

# 傾斜後流と干渉する翼列の空力特性

長 島 利 夫・谷 田 好 通

## Vibration and Oblique Wake Interaction in Cascade Blades

By

Toshio NAGASHIMA and Yoshimichi TANIDA

**Abstract:** Linearised subsonic flow theory for flat plate cascade blades of infinite span has been used to calculate the aerodynamic coefficients due to vibration and wake interaction. The results show the effects of spanwise modal shape and wake propagation upon torsional flutter and gust response of cascade blades.

### 概 要

無限長スパンの平板翼からなる翼列が亜音速一様流で運ばれる後流と干渉する際の空力係数を計算した。スパン方向の振動モードとフラッタ周波数、後流に対する翼列の応答関数と励振係数などが、種々の翼列パラメータ、主流マッハ数、後流と翼の傾斜関係に応じて整理された。

### NOTATION

$c$	aerofoil chord
$C_0$	sound speed
$C_L, C_M$	lift and moment coefficients
$EI$	stiffness of bending vibration
$f(x)$	lift distribution function
$f_h(x), f_\alpha(x)$	shape functions of bending and torsion
$GJ$	stiffness of torsional vibration
$h, h_0$	displacement of bending vibration
$I_\alpha$	moment of inertia for torsional

	vibration
$L$	total fluctuating lift
$m$	the number of cascaded aerofoils/mass per unit span
$M_0$	mean flow Mach number
$M$	total fluctuating moment
$p$	pressure perturbation
$s$	cascade pitch
$t$	time
$\mathbf{v}$	velocity perturbation vector
$v$	velocity perturbation normal to aerofoil surface
$V$	mean flow speed
$\mathbf{V}$	Kernel function to obtain $v$
$(x, y, z)$	coordinates
$x_G, x_\eta$	mass center and axis of rotation
$\alpha, \alpha_0$	displacement of torsional vibration
$\beta$	$\sqrt{1 - M_0^2}$
$\tau$	ratio of specific heats
$\tau_h, \tau_\alpha$	logarithmic decrement of bending and torsional vibration due to aerodynamic damping
$\delta_h, \delta_\alpha$	logarithmic decrement of bending and torsional vibration due to mechanical damping
$\theta$	cascade stagger angle
$\kappa$	$(M_0/\beta^2) \cdot (\omega/V)$
$\lambda$	spanwise wave number
$\mu$	$\kappa \cdot M_0$
$\nu$	integer
$\rho$	density perturbation
$\sigma$	interblade phase angle
$\omega$	angular frequency
$\omega_h, \omega_\alpha$	natural frequency of bending and torsional vibration

## 1. ま え が き

回転機械の翼列で用いられる翼は、両端が壁で仕切られ有限長で、弦長や厚みや反りは各スパン位置で異なる。こうした翼の設計の基本は、2次元的な翼型をスパン方向に積み重ねる考えであろうが、出来上がる翼列には新しい影響が生じる。例えば、積み重ねる高さ（翼のアスペクト比）、振動する際の翼変位（高さ方向振動モード）及び流入速度（同方向剪断流れや非定常擾乱速度プロファイル）等の影響である。これらは、一般に翼列の3次元効果と呼

ばれ、分からない点が多い。

本報告では、傾斜した後流と翼列の干渉の問題を取り上げ、第一近似として弦長一定で無限に長い薄翼モデルを用いて、翼列フラッタに及ぼす高さ方向振動モードや後流に対する翼列の空力応答特性について調べた結果を述べる。

## 2. 理 論

図1に示すように、上流側で周期配列された物体（ピッチ  $b_s$ ）の後流速度分布は主流  $V_s$  で運ばれ、下流の動翼上で  $\exp [i\omega \{t - x/V - y \cdot \cos(\theta + \theta_s)/q \cdot \cos \theta_s\}]$  型の擾乱速度を誘起する。ここで、 $q$  は動翼の移動速度、 $V$  は動翼相対主流速度、又  $\omega = 2\pi q/b_s$  である。翼間位相差は、 $\nu$  を任意の整数として、 $2\pi(\nu - b_R/b_s)$  で与えられる。翼を主流に直交面内で  $\phi$  だけ傾けると翼弦に垂直方向擾乱速度  $v$  は、翼弦中央を基準として、 $v/V = w_0 \cdot \exp [i\omega(t - x/V) + i\lambda z]$  と表わされる。  $\lambda = -\omega \cdot \cos(\theta_s + \theta) \cdot \sin \phi / q \cdot \cos \theta_s$  で与えられ、 $w_0$  は基準点での擾乱強さである。換言すれば、傾斜後流による翼面への吹上げ速度が上式で表わされることになる。

次に、図2で示す翼振動を考える。  $EI$  と  $GJ$  を翼の曲げと捩り剛性、  $m$  と  $I_\alpha$  を質量と慣性モーメント、  $\delta_h$  と  $\delta_\alpha$  を機械減衰率、又重心と捩軸位置を  $x_G$  と  $x_\eta$  とすれば、曲げと捩れの振動振巾  $h$  と  $\alpha$  は、次式の振動方程式から決まる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( EI \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + m \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} + m \cdot \delta_h \frac{\partial}{\partial t} & m(x_\eta - x_G) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \\ -m \cdot (x_\eta - x_G) \frac{\partial^2}{\partial t^2} & \frac{\partial}{\partial z} \left( GJ \frac{\partial}{\partial z} \right) - I_\alpha \frac{\partial^2}{\partial t^2} - I_\alpha \delta_\alpha \frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ M \end{bmatrix}$$

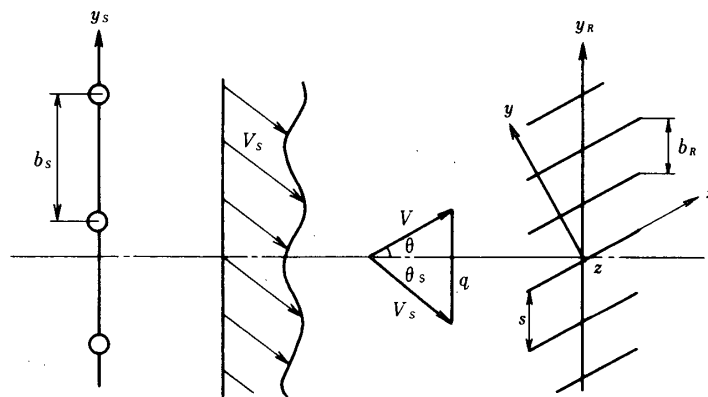


Fig. 1 Interaction of wakes and cascade aerofoils

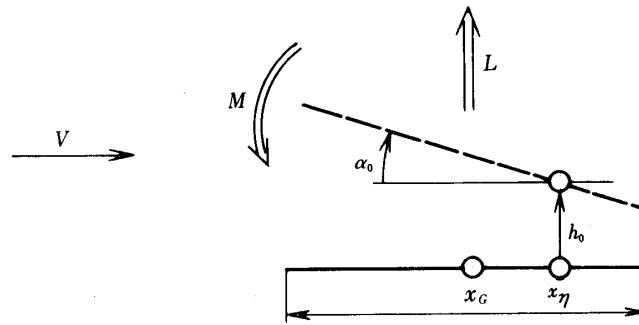


Fig. 2 Bending and torsional vibrations of aerofoils

振動方向及び揚力  $L$  とモーメント  $M$  の符号は図2矢印の向きを正とする。振動振巾は、  
 $[(d^2/dz^2)(EI d^2/dz^2) - m \cdot \omega_h^2] \cdot f_h(z) = 0$ ,  $[(d/dz)(GJ d/dz) + I_a \cdot \omega_a^2] \cdot f_a(z) = 0$   
 並びに各々の適当な境界条件を満足するモード函数  $f_h, f_a$  を用いて  $\{h, \alpha\} = \{h_0 \cdot f_h(z), \alpha_0 \cdot f_a(z)\} \cdot \exp[i\omega t]$  で表わされる。ここで、 $\omega_h$  と  $\omega_a$  は、曲げと振れの固有振動数である。無限スパンの場合は、Fourier 変換の形式で表示すると便利で、

$$\{h, \alpha\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_0 f_h, \alpha_0 f_a\} \cdot \exp[i\omega t + i\lambda z] d\lambda$$

と書ける。従って、振動に対応する翼面上吹上げ速度は、 $v/V = [i(\omega/V)h_0 - i\alpha_0 \cdot \{1 + i(\omega/V)(x - x_\eta)\}] \cdot \exp[i\omega t + i\lambda z]$  となる。

一方、薄翼理論を用いて、無限スパン方向に  $\exp[i\omega t + i\lambda z]$  なる波動型の垂直方向擾乱速度とそれを誘起する揚力分布  $f(x)$  の関係が、 $v/V = \int f(x_0) \cdot \mathbf{V}(x - x_0; \lambda) \cdot dx_0$  なる翼弦全域にわたる積分方程式で与えられるので、解として揚力分布  $f(x)$  が求められ、翼にかかる揚力  $L$  及モーメント  $M$  が算出される。各々の空力係数は  $C_L = L/\pi\rho_0 V(v/\beta) \cdot c$ ,  $C_M = M/\pi\rho_0 V(v/\beta) \cdot c^2$  と定義する。

翼の振動は、フラッタ的な原因の他に、前述の後流による強制的な励振が考えられるので、後流の強さ  $w_0$  と振動振巾  $h_0, \alpha_0$  の比で定義される励振係数を評価すれば、 $\delta_h = \delta_\alpha = 0$  とし、共振状態 ( $\omega = \omega_h, \omega_a$ ) を考えて、前述の振動方程式より、

$$i\omega h_0/w_0 = C_{Lw}(\lambda) / \int_{-\infty}^{\infty} C_{Lq}(\mu) \cdot f_h(\mu) \cdot d\mu$$

$$\alpha_0/w_0 = -C_{Mw}(\lambda) / \int_{-\infty}^{\infty} C_{M\alpha}(\mu) \cdot f_\alpha(\mu) \cdot d\mu$$

となる。ここで、後流のスパン方向波数  $\lambda$  とし、励振される振動モードは、波長  $2\pi/\mu$  の重ね合せで表わす。

### 3. 計算結果

図3は本計算用に開発したプログラムによる非圧縮流れ中の揚力係数を既存解[1]と比較したものである。両者は非常に良く一致する。圧縮流れ中の既存解[2,3]との比較も行ったが、翼弦の12分割程度で良い一致を示した。

圧縮性流れ中では、翼列上下流に一对の音響的波動が生じ、その伝播又は減衰の判定は翼列条件、マッハ数、周波数そして翼間位相差から決まり、

$$2\pi\nu - \sigma = \{-\mu \cdot t_g \theta \pm \sqrt{(\beta^2 + t_g^2 \theta)(K^2 - \lambda^2 / \beta^2)}\} \cdot s \cdot \cos \theta$$

が音響共振点と呼ばれる境目の関係式を与える。ここで、 $\nu$ は任意の整数かつ $0 \leq \sigma < 2\pi$ とする。スパン方向波数 $\lambda = 0$ の場合は、2次元翼列の関係式と一致する。図示すれば、図4の様に表わされる。 $\lambda$ の存在がcut-offつまり発生波動が減衰型の領域を増加させる点に気づく。

図5は翼の2次元的な曲げ振動により誘起される揚力係数を翼間位相差に対しプロットしたもので、マッハ数毎に、前述の音響共振点附近で急激な変化が起る。

特定の位相差を選んで、周波数に対し同様なプロットを行なった結果が図6で、実部が正の時に曲げフラッタの危険があるが、本報告のモデルではすべて安全側となる。

図7は翼が弦中心軸まわりに振り振動する場合の空力モーメント係数の虚部を対数減衰率 $r_0$ で表示したもので位相差及び周波数に対し、マッハ数を変えて計算してある。 $0 < \sigma < 180^\circ$ なる背面側位相進みの領域でフラッタの危険が生じるが、音響共振点の存在の為に様相が大きく異なることもある。フラッタ周波数は、マッハ数の上昇につれ下がる。

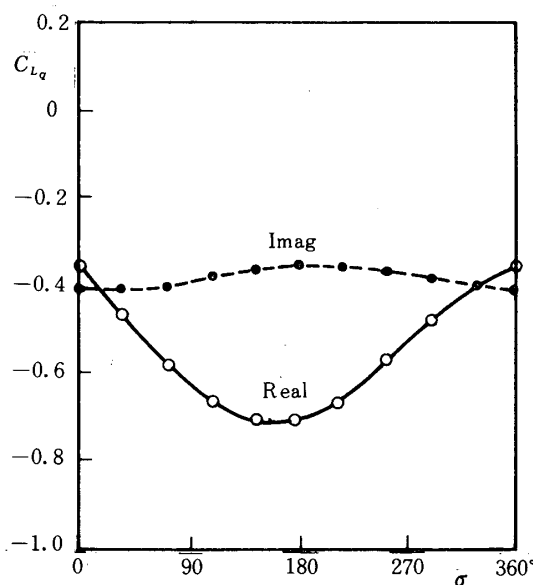


Fig. 3 Program check for 2 dimensional incompressible cascade flow [1]

$$s/c=1, \theta=30^\circ, \omega=2.0$$

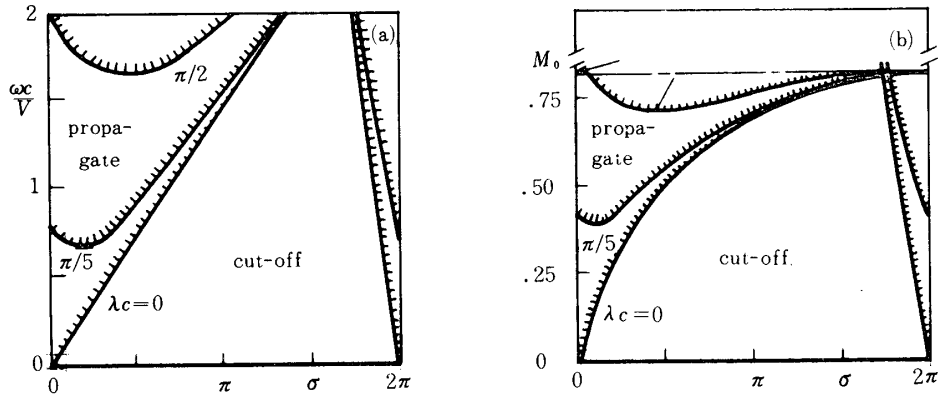


Fig. 4 Resonance criterion with various spanwise wave number  $\lambda$   
 (a)  $M_0 = 0.7$  (b)  $\omega c/v = \pi/2$

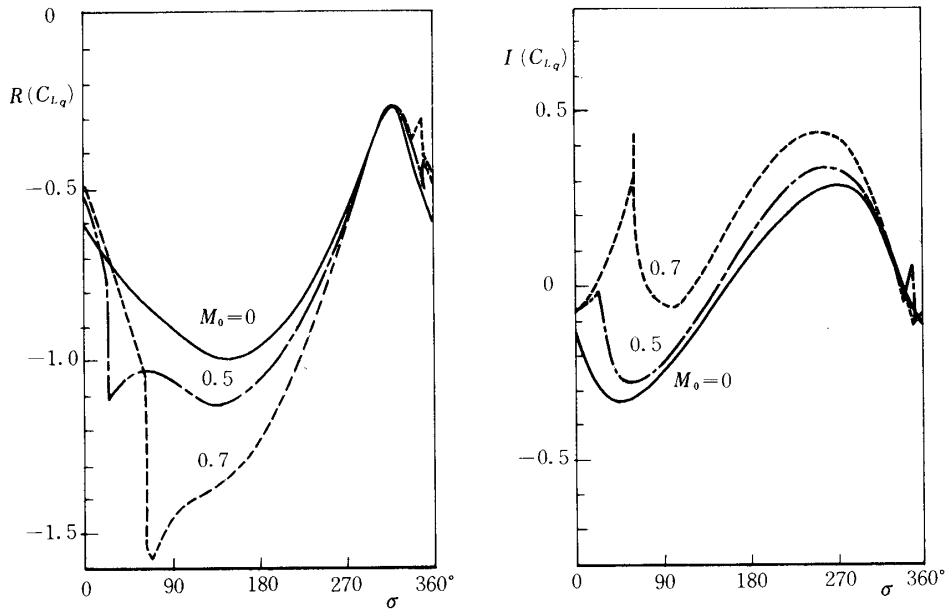


Fig. 5 Comparison of 2 dimensional compressible cascade flow ( $C_{Lq}$  vs.  $\sigma$ )  
 $s/c = 1, \theta = 60^\circ, \omega = 0.5$

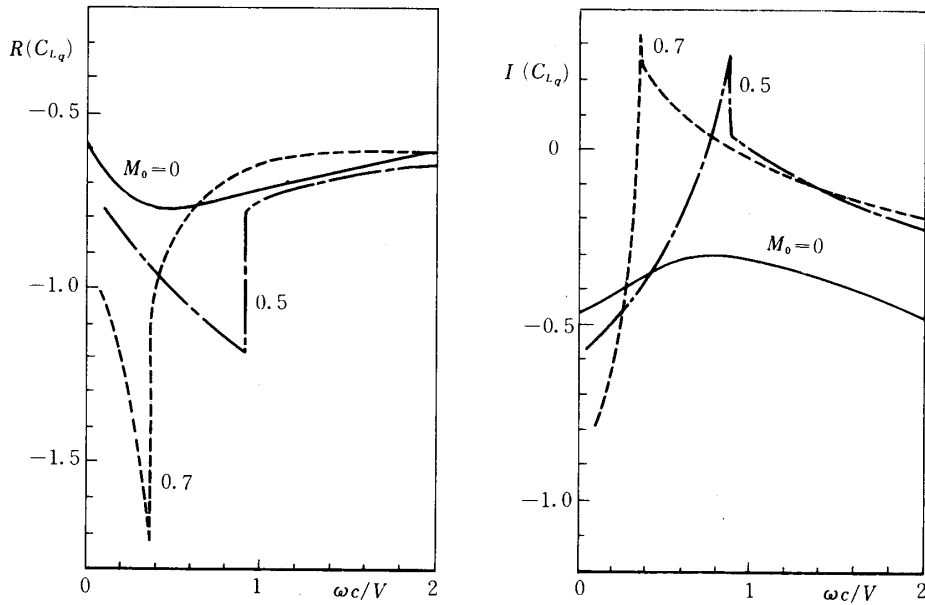


Fig. 6 Comparison of 2 dimensional compressible cascade flow  
 $s/c=1, \theta=60^\circ, \sigma=45^\circ$

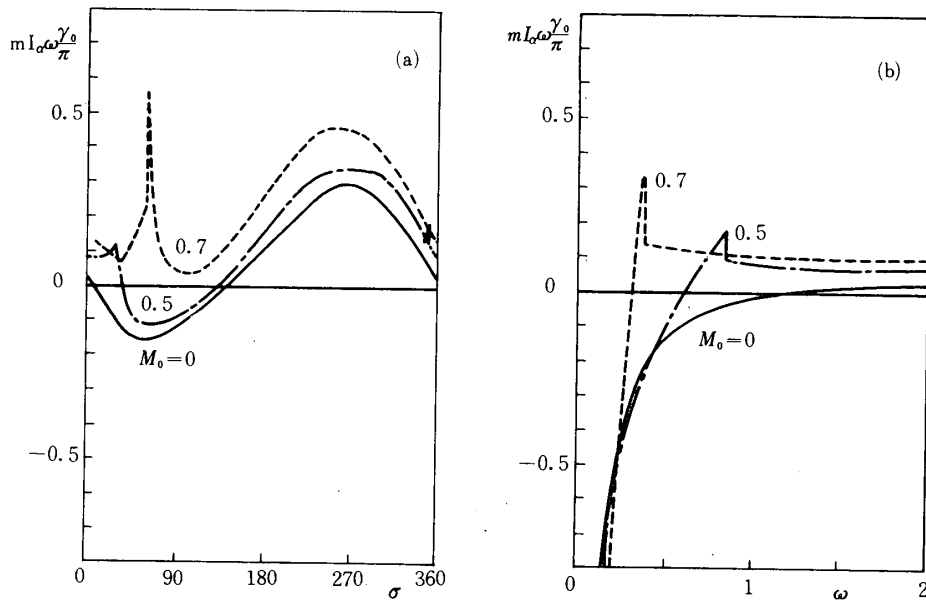


Fig. 7 Aerodynamic damping for torsional vibration around mid-chord axis in 2 dimensional compressible cascade flow  $s/c=1, \theta=60^\circ, (a) \omega=0.5 (b) \sigma=45^\circ$

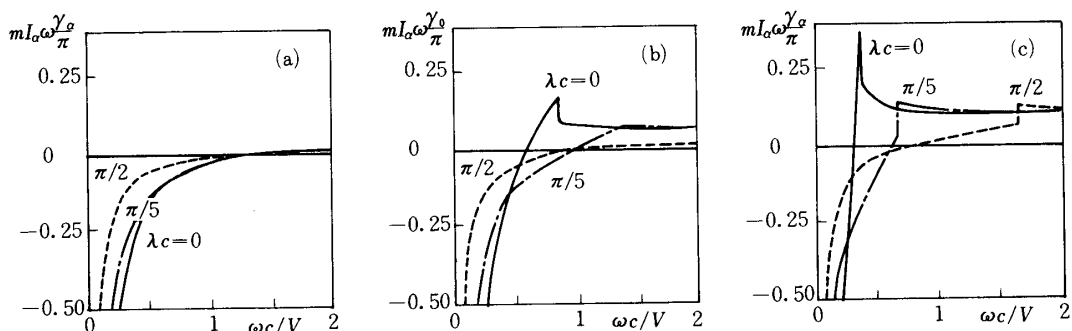


Fig. 8 Effect of spanwise mode on aerodynamic damping for torsional vibration around mid-chord axis  $s/c=1$ ,  $\theta=60^\circ$ ,  $\sigma=45^\circ$  (a)  $M_0=0$  (b)  $M_0=0.5$  (c)  $M_0=0.7$

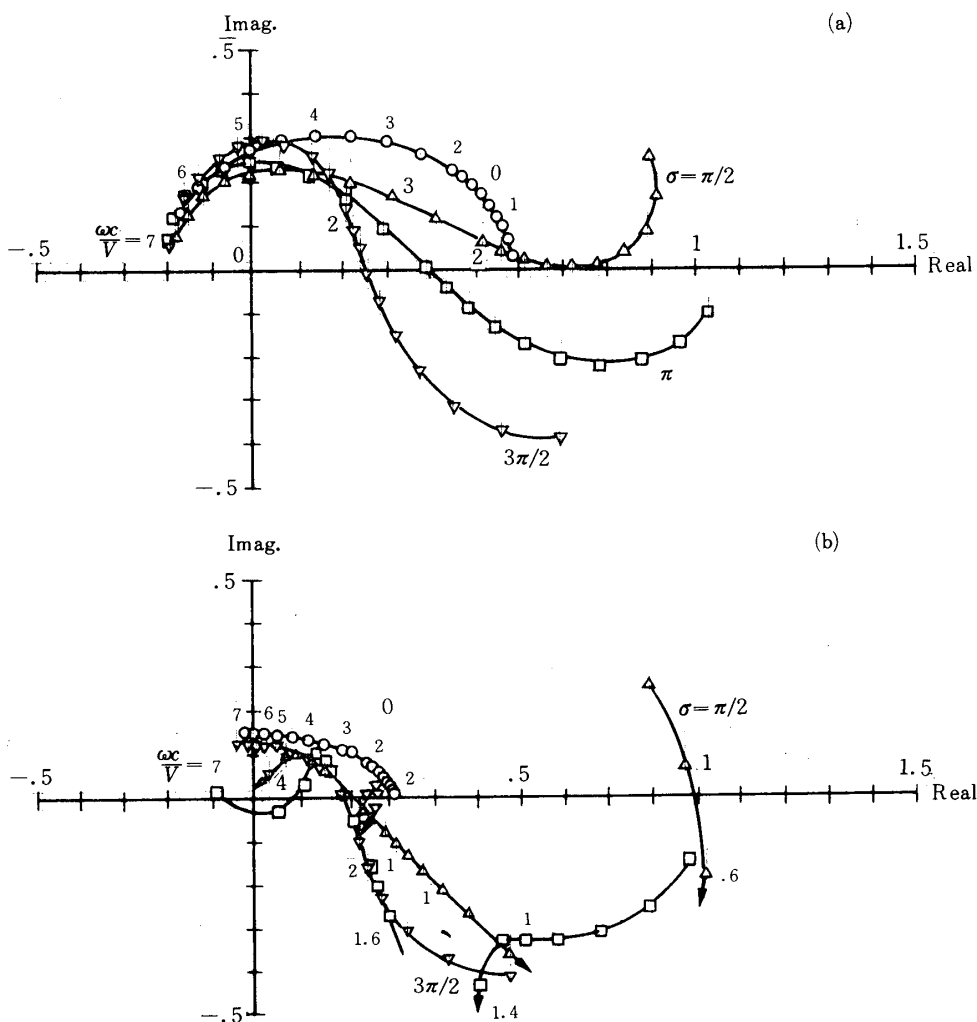


Fig. 9 Lift coefficient due to 2 dimensional sinusoidal wake for complex plane representation (a)  $M_0=0$  (b)  $M_0=0.7$



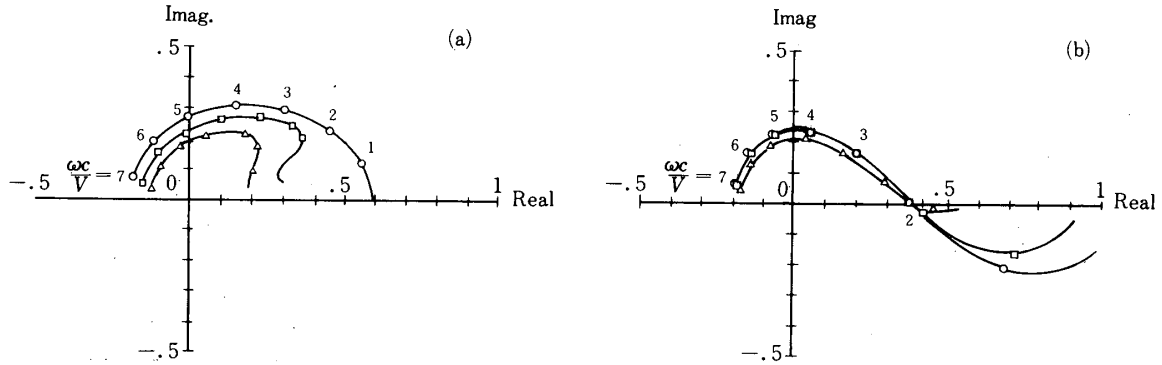


Fig 10 Effect of spanwise wave number  $\lambda$  of wakes upon lift coefficient for incompressible cascade flow (a)  $\sigma=0^\circ$  (b)  $\sigma=180^\circ$   $\circ$ —  $\lambda c=0$ ,  $\square$ —  $\lambda c=\pi/5$ ,  $\triangle$ —  $\lambda c=\pi/2$

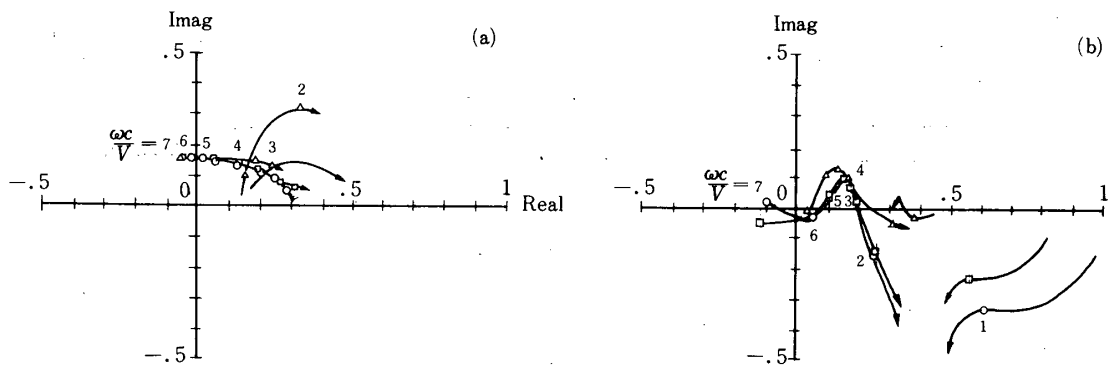


Fig. 11 Effect of spanwise wave number  $\lambda$  of wakes upon lift coefficient for subsonic cascade flow ( $M_0=0.7$ ) (a)  $\sigma=0^\circ$  (b)  $\sigma=180^\circ$   $\circ$ —  $\lambda c=0$ ,  $\square$ —  $\lambda c=\pi/5$ ,  $\triangle$ —  $\lambda c=\pi/2$

図8は翼弦中心軸まわりの振り振動がスパン方向にモードを持つ効果をフラッタの起り易い位相角  $\sigma = 45^\circ$  に対し調べたもので、圧縮性流れ中のフラッタ発生周波数はスパン方向波数に応じる音響共振点に引きつられて高い値に移行する、つまり危険側になる傾向が認められる。

図9は2次元的正弦波状後流を受ける翼列の変動揚力応答を示すもので、単独翼のガスト応答の解である Sears 函数に相当する複素面プロットになっている。位相角に依存すること、及び圧縮性流れ中では音響共振点で不連続的な変化を生じている点などが注目される。

図10と図11には、後流が翼スパン方向に波動的に流れる場合の応答函数の変化を示してある。圧縮性流れでは音響共振点の為に傾向が分かりにくい、後流の3次元性は低い周波数領域で大きな影響を与え、音響共振点を起してしまうと影響は小さくなっている。

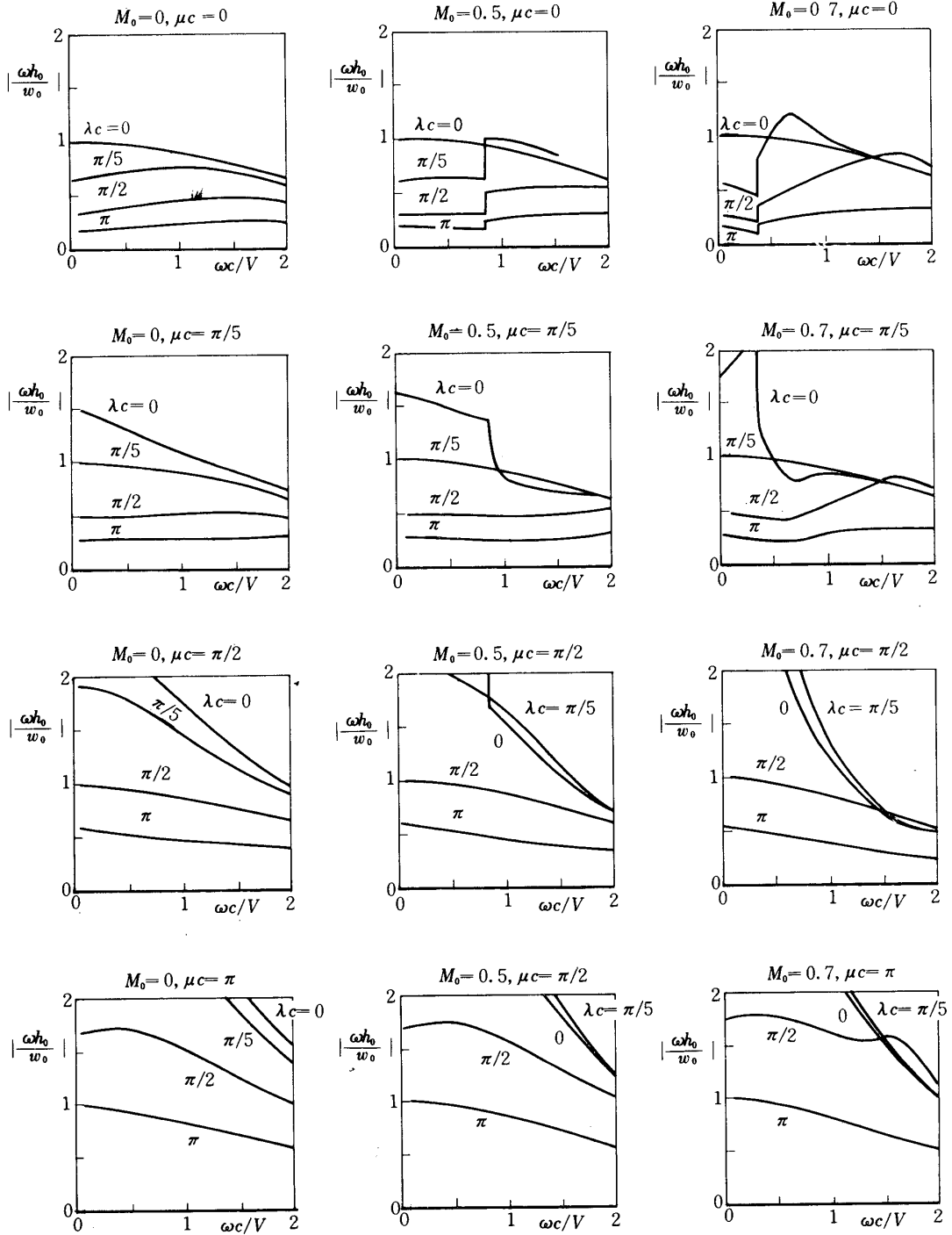


Fig. 12 Effect of spanwise wave unnumber  $\lambda$  upon excitation factor for bending vibration

図12はスパン方向波数  $\lambda$  の後流による同方向  $2\pi/\mu$  の波長を持つ翼曲げ振動の励振係数を3種類のマッハ数に対し示す。図より、非圧縮流れ中では2次元的な後流が最大の励振効果を与えるが、マッハ数が高くなるにつれて音響共振点の影響で特定のスパン方向波数を持つ後流が最大効果を与える様な周波数域が存在する。

#### 4. 結 論

翼列の3次元効果を探る第一歩として、亜音速流れ中に置かれた無限長スパンの平板翼列に対し、その振動モード及び後流励振を調べた結果、(1)翼弦中心軸まわりの振り振動がスパン方向にモードを持つ時、対応する音響共振点にひきつられてフラッタ周波数が上がること。(2)後流の3次元性は音響共振点程度までの比較的低い周波数域で大きく翼列応答特性に影響することなどが分かった。

1980年12月4日 原動機部

#### 参 考 文 献

- [ 1 ] Whitehead, D.S. Force and Moment Coefficients for Vibrating Aerofoils in Cascade ARC R & M 3254, 1962.
- [ 2 ] Lane, F & Friedman, M Theoretical investigation of subsonic oscillating blade-row aerodynamics NACA TN 4136, 1958.
- [ 3 ] Smith, S.N. Discrete Frequency Sound Generation in Axial Flow Turbomachines ARC R & M 3709 1973.