

# 深宇宙探索における複速度通信方式

堀川 真吾\*・浅野 正一郎・伊藤 紘二・野村民也

## Dual-Speed Data Transmission Systems in Deep Space Explorations

By

Shingo HORIKAWA, Shoichiro ASANO, Koji ITOH, Tamiya NOMURA

**Abstract:** This paper proposes “Dual-Speed Data Transmission System (DSDTS)” and discusses the bit error rate for a PSK/FSK Dual-Speed Data Transmission System (PSK/FSK DSDTS) as well as the signal detection schemes.

The DSDTS is devised to enable a small scale earth station to acquire a limited portion of data in the deep space exploration. The PSK/FSK DSDTS is an example of the proposed DSDTS. In this system, energy of some bit-intervals of PSK channel which is assigned to high speed channel is utilized to one bit energy of FSK channel which is assigned to a low speed channel for a small earth station.

In this paper, nearly optimum signal detection schemes basing upon the Maximum A Posteriori Probability (MAP) method are constructed for PSK/FSK DSDTS. The formulations of bit error probability for each channel according to these detectors are also introduced.

### 1. 序 言

月以遠の深宇宙探査機と地球局との通信，すなわち Deep Space 通信における通信方式は，宇宙開発の発展に伴い進歩をとげ，Cocled-PCM-PSK-PM 方式がこの代表として存在している．1977年の木星・土星探査機 Voyager 1号ではこの方式が用いられ，8.45 GHzの周波数を用いて，伝送距離  $9.3 \times 10^8$  km，送信電力21wにて，情報伝送速度  $115.2 \times 10^3$  bps，ワード誤り率  $0.5 \times 10^{-2}$  を達成している．

上述の諸元を達成した背景には，大規模な地上局の存在があることはいうまでもない．しかし，規模の小さい地上局では当然情報の取得は困難である．これに対して，たとえ小規模局であっても，Deep Space 通信における情報の一部（例えば，探査機の状態や，位置，姿

---

\* 日本電信電話公社

勢に関する情報など)を取得できれば,その利は大きいと考えられる.

これを達成する方策として,大量情報の伝送と少量情報の伝送を分離して実現することも考えられる.しかし,一つの主搬送波に同時に双方の情報をのせることが可能であれば,トランスポンダ数の削減がなされ,あるいは大規模局では同一の地上設備で双方の情報を取得できるという利が得られる.

本論文では,上述の構想を実現する通信方式を「複速度通信方式」と名付けて提案し,その一例について検討を加えている.

## 2. 複速度通信方式

複速度通信方式の発想は,一つの主搬送波で伝送される二つの情報伝送速度の比( $N; N \geq 1$ )に従って,高速情報 $N$ ビット分のエネルギーを,低速情報1ビット分のエネルギーとする所にある.

この複速度通信方式の一例は,PSK/FSK 複速度通信方式である.これは,通常のPCM-PSK-PM 変調方式において,その副搬送波に対してFSKを施し,主搬送波にのせることで実現できる.この場合,PSKに対して高速情報伝送を,FSKに対して低速情報伝送を割り当てることになる.

本論文では以降で,PSK,FSKともに2元信号を想定し,副搬送波として正弦波を用いる場合のPSK/FSK 複速度通信方式に着目して議論を進める.

図1は,PSK/FSK 複速度通信方式の信号波形の例を示している.この信号波形は,まず低速情報で副搬送波にFSKを実施し,続いて高速情報でPSKを施すという順をとれば,従来の技術で容易に実現可能である.

ここで,

$T_P$  : PSK チャネルの1ビット長

$T_F$  : FSK チャネルの1ビット長

$N$  : FSK/PSK 両チャネルのビット長比 ( $\frac{T_F}{T_P}$  : 整数)

とすると,送信信号 $S(t)$ は,

$$S(t) = \sum_{k=1}^N S_k(t, \theta_k, \omega_i), \quad 0 \leq t < T_F \quad (1)$$

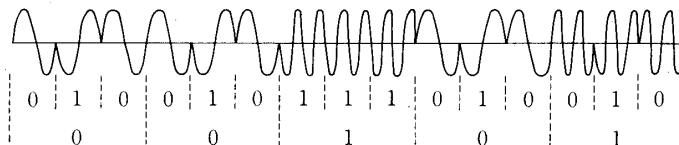


図1 PSK/FSK 複速度通信方式の信号波形例

ここで,

$$S_k(t, \theta_k, \omega_i) = A \theta_k \cos \omega_i t = \begin{cases} A \cos \omega_1 t \\ -A \cos \omega_1 t \\ A \cos \omega_2 t \\ -A \cos \omega_2 t \end{cases}, \quad (k-1)T_P \leq t < kT_P \quad (1')$$

と書ける。即ち  $\theta_k$ ,  $\omega_i$  は、それぞれランダムに  $(1, -1)$ ,  $(\omega_1, \omega_2)$  の値をとる確率変数である。また、次の直交関係

$$\int_0^{T_P} \cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t \, dt = 0 \quad (2)$$

が成立するとしている。

### 3. PSK / FSK 複速度通信方式の信号検出法

ここでは、受信側で二つの周波数の同期信号が完全に復元できるものとして、コヒーレント信号検出法を検討している。

#### 3.1 FSK チャネルの最適コヒーレント検出器の構成

受信信号  $y(t)$  が与えられた時、事後確率を最大とする信号  $S_i$  を送信信号として選択するMAP\*検出法は、受信信号の平均誤り率を最小とする意味の最適信号検出法となる。以下MAP検出法に基づいて、検討を進める。

事後確率  $P[S_i|y]$  は、Bayes の定理から

$$P[S_i|y] = \frac{P[S_i, y]}{P[y]} = \frac{P[S_i] P[y|S_i]}{P[y]} \quad (3)$$

と表わせることから、 $P[S_i, y]$  が最大となる  $S_i$  を判定することになる。

(1)式に表わした送信信号に対し、受信信号を

$$y(t) = \sum_{k=1}^N y_k(t) \quad 0 \leq t < T_F \quad (4)$$

ただし  $y_k(t)$  は各  $T_P$  区間の受信信号

と表わす。FSK チャネルの判定関数  $A$  を、(3)式から

$$A = P[y(t), \omega_i] \quad (5)$$

と置く。これを評価する為に、伝送路中に生ずる雑音の確率を  $P_n[\cdot]$  と置いて、次式を考慮する。

$$\begin{aligned} & P[y(t), \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, \omega_i] \\ &= P[\omega_i] \prod_{k=1}^N P(\theta_k) \times P_n[\{y_1(t) - S_1(t, \theta_1, \omega_i)\}, \\ & \quad \{y_2(t) - S_2(t, \theta_2, \omega_i)\}, \dots, \{y_N(t) - S_N(t, \theta_N, \omega_i)\}] \end{aligned} \quad (6)$$

\* Maximum A Posteriori Probability

ここで、雑音を片側電力スペクトル  $N_0$  のwhite gaussian とすると、上式は

$$= KP[\omega_i] \prod_{k=1}^N P(\theta_k) \exp\left[-\frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^N \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} \{y_k(t) - S_k(t, \theta_k, \omega_i)\}^2 dt\right] \quad (7)$$

$K$ : 定数

と書き換えられる。2元情報の生起確率は等しいとし、

$$\left. \begin{aligned} P[\omega_i] &= \frac{1}{2} \\ P[\theta_k] &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

として(7)式を評価し、その定数項を  $C$  と置くと、

$$\begin{aligned} P[y(t), \omega_i] &= \sum_{\{\theta_k\}} P[y(t), \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, \omega_i] \\ &= C \prod_{k=1}^N \left[ \exp\left\{\frac{2}{N_0} \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) S_k(t, -1, \omega_i) dt\right\} \right. \\ &\quad \left. + \exp\left\{\frac{2}{N_0} \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) S_k(t, 1, \omega_i) dt\right\} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

と表わせることが分かる。これに(1)式を代入すると、判定関数  $A$  としては

$$\begin{aligned} A &= \prod_{k=1}^N \left[ \exp\left\{\frac{2}{N_0} A \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_i t dt\right\} \right. \\ &\quad \left. + \exp\left\{-\frac{2}{N_0} A \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_i t dt\right\} \right] \quad (10) \\ &= \prod_{k=1}^N \{e^{x_k(\omega_i)} + e^{-x_k(\omega_i)}\} \end{aligned}$$

ここで 
$$x_k(\omega_i) = \frac{2A}{N_0} \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_i t dt$$

を評価すれば良いことが分かる。(10)式はまた、

$$\ln [A] = \sum_{k=1}^N \ln \{e^{x_k(\omega_i)} + e^{-x_k(\omega_i)}\} \quad (11)$$

と表わせる。

以上の議論から、FSK チャネルの最適検出器は(10)式又は(11)式を実現することにより得られる。しかしこれらは、ハードウェアで実現するには困難であるために、以下に、実現容易な検出器構成を求める。

(a)  $ST_P/N_0^*$  が悪い場合の近似最適コヒーレント検出器の構成

(11) 式をべき級数に展開すると,

$$\begin{aligned} \ln[A] &= \sum_{k=1}^N \left\{ \ln 2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^{2n-1}(2^{2n}-1)B_n x_k^{2n}}{(2n)!n} \right\} \\ &= \sum_{k=1}^N \left\{ \ln 2 + \frac{x_k^2}{2} - \frac{x_k^4}{12} + \frac{x_k^6}{45} - \frac{17x_k^8}{2520} + \dots \right\} \end{aligned} \tag{12}$$

ここで  $B_n = \frac{2(2n)!}{(2\pi)^{2n}} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r^{2n}}$

を得る. 従って,  $x_k(\omega_i)$  の小さい所では  $\ln[A]$  は

$$\ln[A] \doteq \sum_{k=1}^N \left\{ \ln 2 + \frac{x_k^2(\omega_i)}{2} \right\} \tag{13}$$

と近似できる. これは  $|x_k(\omega_i)| < 1.5$  程度から現実的近似となり, それは  $ST_P/N_0 \leq 1.0$  (dB) 場合に相当する.

以上から,  $ST_P/N_0$  の悪い場合には, (10)式及び(13)式から,

$$\sum_{k=1}^N \left\{ \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_1 t dt \right\}^2 \geq \sum_{k=1}^N \left\{ \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_2 t dt \right\}^2 \tag{14}$$

を判定条件として得る.

図2は, これを実現する回路構成である. 同図から明らかな様に, この検出器では, 前段

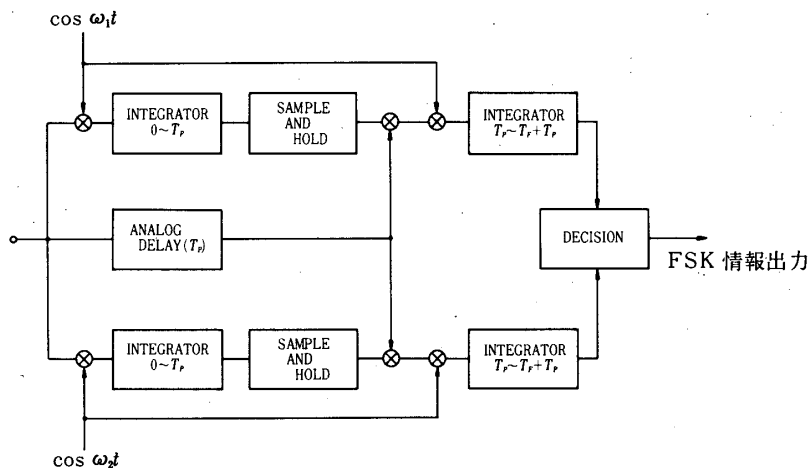


図2. FSK チャネル復調回路構成 (PSK NO DECISION 型)

\* S の定義は  $A^2/2$  としている

の積分器の後で PSK 情報の判定を行わず，出力値をそのままサンプルして保持していることから，この検出器を PSK NO DECISION 型 FSK 検出器と呼ぶことにする。

(b)  $ST_p/N_0$  が良い場合の近似最適コヒーレント検出器の構成

(1) 式に対して，次の恒等式

$$e^x + e^{-x} > e^{|x|} \quad (15)$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} (e^x + e^{-x} - e^{|x|}) = 0 \quad (16)$$

を適用することにより，判定関数を

$$\begin{aligned} \ln[A] &\doteq \sum_{k=1}^N \ln e^{|x_k(\omega_i)|} \\ &= \sum_{k=1}^N |x_k(\omega_i)| \\ &= \sum_{k=1}^N \operatorname{sgn}[x_k(\omega_i)] \cdot x_k(\omega_i) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{ここで } \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

と近似することができる。この近似は  $ST_p/N_0=1.0(\text{dB})$  の場合誤差は 10% 以内であり，この程度より  $ST_p/N_0$  が大きいときの近似最適検出器を与える。(10) 式及び (17) 式から，判定条件は

$$\sum_{k=1}^N \operatorname{sgn} \left[ \int_{(k-1)T_p}^{kT_p} y_k(t) \cos \omega_1 t \, dt \right] \int_{(k-1)T_p}^{kT_p} y_k(t) \cos \omega_1 t \, dt \geq \quad (18)$$

$$\sum_{k=1}^N \operatorname{sgn} \left[ \int_{(k-1)T_p}^{kT_p} y_k(t) \cos \omega_2 t \, dt \right] \int_{(k-1)T_p}^{kT_p} y_k(t) \cos \omega_2 t \, dt$$

となる。

図 3 は，これを実現する回路構成である。これは先の PSK NO DECISION 型とは異なり，前段の積分器出力で PSK 情報の判定を行っていることから，この検出器を PSK DECISION 型 FSK 検出器と呼ぶことにする。

### 3.2 PSK チャネルの最適コヒーレント検出器の構成

前節と同様に，MAP 法を適用して PSK チャネルの最適コヒーレント検出器の構成を論ずる。伝送路に生じる雑音は，同様に片側電力スペクトル密度  $N_0$  の white gaussian とする。(1) 式の送信信号に対する判定関数  $A_k$  を (3) 式から

$$A_k = \sum_{\omega_i} P[\theta_k, \omega_i, y(t)] \quad (19)$$

とすると

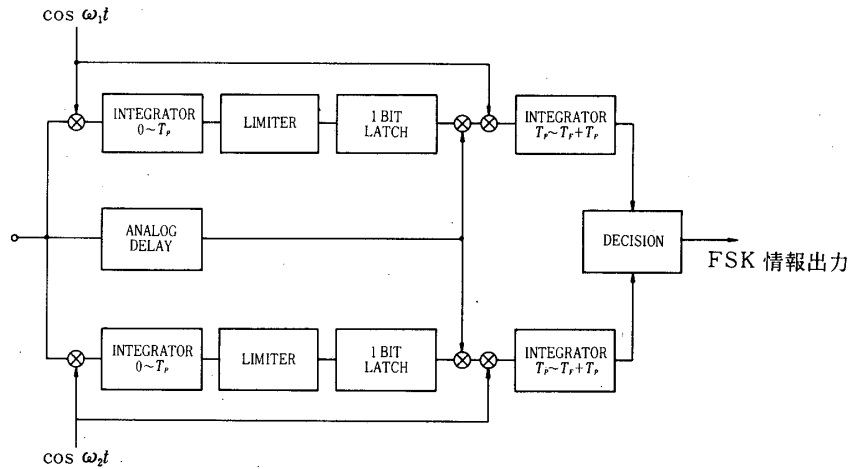


図3. FSK チャネル復調回路構成 (PSK DECISION 型)

$$\begin{aligned}
 A_k &= P[\theta_k, y(t)|\omega_1] \cdot P[\omega_1] + P[\theta_k, y(t)|\omega_2] \cdot P[\omega_2] \\
 &= P[\theta_k] \cdot P[y(t)|\theta_k, \omega_1] \cdot P[\omega_1] + P[\theta_k] \cdot P[y(t)|\theta_k, \omega_2] \cdot P[\omega_2] \\
 &= P[\theta_k] \cdot P_n[y(t) - S_k(t, \theta_k, \omega_1)] \cdot P[\omega_1] + P[\theta_k] \cdot P_n[y(t) - S_k(t, \theta_k, \omega_2)] \cdot P[\omega_2]
 \end{aligned} \tag{20}$$

と書ける。ここで二元信号の生起確率を等しいとして、定数項を省略して(20)式を変形すると、

$$A_k = \exp\left\{\frac{1}{N_0} \int_0^{T_P} y(t) S_k(t, \theta_k, \omega_1) dt\right\} + \exp\left\{\frac{1}{N_0} \int_0^{T_P} y(t) S_k(t, \theta_k, \omega_2) dt\right\} \tag{21}$$

を得る。これから判定条件として

$$\begin{aligned}
 &\exp\{x(t, \omega_1)\} - \exp\{-x(t, \omega_1)\} + \exp\{x(t, \omega_2)\} - \exp\{-x(t, \omega_2)\} \\
 &= 2\sinh\{x(t, \omega_1)\} + 2\sinh\{x(t, \omega_2)\} \geq 0
 \end{aligned} \tag{22}$$

を得る。ただしここで

$$\begin{aligned}
 x(t, \omega_i) &= \frac{1}{N_0} \int_0^{T_P} y(t) S_k(t, \omega_i) dt \quad (i=1, 2) \\
 S_k(t, \omega_i) &= A \cos \omega_i t, \quad (k-1)T_P \leq t < kT_P
 \end{aligned}$$

である。

以上から、PSK チャネルの最適検出器は(22)式を実現することにより得られる。しかし、これをハードウェアで実現するのは一般に困難であるから、前節と同様に、実現容易な検出器構成を求める。

$\sinh(x)$  を展開すると、

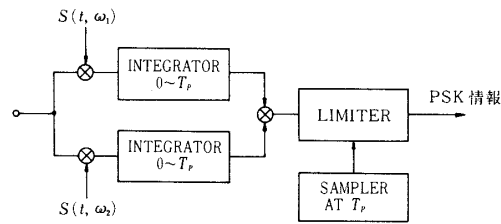


図4. 近似 PSK チャネル最適コヒーレント検出器の構成

$$\sinh\{x(t, \omega_i)\} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x(t, \omega_i)^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad (23)$$

を得るため、 $|x(t, \omega_i)|$  が小さいとき、即ち  $ST_P/N_0$  が  $2.0\text{ dB}$  以下では、(22)式を

$$x(t, \omega_1) + x(t, \omega_2) \geq 0 \quad (24)$$

で近似できる。従って、PSK チャネルの近似判定式は、

$$\int_0^{T_P} y(t)S(t, \omega_1)dt + \int_0^{T_P} y(t)S(t, \omega_2)dt \geq 0 \quad (25)$$

と書き表わせる。

これを実現する回路構成を図4に示す。

一方、(22)式において、 $\omega_1$  又は  $\omega_2$  のいずれか一方にしたものは、通常のPSK方式のコヒーレント検出判定条件式となる。従って、PSK/FSK 複速度通式方式のPSKチャネルの信

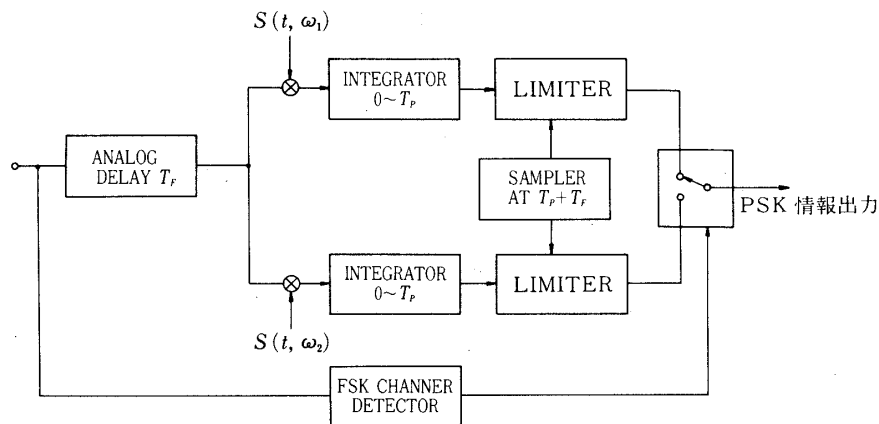


図5. FSK DECISION型 PSK 検出器の構成



号検出にあたって、前段でFSK情報を得ることができれば、後段では一般的なコヒーレントPSK信号検出を行うことができ、それが最適コヒーレント検出器となることが分かる。この考えに基づくPSKチャンネルの検出器を図5に示しており、FSK DECISION型PSK器と名付けている。

#### 4. FSKチャンネルの誤り率評価

##### 4.1 PSK NO DECISION型検出器の誤り率

今、送信されている信号の角周波数を  $\omega_1$  とすると、受信信号は

$$y(t) = \sum_{k=1}^N y_k(t)$$

ここで

$$y_k(t) = A\theta_k \cos \omega_1 t + n_k(t), (k-1)T_P \leq t < kT_P \quad (26)$$

と書ける。ここに  $n_k(t)$  は、各  $T_P$  区間における伝送路雑音である。

(14)式の判定条件は

$$v_1 = \sum_{k=1}^N \left\{ \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_1 t dt \right\}^2 \quad (27)$$

$$v_2 = \sum_{k=1}^N \left\{ \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_2 t dt \right\}^2$$

とおくと、

$$v_1 \leq v_2 \quad (28)$$

であるから

$$V = v_1 - v_2 \quad (29)$$

の確率密度関数  $P_V(V)$  を求めれば、FSKチャンネルのビット誤り率  $P_F$  は

$$P_F = \int_{-\infty}^0 P_V(V) dV \quad (30)$$

から求められる。

このために以下に  $v_i$  の評価を行う。(26)式、(27)式から

$$\begin{aligned} v_1 &= \sum_{k=1}^N \left[ \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} \{ \theta_k A \cos \omega_1 t + n_k(t) \} \cos \omega_1 t dt \right]^2 \\ &= \frac{A^2 T_P^2 N}{4} + AT_P \sum_{k=1}^N \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} \theta_k n_k(t) \cos \omega_1 t dt \\ &\quad + \sum_{k=1}^N \left\{ \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} n_k(t) \cos \omega_1 t dt \right\}^2 \end{aligned}$$

$$= \frac{A^2 T_P^2 N}{4} + AT_P \sum_{k=1}^N \theta_k x_k + \sum_{k=1}^N x_k^2 \quad (31)$$

ここで  $x_k = \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} n_k(t) \cos \omega_1 t dt$

ここで、 $n_k(t)$  はそれぞれ独立なガウス分布をするから、 $x_k$  もガウス分布の確率変数となる。なお、 $x_k$  の平均値  $E(x_k)$  と分散  $V(x_k)$  は、

$$\left. \begin{aligned} E(x_k) &= 0 \\ V(x_k) &= \frac{N_0 T_P}{4} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

である。 $v_2$  についても同様にして

$$v_2 = \sum_{k=1}^N x_k'^2 \quad (33)$$

ここで  $x_k' = \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} n_k(t) \cos \omega_2 t dt$

また、

$$\left. \begin{aligned} E(x_k') &= 0 \\ V(x_k') &= \frac{N_0 T_P}{4} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

である。

(31)式及び(33)式から、(29)式は

$$V = \frac{A^2 T_P^2 N}{4} + AT_P \sum_{k=1}^N \theta_k x_k + \sum_{k=1}^N x_k^2 - \sum_{k=1}^N x_k'^2 \quad (35)$$

となる。ここで  $V$  を  $N_0 T_P / 4$  で規格化すると、

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{V}{\frac{N_0 T_P}{4}} \\ &= \sum_{k=1}^N \left( \xi_k + \sqrt{2 \frac{ST_P}{N_0}} \right)^2 - \sum_{k=1}^N \xi_k'^2 \end{aligned} \quad (36)$$

ここで  $\xi_k = \frac{x_k \theta_k}{\sqrt{\frac{N_0 T_P}{4}}}$  ,  $\xi_k' = \frac{x_k'}{\sqrt{\frac{N_0 T_P}{4}}}$

$$\frac{ST_P}{N_0} = \frac{A^2 T_P}{2N_0}$$

と表わせる。(36)式で $\xi_k$ ,  $\xi'_k$  は互いに独立で、それぞれ平均値0, 分散1のガウス分布をするので、(36)式の第一項は自由度Nの非心 $\chi^2$ 分布, 第2項は自由度Nの $\chi^2$ 分布をする。

結果として、 $V_0$ の確率密度関数 $P_{V_0}(V_0)$ は、(30)式の積分区間において

$$P_{V_0}(V_0) = \int_0^\infty \left[ \Gamma\left(\frac{N}{2}\right)^{-1} 2^{-N} \{x(x-V_0)\}^{\frac{N-2}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(2x-V_0+2\frac{ST_P N}{N_0}\right)\right\} \right. \\ \left. \times \left\{ \sum_{r=0}^\infty \frac{1}{r!} \left(\frac{ST_P N}{2N_0} x\right)^r \Gamma\left(\frac{N+2r}{2}\right)^{-1} \right\} \right] dt \quad (37)$$

ここで、 $\Gamma(x)$ : GAMMA関数

として求められる。従って、求める誤り率は、

$$P_F = \int_{-\infty}^0 \left[ \Gamma\left(\frac{N}{2}\right)^{-1} 2^{-N} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(V_0-\frac{2ST_P N}{N_0}\right)\right\} \int_0^\infty \{x(x-V_0)\}^{\frac{N-2}{2}} \right. \\ \left. \times \exp(-x) \left\{ \sum_{r=0}^\infty \frac{1}{r!} \left(\frac{ST_P N}{2N_0} x\right)^r \Gamma\left(\frac{ST_P N}{2N_0} x\right)^r \Gamma\left(\frac{N+2r}{2}\right)^{-1} \right\} \right] dx dV_0 \quad (38)$$

と求められる。

なお、Nが大きい場合には中央極限定理から(36)式の第一項及び第二項は、それぞれ平均 $N+2ST_P N/N_0$ ,  $N$ , 分散 $2(N+4ST_P N/N_0)$ ,  $2N$ のガウス分布に近づく。従って、 $V$ もガウス分布となり、

$$\left. \begin{aligned} E(V) &= \frac{2ST_P N}{N_0} \\ V(V) &= 4\left(N + \frac{2ST_P N}{N_0}\right) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

を得る。これから近似的に

$$P_V(V) \doteq \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 4\left(N + \frac{2ST_P N}{N_0}\right)}} \exp\left\{-\frac{\left(V - \frac{2ST_P N}{N_0}\right)^2}{8\left(N + \frac{2ST_P N}{N_0}\right)}\right\} \quad (40)$$

と与えられる。

以上から、Nが大きい時のFSKチャンネルのビット誤り率は

$$P_F \doteq \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{8\pi\left(N + \frac{2ST_P N}{N_0}\right)}} \exp\left\{-\frac{\left(V - \frac{2ST_P N}{N_0}\right)^2}{8\left(N + \frac{2ST_P N}{N_0}\right)}\right\} dV$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\frac{ST_P N}{N_0}}{\sqrt{2N \left(1 + 2 \frac{ST_P}{N_0}\right)}} \right\} \quad (41)$$

ただし  $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt$

と近似することができる。

(38)式及び(41)式による PSK NO DECISION 型 FSK 検出器の FSK チャンネルのビット誤り率特性を図6及び図7に示している。図6は、横軸を  $ST_P/N_0$  としており、PSK 1ビット分のエネルギーで正規化したものとなっている。従って、Nが大なるにつれて、FSK チャンネルのエネルギーが等価的に増大している。一方図7は横軸を  $ST_P/N_0$  としており、

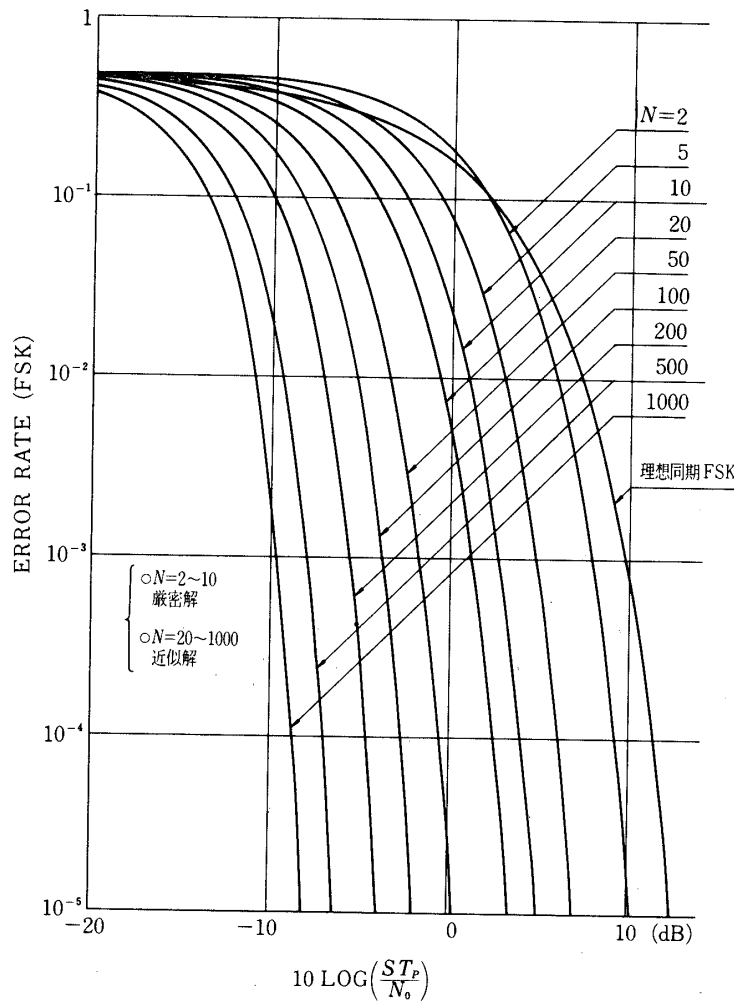


図6. PSK NO DECISION 型 FSK 検出器

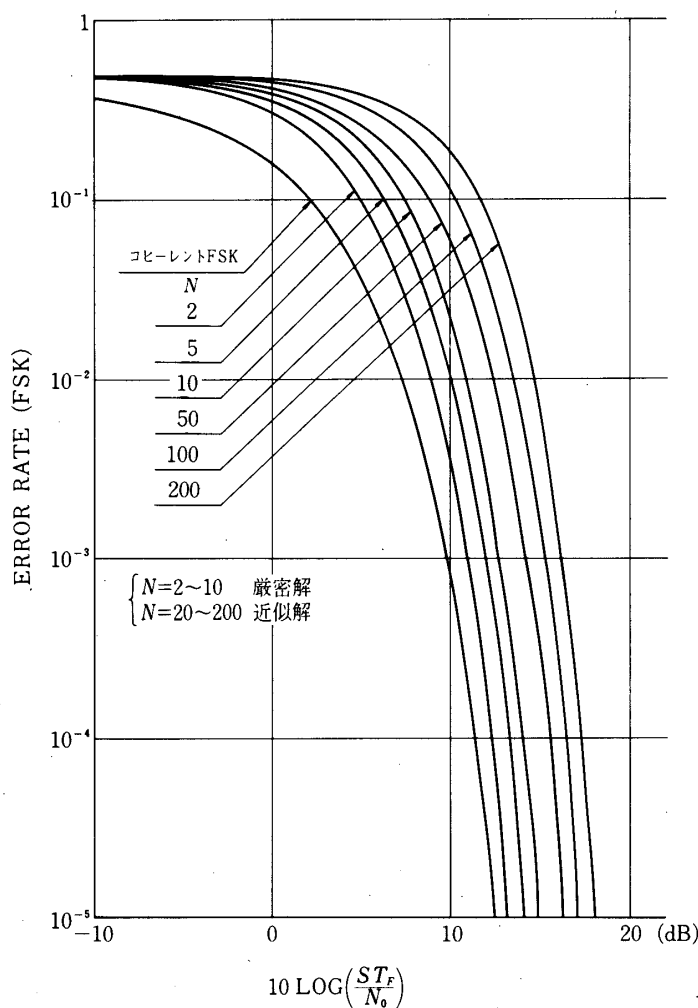


図7. PSK NO DECISION 型 FSK 検出器

FSK 1 ビット分のエネルギーで正規化したものとなっている。

図6で  $ST_P/N_0$  の減少に伴って、FSK チャンネルの誤り率が通常のコヒーレント FSK より劣下しているのは、雑音分布がガウス分布でなく  $\chi^2$  分布となることに起因しており、自乗検波器で現われる微小信号抑圧効果と同じ現象と考えられる。

#### 4.2 PSK DECISION 型検出器の誤り率

先と同様に判定条件式を(29)式の形に置くと、PSK DECISION 型検出器の判定条件である(18)式の左辺・右辺を、

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \sum_{k=1}^N \operatorname{sgn} \left[ \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_1 t \, dt \right] \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_1 t \, dt \\ v_2 &= \sum_{k=1}^N \operatorname{sgn} \left[ \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_2 t \, dt \right] \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} y_k(t) \cos \omega_2 t \, dt \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

と表わす。以下、 $P_V(V)$  の近似的な導出を試みる。

(26)式を(42)式の  $v_1$  に代入すると,

$$v_1 = \sum_{k=1}^N \operatorname{sgn}[x_k] \cdot x_k \quad (43)$$

ここで  $x_k = x_{1k} + x_{2k}$

$$= \operatorname{sgn}(\theta_k) \frac{AT_P}{2} + \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} n_k(t) \cos \omega_1 t \, dt$$

を得る. 同様に(42)式の  $v_2$  についても

$$v_2 = \sum_{k=1}^N \operatorname{sgn}[x'_k] \cdot x'_k \quad (44)$$

ここで

$$x'_k = \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} n_k(t) \cos \omega_2 t \, dt$$

を得る. ここで  $V (= v_1 - v_2)$  を  $\sqrt{\frac{N_0 T_P}{4}}$  で正規化して  $V_0$  を導入すると,

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{V}{\sqrt{\frac{N_0 T_P}{4}}} \\ &= \sum_{k=1}^N \operatorname{sgn}[y_k] \cdot y_k - \sum_{k=1}^N \operatorname{sgn}[y'_k] \cdot y'_k \end{aligned} \quad (45)$$

ここで

$$y_{1k} = \operatorname{sgn}[\theta_k] \cdot \sqrt{\frac{A^2 T_P}{N_0}} = \operatorname{sgn}[\theta_k] \cdot \sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}}$$

$$y_{2k} = \frac{1}{\sqrt{\frac{N_0 T_P}{4}}} \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} n_k(t) \cos \omega_1 t \, dt$$

$$y_k = y_{1k} + y_{2k}$$

$$y'_k = \frac{1}{\sqrt{\frac{N_0 T_P}{4}}} \int_{(k-1)T_P}^{kT_P} n_k(t) \cos \omega_2 t \, dt$$

と表わせる. (45)式の各項の確率密度関数を求める.

$$\left. \begin{aligned} P_{y_{1k}}(y_{1k}) &= \frac{1}{2} \left\{ \delta\left(y_{1k} - \sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}}\right) + \delta\left(y_{1k} + \sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}}\right) \right\} \\ &\quad \text{ただし, } \delta(x): \text{デルタ関数, } \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \\ P_{y_{2k}}(y_{2k}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y_{2k}^2}{2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

であり,  $y_{1k}, y_{2k}$  が独立であることから, たたみ込みにより

$$P_{y_k}(y_k) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left[ \exp \left\{ -\frac{\left( y_k - \sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}} \right)^2}{2} \right\} + \exp \left\{ -\frac{\left( y_k + \sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}} \right)^2}{2} \right\} \right] \quad (47)$$

を得る. (45)式の第一項を

$$Y_k = \text{sgn}[y_k] \cdot y_k \quad (48)$$

置くと, 以上から

$$P_{Y_k}(Y_k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ \exp \left\{ -\frac{\left( Y_k - \sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}} \right)^2}{2} \right\} + \exp \left\{ -\frac{\left( Y_k + \sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}} \right)^2}{2} \right\} \right], & Y_k \geq 0 \\ 0, & Y_k < 0 \end{cases} \quad (49)$$

が導かれる. 同様にして, (45)式の第二項

$$Y'_k = \text{sgn}[y'_k] \cdot y'_k \quad (50)$$

についても

$$P_{Y'_k}(Y'_k) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Y'^2_k}{2}\right), & Y'_k \geq 0 \\ 0, & Y'_k < 0 \end{cases} \quad (51)$$

が導かれる.

以上から, (45)式の  $V_0$  の確率密度関数を求めるために,  $P_{Y_k}(Y_k), P_{Y'_k}(Y'_k)$  の特性関数を導くが, これは  $N=1$  の場合以外は解析的には求められない.  $N=1$  の場合は結果として, FSK ビット誤り率,

$$P_F = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \exp \left\{ -\frac{\left( v - \sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}} \right)^2}{4} \right\} \text{erfc} \left( -\frac{\sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}} + v}{2} \right) dv \\ + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{\left( v + \sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}} \right)^2}{4} \right\} \text{erfc} \left( -\frac{\sqrt{\frac{2ST_P}{N_0}} - v}{2} \right) dv \quad (52)$$

が求められる. 一方  $N$  が大きい時には, 中央極限定理による近似から

$$P_F = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\bar{v}}{\sqrt{2\sigma_v^2}}\right) \quad (53)$$

ただし

$$\bar{v} = N \left\{ f\left(\frac{ST_P}{N_0}\right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right\}$$

$$\sigma_v^2 = N \cdot \left( \sigma_{Y_k}^2 + 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right)$$

$$f\left(\frac{ST_P}{N_0}\right) = \int_0^\infty Y_k P_{Y_k}(Y_k) dY_k$$

$$\sigma_{Y_k}^2 = \int_0^\infty \left\{ Y_k - f\left(\frac{ST_P}{N_0}\right) \right\}^2 \cdot P_{Y_k}(Y_k) dY_k$$

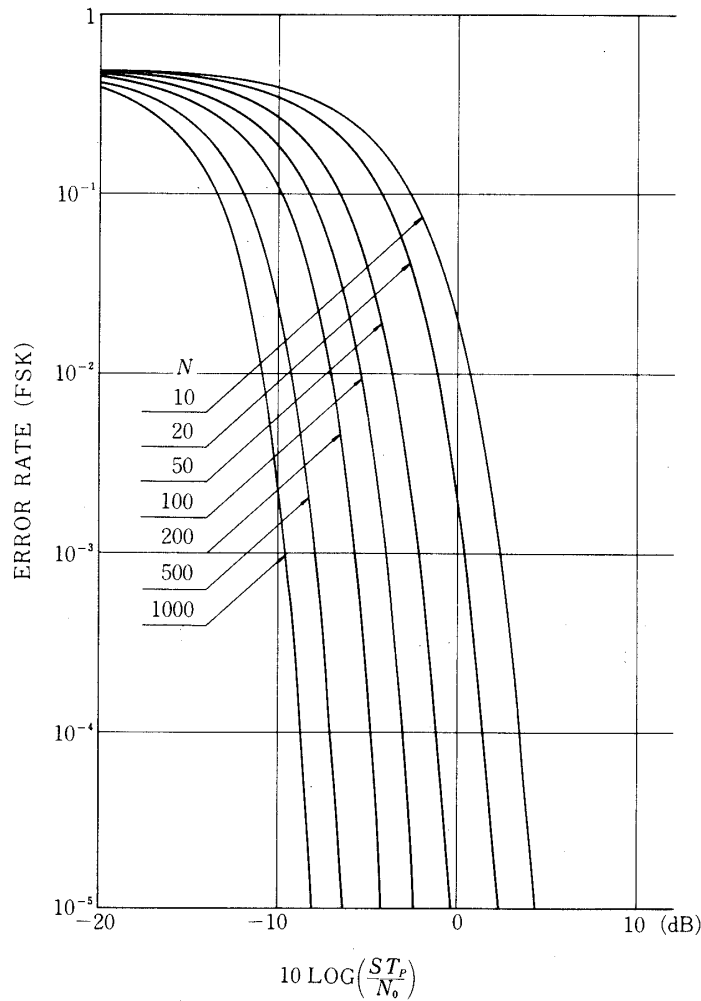


図8. PSK DECISION 型 FSK 検出器



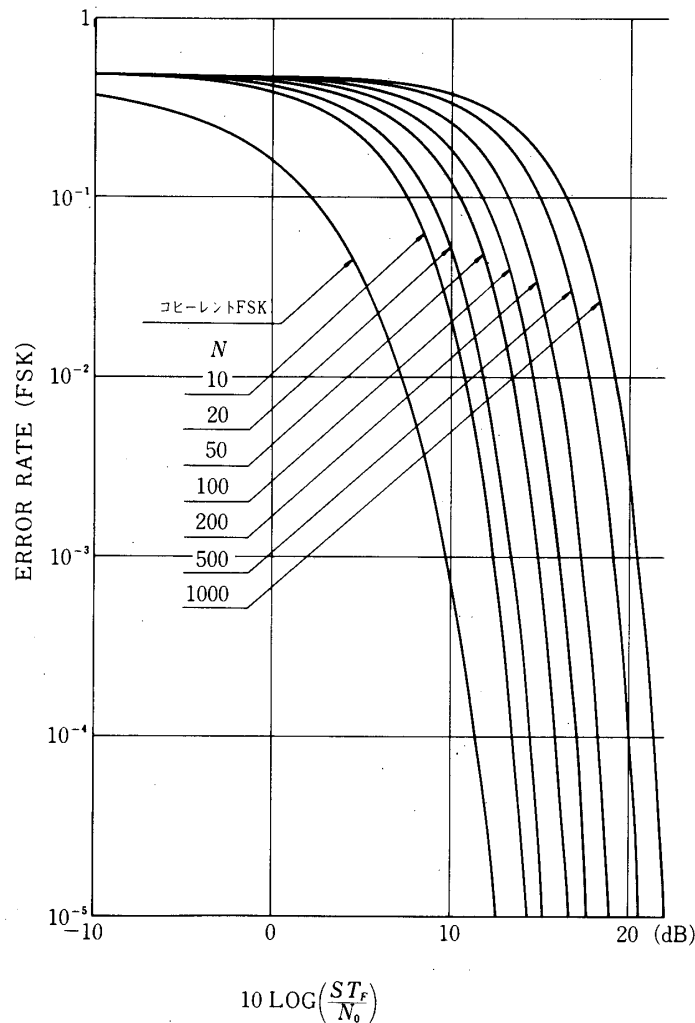


図9. PSK DECISION型FSK検出器

が求められる。

図8, 図9に(52)式及び(53)式を用いたPSK DECISION型FSKチャネル検出器の誤り率特性を示している。それぞれ,  $ST_P/N_0$ ,  $ST_F/N_0$  を変数としている点は, 先の例と同様である。

図10には, PSK NO DECISION型とPSK DECISION型の両FSKチャネル検出器の誤り率特性の比較を示している。 $ST_P/N_0$ の小さい所では, PSK NO DECISION型が優り,  $ST_P/N_0$ の大きい所ではPSK DECISION型が優れていることは, 最適検出器構成の議論の確認となっている。ただし, 両方式の差は1.0dB程度である。

現実には, 高速並びに低速の双方の情報を受信できる局は必然大規模な地上設備を有し,  $ST_P/N_0$ を大きくとれる。従って, PSK DECISION型が大規模局に有利である。一方, 小規模局ではアンテナ径もおのずから小さく,  $ST_P/N_0$ が小さい。従って, PSK NO DECISION型が有利であることは, PSK情報の取得を行わないことと併せれば, 適当なことと考える。

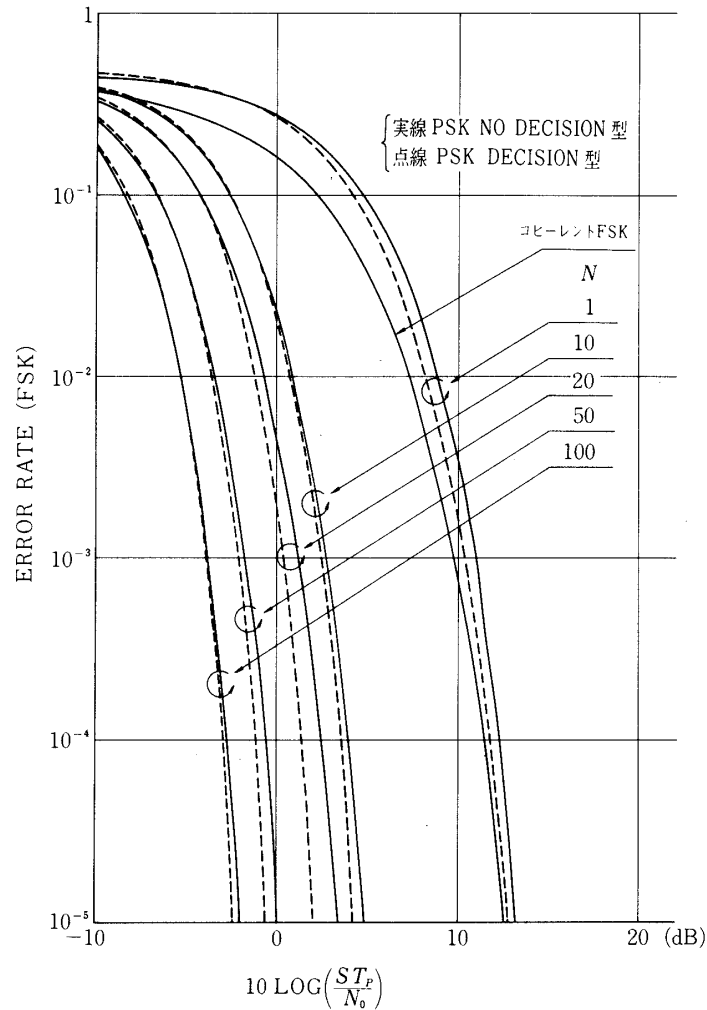


図10. PSK NO DECISION 型と PSK DECISION 型の比較  
 実線 PSK NO DECISION 型 点線 PSK DECISION 型

### 3. PSK チャネルの誤り率評価

#### 5.1 最適コヒーレント PSK 検出器の誤り率

今、送信信号を  $S(t, \omega_1)$  としたとき、受信信号  $y(t)$  を

$$y(t) = S(t, \omega_1) + n(t) \quad (54)$$

と置き判定条件(25)式に代入すると、

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{T_P} \{S(t, \omega_1) + n(t)\} S(t, \omega_1) dt \\ &+ \int_0^{T_P} \{S(t, \omega_1) + n(t)\} S(t, \omega_2) dt \\ &= ST_P + \int_0^{T_P} \{S(t, \omega_1) + S(t, \omega_2)\} n(t) dt \leq 0 \end{aligned} \quad (55)$$

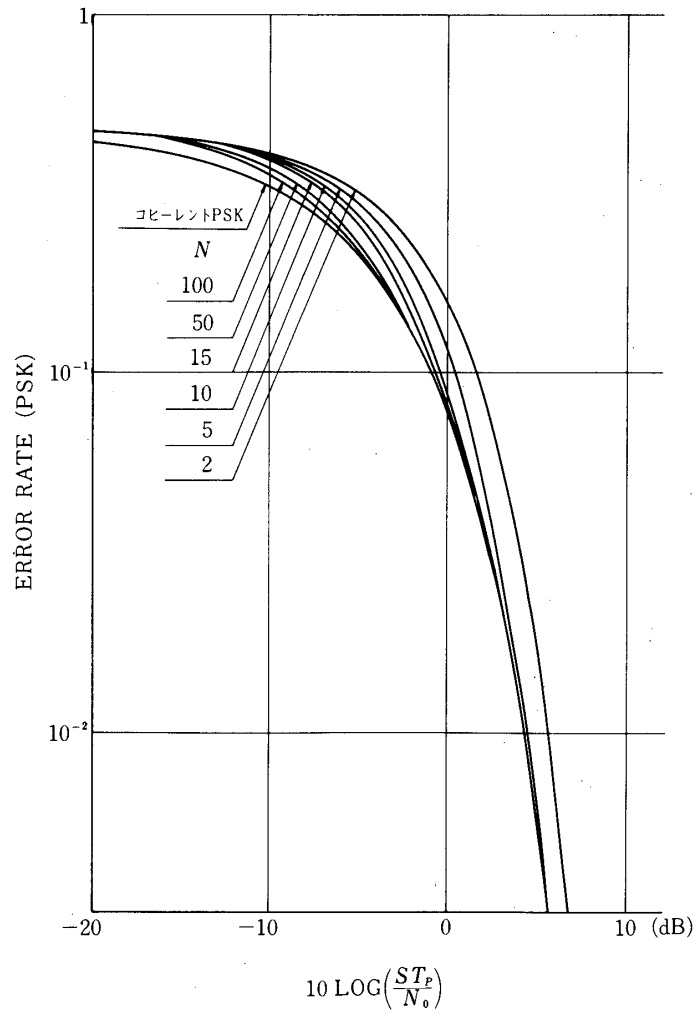


図11. PSK CISION 型 PSK 検出器 (FSK チャンネル PSK NO DECISION 型)

ここで  $ST_P = \int_0^{T_P} S^2(t, \omega_1) dt$

と書ける。ここで(55)式の第2項は、平均値0、分散  $N_0 ST_P$  のガウス分布をする確率変数となる。従って、PSK チャンネルのビット誤り率  $P_P$  は、

$$\begin{aligned}
 P_P &= \int_{-\infty}^{-ST_P} \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0 ST_P}} \exp\left(-\frac{x^2}{2N_0 ST_P}\right) dx \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{ST_P}{2N_0}} \tag{56}
 \end{aligned}$$

と求められる。本式は  $N$  に全く依存せず、通常 FSK を最適コヒーレント検出する場合の誤り率と全く同一となる。即ち、PSK にさらに FSK をかけることで、PSK の誤り率特性は常に  $3.0dB$  低下することになる。本特性は図11及び図12にコヒーレント PSK として示し

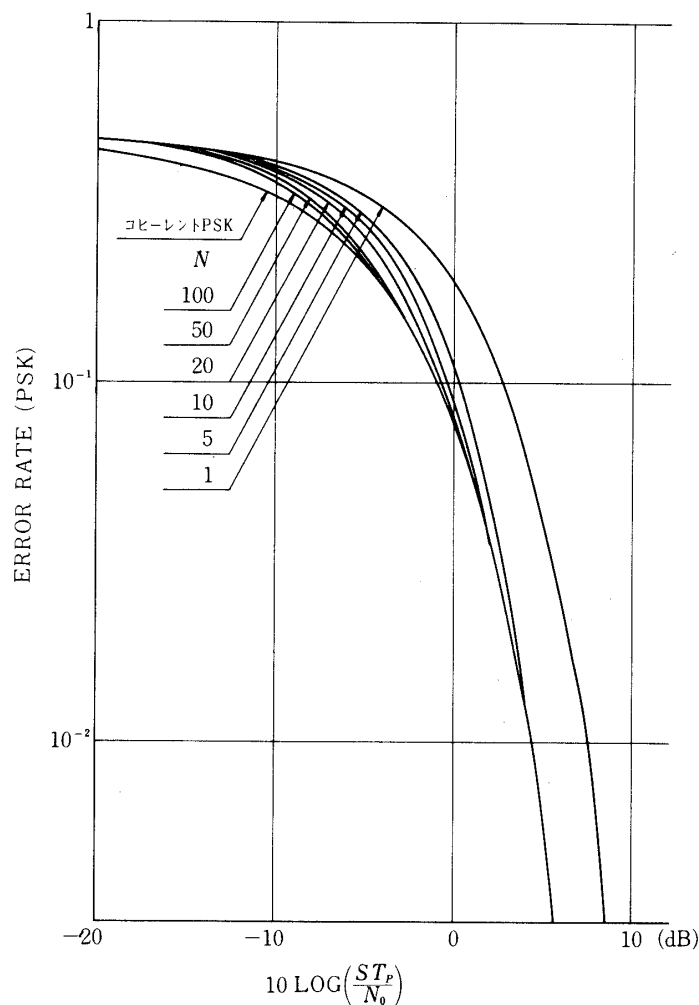


図12. FSK DECISION 型 PSK 検出器 (FSK チャンネル PSK DECISION 型) ている。

### 5.2 FSK DECISION 型検出器の誤り率

FSK DECISION 型 PSK 検出器のビット誤り率を求めるにあたり、PSK 情報の判定と FSK 情報の判定とが独立であると仮定すると、十分長い情報系列の中の PSK 情報誤りを計数することで誤り率の算定が可能となる。

これにより、FSK チャンネルの誤り率を  $P_F$  とし、先節のコヒーレント検出器の PSK 誤り率を  $P_P$  とすると、FSK DECISION 型 PSK 検出器のビット誤り率  $P'_P$  は、

$$P'_P = \frac{1}{2} P_F + P_P(1 - P_F) \quad (57)$$

ただし、 $P_P$ : (56) 式

$$P_F: \begin{cases} \text{PSK NO DECISION 型による時 (38) 又は (41) 式} \\ \text{PSK DECISION 型による時 (52) 又は (53) 式} \end{cases}$$

として求められる。

この結果を図11及び図12に示している。図11は、FSK チャネル検出器としてPSK NO DECISION 型を用いる場合、図12はPSK DECISION 型を用いる場合の結果である。ともに、 $N$  の増大に伴い、又  $ST_P/N_0$  の増大に伴いコヒーレント検出器の結果に近づく。

## 6. 結 び

本論文では、Deep Space 通信において、深宇宙探査機からの情報の一部を小規模地上設備でも受信可能とする一方策として、複速度通信方式を提案し、その概念を紹介すると共に、一例としてPSK/FSK 複速度通信方式について、その特性解析を行った。

PSK/FSK 複速度通信方式のMAP 最適検出器を通常の技術で構成する手法として、FSK チャネルに関しては  $ST_P/N_0$  が悪い場合に適するPSK NO DECISION 型検出器と、 $ST_P/N_0$  が良い場合に適するPSK DECISION 型検出器が存在し、それぞれ小規模局、大規模局に向く構成となる。一方、PSK チャネルに関してはコヒーレント検出器が存在する。

本論文では、PSK/FSK 複速度通信方式のエネルギー利用度に関してふれていないが、この点については現在検討を予定しており、別途ご報告申し上げたい。

1979年7月24日 新設部(工学)

## 参 考 文 献

- [1] 堀川, 浅野, 伊藤, 野村: 深宇宙深索における複速度通信方式に関する研究, 電子通信学会, 宇宙航空エレクトロニクス研究会, SANE 79-7, (1979年5月).
- [2] Davenport W.B. et. al.: An Introduction to the Theory of Random Signal and Noise, McGraw-Hill.
- [3] 野村, 安田: Deep Spade 通信, 電子通信学会誌, Vol, 53, No,11 (1970年11月).