

スクリーン・タイプ X 線フィルムによるシャワーの検出

吉田 篤正・藤井 正美・西村 純・小林 正*・平良 俊雄**
白井 達也**・立山 暢人**・鳥居 祥二**・会津 英子***
野村良志子***・数野美つ子†・西尾 昭男††

(1985 年 6 月 12 日受理)

The Detection of High Energy Showers by Using Screen Type X-ray Films

By

Atsumasa YOSHIDA, Masami FUJII, Jun NISHIMURA
Tadashi KOBAYASHI, Toshio TAIRA, Tatsuya SHIRAI
Nobuto TATEYAMA, Shoji TORII, Hideko AIZU,
Yoshiko NOMURA, Mitsuko KAZUNO and Akio NISHIO

Abstract: In emulsion chamber experiments, the detection of high energy showers has been carried out by naked eye scanning using non-screen type X-ray films. If we use non-screen type X-ray films such as the Sakura N-type, the detection threshold is about 1 to 2 TeV as depending on exposure conditions. In order to improve this threshold, we have tested screen type X-ray films contained in the emulsion chamber exposed at balloon altitude, and found it about 200 GeV for such films. This type of X-ray films is useful to detect showers in the medium energy range, a few hundred GeV, of cosmic ray electrons.

1. はじめに

エマルジョン・チェンバーを用いた実験では、通常 X 線フィルムが高エネルギー・シャワー検出用に使用されている。これは、顕微鏡によるスキヤンの労力と時間を大巾に軽減させることのできる、優れた方法である。従来は、この目的のために、ノン・スクリーン・

* 青山学院大学

** 神奈川大学

*** 神奈川県立衛生短期大学

† 東邦大学

†† 京都大学教養学部

タイプの X 線フィルムが使われてきた。サクラ・N-タイプのような、このタイプの X 線フィルムでは、検出限界は、露出条件にも依存するが、約 1 TeV 程度である。この検出限界をもっと下げることが出来れば、その有用性はますます大きなものになる。このため、色々なタイプの X 線フィルムが、従来調べられてきたが、N-タイプより優れたものは、見出されていなかった。

最近、スクリーン・タイプ X 線フィルムの感度が、著しく向上してきた。そこで、このタイプのフィルムについて検討を行ったところ、シャワーの検出限界を下げるができる可能性が、かなり高いと判名したため、このフィルムを挿入した、エマルジョン・チェンバーを作製して、気球高度でのテストを行った。その結果、検出可能なシャワーのエネルギーの限界が、N-タイプによるものの数分の一で、約 200 GeV に下げられることが見出されたので、報告することにした。

2. 実験について

2-1 気球実験

スクリーン・タイプ X 線フィルムは、可視光に感光する両面フィルムを、2枚の増感紙

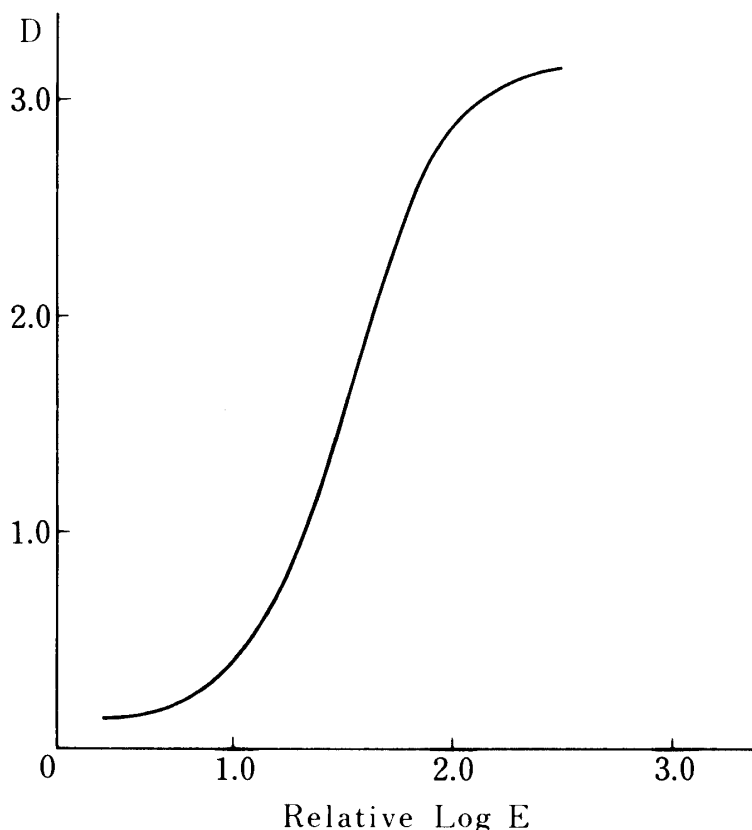


図1 RXO-Hの光学特性曲線

E : 露光量

D : 光学的濃度

にはさんで使用するものである。宇宙線が増感紙を通過すると、そのエネルギー損失に比例して生成した光が、フィルムを感光させる。実験に使用したスクリーン・タイプX線フィルムは、富士 GRENEX-G8 増感紙と富士 RXO-H フィルムである。GRENEX-G8 は、蛍光体 ($Gd_2O_2S:Tb$) の粉末を有機バインダー中に高密度に分散し、支持体上に塗布したものである。増感紙中には不純物として、 $^{62}Sm^{47}$ が含まれている。 $^{62}Sm^{47}$ は半減期 1.05×10^{11} 年で α 崩壊するが、その際放出される、2.23 MeV の α 線が、後に述べる、フィルムのバックグラウンド濃度に寄与している。RXO-H の光学特性は図1に示した。

このスクリーン・タイプX線フィルムの特性を調べたところ、シャワー検出用はかなり有効であると思われたので、G8-RXOを4層に挿入したエマルジョン・チェンバーを製作し、気球実験を行うことにした。チェンバーの構成は図2に示した。このエマルジョン・チェンバーは、宇宙線一次電子観測用に設計したもので、従来から用いられてきたNタイプ・フィルムと、新しいものとして、G8-RXO、フジ・コンピューター・ラジオグラフ

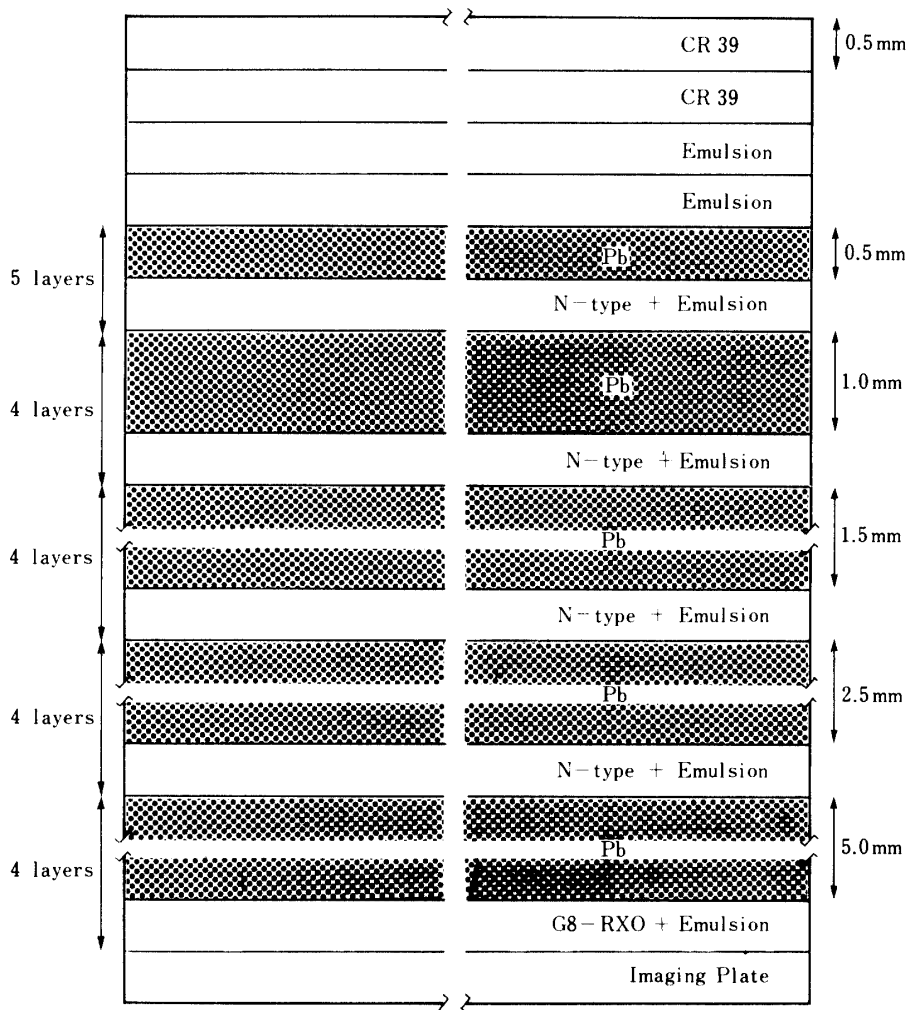


図2 1984年一次電子観測用エマルジョンチェンバー

イー用ルミネッセンス・シート「イメージング・プレート」を併用した。大きさは、40 cm × 50 cm、深さは約8 c.u.である。

このエマルジョン・チェンバーを B 30-47 に搭載し、1984年5月19日、三陸大気球観測所より放球、平均高度9 mb で9時間36分露出することができた。

2-2 測定

露出したRXOは、20°Cのレンドールを用い、10分間現像を行った。同時に露出したN-タイプ・フィルムと比較して、一見してシャワー・スポットの黒点があつき数多く見出された。フィルム上に記録されたシャワー・スポットの写真を図3に示した。写真はN-タイプ、RXOとも同一のシャワーによるスポットである。

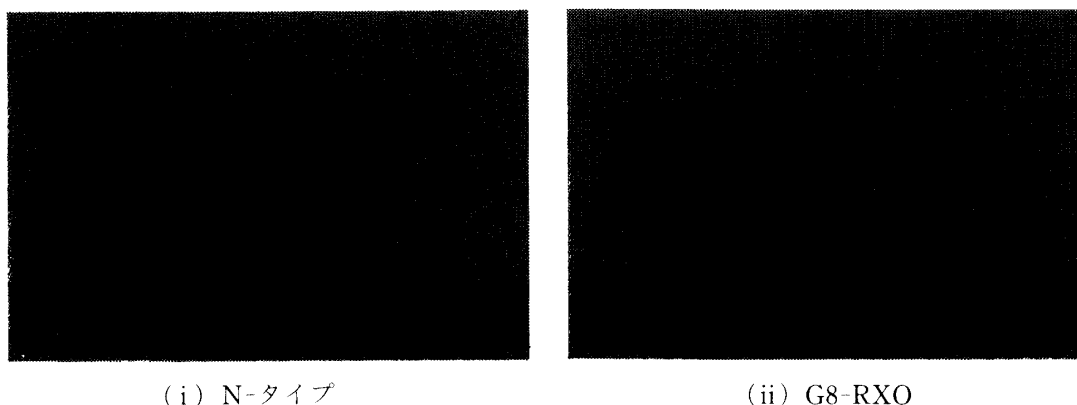


図3 X線フィルムに記録されたシャワー・スポット

フィルムの感度特性を調べるために、光学的濃度をマイクロ・フォトメーター(NALUM NLM-VIII)で測定した。

まず、スリット・サイズ $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ を用い、シャワー・プロファイルを測定し、かつ原子核乾板中で、対応する場所でのシャワー・トラックの数を数え、電子数密度を求め、G8-RXOの電子数密度 ρ と光学的濃度 D の関係を調べた。結果は図4に示した。この図を以後フィルムの特性曲線と呼ぶことにする。N-タイプの感度特性も比較のため、合わせて示しておいた。N-タイプのデータは、1981年東京大学宇宙線研究所エマルジョン部が、CERNの35 GeV/cの π^- ビームを用いて実験した結果を使わせていただいた。

次にシャワー・スポット以外の場所での光学的濃度のふらつきを測定する目的で、 $200\ \mu\text{m} \times 200\ \mu\text{m}$ のスリットを用いて、この内での平均濃度を測定した。測定に際して、フィルム上の傷等がスリット内に入らないように注意した。N-タイプ、RXOそれぞれにつき、400点をサンプリングした。その結果を図5に示した。測定したバックグラウンド濃度 D_B の分布から求めた、 D_B の平均値 $\langle D_B \rangle$ 、分散 σ_B は表1に示した。

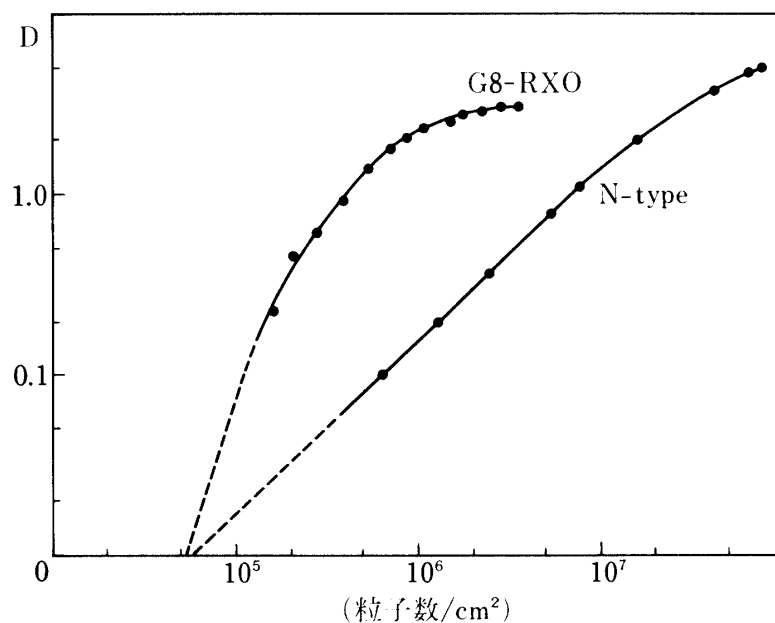


図4 X線フィルムの特性曲線
横軸は電子数密度
縦軸は光学的濃度

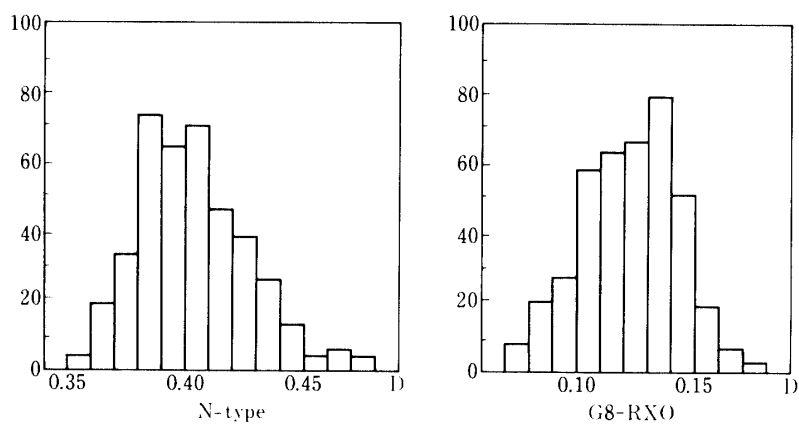


図5 バックグラウンド濃度のふらつき

表1 N-タイプとG8-RXOのバックグラウンド濃度の平均値 $\langle D_B \rangle$ と標準偏差 σ_B

	$\langle D_B \rangle$	σ_B
N-タイプ	0.39	0.025
G8-RXO	0.12	0.020

3. 特性曲線

図4から、Nタイプは、電子数密度が 10^7 粒子/cm²以下では、線型な特性をもつが、G8-RXOは非線型であることが分る。Nタイプのような、ノン・スクリーン・タイプX線フィルムは、粒子線に対して、直接「感光」するため、ある値以上の電離損失をおこす粒子に対して、フィルム中のハロゲン化銀粒子は、同じように現像可能となる。これに対し、スクリーン・タイプX線フィルムは、電離損失を一度光に変換し、その光で感光するため、フィルムの電子線に対する感度特性はフィルムの光学特性と同型になる。

つまり

- ノン・スクリーン・タイプX線フィルムは、ほぼ粒子線の本数に比例して「感光」する。粒子数密度がある程度以上に増加すると、フィルムの濃度は飽和する。
- スクリーン・タイプX線フィルムは、粒子線のおこす増感紙中での電離損失に応じて発光した光に感光するため、電離損失の大きいものほど、光学的濃度は大きくなる。かつ、感光濃度と電離損失は線型な関係とはなっていない。これはRXOフィルムの光に対する感光特性に由来するものである。(図1参照)

4. シャワーの検出限界

フィルムに記録されたシャワー・スポットの、フィルム上 $200\mu\text{m}\times 200\mu\text{m}$ における光学的濃度を D_s とする。 D を測定点におけるフィルムの光学的濃度、 D_B をフィルムのバックグラウンド濃度であるとすれば、

$$D_s = D - D_B$$

である。肉眼によるスキャンでは、 D_s が0.1以上でないと、シャワーの黒点を識別することが、困難である。図4の特性曲線より、 D が0.1以上となるのは、Nタイプ、G8-RXOについて、シャワー粒子数密度が、それぞれ 6×10^5 粒子/cm²、 1×10^5 粒子/cm²以上のときである。

4-1 バックグラウンド粒子による D

しかし、シャワーの検出限界は、フィルムの感度だけで決まるのではない。信号(シャワーの濃度)に対して、雑音(バックグラウンド濃度のふらつき)が十分に小さい必要がある。バックグラウンドを作っているのは、シャワー以外の粒子線のトラック(バックグラウンド・トラック)およびカブリによる D である。バックグラウンド・トラックとしては、次のようなものが考えられる。

- (1) 地上における、放射性物質からの環境放射線及び宇宙線
- (2) 上空における宇宙線
- (3) RXOについては、増感紙中の S_m の崩壊による2.23 MeV α 線の寄与が加わる。宇宙線及び環境放射線の強度は表2に示した程度である。

まず、地上でのバックグラウンドについて述べることにする。実験に使用したフィルムは、Nタイプは約6ヵ月(約 1.6×10^7 秒)、RXOは約3ヵ月(約 8×10^6 秒)地上に保管されていた。表2より、この間にフィルムの単位面積を通る粒子数は、それぞれ、

表2 バックグラウンド・トラックを構成する放射線

	主な成分	垂直強度 ($\text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$)
気球高度	P	10^{-1}
地上	μ, e 放射性物質からの放射線	10^{-2} $\sim 1 \times 10^{-2}$

$$\text{N-タイプ} \quad 2\pi \times 2 \times 10^{-2} \times 1.6 \times 10^7 \approx 2 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}$$

$$\text{G8-RXO} \quad 2\pi \times 2 \times 10^{-2} \times 8 \times 10^6 \approx 1 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}$$

と見積ることが出来る。

これによる N-タイプの光学的濃度の増加は、図4の特性曲線から約0.3である。RXOは、チェンバー組立てから解体までの4日間を除いては、増感紙と別に保管されていた(表3参照)。したがって、RXOの地上でのバックグラウンドは、さらに次の二つに分けられる。

表3 1984年気球実験

放球	1984年5月19日6時54分 (JST)
観測時間	9時間36分
平均高度	9 mb
G8-RXO組立てから解体まで	4日間

a) 増感紙と別に保管されていた6ヵ月間にフィルムを通過したバックグラウンド粒子によるもの

b) 増感紙にはさまれた状態で保管された4日間にフィルムを通過したバックグラウンド粒子によるもの

a)の寄与による光学的濃度の増加は、フィルムが直接放射線に感光したものだけに限られる。RXOでは、直接感光による寄与は、G8を用いたときの1~2%以下程度であると推定される。したがって、光学的濃度の増加は0.02~0.04と見積ることができる。

b)の寄与を考える。増感紙にはさんだ状態でRXOが地上に置かれたのは、4日間から上空での10時間を除いた時間(約 3×10^5 秒)である。この間にG8-RXOを通過したバックグラウンド粒子は、上の計算と同じように、

$$2\pi \times 2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^5 \approx 4 \times 10^4 \text{ cm}^{-2}$$

である。

次に上空でのバックグラウンド粒子について考えてみる。表2から、高度9 mb, 10時間の露出では、通過する放射線の量は、

$$2 \times 2\pi \times 10^{-1} \times 36000 \approx 4.5 \times 10^4 \text{ cm}^{-2}$$

程度である。

N-タイプについての光学的濃度の増加は、0.05程度と見積れる。

一方RXOについては、地上で増感紙にはさんだ状態にあった4日間におけるものと合わせて、約 $1 \times 10^5 \text{ cm}^{-2}$ 程度の放射線が、G8-RXOを通過したことになる。すでに増感紙なしで地上で3ヵ月間露出されており、 D は0.02~0.04程度に上った状態のところへこれだけの放射線量が入射すると、光学的濃度の増加は、0.1程度であると見積れる。

S_m の崩壊による2.23 MeV α 線の寄与を調べるため、RXOを増感紙(G8)にはさんで、地上で16日放置したところ、光学的濃度の増加は、約0.05であった。 α 線の汚染をうけた期間は、4日間であり(表3参照)、 α 線による D の様な増加は無視しうる。しかし、 α 線は、フィルムにスポット状に写るため、シャワーと誤認する可能性がある。16日間で α 線のスポットは 1 cm^2 あたり平均7個程度であった。したがって気球実験では、1~2個/ cm^2 程度であり、許容しうる個数であった。しかも α 線のスポットは、フィルムの片面にだけ写るため、シャワー・スポットと見分けがつかない。

以上のことから、本実験においては α 線の寄与は無視できるものと考えられる。

以上の結果は表4にまとめておいた。

表4 バックグラウンド粒子によるDの増加の見積り

	地上	上空	計
N-タイプ	~0.3	≤ 0.05	~0.35
G8-RXO	~0.05	~0.1*	~0.15

* RXOがG8にはさまれていた地上での4日間における寄与も含む。

この結果はN-タイプ、RXOの測定値、0.39、0.12とよい一致をみせている。RXOはフィルムのみでは、ほとんど放射線に感光しないため、N-タイプに比べて、地上でのバックグラウンド濃度の増加を低くおさえることが出来、肉眼によるシャワー検出を有利にしていることが分る。

4-2 バックグラウンド濃度のふらつき

バックグラウンド濃度 D_B のふらつきの原因としては、入射粒子数のふらつき、生成される銀粒子数のふらつき、銀粒子の大きさの分布の寄与が考えられる。

a) 入射粒子数のふらつき

フィルム $200 \mu\text{m} \times 200 \mu\text{m}$ 中に入射してくる粒子数を n とすると、 n はポアソン分布をする。 n の平均値を ν とすると、N-タイプ・フィルムを通過した粒子数の平均値は、4-1に述べたように、地上6ヵ月、上空10時間で、 1 cm^2 あたり 2×10^6 個であるので、 $(200 \mu\text{m})^2$ あたりに直すと、 ν は約 10^3 個となる。RXOについては、感光に一番効く、増感紙にはさんでいたときの粒子数のふらつきが問題である。地上4日間および上空10時間に通過した粒子数の平均値は、 $\nu \sim 40$ 個/ $(200 \mu\text{m})^2$ である。

b) 生成銀粒子のふらつき

放射線1個あたりに生成される銀粒子の平均個数を μ とする。付録1に示したように、

N-タイプとRXOについて、 μ はそれぞれ2.8粒子、48粒子である。

放射線1個によって作られる銀粒子の個数は平均 μ のポアソン分布をするので、フィルム $200\mu\text{m}\times 200\mu\text{m}$ 中にある銀粒子の個数 r はコンパウンド・ポアソン分布に従う。したがって r の平均値 $E(r)$ 、分散 $V(r)$ はそれぞれ、次のようになる。(付録2参照)

$$E(r) = \mu\nu$$

$$V(r) = \mu(\mu+1)\nu$$

c) 銀粒子の大きさの分布

銀粒子1個の大きさを $a\mu\text{m}^2$ とすると、付録1に示したように、 a の平均値 $E(a)$ 、分散 $V(a)$ は、N-タイプ、RXOについて、測定から、それぞれ下のようになる。

	$E(a)$	$V(a)$
N-タイプ	13.4	156
RXO	5.0	9

d) D_B のふらつき

フィルム $200\mu\text{m}\times 200\mu\text{m}$ 中に銀粒子が r 個あるとする。これらの粒子各々について、その大きさは上の分布に従うものとする。

この時、 r 個の粒子が被う面積を $S\mu\text{m}^2$ とすると、

$$S = \sum_{i=1}^r a_i$$

である。ここで a_i は i 番目の銀粒子の面積である。

付録2に示したようにして、 S の期待値 $E(S)$ および分散 $V(S)$ を求めると、N-タイプ、RXOについて下のようになる。

	$E(S)$	$V(S)$
N-タイプ	3.8×10^4	2.3×10^6
RXO	9.2×10^3	2.2×10^6

D_B の平均を $\langle D_B \rangle$ とすると、 D_B のふらつき σ_B は

$$\sigma_B = \langle D_B \rangle \sqrt{V(S)/E(S)}$$

となる。

σ_B はN-タイプ、RXOについて、それぞれ0.016、0.019となる。N-タイプについての測定値0.025との一致は不十分であるが、RXOの測定値0.02との一致は極めてよい。

以上の結果は、表5にまとめておいた。

表5 バックグラウンド濃度のふらつきをきめるパラメーター

	$\langle D_B \rangle$	μ	ν	$E(a)$	$V(a)$	$E(S)$	$V(S)$	σ_B
N-タイプ	0.41	2.8	10^3	13.4	156	3.8×10^4	2.3×10^6	0.016
G8-RXO	0.1	48	40	4.8	9	9.2×10^3	2.2×10^6	0.019

4-3 シャワーの検出限界

検出限界を決定するためには、バックグラウンド濃度のふらつき σ_B と信号であるシャワーの光学的濃度 D_s を比較すればよい。 $D_s \geq 4\sigma_B$ かつ、肉眼で見えるための条件 $D_s \geq 0.1$ を満たす信号が、検出可能であると考え、この2つの条件をNタイプとRXOについて計算すると、

	$D_s \geq 4\sigma_s$	$D \geq 0.1$
Nタイプ	0.1	0.1
RXO	0.08	0.1

となる。この表からわかるように、この気球実験では、バックグラウンド濃度のふらつきと肉眼での検出限界がほぼバランスしている。

図4の特性曲線を使うと、検出限界はNタイプ、G8-RXOについて、それぞれ $6 \times 10^5 \text{ cm}^{-2}$ 、 $1 \times 10^5 \text{ cm}^{-2}$ となる。これは、それぞれ約1 TeV、約200 GeVのシャワーに相当している。

G8-RXOにより実際に検出されたガンマ線スペクトルと、大気中9 mbにおける期待値[1]を比較したものを表6に示した。これから、検出限界は200~300 GeVであることが分る。エマルジョン・チェンバー中でのG8-RXOの挿入位置が、エネルギー200 GeVのシャワーのシャワー極大より少し深いところにあることを考慮すると、検出限界は、200 GeV位にまで下げることが出来ると思われる。

表6 観測されたガンマ線スペクトル (4135 $\text{m}^2 \text{ sec} \cdot \text{str}$ 中で観測されたもの)

E (GeV)	100	200	300	400	500	1000
expected	58.3	17.7	8.8	5.4	3.7	1.1
observed	13	12	8	4	2	1

$$\text{Expedted Spectrum} = 1.41 \times 10^{-2} \left(\frac{100}{E} \right)^{1.72} (\text{m}^{-2} \text{ sec}^{-1} \text{ str}^{-1}) [1]$$

$\dagger D_B \geq \langle D_B \rangle + 4\sigma_B$ となる確率は約 10^{-4} である。つまり、雑音(バックグラウンド濃度のふらつきによる偽のシャワー)のレベルを、0.25 個/ cm^2 以下とすることを意味している。

5. 結 論

今回の気球による露出により、スクリーン・タイプX線フィルムを使用することにより、シャワーの検出限界を約200 GeVにまで下げられることが見出された。これはG8-RXOがNタイプに比べて感度が高いにもかかわらず、バックグラウンド濃度のふらつきが、ほぼ等しい値をもっているためである。

ノン・スクリーン・タイプX線フィルムは、放射線に直接感光し、銀粒子の感度が極めて高いため、slow protonに対してもthin trackに対してもフィルムとしての感度はほとんど変わらない。これが、NタイプX線フィルムがシャワー検出用に使われてきた理由である。これに対し、スクリーン・タイプX線フィルムは、電離損失に応じて感光するため、

フィルムの感度は電離損失の大きい slow proton に対して高くなる。この点は、シャワー粒子に比較してバックグラウンド濃度の増加の割合いがふえて、シャワー検出には一見不利なように見える。しかし、以上の解析に示したように、N-タイプに比べて感度が著しく高い点と、バックグラウンド濃度のふらつきが、相対的に低いことが、検出限界を下げていることがわかる。ただし、長期間の露出に対しては、バックグラウンドの増大、 S_m の影響などのため、上記の有効性が次第にうすれてくる。したがって、G8-RXOは、気球実験のような、短期間露出の実験に有効であるといえる。

G8-RXOの電子線に対する感度特性を定量的に調べるため、東京大学原子核研究所の電子シンクロトロンで760 MeVの電子ビームを照射させた。この結果得られた特性曲線は、図4に示したものと、ほぼ一致していることが確認された。[2]

付録1

N-タイプ、RXOの銀粒子の大きさを測定した。面積の分布は図A-1に示した。この結果、銀粒子の面積の平均 $E(a)$ 、分散 $V(a)$ は下のようになった。

	$E(a) (\mu\text{m}^2)$	$V(a)$
N-タイプ	13.4	156
RXO	5.0	9

この大きさから、フィルムに記録されたシャワー・スポットの光学濃度 D_s が0.2となるためには、 $(200 \mu\text{m})^2$ あたり、銀粒子数が平均

N-タイプ	1100 粒子
RXO	3000 粒子

必要である。図4の特性曲線より、 D_s が0.2となるには、 $(200 \mu\text{m})^2$ あたり、thin trackがそれぞれ、

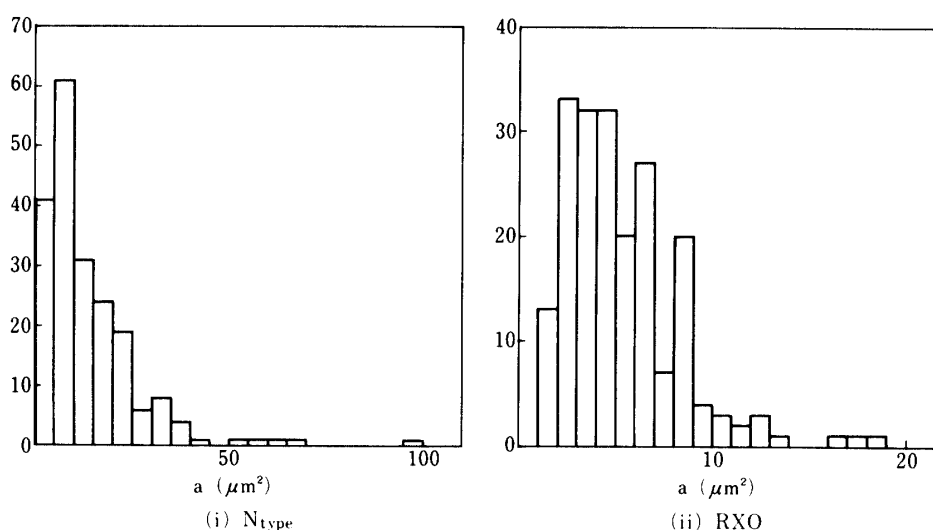
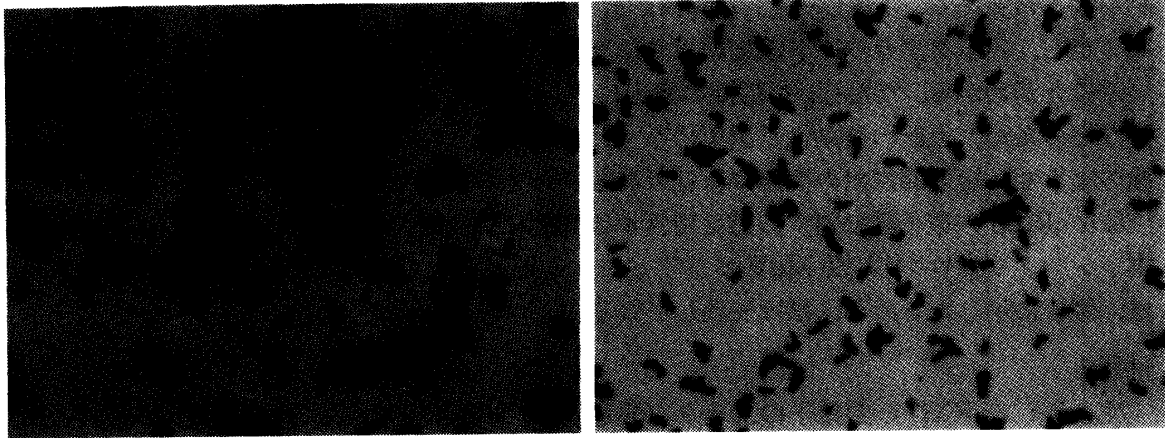


図 A-1 銀粒子の面積分布



(i) N-タイプ

(ii) RX10 $\overline{10 \mu}$

図 A-2 銀粒子の顕微鏡写真

N-タイプ 400 本

RXO 65 本

通ればよいから, thin track 1本あたり生成される銀粒子の個数は,

N-タイプ 2.8 粒子

RXO 48 粒子

となる.

図 A-2 に銀粒子の顕微鏡写真を示しておいた.

付録 2

フィルム $200 \mu\text{m} \times 200 \mu\text{m}$ 中に入射する放射線を n 個, その平均を ν , 各々の放射線 1 個によって作られる銀粒子の個数を m_i ($i=1, 2, \dots, n$) とする. n は平均 ν のポアソン分布に従い, 各 m_i は共通の平均 μ をもつポアソン分布をする.

$200 \mu\text{m} \times 200 \mu\text{m}$ 中に生成される銀粒子の総数を r とすると,

$$r = \sum_{i=1}^n m_i$$

であり, r はコンパウンド・ポアソン分布に従う. つまり, $(200 \mu\text{m})^2$ 中に r 個の銀粒子が生成される確率 $P(r)$ は,

$$P(r) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r!} (n\mu)^r e^{-n\mu} \cdot \frac{1}{n!} \nu^n e^{-\nu}$$

と表わされる。 r の平均値 $E(r)$, 分散 $V(r)$ は,

$$E(r) = \sum_{r=0}^{\infty} rP(r) = \mu\nu \quad (1)$$

$$V(r) = \sum_{r=0}^{\infty} [(r - E(r))^2]P(r) = \mu(\mu + 1)\nu \quad (2)$$

となる。

次に銀粒子1個の面積 a が従う確率密度関数を $f(a)$ とすると, a の平均 $E(a)$, 分散 $V(a)$ は,

$$E(a) = \int_0^{\infty} af(a)da$$

$$V(a) = \int_0^{\infty} [a - E(a)]^2 f(a)da = E(a^2) - E(a)^2$$

である。

$(200 \mu\text{m})^2$ 中の r 個の銀粒子によって被われる面積を S とすると,

$$S = \sum_{i=1}^r a_i$$

であり, S の従う確率密度関数 $\mathfrak{G}(S)$ は,

$$\mathfrak{G}(S) = \sum_{r=0}^{\infty} P(r) \left[\int \cdots \int \prod_{i=1}^r da_i f(a_i) \delta(S - \sum_{j=1}^r a_j) \right]$$

と表わされる。

S の期待値は,

$$\begin{aligned} E(S) &= \int_0^{\infty} S \mathfrak{G}(S) dS \\ &= \sum_{r=0}^{\infty} P(r) \left[\int \cdots \int \prod_{i=1}^r da_i f(a_i) \left(\sum_{j=1}^r a_j \right) \right] \\ &= \sum_{r=0}^{\infty} P(r) \cdot r \int_0^{\infty} af(a)da \\ &= E(r)E(a) \end{aligned} \quad (3)$$

同様に S^2 の期待値は,

$$\begin{aligned} E(S^2) &= \int_0^{\infty} S^2 \mathfrak{G}(S) dS \\ &= \sum_{r=0}^{\infty} P(r) \left[\int \cdots \int \prod_{i=1}^r da_i f(a_i) \left(\sum_{j=1}^r a_j \right)^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{r=0}^{\infty} P(r) [r \int_0^{\infty} a^2 f(a) da + (r^2 - r) \{ \int_0^{\infty} a f(a) da \}^2] \\
&= E(r) V(a) + E(r^2) E(a)^2
\end{aligned}$$

したがって、 S の分散は、

$$\begin{aligned}
V(S) &= E(S^2) - E(S)^2 \\
&= E(r) V(a) + V(r) E(a)^2
\end{aligned} \tag{4}$$

(1)~(4)より

$$E(S) = \mu \nu E(a)$$

$$V(S) = \mu \nu V(a) + \mu(\mu+1)\nu E(a)^2$$

付録1に述べた $E(a)$, $V(a)$ を用いると、 $E(S)$, $V(S)$ はそれぞれ、

	$E(S)$	$V(S)$
N-タイプ	3.8×10^4	2.3×10^6
RXO	9.2×10^3	2.2×10^6

となる。

謝 辞

富士写真フィルム株式会社、並びに同社宮台開発センターの宮原諄二氏には、貴重な助言およびRXO-Hの光学特性に関する資料の提供を賜りました。

青山学院大学理工学部の柴田徹氏には、フィルムの濃度測定に協力して頂きました。

これらの方々に、深く感謝の意を表します。

また気球実験に関して、観測器の製作から回収に至るまで、ひとかたならぬ御助力を頂いた、宇宙科学研究所気球工学のスタッフの方々に、厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- [1] Nishimura, J. et al., 1980, Ap. J. **238**, 394
- [2] Taira, T. et al., 1985, 19 th. ICRC Conference Papers (印刷中)