

# 圧縮流れ中の翼のガスト応答と傾斜効果

長島利夫・谷田好通

Aerofoil Response in Oblique Gust

By

Toshio NAGASHIMA and Yoshimichi TANIDA

**Abstract:** The Sears type lift functions (Imaginary vs. real parts of the unsteady lift coefficient) of an aerofoil operating in sinusoidal gusts of a general form:  $\exp[i\omega(t-x/V) + i\lambda z]$  with a subsonic flow have been calculated. The obliqueness of the gust wave front with respect to the aerofoil leading edge is found to be very influential upon the aerodynamic lift and moment.

## 概要

Sears による翼のガスト応答の問題を、亜音速流れ中で  $\exp[i\omega(t-x/V) + i\lambda z]$  と表わされる 3 次元のガストに拡張し、特異点法を用いて解いた。翼の前縁に対してガスト波面が傾斜する効果が大きいことが結論された。

## 1. ま え が き

薄翼のガスト応答は Sears [1] により解析的に求められ、非定常揚力係数の複素面プロットなど古典的までに引用される。最近の研究は (1) 翼の厚みと定常負荷の影響 (2) 3 次元的なモデルへの拡張の 2 方向に進展しており、本報告も 2 番目の動向に属する。計算は弦長一定で無限に長い翼に正弦波状ガストが傾斜して当たると仮定するので、Chu and Windnall [2] のモデルと一致している。特異点法を用いて導かれる積分方程式は、有限要素法に準じた解法で数値的に解かれる。与えられた Mach 数、無次元周波数、傾斜角に対し FACOM M200 クラスの CPU で 5 秒以内に空力係数を算出できる点など、Chu and Windnall の漸近展開法に比べ本解法が優れていると考えられる。解析を進めるにあたり以下の仮定を設ける：

- (i) 非粘性圧縮流体且つ等エントロピー流れ
- (ii) 平板薄翼で弦長一定且つ無限長スパン
- (iii) 一様な平均流れからの調和微小擾乱
- (iv) 翼に定常負荷は無い。
- (v) 翼後縁で Kutta - Joukowski 条件を満足

## 2. 擾乱速度

翼面上垂直方向の擾乱速度  $v$  は、翼弦中央を基準にとれば、主流  $V$  で流されるガストの変動振巾  $v_\lambda$  により、

$$v = -v_\lambda \cdot \exp[i\omega(t - x/V) + i\lambda z]$$

と表わされる。ここに、 $\omega$  は角周波数、 $2\pi/\lambda$  はガストの翼スパン方向波長で、座標系その他は図1に示してある。

ガストの傾斜は、その波面が翼スパン方向と交す角度  $A$  で測られる。 $t_g A = \lambda/(\omega/V)$  だから、 $k$  をガスト波数として、 $\omega/V = \lambda/t_g A = k \cdot \cos A$  の関係が成立する。

一方、ガストによる変動力に励振されて翼自身が曲げ又は振りモードで振動する場合を想定し、擾乱速度を書下せば、 $x_\eta$  を振り中心位置として、

$$v = (i\omega h_\mu - V \cdot \alpha_\mu \cdot \{1 + (i\omega/V)(x - x_\eta)\}) \cdot \exp[i\omega t + i\mu z]$$

ここで、 $h_\mu$  と  $\alpha_\mu$  は、曲げと振りの振巾で、翼スパン方向の振動モードは、或る代表長さ  $2\pi/\mu$  で特徴づけられるとする。 $\mu$  は振動変位のスパン方向分布を Fourier 変換で表示した時の波数で、 $h_\mu$  と  $\alpha_\mu$  はその成分強さと考える。以上をまとめれば、結局、翼面垂直方向の擾乱速度として、以下の行列表示を得る：

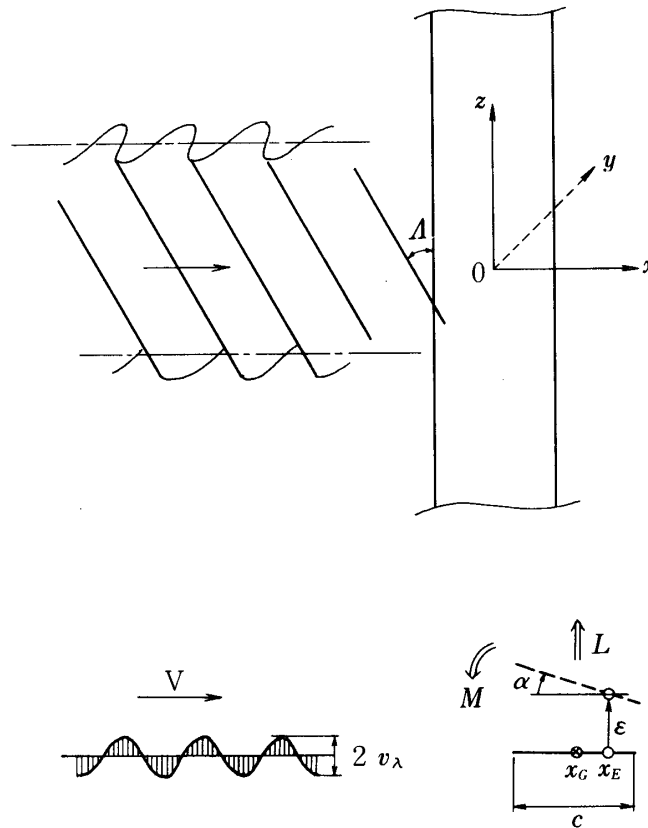


Fig. 1 Sinusoidal oblique gust and aerofoil interaction

$$v/V = \{1, 1 + i(\omega/V)(x - x_\eta), \exp[-i(\omega/V)x]\} \begin{Bmatrix} i(\omega/V)h_\lambda \\ -\alpha_\lambda \\ -v_\lambda \end{Bmatrix} \cdot \exp[i\omega t + i\lambda z]$$

### 3. 空力係数

揚力分布は、前述の擾乱速度を翼面上すべての点で打消す様な特異点分布を求めることに帰着する。これを翼面上積分し、翼にかかる非定常揚力  $L$  とモーメント  $M$  (頭下げを正方向にとる) が算出される。空力係数は無次元量で揚力及モーメント各々に対し以下で定義する:

$$C_L = L / \pi \rho_0 V (v/\beta) c$$

$$C_M = M / \pi \rho_0 V (v/\beta) c^2$$

$C_L$ ,  $C_M$  は周波数  $\omega$ , Mach 数  $M_0$ , スパン方向波数  $\lambda$  に依存する。

### 4. 計算結果

図2は、Sears のガスト応答函数の複素面表示に対応する計算結果を3種類の Mach 数に対しプロットしたものである。Mach 数  $M_0=0$  の時の結果は無次元周波数  $\omega c/V$  が10程度までの範囲で Sears の厳密解と良く一致した。

図3は、Chu and Widnall の論文で示された図に本計算法による結果をプロットしたものである。引用された Johnson の結果と良く合う。Chu and Widnall の解で  $A=15^\circ$  に対応する位相の傾向が非常にズレる点が目につく。

図4は、Timman 等 [3] による空力係数と比較し、本計算法をチェックした結果である。無次元周波数の大きい所で誤差を生じるが、揚力・モーメント両係数とも良好な一致が認められる。

図5は、純曲げ及び純振り振動する翼に働らく空力減衰率  $\delta$  を無次元周波数  $\omega$  に対し示している。フラッタはこの値と機械減衰率の和が負の時に生じる。スパン方向振動モードの影響としては、概略その波長が短くなると減衰率も低下する。然しフラッタに対しては常に安定側にある。

振り軸を図5の翼弦中央から前縁側に移動してゆくと低い無次元周波数で振れフラッタが発生する限界位置が見つかる。図6に Mach 数と限界軸位置の関係を示す。超音速領域での Miles [4] の結果を併記すると純振れフラッタの発生領域の外郭が分かる。翼厚が効く遷音速領域を通りどの様に限界線が描けるものか、非常に興味深い。

図7に、4種類の Mach 数に対し、ガスト応答変動揚力を複素面上に表示した。ガストの翼スパン方向の波数の影響が良く分かる。非圧縮流れに対して Graham [5] が同様な問題を調べているが、本計算法による結果と一致する。Sears 函数の特徴的なスパイラル曲線は大きな変化を示す。特にガスト波面に沿う位相速度が音速を越える限界値の無次元周波数附

近では非常にゆがみ小さなループすら生じる。

図8は、ガスト応答変動モーメントに対する複素面プロットで、振り軸は翼弦中央の場合である。

図9は、スパン方向波数  $\lambda$  のガストが翼に当たり  $2\pi/\mu$  の波長の曲げモードをスパン方向に誘起する時の影響係数を示している。機械減衰の無い振動系の共振点では、ガスト励振と空力減衰が釣り合う理由から振動振巾とガストの大きさとの比は、ガスト応答揚力係数と曲げ振動揚力係数との比に等しい。図より振動モードによらず平面波的なガストがほぼ最大の励振を与えている。ガストのスパン方向波数が振動モードの波数より小さいと無次元周波数の低いところで影響係数が1を超えることなども分かる。

最後に、以上の計算方法を翼の上流を横切る周期的な後流に対し適用し、翼の変動揚力応答を1周期分求めた結果を図10に表示する。後流のプロファイルは簡単な余弦波形とし、その巾  $b$  は後流1ピッチ  $\lambda$  の10%とした。プロファイル中央が翼の前縁に到達するあたりで鋭く立上る曲線が得られる。30°だけ翼を傾斜させるとピーク値が大きく下がり、時間的に早く緩やかな立上りとなる。

## 5. 結 論

亜音速流れ中で3次元的に進行するガストに対する薄翼の応答を求め、以下の諸点を得た。  
(i) ガスト波面が翼スパン方向に進行する3次元的な干渉では、Sears 函数の複素面上スパイラル曲線は大きな変化を示す。先ず、低い無次元周波数に対し振巾が大きく減少する。更に波面に沿う位相速度が音速を超える限界値の無次元周波数附近では、曲線は非常にゆがみ小さなループすら描く。

(ii) ガストの強さと誘起される翼振動の振巾との比で定義される励振係数は、各々のスパン方向波数に依存する。振動が問題となる低い無次元周波数では、概略 Mach 数によらず2次元のガストが最大励振を与え、振動モードの波数を基準に、ガスト波数の小さいものが大きく、大きなものが小さく励振に寄与する。

1980年12月4日 原動機部

## 参 考 文 献

- [1] Sears, W.R. Some Aspects of Non-Stationary Airfoil Theory and Zts Practical Applications. J. of Aeronautical Sciences 1941 vol. 8 pp 104-108.
- [2] Chu, S and Widnall, S.E. Prediction of Unsteady Airloads for Oblique Blade-Gust Interaction in Compressible Flow. AIAA J. 1974 vol. 12 pp 1228-1235.
- [3] Timman, R, Van De Vooren, A.I. and Greidarus, J.H. Aerodynamic Coefficients of an Oscillating Airfoil in Two-Dimensional Subsonic Flow. J. of Aeronautical Sciences 1951 vol. 18 pp 797-802.
- [4] Miles, J.W. Potential theory of unsteady supersonic flow. C.U. P. Cambridge Monograph for Applied Mathematics and Physics 1963.
- [5] Graham, J.M.R. Lifting Surface Theory for the Problem of an Arbitrary Yawed Sinusoidal Gust Incident on a Thin Aerofoil in Incompressible Flow. Aeronautical Quarterly 1970 vol. 21 pp 182-198.

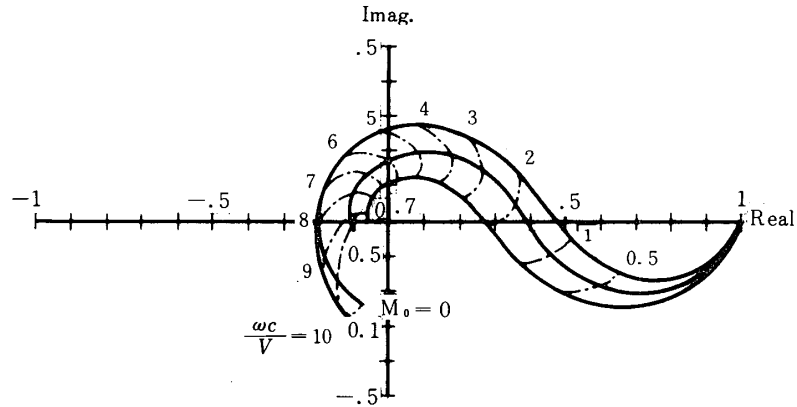


Fig. 2 Unsteady lift coefficient of the Sears gust problem in compressible flow

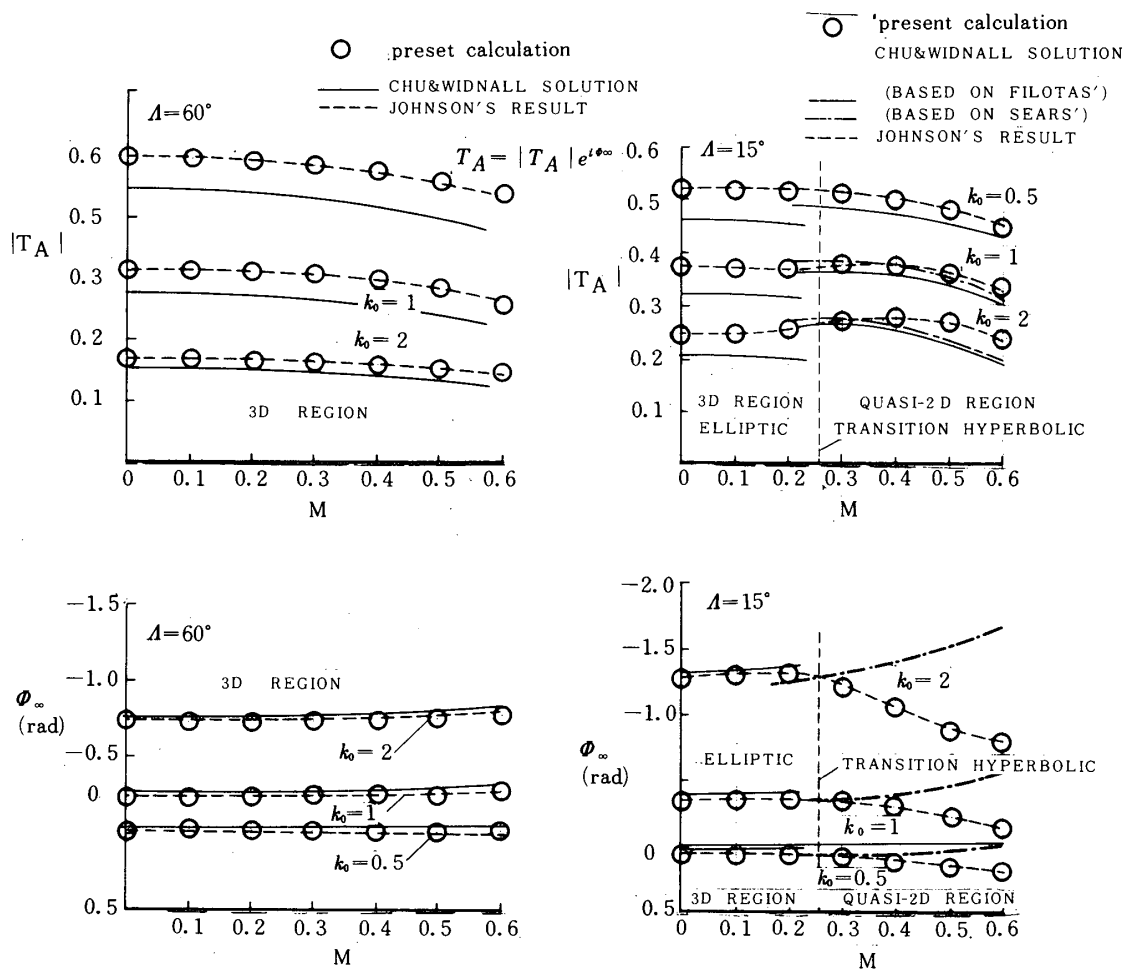


Fig. 3 Comparison with Chu and Widnall [ 2 ] results

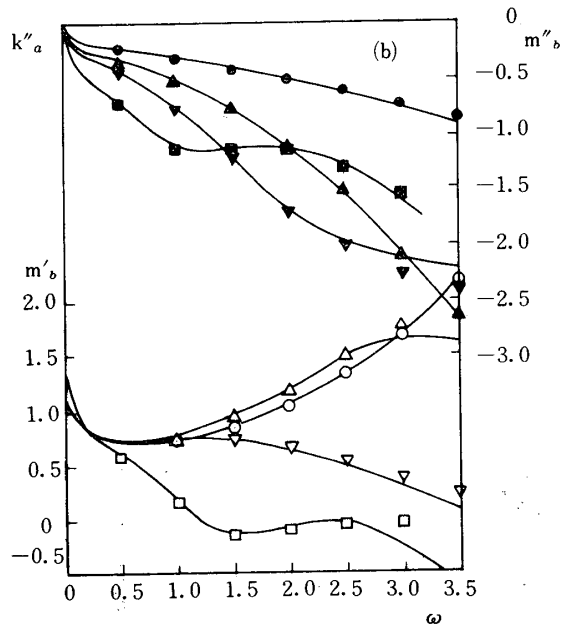
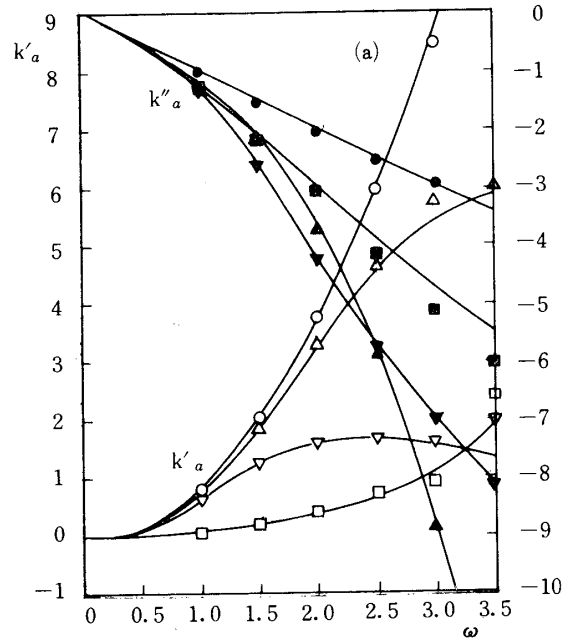


Fig. 4 Comparison with Timman et al. [ 3 ] results

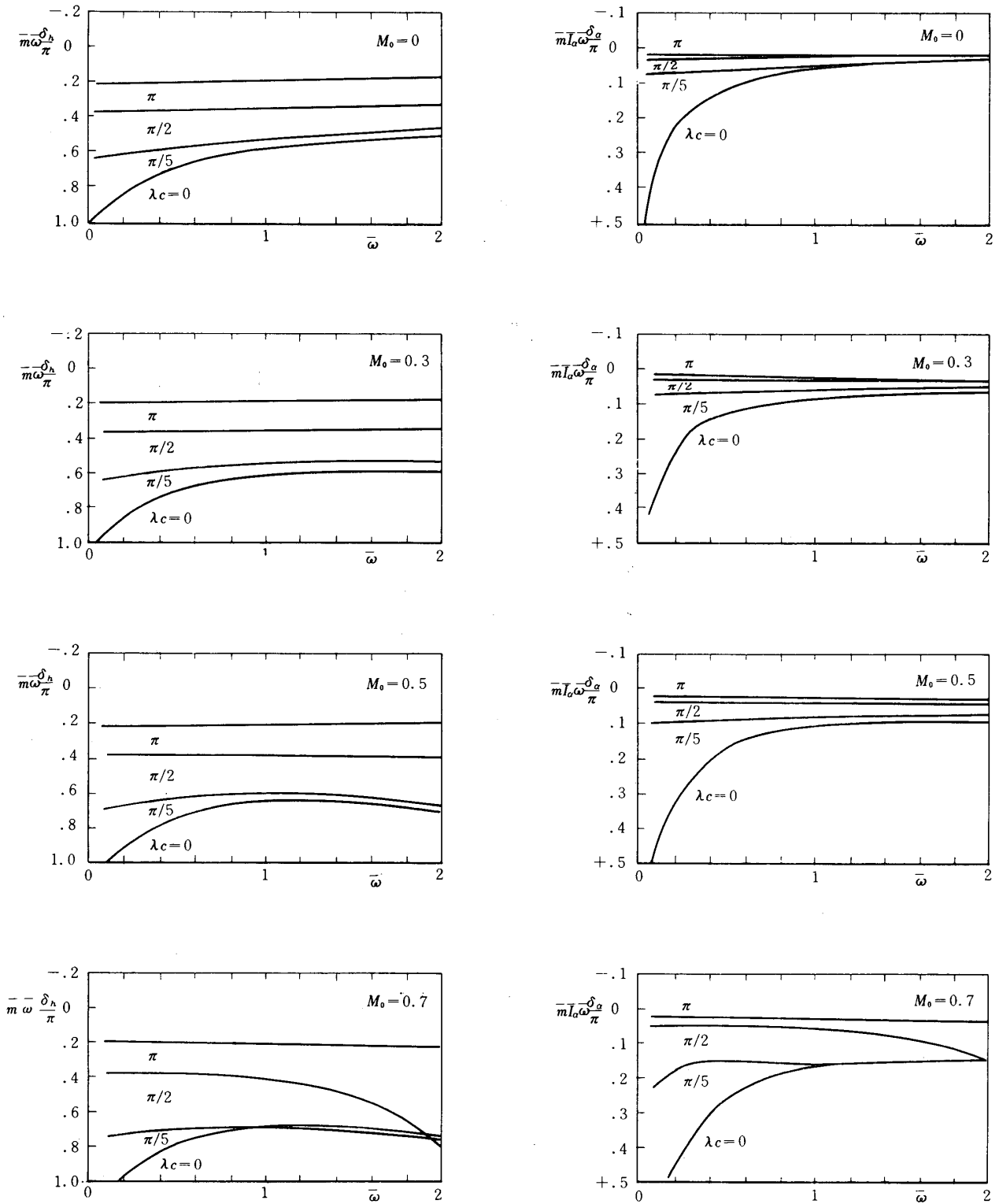


Fig. 5 Aerodynamic damping and effect of spanwise length scale  $2\pi/\lambda$  of vibration (Torsional axis at mid-chord)

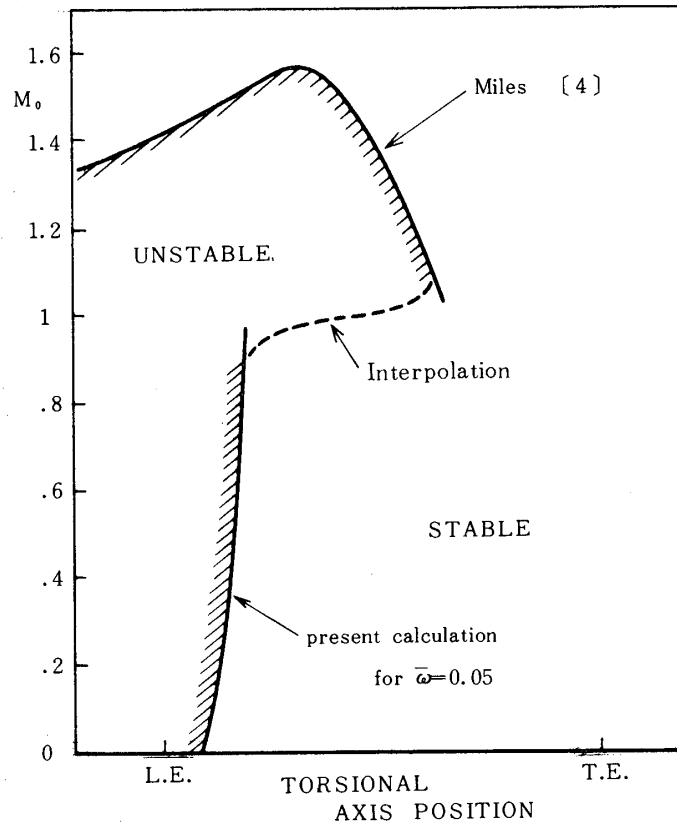


Fig. 6 Critical elastic axis position for torsional flutter against Mach number



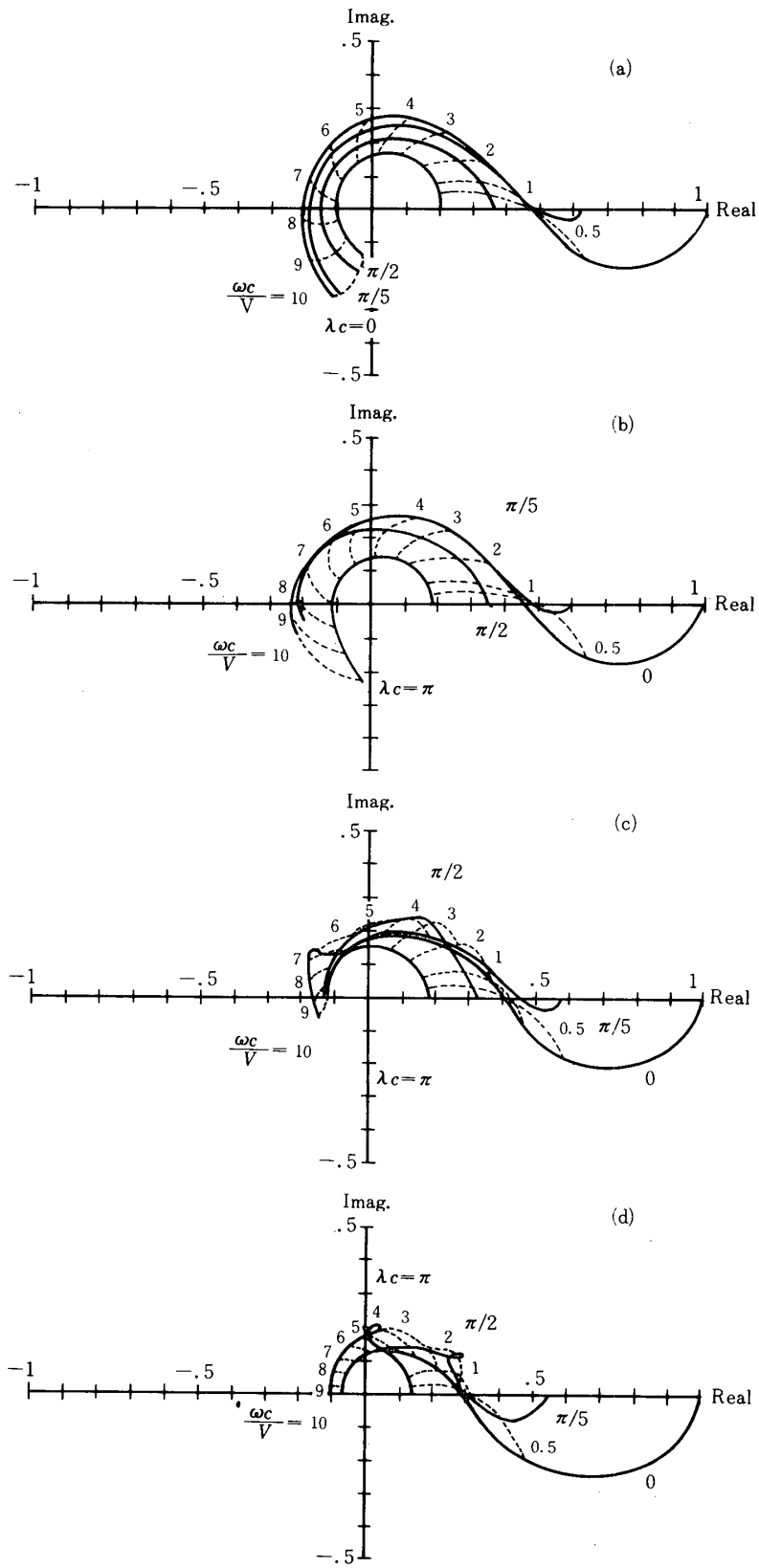


Fig. 7 Effect of spanwise wavenumber  $\lambda$  upon lift coefficient at various Mach number (a)  $M_0=0.1$  (b)  $M_0=0.3$  (c)  $M_0=0.5$  (d)  $M_0=0.7$

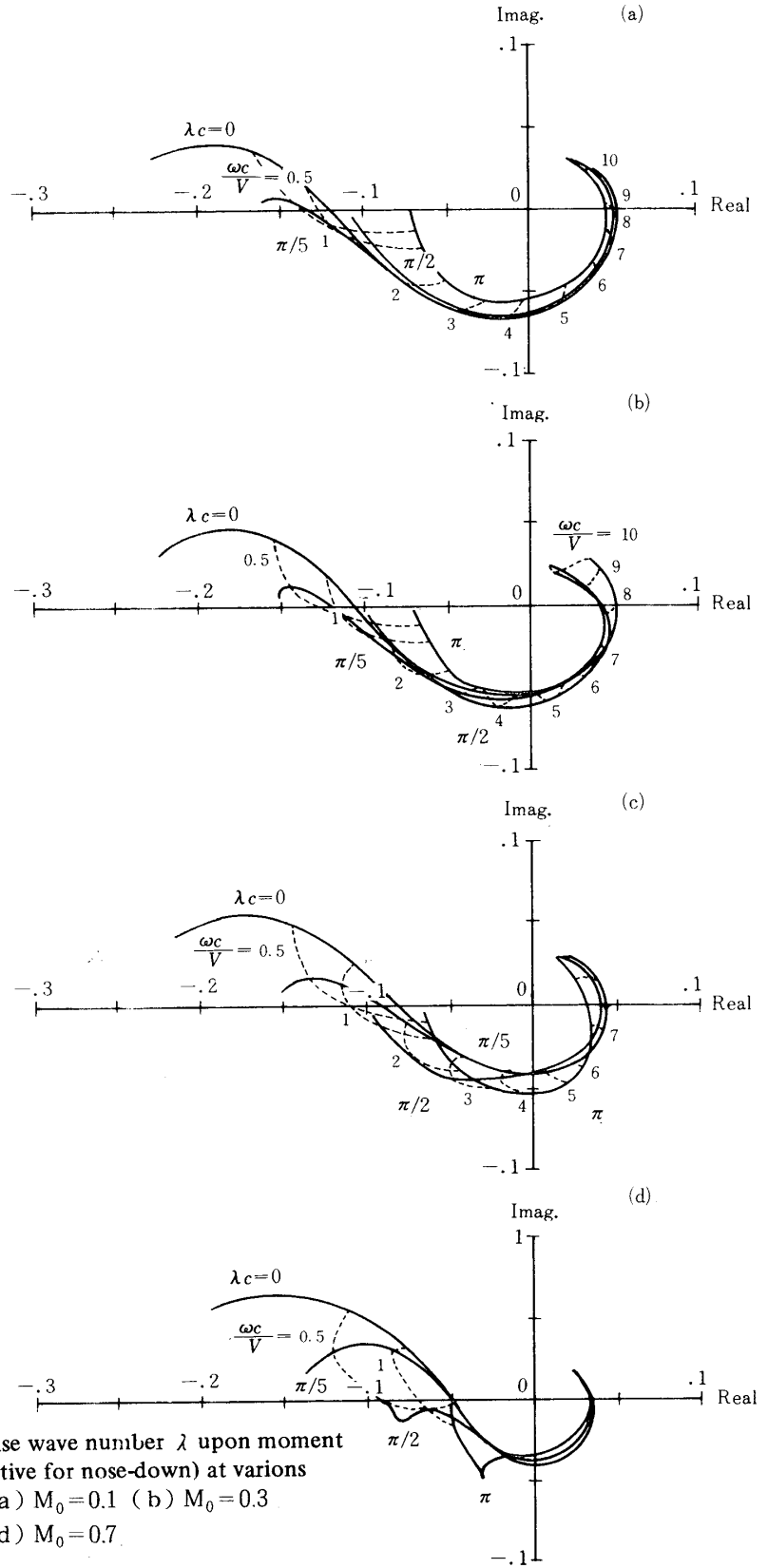


Fig. 8 Effect of spanwise wave number  $\lambda$  upon moment coefficient (positive for nose-down) at various Mach number (a)  $M_0 = 0.1$  (b)  $M_0 = 0.3$  (c)  $M_0 = 0.5$  (d)  $M_0 = 0.7$ .

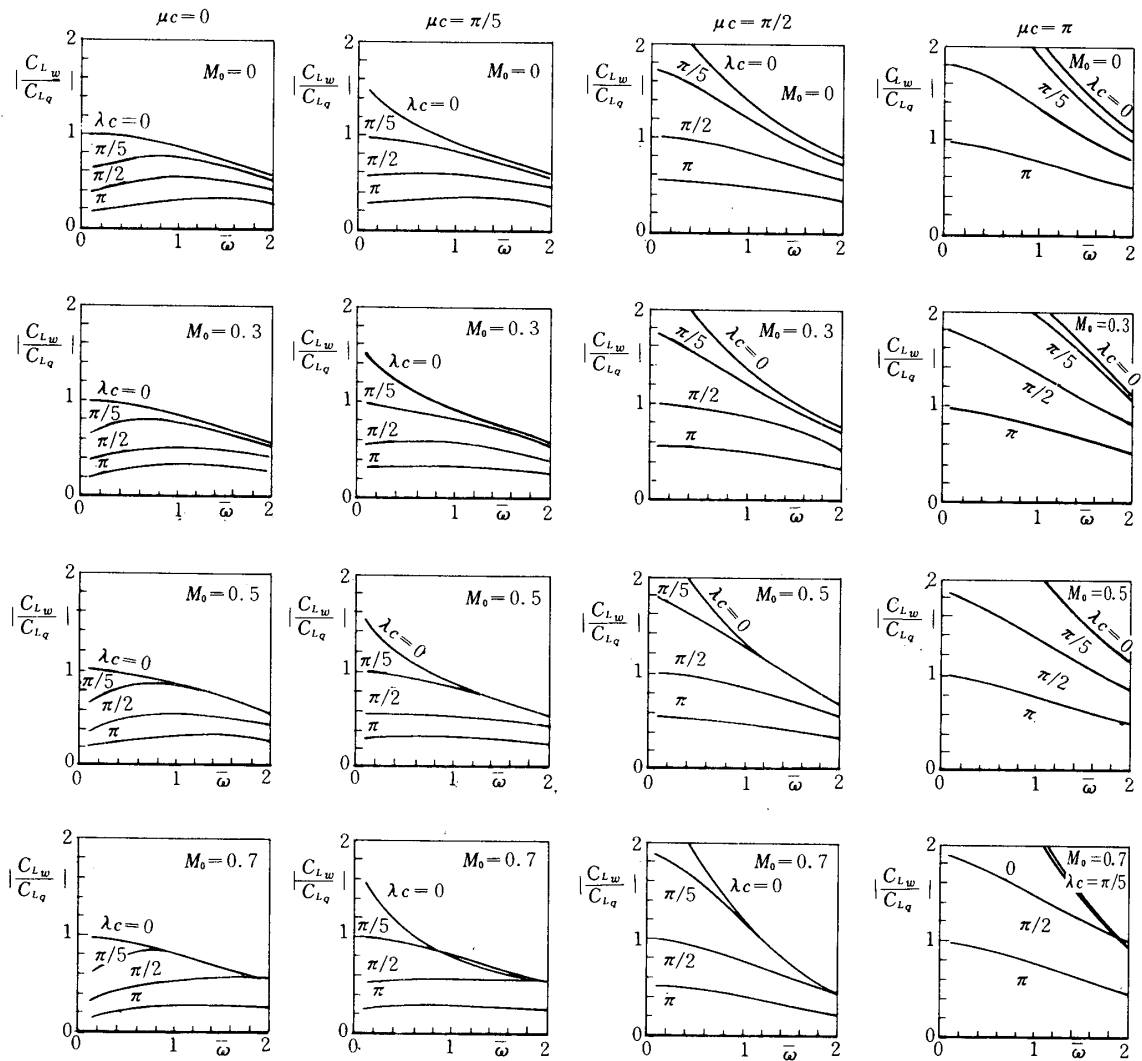


Fig. 9 Effect of spanwise wavenumber  $\lambda$  upon excitation factor for bending vibration at various Mach number

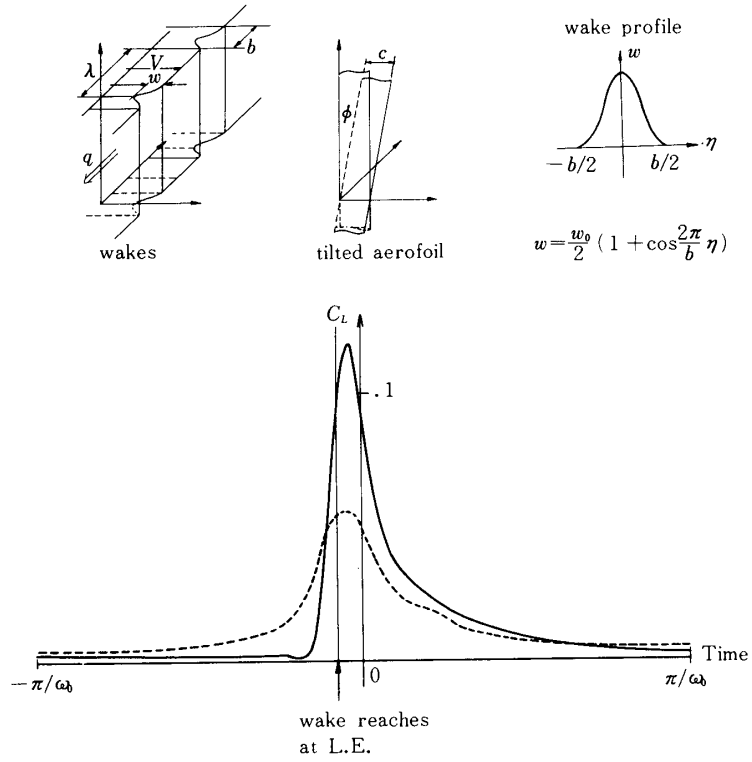


Fig 10 Fluctuating lift response of tilted aerofoil due to periodic wake interaction —  $\phi = 0^\circ$ ,  
 .....  $\phi = 30^\circ$  ( $\omega_0 = 2\pi q / \lambda = 0.47$ ,  $M_0 = 0.12$ )