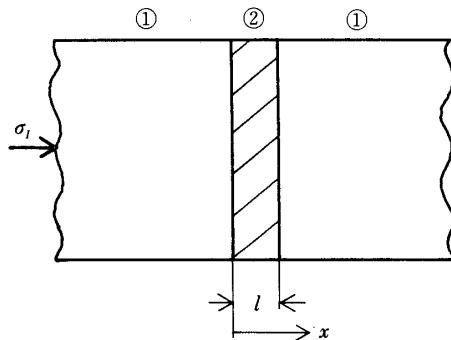
一方向繊維強化複合材料の繊維垂直方向衝撃のモデルとして、次のいくつかの場合を想定して、その衝撃応答を前節の理論を用いて解析する。

3・1 モデルI

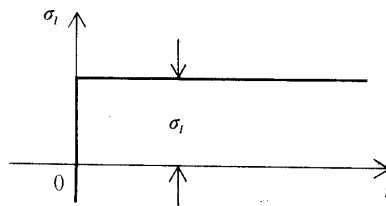
第2図のように無限に広がる材料1中に材料2の幅 l の帯状部分が存在し、その接着は完全であるとする。境界面が二つ存在することになる。入射波 σ_1 はステップ状(第3図)として、入射波が境界面に最初に到達した時刻を時間の基準にとる。前節の応力波伝播の一次元理論を適用する。 $x-t$ 線図(特性曲線図)は第4図のようになる。材料2中の応力 σ_2 は、時間間隔 $\Delta t_2 = l/C_2$ ごとに生じる反射、伝達を考え、(3)式を用いることにより、第4図中の領域③、①、②、……に対応して、

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{3} \quad 0 \leq t < \frac{x}{C_2} : \sigma_2 = 0 \\ \textcircled{1} \quad \frac{x}{C_2} \leq t < \frac{2l}{C_2} - \frac{x}{C_2} : \sigma_2 = \frac{2}{1+n} \sigma_1 \\ \textcircled{2} \quad \frac{2l}{C_2} - \frac{x}{C_2} \leq t < \frac{2l}{C_2} + \frac{x}{C_2} : \sigma_2 = \frac{2}{1+n} \sigma_1 \left\{ 1 + \left(\frac{n-1}{n+1} \right) \right\} \\ \textcircled{3} \quad \frac{2l}{C_2} + \frac{x}{C_2} \leq t < \frac{4l}{C_2} - \frac{x}{C_2} : \sigma_2 = \frac{2}{1+n} \sigma_1 \left\{ 1 + \left(\frac{n-1}{n+1} \right) + \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \right\} \\ \vdots \end{array} \right. \quad (4)$$

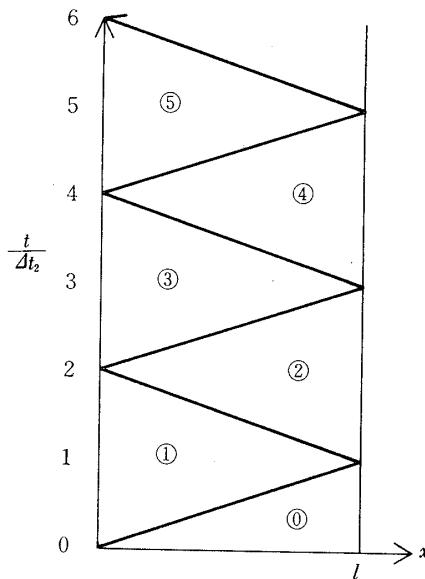
ただし、 $0 \leq x \leq l$ である。よって、材料2中のある1点に着目すると、 $t \rightarrow \infty$ において、



第2図 モデルI



第3図 入射波

第4図 材料2中の $x-t$ 線図 (モデル I)

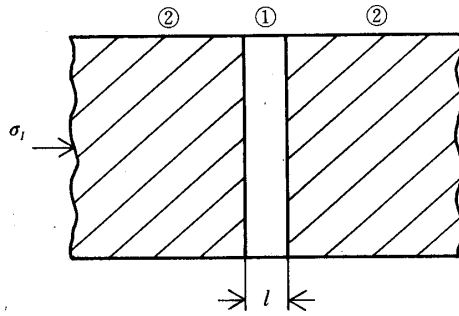
$$\begin{aligned} \sigma_{2t \rightarrow \infty} &= \frac{2}{1+n} \sigma_1 \left\{ 1 + \left(\frac{n-1}{n+1} \right) + \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 + \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^3 + \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^4 + \dots \right\} \\ &= \frac{2}{1+n} \sigma_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{n-1}{n+1}} \quad \left(\because n > 0 \text{ であるから } \left| \frac{n-1}{n+1} \right| < 1 \right) \end{aligned}$$

$$\therefore \sigma_{2t \rightarrow \infty} = \sigma_1 \quad (5)$$

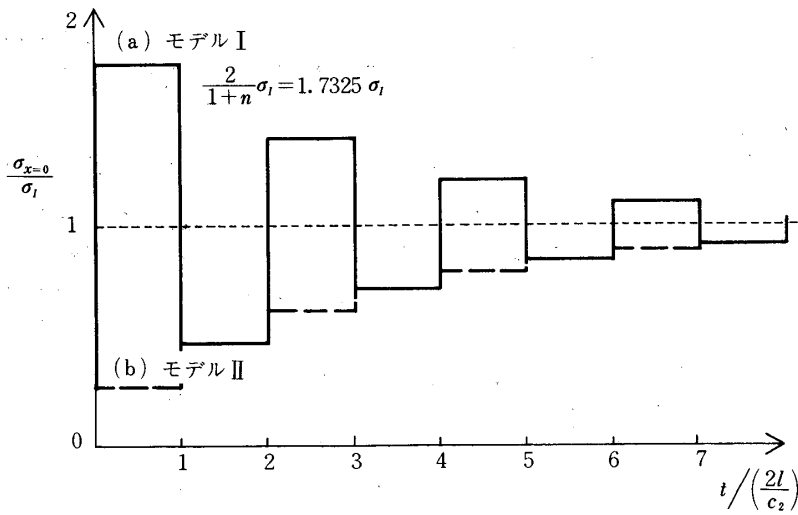
(5) 式は無限時間たてば応力 σ_2 は静的にかかる応力 σ_1 に近づくことがわかる。

3・2 モデルⅡ

モデルⅠ中の材料1と材料2との配置を取り換えたものをモデルⅡ (第5図) とすると、モデルⅠと同様な議論ができる。3.1節中の全式において、 n を $1/n$ で置き換えればよい。



第5図 モデルⅡ



第6図 境界面 $x = 0$ での応力時間関係 (モデルⅠ, Ⅱ)

従って、材料1中のある1点に着目すると、 $t \rightarrow \infty$ において、

$$\begin{aligned} \sigma_{1t \rightarrow \infty} &= \frac{2n}{1+n} \sigma_1 \left\{ 1 + \left(\frac{1-n}{1+n} \right) + \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^2 + \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^3 + \dots \right\} \\ &= \sigma_1 \end{aligned} \tag{6}$$

— 数 値 例 —

今、材料1としてエポキシ樹脂、材料2としてEガラスを想定して、

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= 300 \text{ kg/mm}^2, \quad E_2 = 7400 \text{ kg/mm}^2 \\ \rho_1 &= \frac{1.50 \times 10^{-7}}{980} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4, \quad \rho_2 = \frac{2.55 \times 10^{-7}}{980} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4 \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

と置くと、

$$n^2 = \left(\frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \right)^2 = \frac{E_1 \rho_1}{E_2 \rho_2} = 2.38 \times 10^{-2} \quad (\because C^2 = E/\rho)$$

$$n \doteq 0.154 \quad (8)$$

また, $C_1 \doteq 1.4 \text{ km/sec}$, $C_2 \doteq 5.3 \text{ km/sec}$ である.

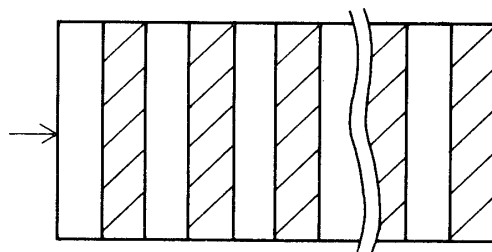
境界面 $x=0$ での応力-時間関係を考えると, モデル I, II の応力はそれぞれ第 6 図中の (a) 及び (b) のようになる. モデル II では, 時間の経過とともに 0 から σ_1 まで単調増加していくのに対して, モデル I では, $t=0 \sim 2l/C_2$ において動的に,

$$\frac{2}{1+n} \sigma_1 = 1.733 \sigma_1 \quad (9)$$

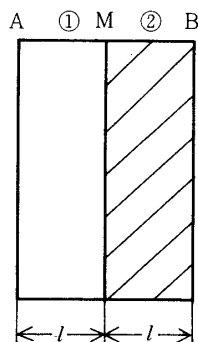
もの応力がかかることになる. σ_1 を引張応力とすると, この初期応力 $1.733 \sigma_1$ により, 境界面において動的層間引張破壊が生じやすく, 静的な場合より危険である.

3.3 モデル III

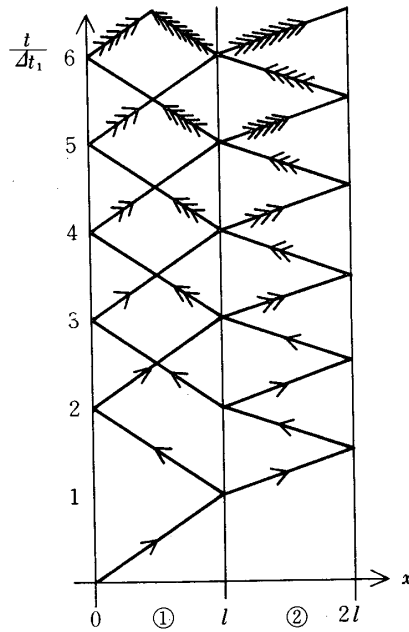
第 7 図のような一般的なモデルの特別な場合として, 以下のモデル III, IV を考える. これは thin flyer plate technique (薄板正面衝突法) [4] のモデル化と考えてよい. モデル III は第 8 図のような 2 層の場合である. ただし, 簡単の為層の厚さはどちらも l に等しく, 弾性波速度 $C_2 = 2C_1$ とする. $x-t$ 線図は第 9 図のようになる. 両端 A 及び B は自由ま



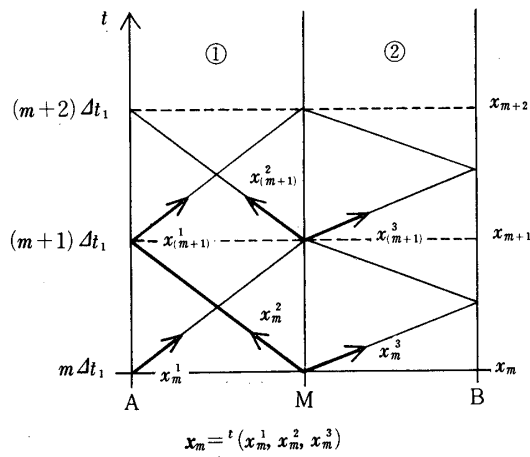
第 7 図 一般的なモデル



第 8 図 モデル III



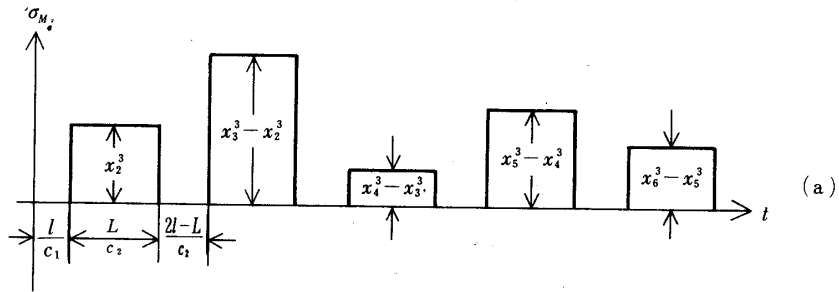
第9図 x-t線図(モデルⅢ)



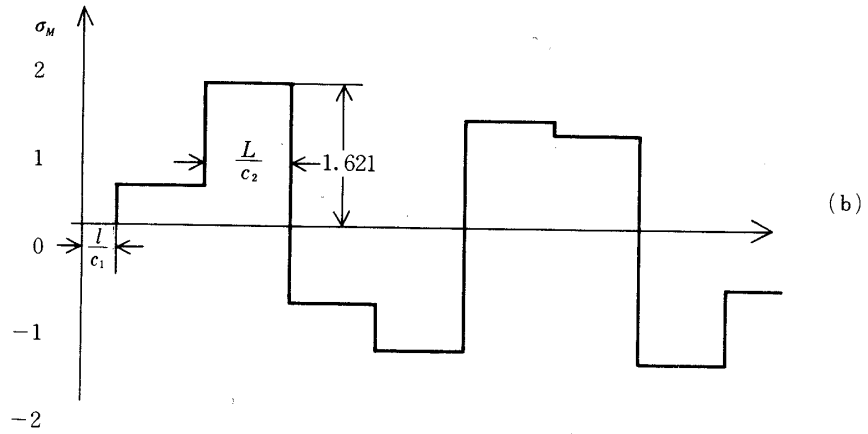
第10図 各時刻の波ベクトルの成分(モデルⅢ)

たは固定とする. 両端及び境界面での応力波の反射, 伝達により応力波は次々と重なっていく. $\Delta t_1 = l/C_1$ と置くと, $t = m\Delta t_1$ (m は負でない整数) における各々の波の大きさを第10図に示すように, x_m^1, x_m^2, x_m^3 と置き, さらにベクトル \mathbf{x}_m を

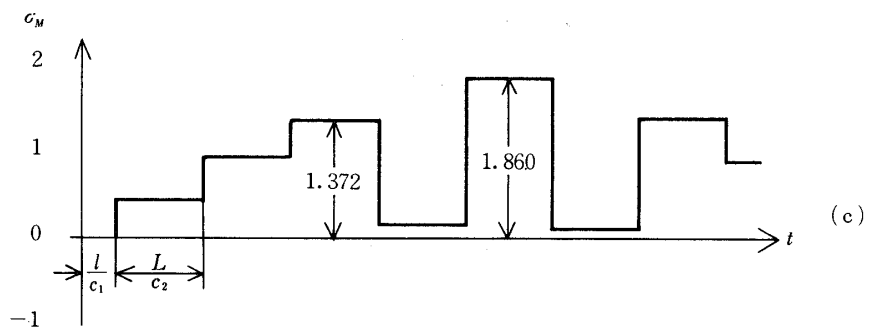
$$\mathbf{x}_m = {}^t(x_m^1, x_m^2, x_m^3) \quad {}^t(\) \text{は転置を表す.} \quad (10)$$



(a) 両端自由



(b) 両端自由 $\sigma_1 = -1$, $L = 2l$, $n = 0.15$



(c) 両端固定 $\sigma_1 = 1$, $L = 2l$, $n = 0.15$

第11図 境界面Mにおける応力変化 (モデルⅢ)

と定義すると、 x_{m+1} と x_m との間には次のような漸化式が成立する。

$$x_{m+1} = Ax_m \tag{11}$$

ただし、 A は 3×3 の正方行列であり、両端の境界条件：自由 (free)、固定 (fix) によりそれぞれ、

$$A_{free} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ \frac{1-n}{1+n} & 0 & -\frac{2n}{1+n} \\ \frac{2}{1+n} & 0 & \frac{1-n}{1+n} \end{pmatrix}, \quad A_{fix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1-n}{1+n} & 0 & \frac{2n}{1+n} \\ \frac{2}{1+n} & 0 & \frac{n-1}{n+1} \end{pmatrix} \tag{12}$$

と定義される。従って、一般項 x_m は次のようになる。

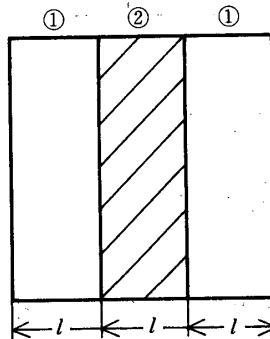
$$\begin{cases} x_m = A^m x_0 \\ x_0 = \sigma_1^t (1, 0, 0) \end{cases} \tag{13}$$

今両端自由の場合を考える。入射波は矩形波としてその波長 L が $2l$ より小さいとする。これは材料 2 内で反射波が重なり合わないための条件である。薄板正面衝突法の場合、衝撃力の継続時間を $0.2 \mu\text{sec}$ とすると E ガラス ($C = 5300 \text{ m/sec}$) 中では波長 $L = 1.06 \text{ mm}$ によって、 l が約 0.5 mm 以上であれば条件を満足する。

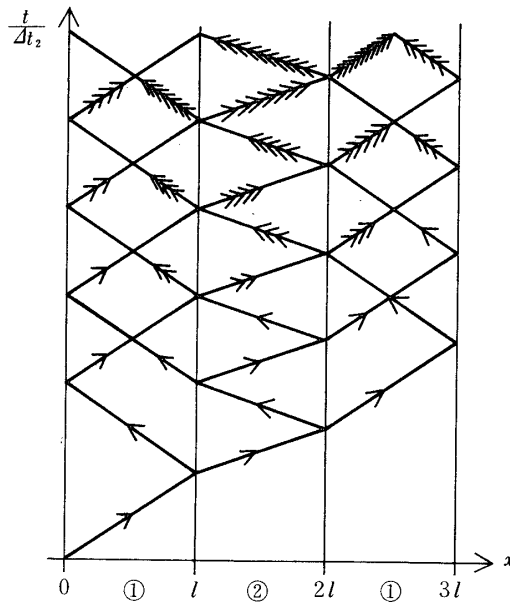
境界面 M を例にとると、応力変化は第 11 図 (a) のようになる。 $x_{m+1}^3 - x_m^3 (= x_{m+1}^2 + x_m^1)$ を求めることにより、境界面 M での応力 σ_M が逐次求められる。

$$\sigma_1 = -1, \quad L = 2l, \quad n = 0.15 \tag{14}$$

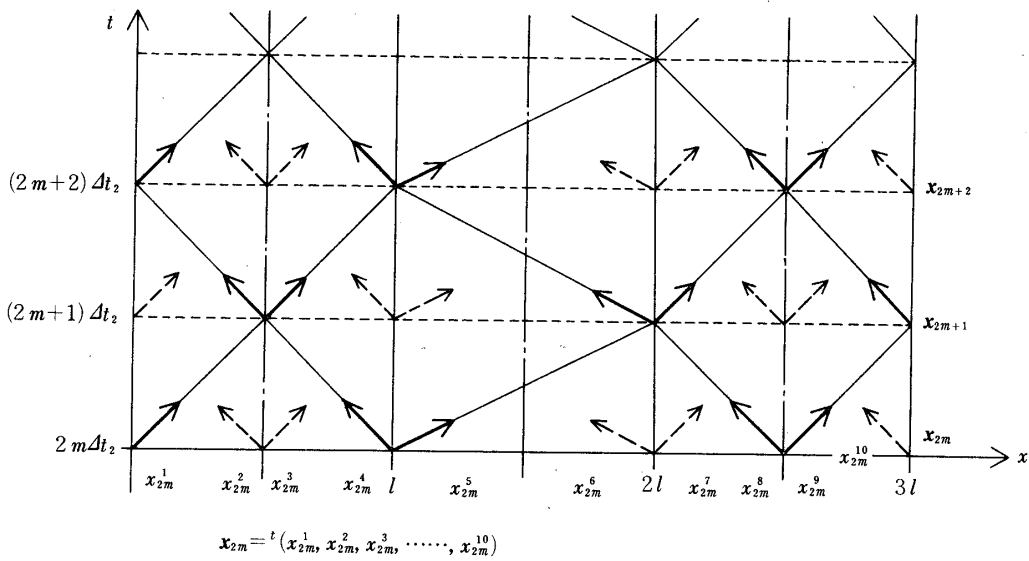
とした時の σ_M の値の変化を第 11 図 (b) に示す。M での 2 回目の反射の時、つまり $t = (l /$



第12図 モデル IV



第13図 x-t 線図 (モデル IV)



第14図 各時刻の波ベクトルの成分 (モデル IV)

$C_1)+2(L/C_2)$ で、 $\sigma_M = 1.621$ と大きな値をとる。このことは、この境界面で動的層間破壊の危険性があることを示す。

両端固定の場合は、 $x_{m+1}^3 + x_m^3 (= x_{m+1}^2 + x_m^1)$ を求めることにより、 σ_M の値が求まる。

$$\sigma_1 = 1, L = 2l, n = 0.15 \tag{15}$$

とした時の σ_M の値の変化を第11図(c)に示す. 3, 5回目の反射の時 1.372, 1.860 と大きな値となり引張破壊の危険がある. M以外の位置での応力変化も同様の手法で求められる.

3・4 モデルIV

モデルIVは第12図のような3層の場合である. 各層の厚さはすべて $2l$, 弾性波速度も $C_2=2C_1$ とする. $x-t$ 線図はこの場合第13図のようになる. 今 $\Delta t_2=l/C_2$ と置き, $t=2m\Delta t_2$ (m は負でない整数) における各波の大きさを第14図のように $x_{2m}^1, x_{2m}^2, \dots, x_{2m}^{10}$ とし, さらにベクトル \mathbf{x}_{2m} を次式で定義する.

$$\mathbf{x}_{2m} = {}^t(x_{2m}^1, x_{2m}^2, x_{2m}^3, \dots, x_{2m}^{10}) \quad (16)$$

ただし, 次の成分は 0 である.

$$x_{2m}^2 = x_{2m}^3 = x_{2m}^6 = x_{2m}^7 = x_{2m}^{10} = 0 \quad (17)$$

同様に \mathbf{x}_{2m+1} も定義できるが, この場合,

$$x_{2m+1}^1 = x_{2m+1}^4 = x_{2m+1}^5 = x_{2m+1}^8 = x_{2m+1}^9 = 0 \quad (18)$$

である. \mathbf{x}_{2m+1} と \mathbf{x}_{2m} との間には,

$$\mathbf{x}_{2m+1} = \mathbf{B}\mathbf{x}_{2m} \quad (19)$$

なる漸化式が成立する. ただし, 両端の境界条件が自由, 固定に対し各々 $\mathbf{B}_{free}, \mathbf{B}_{fix}$ と区別する(表1). 表1中の×印は任意の数であ. また, \mathbf{x}_{2m+2} と \mathbf{x}_{2m+1} との間には,

$$\mathbf{x}_{2m+2} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{2m+1} \quad (20)$$

なる関係がある. ここでも \mathbf{C}_{free} と \mathbf{C}_{fix} とを区別する(第1表). 従って, (19), (20) の漸化式を用いることにより, 一般項を求めると,

第1表 行列 \mathbf{B}, \mathbf{C} の定義

$$\mathbf{B}_{free} \equiv \begin{pmatrix} 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times \\ 0 & \times & \times & 1 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times \\ 1 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times \\ 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times \\ 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times \\ 0 & \times & \times & 0 & \frac{n-1}{n+1} & \times & \times & \frac{2}{1+n} & 0 & \times \\ 0 & \times & \times & 0 & \frac{2n}{1+n} & \times & \times & \frac{1-n}{1+n} & 0 & \times \\ 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times \\ 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times \\ 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & -1 & \times \end{pmatrix}$$

\mathbf{B}_{fix} は \mathbf{B}_{free} の(10.9)成分を1に置き換えたもの.

$$C_{free} \equiv \begin{pmatrix} \times & -1 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 \\ \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 \\ \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 \\ \times & 0 & \frac{1-n}{1+n} & \times & \times & \frac{2n}{1+n} & 0 & \times & \times & 0 \\ \times & 0 & \frac{2}{1+n} & \times & \times & \frac{n-1}{n+1} & 0 & \times & \times & 0 \\ \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 \\ \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 \\ \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 1 \\ \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 1 & \times & \times & 0 \\ \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 & 0 & \times & \times & 0 \end{pmatrix}$$

C_{fix} は C_{free} の (1,2) 成分を 1 に置き換えたもの.

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{B}\mathbf{x}_0, \quad \mathbf{x}_0 = {}^t(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{C}\mathbf{x}_1 = \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{x}_0$$

⋮

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}_{2m} = (\mathbf{C}\mathbf{B})^m \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_{2m+1} = \mathbf{B}(\mathbf{C}\mathbf{B})^m \mathbf{x}_0 \end{array} \right. \quad (20)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{x}_{2m} = (\mathbf{C}\mathbf{B})^m \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_{2m+1} = \mathbf{B}(\mathbf{C}\mathbf{B})^m \mathbf{x}_0 \end{array} \right\} \quad (21)$$

となる. 逐次 \mathbf{x}_{2m} , \mathbf{x}_{2m+1} を求め, 3・3節と同様の手法を用いて, 任意の場所での応力-時間関係を導くことができる.

4. 結 論

応力波伝播の一次元理論を用いて, 一方向繊維強化複合材料の様々な, 簡単なモデルについて, その繊維垂直方向の衝撃応答を計算した. 衝撃荷重下では静的荷重下の場合より, 境界面において大きな引張応力が生じ, 境界面での引張破壊が生じる可能性が大きいことがわかった. 一般に, 二種以上の材料から構成される複合材料は境界面を持ち, 衝撃荷重下では応力波の伝播により, 単一材料の場合や静的荷重下の場合とは異なる挙動を示し, 場合によっては境界面での引張破壊が生じやすいことがわかった.

1978年5月26日 材料部

参 考 文 献

- [1] 河田幸三, 武田展雄: 複合材料板への飛翔粒子衝撃貫入について, 第3回複合材料シンポジウム講演要旨集 (1977.12), p 20-23.
- [2] 河田幸三, 武田展雄: 一方向繊維強化材の繊維垂直方向衝撃応答について, 第3回複合材料シンポジウム講演要旨集 (1977.12), p 16-19.
- [3] H. Kolsky: *Stress Waves in Solids*, Clarendon Press, Oxford (1953).
- [4] W. Taylor and M. H. Rice: Elastic-Plastic Properties of Iron, *J. Appl Phys.*, **34**, 2 (1963), p 364-371.