

# 三陸上空の地球磁場による宇宙線切断運動量\*

井上 葵\*\*・和田 雅美\*\*・近藤 一郎\*\*\*

(1981年9月4日受理)

## はじめに

気球搭載機器によって、大気上層で宇宙線に関する観測を行なう時に、宇宙線の到来方向によって、地球磁場による切断運動量 (geomagnetic cut-off rigidity) がどう変化するかを知っている必要がある。特に積分的な宇宙線強度を、一次宇宙線の rigidity 分布を比較したり、東西効果を利用して rigidity を求めるという様な場合には、可成り正確な知識を必要とする。

地球磁場内での宇宙線荷電粒子の運動については古くは双極子磁場での Størmer 理論から始まり、多くの研究が行なわれた。その後球面関数によって地球磁場を計算し、この磁場内での荷電粒子の軌道を数値計算によって求めるのが最も正しい結果を得られる事がわかった。従って三陸上空の切断運動量の計算についてもこの方法をとることとした。

地球上の特定の位置における、特定方向から入射する一次宇宙線(ここでは陽荷電の陽子、 $\alpha$  粒子その他の原子核のみを考える)に対する切断運動量を求めるには、逆に地球上から陰荷電の粒子を打出し、地球磁場内の軌道を計算する方法を用いる。打出した粒子が地球から十分遠方に達したらその地球上の点へは逆にその方向から宇宙線が到来し得るので、これを allowed direction と呼ぶ。一方打出した粒子が再び地球半径以内の距離に戻れば、この方向は同じ rigidity の一次宇宙線粒子に対しては forbidden direction である。実際には日本の様な中緯度では rigidity を大きい方から小さい方へと変化させてゆくと allowed と forbidden direction (又は region) がまじり合う領域 (penumbra という) があるので、この点を考慮に入れ、更に様々な天頂角・方位角に対する変化迄を求める為に詳しい計算を行なったのでこの過程と結果について報告する。

## 1. 軌道の計算方法†

磁場  $\vec{B}$  内で、位置  $\vec{R}$ 、速度  $\vec{V}$ 、荷電  $e$ 、慣性質量  $m$  の粒子の運動は次の運動方程式で記述

---

\* 宇宙研究特別事業費による研究論文

\*\* 理化学研究所

\*\*\* 東大宇宙線研究所

† 計算方法についてはいくつかの Technical Report [1~7] があるが、ここではこれらをまとめてやや詳しく説明しておく。

される。

$$m \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \frac{e}{c} \left( \frac{d\vec{R}}{dt} \times \vec{B} \right) \quad (1)$$

軌道計算は初期条件  $\vec{R}_0, \vec{V}_0$  を与えて(1)を数値積分する事によって行なわれるが、以後の便宜のため変数変換等をする。 $\vec{B}$  が静磁場であるので、 $\vec{V}$  の絶対値  $V$  は運動の定数である点と長さを地球の半径  $R_e$  を尺度として測り又  $\left| \frac{mV}{e} \right|$  が荷電当りの運動量つまり rigidity である事を考えに入れて、次の変換をする ( $\theta$  は地理余緯度,  $\varphi$  は経度)

$$\begin{aligned} s &= Vt / R_e \\ r &= R / R_e \\ v_r &= V_R / V, \quad v_\theta = V_\theta / V, \quad v_\varphi = V_\varphi / V \\ b_r &= -\frac{R_e \cdot e}{V \cdot mc} B_R, \quad b_\theta = -\frac{R_e \cdot e}{V \cdot mc} B_\theta, \quad b_\varphi = -\frac{R_e \cdot e}{V \cdot mc} B_\varphi \end{aligned} \quad (2)$$

ここで  $s$  は地球半径を単位として計った粒子軌道の長さである。

この変換を行ない(1)を  $\vec{r}$  と  $\vec{v}$  の各成分についての一階の連立一次微分方程式に書直すと次の様になる。

$$\begin{aligned} \frac{dr}{ds} &= v_r \\ \frac{d\theta}{ds} &= \frac{v_\theta}{r} \\ \frac{d\varphi}{ds} &= \frac{v_\varphi}{r \sin \theta} \\ \frac{dv_r}{ds} &= (v_\theta \cdot b_\varphi - v_\varphi \cdot b_\theta) + \frac{1}{r} (v_\theta^2 + v_\varphi^2) \\ \frac{dv_\theta}{ds} &= (v_\varphi \cdot b_r - v_r \cdot b_\varphi) - \frac{1}{r} \left( v_r \cdot v_\theta - \frac{v_\varphi^2}{\tan \theta} \right) \\ \frac{dv_\varphi}{ds} &= (v_r \cdot b_\theta - v_\theta \cdot b_r) - \frac{1}{r} \left( v_r \cdot v_\varphi + \frac{v_\theta v_\varphi}{\tan \theta} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

なお変換としては次の定数を用いる。

$$\begin{aligned}
 R_e &= 6371.2 \text{ km} & c &= 2.99776 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec} \\
 V &= [P^2 / (P^2 + m_0^2 c^4)]^{1/2} \cdot C & & \text{cm/sec} \\
 \frac{R_e \cdot e}{V \cdot m c} &= 190.9933 / P & & \text{gauss}^{-1}
 \end{aligned} \tag{4}$$

この運動方程式の中の磁場  $\vec{B}$  (又は無次元化した  $\vec{b}$ ) を求めるには、地球磁場の表示として球面関数近似を用いるのが通例である。特に最近は科学衛星による観測結果を含めて解析した結果を使って、球面関数近似の係数 ( $g_n^m, h_n^m$ ) 及びその一次時間微分 ( $\dot{g}_n^m, \dot{h}_n^m$ ) が IGRF (International Geomagnetic Reference Field)<sup>(8)</sup> (表1) として公表されているのでこれを用いるのが良い。しかし今回の計算は前に行なった計算<sup>(7)</sup> との比較もあり Finch Leaton による 1955 年の磁場係数<sup>(9)</sup> (表1) を主として用いた。現在の磁場に対してどのような補正を行なえば良いかについては後で述べる。

地球中心に原点を置き、原点からの距離  $R$ 、地理余緯度  $\theta$ 、経度  $\varphi$  の点での磁気ポテンシャルは

$$U(R, \theta, \varphi) = R_e \sum_{n=1}^{n_m} \left( \frac{R_e}{R} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta) \tag{5}$$

で表わされる。 $P_n^m(\cos \theta)$  は Schmidt による正規化された Legendre 関数である。このポテンシャルを用いるとこの点での磁場の各成分は次の様に示される。

$$\begin{aligned}
 B_R &= - \frac{\partial U}{\partial R} \\
 &= \sum_{n=1}^{n_m} (n+1) \left( \frac{R_e}{R} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta) \\
 B_\theta &= - \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \theta} \\
 &= - \sum_{n=1}^{n_m} \left( \frac{R_e}{R} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \\
 B_\varphi &= - \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \\
 &= - \sum_{n=1}^{n_m} \left( \frac{R_e}{R} \right)^{n+2} \sum_{n=1}^n m (h_n^m \cos m\varphi - g_n^m \sin m\varphi) \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \tag{6}
 \end{aligned}$$

(通常の地磁気の  $X, Y, Z$  成分は  $-B_\theta, B_\varphi, -B_R$  に相当する)

表 1 地球磁場の係数 その他 ( $nT = 10^{-5}$  ガウス)

n	m	$g_n^m$ (nT)			$h_n^m$ (nT)			$\dot{g}_n^m$ (nT/Yr)		$\dot{h}_n^m$ (nT/Yr)		GAUSS Schmidt	GAUSS 漸化式
		FL. (55)	IGRF (65)	IGRF (75)	FL. (55)	IGRF (65)	IGRF (75)	(65)	(75)	(65)	(75)	$C_n^m$	$K_{n,m}$
1	0	-30550	-30339	-30186	—	—	—	15.3	25.6	—	—	1.0	0.0
1	1	-2270	-2123	-2036	5900	5758	5735	8.7	10.0	-2.3	-10.2	1.0	—
2	0	-1520	-1654	-1898	—	—	—	-24.4	-24.9	—	—	1.5	0.333333
2	1	3030	2994	2997	-1900	-2006	-2124	0.3	0.7	-11.8	-3.0	1.73205	0.0
2	2	1580	1567	1551	240	130	-37	-1.6	4.3	-16.7	-18.9	0.86603	—
3	0	1180	1297	1299	—	—	—	0.2	-3.8	—	—	2.5	0.266667
3	1	-1910	-2036	-2144	-450	-403	-361	-10.8	-10.4	4.2	6.9	3.06186	0.2
3	2	1260	1289	1296	290	242	249	0.7	-4.1	0.7	2.5	1.93649	0.0
3	3	910	843	805	-90	-176	-253	-3.8	-4.2	-7.7	-5.0	0.79057	—
4	0	950	958	951	—	—	—	-0.7	-0.2	—	—	4.375	0.257143
4	1	800	805	807	150	149	148	0.2	-2.0	-0.1	5.0	5.53399	0.238095
4	2	580	492	462	-310	-280	-264	-3.0	-3.9	1.6	0.8	3.91312	0.142857
4	3	-380	-392	-393	-40	8	37	-0.1	-2.1	2.9	1.7	2.09165	0.0
4	4	310	256	235	-170	-265	-307	-2.1	-3.1	-4.2	-1.0	0.73951	—
5	0	-270	-223	-204	—	—	—	1.9	0.3	—	—	7.8750	0.253968
5	1	320	357	368	20	16	39	1.1	-0.7	2.3	1.2	10.16658	0.238095
5	2	200	246	275	100	125	142	2.9	1.1	1.7	2.3	7.68521	0.190476
5	3	-40	-26	-20	-50	-123	-147	0.6	-1.6	-2.4	-2.0	4.70621	0.111111
5	4	-150	-161	-161	-140	-107	-99	0.0	-0.5	0.8	1.3	2.21853	0.0
5	5	-70	-51	-38	90	77	74	1.3	1.0	-0.3	1.1	0.70156	—
6	0	100	47	46	—	—	—	-0.1	0.2	—	—	14.4375	0.252525
6	1	50	60	57	-20	-14	-23	-0.3	0.5	-0.9	-0.5	18.90312	0.242424
6	2	20	4	15	110	106	102	1.1	2.0	-0.4	-0.1	14.94423	0.212121
6	3	-240	-229	-210	0	68	88	1.9	2.8	2.0	-0.2	9.86282	0.161616
6	4	-30	3	-1	-10	-32	-43	-0.4	0.0	-1.1	-1.3	5.45686	0.090909
6	5	0	-4	-8	-30	-10	-9	-0.4	0.9	0.1	0.7	2.32681	0.0
6	6	-110	-112	-114	-10	-13	-4	-0.2	-0.1	0.9	1.7	0.67169	—
7	0		71	66		—	—	-0.5	0.0	—	—	26.8125	0.251748
7	1		-54	-57		-57	-68	-0.3	0.0	-1.1	-1.4	35.4696	0.244755
7	2		0	-7		-27	-24	-0.7	0.0	0.3	-0.1	28.96081	0.223776
7	3		12	7		-8	-4	-0.5	0.6	0.4	0.3	28.47839	0.188811
7	4		-25	-22		9	11	0.3	0.9	0.2	0.3	12.34893	0.139860
7	5		-9	-9		23	27	0.0	0.3	0.4	-0.7	6.17447	0.076923
7	6		13	11		-19	-17	-0.2	0.3	0.2	0.1	2.42182	0.0
7	7		-2	-8		-17	-14	-0.6	-0.5	0.3	0.8	0.64726	—
8	0		10	11		—	—	0.1	0.2	—	—	50.27344	0.251282
8	1		9	13		3	4	0.4	0.3	0.1	-0.2	67.03125	0.246154
8	2		-3	3		-13	-15	0.6	0.0	-0.2	-0.4	56.08237	0.230769
8	3		-12	-12		5	2	0.0	0.2	-0.3	-0.2	41.41957	0.205128
8	4		-4	-4		-17	-19	0.0	-0.4	-0.2	-0.3	26.73622	0.169231
8	5		7	6		4	1	-0.1	-0.3	-0.3	0.4	14.83059	0.123077
8	6		-5	-2		22	18	0.3	0.6	-0.4	-0.3	6.86523	0.066667
8	7		12	9		-3	-6	-0.3	-0.3	-0.3	-0.6	2.50683	0.0
8	8		6	1		-16	-19	-0.5	-0.1	-0.3	0.3	0.62671	—

註 F.L.(1955) は  $n_m = 6$  で時間微分は与えられていない。

IGRF (1975) は理科年表 (~1981版) に掲載されているが  $h_4^4$  の符号が誤っている。

## 2. 数値計算

地球上のある地点へ特定の方向から入射する宇宙線の地球磁場外での運動方向(漸近方向)や、ある方向へ入射可能な最小運動量(切断運動量)を求めるのは次の様にする。今問題の地点の座標を  $r_0$  ( $R_0/R_e$ ),  $\theta_0$ ,  $\varphi_0$  としこの地点から、地理的な天頂角  $Z$ , 方位角  $A$  の方向に出発する負の電荷を持つ rigidity  $P$  の粒子について、運動方程式を数値積分する。もしこの粒子が地球中心より十分遠方(ここでは  $R_e$  の25倍以上)に到達したら、逆に無限遠から来た宇宙線(正電荷)はこの地点へ到達可能(allowed orbit)である。逆に軌道追跡の結果その軌道が再び地球表面を横切る様であれば、この地点へはその rigidity の粒子は無限遠からは到達不可能(forbidden orbit)である。

数値計算の手順としては rigidity  $P$  から  $V$  を計算し  $B$  から  $b$  への変換定数を設定する。こうすると無次元化した座標、速度の初期値は次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} r &= r_0 = R_0/R_e & v_r &= \cos Z \\ \theta &= \theta_0 & v_\theta &= -\sin Z \cos A \\ \varphi &= \varphi_0 & v_\varphi &= \sin Z \sin A \\ s &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

この初期条件から出発しての数値積分は Runge-Kutta-Gill 法とよばれる方法を用いる。これは積分の step を  $\Delta s$  として、被積分関数の各成分 ( $s, r, \theta, \varphi, v_r, v_\theta, v_\varphi$ ) を

$Y_i$  ( $i = 1, 2, \sim 7$ ), その微係数 ( $\frac{ds}{ds} = 1, \frac{dr}{ds}, \frac{d\theta}{ds}, \frac{d\varphi}{ds}, \frac{dv_r}{ds}, \frac{dv_\theta}{ds}, \frac{dv_\varphi}{ds}$ ) を  $Y'_i$

( $i = 1, 2, \sim 7$ ) とし更に  $Q_i$  (初期値 = 0) を定義しておく。1つの積分ステップ  $\Delta s$  について次の計算を4回 ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) くりかえす。

$$\left. \begin{aligned} &Y'_i \text{ を } Y_{i,j-1} \text{ を用いて計算する (式(3)を使う)} \\ &Y_{i,j} = Y_{i,j-1} + \Delta s (a_j (Y'_{i,j} - b_j Q_{i,j-1})) \\ &Q_{i,j} = Q_{i,j-1} + 3.0 (a_j (Y'_{i,j} - b_j Q_{i,j-1})) - c_j Y'_{i,j} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

但し  $Y_{i,0}, Q_{i,0}$  は前回のステップの終値(スタートでは初期値)を用い、 $a_j, b_j, c_j$  は次の値である。

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 0.5 & b_1 &= 2.0 & c_1 &= 0.5 \\ a_2 &= 1.0 - \sqrt{0.5} & b_2 &= 1.0 & c_2 &= 1.0 - \sqrt{0.5} \\ a_3 &= 1.0 + \sqrt{0.5} & b_3 &= 1.0 & c_3 &= 1.0 + \sqrt{0.5} \\ a_4 &= 1/6.0 & b_4 &= 2.0 & c_4 &= 0.5 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

積分の step  $\Delta s$  は積分の精度を定めるものであるが McCracken<sup>(1)</sup> は磁場内での粒子の Larmor 半径や、磁場の強さの  $r$  に対する変化度を考え実験的に次の様な式で  $P$  と  $r$  によって定まる係数  $s_{ij}$  (単位 sec) を使って決定する。

$$\Delta s = r \cdot s_{ij}(P, r) \cdot \beta_0(P) \quad (10)$$

但し  $\beta_0 = \frac{V}{R_e}$  であり  $s_{ij}$  は表2に示す様段階的に変化する。

$Y_{ij}$  の計算には磁場の成分  $b_r, b_\theta, b_\phi$  を計算する必要があるが、これには(6)式の級数和を求める必要がある。(6)式内の  $g_n^m, h_n^m$  の代わりに、これに  $\frac{R_e \cdot e}{V \cdot mc}$  を乗じた  $G_n^m, H_n^m$  を使用すると、(6)式で  $b_r, b_\theta, b_\phi$  を求められる。この為の球関数  $P_n^m(\cos \theta)$  とその  $\theta$

についての微分  $\frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta}$  は次の漸化式で求める。(  $P_n^m(\cos \theta)$  を  $P_n^m, \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta}$

=  $P_n^{m'}$  と略す)

$$P_0^0 = 1, \quad P_1^0 = \cos \theta = x, \quad P_1^1 = \sin \theta = y$$

$$P_0^1 = 0, \quad P_0^2 = -y, \quad P_1^2 = x$$

$$P_n^m = \frac{1}{\sqrt{n^2 - m^2}} \{ (2n - 1) P_{n-1}^m - \sqrt{(n-1)^2 - m^2} P_{n-2}^m \} \quad m \neq n$$

$$P_n^m = \frac{1}{\sqrt{2n}} \{ 2(n-1) \frac{x}{y} P_{n-1}^m - \sqrt{\delta_{n-2} \cdot 2(2n-1)} P_{n-2}^m \} \quad \begin{matrix} \text{但し } \delta_i = 1 \\ (i \neq 0) \\ \delta_0 = 2 \end{matrix}$$

$$P_n^{m'} = \sqrt{\frac{\delta_{m-1}}{2}} \{ \sqrt{(n+m)(n-m+1)} P_{n-1}^{m-1} - \sqrt{(n+m+1)(n-m)} P_{n-1}^{m+1} \} \quad m \neq 0$$

$$P_n^{0'} = -\sqrt{\frac{n(n+1)}{2}} P_n^0 \quad (11)$$

表 2 積分 step パラメータ sij (表の値  $\times 10^{-6}$  sec)

$r$ の範囲	1 ~ 1.15	1.15 ~ 2.5	2.5 ~ 3.0	3.0 ~ 5.4	5.4 ~ 10.0	10.0 ~ 50.0	> 50.0
P の範囲GV							
< 1.0	35	65	90	120	170	220	250
1.0 ~ 1.5	45	75	100	150	200	250	270
1.5 ~ 2.5	55	80	100	170	230	270	300
2.5 ~ 3.5	65	90	130	200	250	300	350
3.5 ~ 5.0	100	140	170	250	300	350	400
5.0 ~ 7.5	140	170	220	280	350	400	500
7.5 ~ 8.5	160	200	260	330	400	500	650
8.5 ~ 15.0	190	240	300	400	500	650	1000
15.0 ~ 25.0	230	290	400	550	700	1000	1500
$\geq 25.0$	300	400	600	800	1100	1500	2000
$n_m$	6	6	5	4	3	2	1

この Schmidt による球関数は漸化式がやや複雑であるので実際の数値計算では Gauss による球関数  $P_{n,m}(\cos \theta)$  を用いる方がよい。この場合は  $g_n^m, h_n^m$  の代りに  $a_{n,m}, b_{n,m}$  を用いこの二者間には次の変換を用いる。

$$\begin{pmatrix} a_{n,m} \\ b_{n,m} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{(n+m)!(n-m)!}} \frac{(2n-1)!}{2^{n-1}(n-1)!} \begin{pmatrix} g_n^m \\ h_n^m \end{pmatrix} = C_n^m \begin{pmatrix} g_n^m \\ h_n^m \end{pmatrix} \quad m \neq 0$$

$$a_{n,0} = \frac{(2n-1)!}{2^{n-1}n!(n-1)!} g_n^0 = C_n^0 g_n^0 \quad (C_n^0 \text{ は表 1 に示す}) \quad (12)$$

(6)式に代入する時は  $a_{n,m}, b_{n,m}$  に夫々  $\frac{R_e \cdot e}{V \cdot mc}$  を乗じ  $A_{n,m}, B_{n,m}$  を作って  $G_n^m, H_n^m$  の代りに用いる。

この時の漸化式は次の通りである。

$$\begin{aligned} P_{0,0} &= 1, & P_{1,0} &= \cos \theta = x, & P_{1,1} &= \sin \theta = y \\ P'_{0,0} &= 0, & P'_{1,0} &= -y, & P'_{1,1} &= x \\ P_{n,m} &= x P_{n-1,m} - K_{n,m} P_{n-2,m} & (n \neq m) \\ P_{n,n} &= y \cdot P_{n-1,n-1} \\ P_{n,m}' &= x P_{n-1,m}' - y \cdot P_{n-1,m} - K_{n,m} P_{n-2,m}' & (n \neq m) \\ P_{n,n}' &= y P_{n-1,n-1}' + x P_{n-1,n-1}, & K_{n,m} &= \frac{(n-1)^2 - m^2}{(2n-1)(2n-3)} \end{aligned} \quad (13)$$

$K_{n,m}$  も表 1 に示してある。

次に級数和を取る  $n_m$  であるが、これも  $r$  の値について実験的に表 2 に示す値を取った。IGRF の係数は  $n_m = 8$  迄与えられているのでこの場合は  $r = 1.0 \sim 1.5$  で 8,  $1.5 \sim 2.0$  で 7 の値を使うのが適当であろう。

表3 漸近方向を計算する Rigidity の値 (GV)

750,	450,	350,	250,	150,	95,	85,	75,	65,	55,
45,	35,	25,	19,	17,	15,	13,	11,	9.5,	8.5,
7.5,	6.5,	5.5,	4.5,	3.5,	2.5,	1.5,	0.9,		

この様にして1つの地点からいくつかの方向について種々の  $P$  について計算を行なう訳であるが、 $P$  の範囲や変化させるステップは目的によって異なる。宇宙線の非等方性解析等の為には広い rigidity の範囲にわたって漸近方向を求めるので、一般的には先ず表 3 に示す値について計算をする。そして  $25 R_e$  迄到達した allowed orbit については、その場所での座標  $(r, \theta, \varphi)$  と速度ベクトル  $(v_r, v_\theta, v_\varphi)$  を用いて漸近方向の緯度  $\lambda$  と経度  $\phi$

を次の式で求める.

$$A = \tan^{-1} \left[ \frac{v_r \cos \theta - v_\theta \sin \theta}{\sqrt{v_\phi^2 + (v_\theta \cos \theta + v_r \sin \theta)^2}} \right]$$

$$\Phi = \varphi + \tan^{-1} \left[ \frac{v_\phi}{v_\theta \cos \theta + v_r \sin \theta} \right] \quad (14)$$

一応この計算で allowed orbit と forbidden orbit の境界領域の  $P$  の範囲が判るので、次にはその範囲で  $P$  をより細かく変化させて cut off rigidity を求める。特に日本の様に中緯度では allowed と forbidden orbit のいり混じる半影 (penumbra) の領域が可成り幅広く存在するので十分広い範囲をカバーし、しかも  $P$  のステップ幅をこまかく (例えば 0.1 GV) する必要がある。

### 3. 三陸上空での宇宙線観測の為の計算

三陸大気球観測所 (SBC) から飛揚される気球に搭載した宇宙線等の観測機器に対して、使用すべき切断運動量や、宇宙線の漸近方向についての資料を得るための計算を行なった。磁場としては Finch and Leaton による 1955 年の値を用い、軌道計算の初期値として SBC [地理緯度 39.158°, 経度 141.825°] の上空 35 km の点を出発点とした。つまり  $r_o, \theta_o, \varphi_o$  としては (16) で与えられる値を使用した。

$$r_o = \frac{1}{R_e} \{ 6356.9 \sqrt{(1 - 0.006725 \cdot \sin^2 \theta_o)} + 35.0 \}$$

$$\theta_o = 90^\circ - 39.158^\circ = 50.842^\circ$$

$$\varphi_o = 141.825^\circ \quad (16)$$

先ず天頂角 ( $Z$ ) = 0°, 16°, 32°, 48°, 64°, 80°, で方位角 ( $A$ ) = 0°, 45°, 90°, ~ 315° について表 3 の  $P$  について軌道を計算した。この結果に基づいて更に penumbra を十分覆うように  $P$  の範囲を選び 0.1 GV ステップの計算を行なった。しかしこれだけでは全天について cut-off rigidity の分布を求めるには十分でなかったので、必要に応じ  $Z$  については 4° おき,  $A$  については 22.5° おき迄細かい網目で計算を行なった。こうして得られた結果を allowed orbit と forbidden orbit に分けて図示すると図 1 の様になる。そこで cut-off rigidity として次の式で求める  $P_c$  を各方向について計算しそれを表 4 に ( ) 無しで示してある。

$$P_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i P_i - 0.05 \text{ (GV)} \quad (17)$$

但し  $N$  は計算した orbit 数 (0.1 GV 間隔で計算した範囲) で  $F_i$  は Allowed の時 1.0, forbidden の時 0.0 の値を持つ。こうして求めた  $P_c$  を  $Z, A$  に対してプロットした図を作



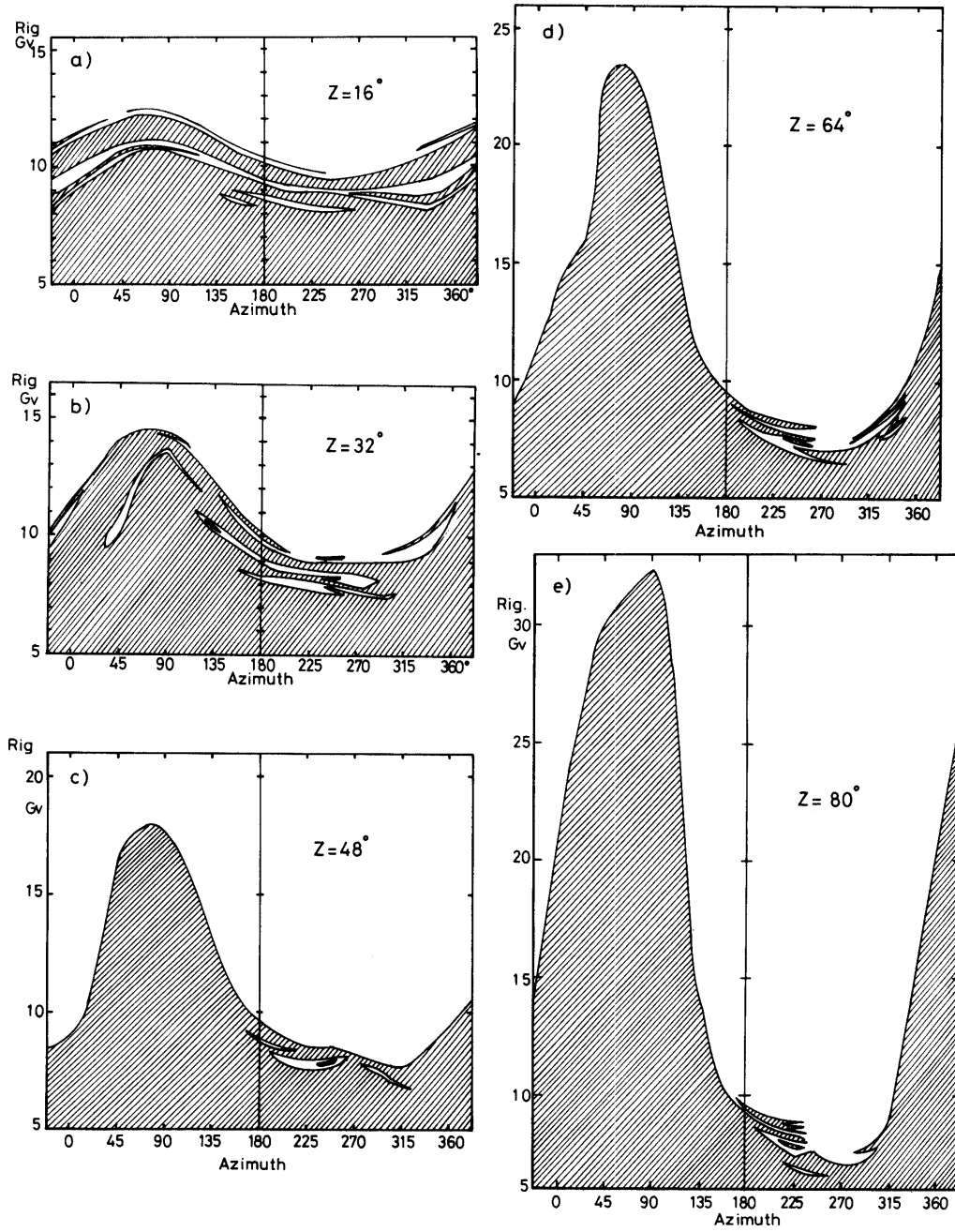


図1. 三陸上空での allowed region と forbidden region の分布図. forbidden region を斜線で覆ってある.  
a) ~ e) 一定の天頂角に沿って方位角に対する分布

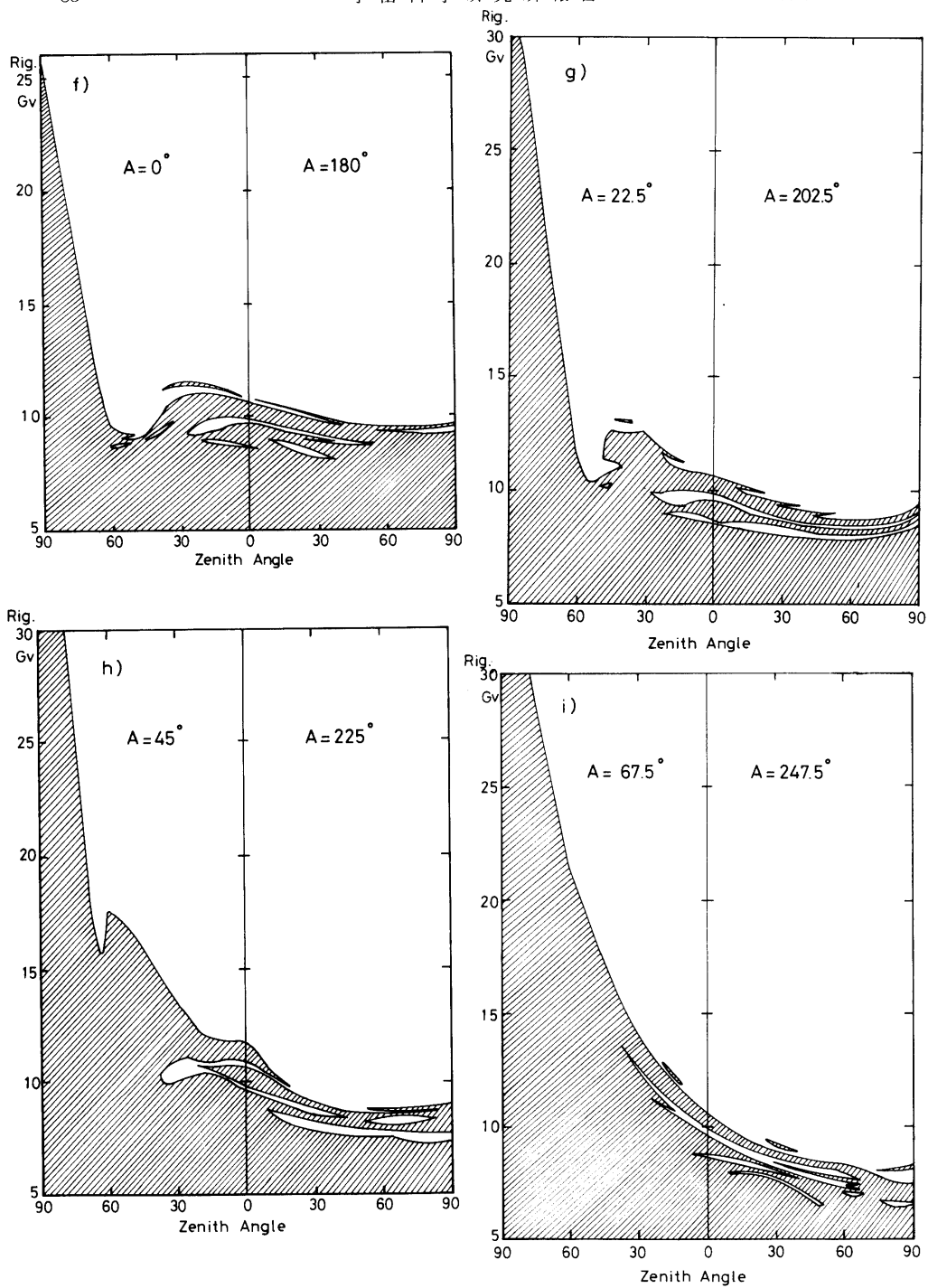


図1. 三陸上空での Allowed region と Forbidden region の分布図. Forbidden region を斜線で覆ってある.  
f) ~ i) 一定の方位面に沿って天頂角に対する分布

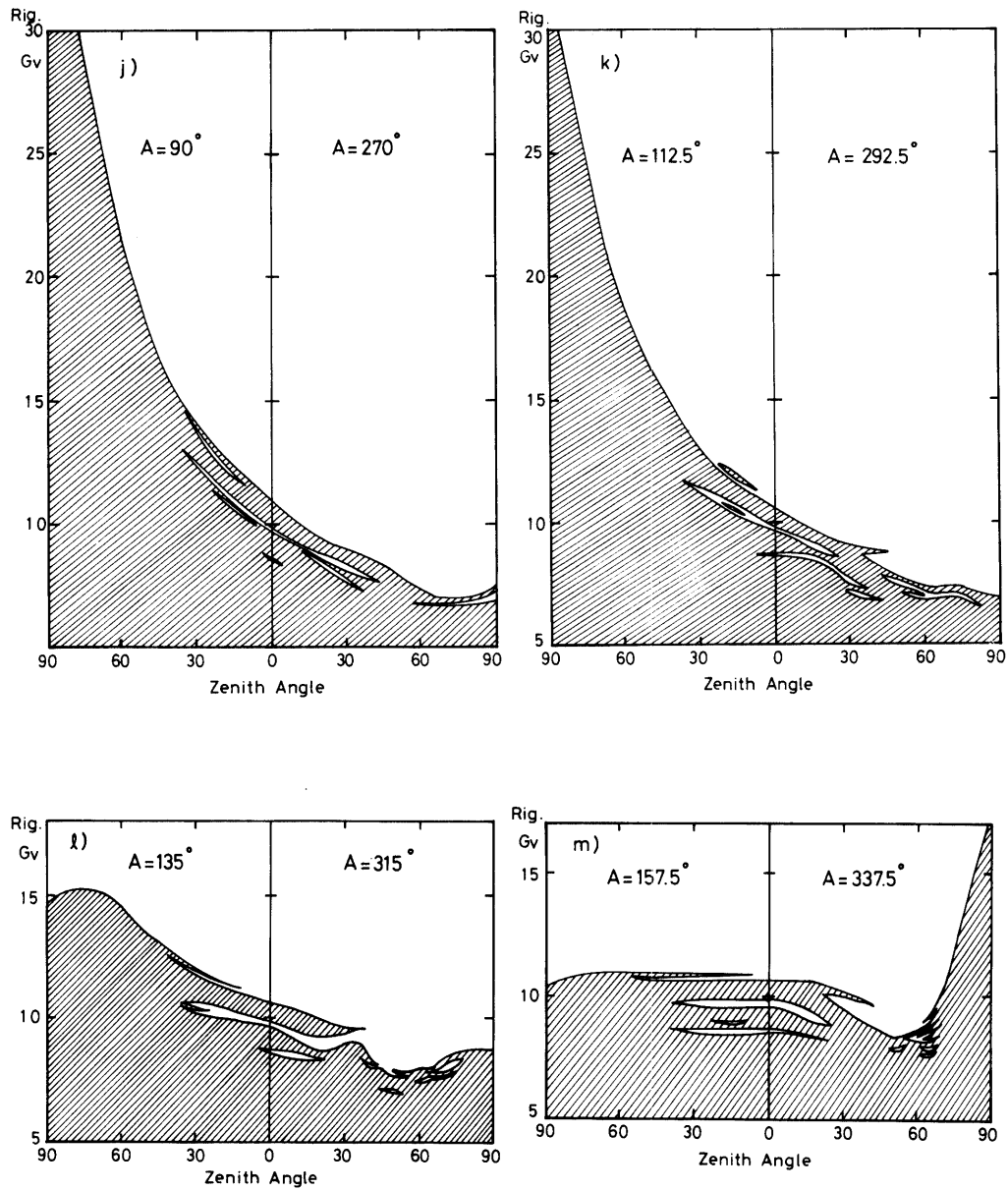


図1. 三陸上空での Allowed region と Forbidden region の分布図. Forbidden region を斜線で覆ってある.  
j) ~ m) 一定の方位面に沿って天頂角に対する分布

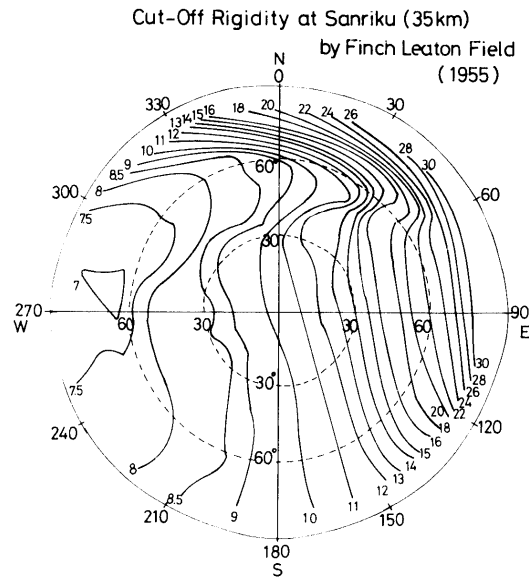


図2. 三陸上空 35 km における切断運動量  $P_c$  の等高線図. 等高線につけた数字は  $P_c$  を GV 単位で示したものである.

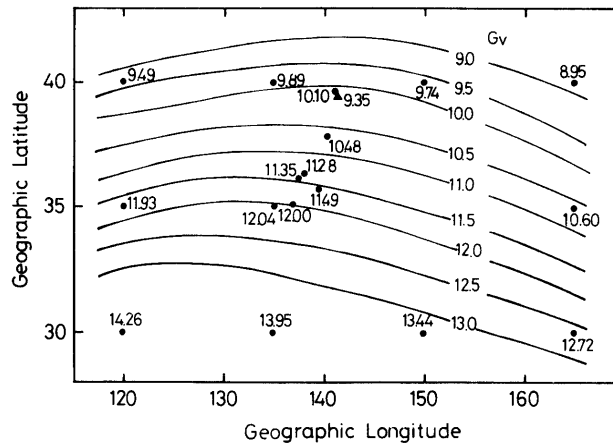


図3. 日本付近の切断運動量  $P_c$  の緯度・経度に対する分布の等高線図. 図中●は Shea (5, 6) による 1975 年の磁場 (*IGRF* 1965 より推定) を使った高度 20 km の値, ▲は本論文による 1955 年の磁場による高度 35 km の値.

表 4 SBC 上空の cut-off rigidity (Pc) の表

方位角 天頂角	0°	22.5°	45°	67.5°	90°	112.5°	135°	157.5°	180°	202.5°	225°	247.5°	270°	292.5°	315°	337.5°	Mean
0°	10.35 (10.35)	10.35 (10.50)	10.35 (10.60)	10.35 (10.65)	10.35 (10.65)	10.35 (10.60)	10.35 (10.45)	10.35 (10.35)	10.35 (10.30)	10.35 (10.10)	10.35 (10.10)	10.35 (9.95)	10.35 (10.10)	10.35 (10.10)	10.35 (10.15)	10.35 (10.30)	10.35 (10.33)
4	10.35 (10.35)	10.35 (10.65)	10.35 (10.95)	10.35 (11.05)	10.35 (11.05)	10.35 (10.90)	10.35 (10.60)	10.35 (10.30)	10.35 (10.30)	10.35 (9.80)	10.35 (9.80)	10.35 (9.60)	10.35 (9.85)	10.35 (9.90)	10.35 (9.90)	10.35 (10.20)	10.35 (10.32)
8	10.35 (10.35)	10.35 (10.80)	10.35 (11.25)	10.35 (11.45)	10.35 (11.40)	10.35 (11.25)	10.35 (10.70)	10.35 (10.25)	10.35 (10.15)	10.35 (9.55)	10.35 (9.50)	10.35 (9.30)	10.35 (9.60)	10.35 (9.65)	10.35 (9.65)	10.35 (10.10)	10.35 (10.31)
12	10.35 (10.35)	10.35 (11.05)	10.35 (11.65)	10.35 (11.95)	10.35 (11.85)	10.35 (11.55)	10.35 (10.85)	10.35 (10.25)	10.35 (10.05)	10.35 (9.35)	10.35 (9.25)	10.35 (9.05)	10.35 (9.35)	10.35 (9.45)	10.35 (9.55)	10.35 (9.95)	10.35 (10.34)
16	10.35 (10.45)	10.35 (11.40)	10.35 (11.95)	10.35 (12.55)	10.35 (12.45)	10.35 (12.00)	10.35 (11.05)	10.35 (10.30)	10.35 (9.95)	10.35 (9.20)	10.35 (8.90)	10.35 (8.90)	10.35 (9.00)	10.35 (9.30)	10.35 (9.45)	10.35 (9.85)	10.35 (10.41)
20	10.35 (10.70)	10.35 (11.85)	10.35 (12.25)	10.35 (13.10)	10.35 (13.05)	10.35 (12.45)	10.35 (11.30)	10.35 (10.40)	10.35 (9.80)	10.35 (9.10)	10.35 (8.55)	10.35 (8.75)	10.35 (8.60)	10.35 (9.05)	10.35 (9.40)	10.35 (9.75)	10.35 (10.51)
24	10.35 (10.90)	10.35 (12.30)	10.35 (12.55)	10.35 (13.70)	10.35 (13.65)	10.35 (12.85)	10.35 (11.55)	10.35 (10.45)	10.35 (9.65)	10.35 (9.05)	10.35 (8.35)	10.35 (8.60)	10.35 (8.35)	10.35 (8.85)	10.35 (9.30)	10.35 (9.60)	10.35 (10.61)
28	10.85 (10.20)	12.55 (12.60)	12.85 (13.40)	14.35 (15.05)	14.25 (15.05)	13.35 (13.95)	11.85 (12.25)	10.55 (10.60)	9.55 (9.50)	9.05 (8.95)	8.25 (8.25)	8.45 (8.40)	8.25 (8.30)	8.65 (8.50)	9.15 (8.80)	9.45 (8.90)	10.71 (10.79)
32	9.55 (9.05)	12.55 (14.10)	12.85 (15.00)	14.35 (16.85)	14.25 (16.75)	13.35 (15.35)	11.85 (12.95)	10.55 (10.75)	9.55 (9.65)	9.05 (8.75)	8.25 (8.25)	8.35 (8.25)	8.35 (8.30)	8.25 (7.90)	8.25 (8.05)	8.25 (8.25)	8.25 (11.02)
36	9.05 (9.05)	10.55 (10.55)	12.85 (16.25)	14.35 (17.95)	14.25 (17.75)	13.35 (16.05)	11.85 (13.35)	10.55 (10.85)	9.55 (9.75)	9.05 (8.65)	8.25 (8.25)	8.45 (8.15)	8.25 (8.05)	8.65 (7.55)	9.15 (7.65)	9.45 (8.35)	10.71 (11.15)
40	9.15 (9.15)	10.35 (10.35)	16.85 (16.85)	19.05 (19.05)	18.90 (18.90)	16.75 (16.75)	13.65 (13.65)	10.85 (10.85)	9.60 (9.60)	8.60 (8.60)	8.15 (8.15)	8.00 (8.00)	8.05 (8.05)	7.35 (7.35)	7.75 (7.75)	8.25 (8.25)	11.33 (11.33)
44	9.25 (9.25)	10.35 (10.35)	17.35 (17.35)	20.25 (20.25)	20.15 (20.15)	17.75 (17.75)	14.05 (14.05)	10.90 (10.90)	9.45 (9.45)	8.55 (8.55)	8.05 (8.05)	7.85 (7.85)	7.75 (7.75)	7.25 (7.25)	7.75 (7.75)	8.45 (8.45)	11.57 (11.57)
48	9.55 (9.55)	11.85 (11.85)	17.55 (17.55)	21.65 (21.65)	21.60 (21.60)	18.90 (18.90)	14.40 (14.40)	10.95 (10.95)	9.45 (9.45)	8.40 (8.40)	8.00 (8.00)	7.70 (7.70)	7.25 (7.25)	7.20 (7.20)	7.85 (7.85)	8.35 (8.35)	11.92 (11.92)
64	11.25 (13.25)	14.35 (16.80)	15.75 (17.85)	23.15 (24.85)	23.25 (25.05)	20.05 (21.45)	14.75 (15.10)	10.95 (10.90)	9.45 (9.35)	8.45 (8.50)	7.95 (7.90)	7.65 (7.85)	6.95 (7.00)	7.15 (7.25)	7.75 (7.95)	8.25 (8.85)	12.32 (13.12)
68	15.45 (17.80)	19.65 (22.65)	22.25 (25.95)	26.65 (28.85)	27.25 (29.70)	23.05 (24.95)	15.25 (15.20)	10.85 (10.75)	9.25 (9.30)	8.55 (8.65)	7.85 (7.85)	8.05 (7.85)	7.05 (7.05)	7.35 (7.20)	7.95 (8.30)	10.55 (12.25)	14.19 (15.27)
72	20.25 (20.25)	26.05 (26.05)	30.05 (30.05)	31.25 (31.25)	32.35 (32.35)	27.35 (27.35)	15.15 (15.15)	10.65 (10.65)	9.45 (9.45)	8.75 (8.75)	7.95 (7.95)	7.65 (7.65)	7.05 (7.05)	7.05 (7.05)	8.75 (8.75)	14.05 (14.05)	16.49 (16.49)

り、軌道を計算しなかった方向についても  $P_e$  の推定値を図上で補間して求め表4に( )をつけて示した。更に表4の数値をもとにして  $P_e$  の等高線を求め図2に天頂を中心とした円グラフの形式で示してある。

(17)式の  $P_e$  の計算式は厳密には測定している宇宙線の spectrum を  $P$  について一定と仮定している事になるので、強い rigidity 分布に従う時には若干の補正が必要である。

所で実際のデータとこの計算結果とを比較する時には、1つはバルーン的位置が常にSBCの真上にあるとは限らない点と1955年と現在とでは磁場の値が若干違うことを考慮する必要がある。第1の点については図3にSheaの計算した緯度 $5^\circ$ 、経度 $15^\circ$ おきの結果及び日本にあるいくつかの観測所での値を加えて求めた日本付近の  $P_e$  の分布を示してあるので、気球の移動についてはこの図を目安にして補正すればよい。第2の点については1975年のIGRFを用い17方向について求めた  $P_e$  と上で求めた  $P_e$  との相関を図4に示してある。これを見るとこの20年間に  $P_e$  は平均して5%程度減少していると考えてよい。この主な原因はこの間の地球磁場(主として双極子能率)の減少(永年変化)によるものと思われる。表1に示した磁場の係数以外にも最近更に新しい係数(10, 11)がいくつか発表されておりこれらの方がより良く正しいと思われるが経年変化に比較するとその差は無視出来る。

軌道の漸近方向は一次宇宙線の異方性を扱う時必要である。参考のため最後にいくつかの  $P$  について漸近方向を図5に極座標表示で示してある。

なおこの研究に用いた数値計算は筆者の一人(近藤)が名大在職中に開発したプログラムを利用して理化学研究所のFACOM 230-75を用いて行なった事を付記する。計算に要した時間は1ステップ当り約2ミリ秒、allowed orbit で100~500ステップ、Forbidden orbit で300~1500ステップ程度である。

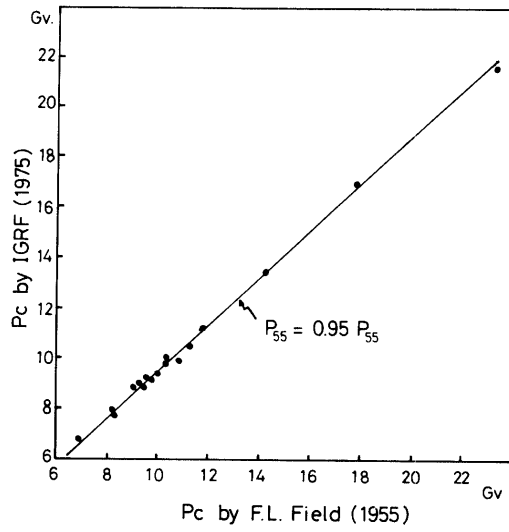


図4. 1955年の磁場と1975年の磁場係数を用いて計算した  $P_c$  の比較

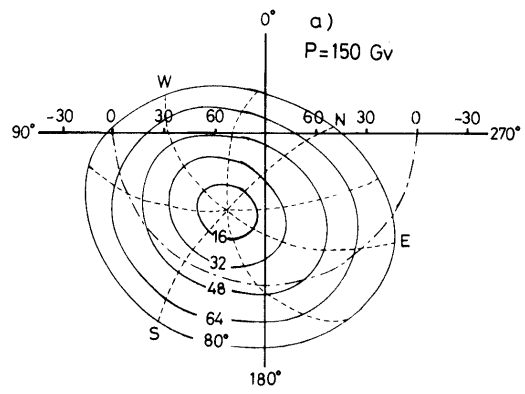


図5. 特定の rigidity P の粒子の漸近方向  
 a) 150 GV    b) 65 GV  
 c) 45 GV    d) 25 GV  
 N, E, S, Wは  $A = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  の方向を示す。  
 極座標は地理緯度, 経度である。

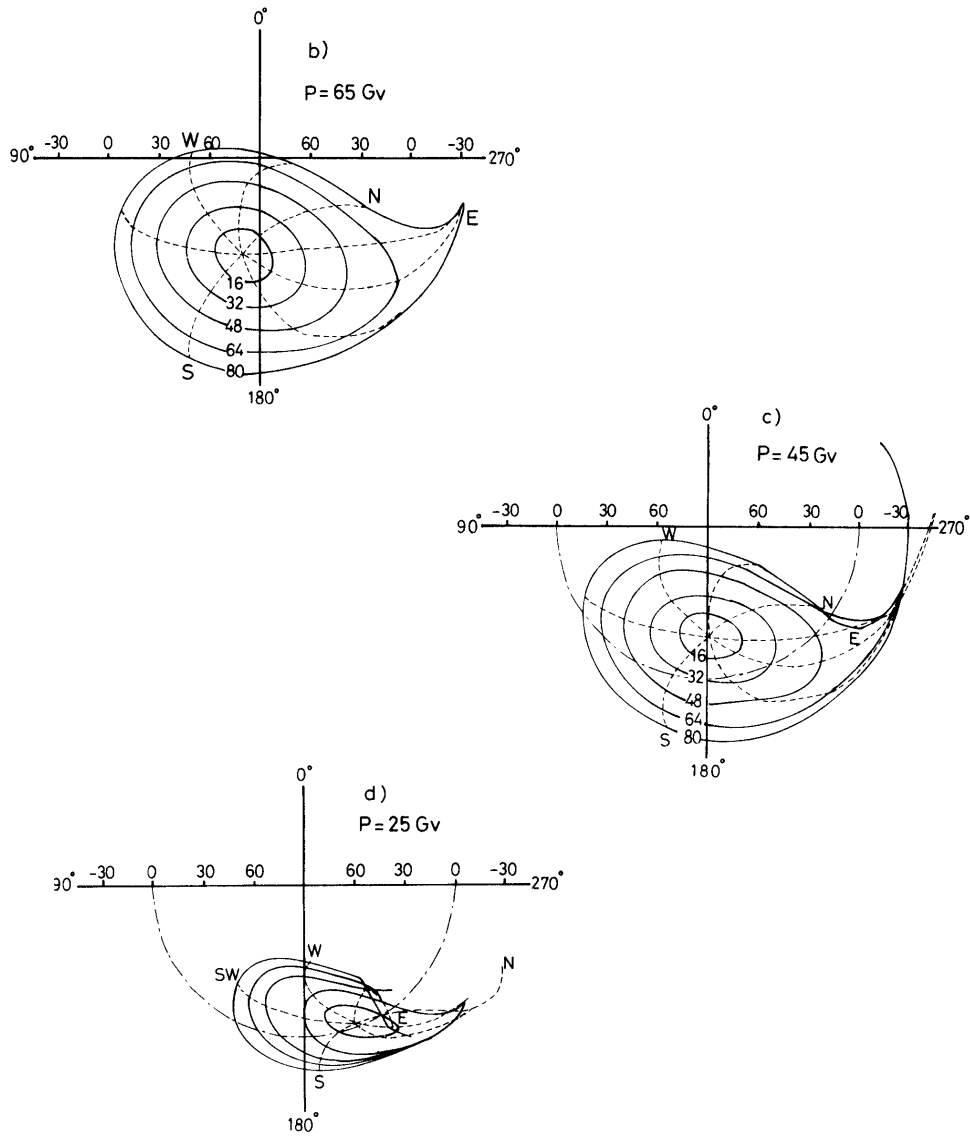


図5. 特定の rigidity  $P$  の粒子の漸近方向

a) 150 GV    b) 65 GV

c) 45 GV    d) 25 GV

$N, E, S, W$  は  $A = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  の方向を示す。

極座標は地理緯度, 経度である。



## 参 考 文 献

- [ 1 ] McCracken, K. G., Rao, U. R., Shea, M. A.; M.I.T. Technical Report No. 77 (1962)
- [ 2 ] McCracken, K. G.; J. Geophys. Res. 67, 423 (1962)
- [ 3 ] Rao, U. R., McCracken, K. G., Venkatesan, D.; J. Geophys. Res. 68, 345 (1963)  
McCracken, K. G., Rao, U. R., Fowler, B. C., Shea, M. A., Smart, D. F.;  
IQSY Instruction Manual No. 10 (1965)  
Supplement to IQSY Instruction Manual No. 10 (1968)
- [ 4 ] Shea, M. A., Smart, D. F., McCracken, K. G.;  
A. F. Cambridge Res. Lab. Report PORT -65 - 705 (1965)
- [ 5 ] Shea, M. A., Smart, D. F., McCall, J. R. Gumm, B. S.;  
A. F. Cambridge Res. Lab. Report PORT-0505 (1974)  
" - 0042 (1975)
- [ 6 ] Shea, M. A., Smart, D. F.;  
A. F. Cambridge Res. Lab. Report -75-0177 (1975)  
" -75-0185 (1975)  
" -75-0247 (1975)  
" -75-0381 (1975)
- [ 7 ] 近藤一郎; 名大宇宙線研究室記事 14, 30 (1969)
- [ 8 ] IAGA Comission 2, Working Group 4; J. Geophys. Res. 74, 4407 (1969)  
IAGA DIVISION I Study Group; J. Geophys. Res. 81, 5163 (1976)
- [ 9 ] Finch, H. P., Leaton, B. R.; Mon. Not. Roy. Ast. Soc. Geophys. Suppl.  
1, 314 (1957)
- [ 10 ] Longel, R. A., Estes, R. H., Mead, G. D., Fabiano, E. B. Lancaster, E. R.;  
Geophys. Res. Letter 7, 793 (1980)
- [ 11 ] Barker, F. S., Barraclough, D. R.; EOS, Trans. A. G. U. 61, 453 (1980)