軸調整不良の共軸球面光學系の收差（第 3 報）

木内政藏，三宅和夫，* 林　敏治**

The Aberration of Decentred Optical System, III

Masazo KIUCHI, Kazuo MIYAKE and Toshiharu HAYASHI

ABSTRACT—The aberration formula for decentred optical system, given in our previous reports, were transformed into the so-called "Eliminationsformeln", in which the position of stop was contained explicitly. The effective stop was situated between any two consecutive surfaces of the system. Decentring of only one surface was considered, since the effect of several decentred surfaces could be obtained by summing up the effect of each of them, so long as the decentring occurred only in slight degrees. (Received July 20, 1951)

1. 序

第 1, 第 2 報[1][2] に於ては偏心のある光學系の Seidel 領域に於ける三次の收差式を導き，その場合にコマ，非點收差，像面の彎曲，歪みがどうなるかを論じた.

これらに於ては Schwarzschild の記號法を採用した．これはアイコナールとの關係が明らかで，物理的意味づけが容易である等の利點を有しているが，絞りの位置に關する量が式の中に含まれている．そのため絞りの位置を變える毎に係數をはじめから計算し直さねばならず，絞りの位置による收差の變化をしらべたり，收差の狀態から絞りの位置を決めるとゆう樣な問題には直ちに應用することが困難である.

この樣な問題に有効なのが Seidel の Eliminationsformeln[3][4] である．その計算方法は Rohr の本[5] 其他[6] に說明されている．本報告に於ては同樣の計算を光學系が偏心を有する場合に對して行つた.

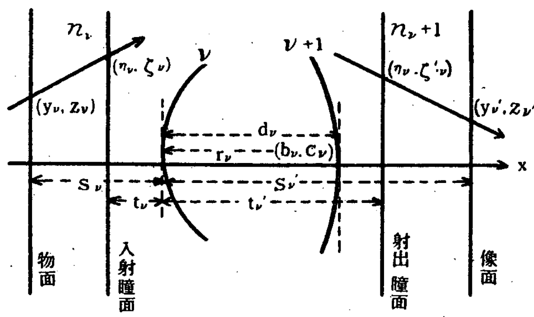
結果の式は少しく一般性を制限して項の數を減らし，且つ偏心がない場合，共軸球面系に對し普通よく用いられる形になる樣にした.

2. 記號の說明

本報告に於て記號は前報のものを使用したものも多いが，變えたものもあるので重複を嫌わず記すことにする.

光學系の軸としては常に有効絞りの中心を通る直線を考えこれを x 軸にとる．光學系は k 個の屈折球面を有し，ν 番目のものの球面半徑を r_ν とする．球心が球面より光の進む方向にある場合を正とする．球面の前方の屈折率を n_ν，後方の屈折率を n'_ν とする．ν 面に對する物面，像面，入射瞳面，射出瞳面はすべて x 軸に垂直であると考え，それらの位置は ν 面に切し x 軸に垂直な面から測り，第 1 圖の如く s_ν, s'_ν, t_ν, t'_ν であらわす．すべて光の進む方向に測つた場合を正とする．これらの間にはよく知られた關係

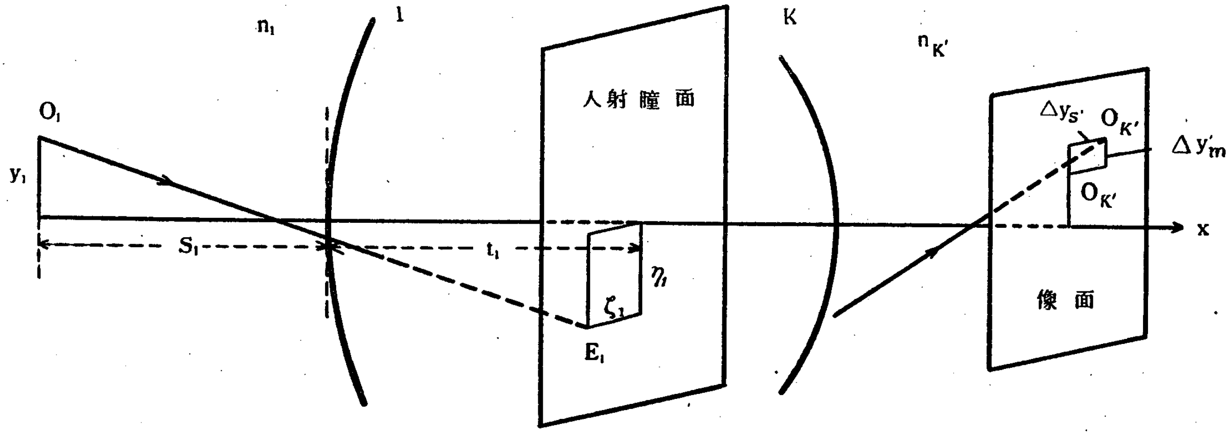
$$\left.\begin{aligned} n_\nu\left(\frac{1}{r_\nu}-\frac{1}{s_\nu}\right)&=n'_\nu\left(\frac{1}{r_\nu}-\frac{1}{s'_\nu}\right)=Q_\nu \\ n_\nu\left(\frac{1}{r_\nu}-\frac{1}{t_\nu}\right)&=n'_\nu\left(\frac{1}{r_\nu}-\frac{1}{t'_\nu}\right)=P_\nu \end{aligned}\right\} \quad (1)$$



第 1 圖

* 東京大學理學部物理教室

** 東京大學教養學部物理教室



第 2 圖

が成立する．ν 面と $\nu+1$ 面の間隔を d_ν とすれば

$$n'_\nu=n_{\nu+1},\qquad s_{\nu+1}=s'_\nu-d_\nu \tag{2}$$

なる關係が成立する．その他

$$\frac{h_{\nu+1}}{h_\nu}=\frac{s_{\nu+1}}{s'_\nu},\quad \frac{H_{\nu+1}}{H_\nu}=\frac{t_{\nu+1}}{t'_\nu} \tag{3}$$

なる量を導入しておく．

考える光線が物面，像面，入射瞳面，射出瞳面を切る點の位置を，x 軸との交點を原點とするそれら平面内の直角座標であらわし，(y_ν, z_ν), (y'_ν, z'_ν), (η_ν, ζ_ν), (η'_ν, ζ'_ν)とする．偏心をあらわすには球心の座標 (b_ν, c_ν) を用いる．

物面内の座標 (y_1, O) の點 O_1 から出た任意の光線が第1面の入射瞳，即ち全系に對する入射瞳の平面と交わる點 E_1 の座標を (η_1, ζ_1) とする．この光線を屈折の法則に従つて全光學系を通して追跡したとする．この光學系が偏心を有しないときの近軸光線による像點を $\overline{O'}_k$ とし，この $\overline{O'}_k$ を含む像面を考える光線が O'_k に於て貫くものとすれば，收差は $\overline{O'}_kO_k$ である．この收差を y 成分と z 成分に分けて考え，共軸系の場合の取扱に對應さすため．子午的成分 $\Delta y'_m$，球缺的成分 $\Delta y'_s$ と呼ぶことにする．

3. 計　　算

計算の出發點にとつた收差式は第 1 報の (12) 式であるが，式中の係數に對しては第2報に說明した如く，個々の面の偏心の影響が直ちに分る樣に和の順序を交換し，また有効絞りが系の中間又は最後にあつてもよい樣に一般化したものである．變形には Seidel が與えたといわれる二つの公式

$$\left.\begin{aligned}\frac{H_\nu}{H_1}&=\frac{h_\nu}{h_1}+h_1h_\nu(P_1-Q_1)\sum_{\lambda=2}^{\nu}\frac{d_{\lambda-1}}{n_\lambda h_{\lambda-1}h_\lambda}\\ h_\nu H_\nu(P_\nu-Q_\nu)&=h_1H_1(P_1-Q_1)\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

を用い，絞りの位置によつて變化する量 H_ν/H_1, P_ν を物點の位置に關係する同種の量 h_ν/h_1, Q_ν 及び系の入射瞳の位置に關する量 P_1 で置換える．

結果の式が複雜となることを避けるため，y 軸上の物點を考えたから $z_1=0$ である．またたゞ一つの面が偏心を有するとしたから，偏心の二次，三次の量を含む項に於て，異なる面の偏心の積から成る項を省略することとなる．

4. 結　　果

計算の結果得られた收差式を揭げる．

$$\left.\begin{aligned}\frac{\Delta y'_m}{s_1\beta}-\frac{p_\mu}{n_1}b_\mu=&\frac{1}{2}\frac{(\eta_1^2+\zeta_1^2)\eta_1s_1^3}{n_1(t_1-s_1)^3}\sum I_\nu-\frac{1}{2}\frac{(3\eta_1^2+\zeta_1^2)s_1}{(t_1-s_1)^2}\left(y_1\sum II_\nu+\frac{s_1}{n_1}Y_{\zeta\zeta}\right)-\frac{\eta_1\zeta_1s_1^2}{n_1(t_1-s_1)^2}Z_{\eta\eta}\\ &+\frac{1}{2}\frac{n_1\eta_1}{s_1(t_1-s_1)}\left(y_1^2\sum III_\nu+2y_1\frac{s_1}{n_1}Y_{\eta y}+\frac{s_1^2}{n_1^2}Y_\eta\right)+\frac{\zeta_1}{t_1-s_1}\left(y_1Y_{\zeta y}+\frac{s_1}{n_1}Y_\zeta\right)\\ &-\frac{1}{2}\frac{n_1^2}{s_1^3}\left(y_1^3\sum V_\nu+y_1^2\frac{s_1}{n_1}Y_{yy}+y_1\frac{s_1^2}{n_1^2}Y_y+\frac{s_1^3}{n_1^3}Y_0\right)\\ \frac{\Delta y_s'}{s_1\beta}-\frac{p_\mu}{n_1}c_\mu=&\frac{1}{2}\frac{(\eta_1^2+\zeta_1^2)\zeta_1s_1^3}{n_1(t_1-s_1)^3}\sum I_\nu\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned}&-\frac{1}{2}\frac{(\eta_1^2+3\zeta_1^2)s_1^2}{n_1(t_1-s_1)^2}Z_{\eta\eta}-\frac{\eta_1\zeta_1 s_1}{(t_1-s_1)^2}\left(y_1\sum II_\nu+\frac{s_1}{n_1}Y_{\zeta\zeta}\right)\\&+\frac{\eta_1}{t_1-s_1}\left(y_1Y_{\zeta y}+\frac{s_1}{n_1}Y_\zeta\right)+\frac{n_1\zeta_1}{2(t_1-s_1)^2s_1}\left(y_1^2\sum IV_\nu+2y_1\frac{s_1}{n_1}Z_{\zeta y}+\frac{s_1^2}{n_1^2}Z_\zeta\right)\\&-\frac{n_1}{2s_1^2}\left(y_1^2Z_{yy}+y_1\frac{s_1}{n_1}Zy+\frac{s_1^2}{n_1^2}Z_0\right)\end{aligned}\right\}$$

こゝに $\beta=\dfrac{n_1s'_1s'_2\cdots\cdots\cdots\cdots s'_k}{n'_ks_1s_2\cdots\cdots\cdots\cdots s_k}$ は光學系の倍率である．以下 (5) の中の記號を列記する．

$$\left.\begin{aligned}I_\nu&=S_1\\II_\nu&=\frac{1}{n_1}\frac{s_1t_1}{t_1-s_1}S_1+S_2\\III_\nu&=\frac{3}{n_1^2}\left(\frac{s_1t_1}{t_1-s_1}\right)^2S_1+\frac{6}{n_1}\frac{s_1t_1}{t_1-s_1}S_2+3S_3+S_4\\IV_\nu&=\frac{1}{n_1^2}\left(\frac{s_1t_1}{t_1-s_1}\right)^2S_1+\frac{2}{n_1}\frac{s_1t_1}{t_1-s_1}S_2+S_3+S_4\\V_\nu&=\frac{1}{n_1^3}\left(\frac{s_1t_1}{t_1-s_1}\right)^3S_1+\frac{3}{n_1^2}\left(\frac{s_1t_1}{t_1-s_1}\right)^2S_2+\frac{1}{n_1}\frac{s_1t_1}{t_1-s_1}(3S_3+S_4)+S_5\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

$$\left.\begin{aligned}S_1&=\left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^4Q_\nu^2\left(\varDelta\frac{1}{ns}\right)_\nu\\S_2&=(\epsilon_\nu+\delta_\nu)S_1\\S_3&=(\epsilon_\nu+\delta_\nu)^2S_1\\S_4&=-\frac{1}{r_\nu}\left(\varDelta\frac{1}{n}\right)_\nu\\S_5&=(\epsilon_\nu+\delta_\nu)(S_3+S_4)\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

$$\left.\begin{aligned}\epsilon_\nu&=\frac{1}{\left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^2Q_\nu},\quad\left(\varDelta\frac{1}{ns}\right)_\nu=\frac{1}{n'_\nu s'_\nu}-\frac{1}{n_\nu s_\nu}\\\delta_\nu&=\sum_{\mu=2}^{\nu}\frac{d_{\mu-1}}{n_\mu\frac{h_{\mu-1}}{h_1}\frac{h_\mu}{h_1}},\quad\left(\varDelta\frac{1}{n}\right)_\nu=\frac{1}{n'_\nu}-\frac{1}{n_\nu}\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

(5) 中の $\sum$ は ν が 1 から k までのものについて和をとることを意味する．

以上は共軸系の場合の Seidel の Eliminations-formeln に對してよく用いられる記號である．

以下に偏心によつてつけ加わる項の係數を掲げる．それらは偏心を有する μ 面が有効絞り（第 l 面の射出瞳と一致するものとする）よりも前にある ($\mu\leq l$) か，後にある ($\mu>l$) かに從つて形を異にする．偏心に關して一次，二次，三次の順にその代表的なものだけを掲げるが，他は第1表及び第2表により夫々相當する量を交換することによつて得られる．

先づ次の樣な量を導入しておく．

$$\left.\begin{aligned}p_\nu&=\frac{h_\nu}{h_1}\frac{(\varDelta n)_\nu}{r_\nu},\qquad q_\nu=\frac{h_\nu}{h_1}\frac{n'_\nu}{s'_\nu}\\f_\nu&=\left(\frac{1}{n_1}\frac{s_1t_1}{t_1-s_1}+\delta_\nu\right)p_\nu\\g_\nu&=\left(\frac{1}{n_1}\frac{s_1t_1}{t_1-s_1}+\delta_\nu\right)q_\nu-\frac{h_1}{h_\nu}\end{aligned}\right\}\quad(9)$$

偏心の一次の量に關係する係數は

$$Y_{\zeta\zeta}=\left\{\begin{aligned}&b_\mu\left(f_\nu\sum_{\nu=1}^{\mu-1}I_\nu+g_\mu I_\mu+p_\mu\sum_{\nu=\mu+1}^{k}II_\nu-q_{\mu-1}II_\mu\right)&&(\mu\leq l)\\&b_\mu\left(-f_\mu\sum_{\nu=\mu+1}^{k}I_\nu+g_{\mu-1}I_\mu+p_\mu\sum_{\nu=\mu+1}^{k}II_\nu-q_{\mu-1}II_\mu\right)&&(\mu>l)\end{aligned}\right.\quad(10)$$

第1表

係數	關係する偏心	置換えるべき量	
$Y_{\zeta\zeta}$	b_μ	I	II
$Z_{\eta\eta}$	c_μ	I	II
$Y_{\eta y}$	b_μ	$3II$	III
$Y_{\zeta y}$	c_μ	II	$(III-IV)/2$
$Z_{\zeta y}$	b_μ	II	IV
Y_{yy}	b_μ	III	$3V$
Z_{yy}	c_μ	IV	V

偏心の二次の量に關係する係數は

$$\left.\begin{aligned}Z_y&=2U_\mu b_\mu c_\mu\\Y_\zeta&=2T_\mu b_\mu c_\mu\\Y_y&=M_\mu b_\mu^2+N_\mu c_\mu^2\\Y_\eta&=G_\mu b_\mu^2+H_\mu c_\mu^2\\Z_\zeta&=H_\mu b_\mu^2+G_\mu c_\mu^2\end{aligned}\right\}\quad(11)$$

但し

$$
U_\mu=\left\{\begin{array}{ll} f_\mu^2\sum_{\nu=1}^{\mu-1}II_\nu+g_\mu^2II_\mu-g_\mu q_{\mu-1}\dfrac{III_\mu+IV_\mu}{2}+p_\mu^2\sum_{\nu=\mu+1}^{k}V_\nu+q^2_{\mu-1}V_\nu & (\mu\leq l) \\ f_\mu^2\sum_{\nu=\mu+1}^{k}II_\nu+g_{\mu-1}^2II_\mu-f_\mu p_\mu\sum_{\nu=\mu+1}^{k}\dfrac{III_\nu+IV_\nu}{2}-g_{\mu-1}q_{\mu-1}\dfrac{III_\mu+IV_\mu}{2}+p_\mu^2\sum_{\nu=\mu+1}^{k}V_\nu+q^2_{\mu-1}V_\mu & (\mu>l) \end{array}\right\} \tag{12}
$$

第 2 表

係　　數	置換えるべき量		
U_μ	II	$(III+IV)/2$	V
T_μ	I	$2II$	$(III-IV)/2$
M_μ	$3II$	$2III$	$3V$
N_μ	II	$III-IV$	V
G_μ	$3I$	$6II$	III
H_μ	I	$2II$	IV

偏心の三次の量に關係する係數は

$$
\begin{pmatrix}Y_0\\Z_0\end{pmatrix}=\left\{\begin{array}{l} \begin{pmatrix}b_\mu\\c_\mu\end{pmatrix}(b_\mu^2+c_\mu^2)\left\{f_\mu^3\sum_{\nu=1}^{\mu-1}I_\nu+g_\mu^3I_\mu-g_\mu^2q_{\mu-1}3II_\mu+g_\mu q_{\mu-1}III_\mu+p_\mu^3\sum_{\nu=\mu+1}^{k}V_\nu-q^3_{\mu-1}V_\mu\right\}(\mu\leq l) \\ \begin{pmatrix}b_\mu\\c_\mu\end{pmatrix}(b_\mu^2+c_\mu^2)\left\{-f_\mu^3\sum_{\nu=\mu+1}^{k}I_\nu+g^3_{\mu-1}I_\mu+f_\mu^2p_\mu\sum_{\nu=\mu+1}^{k}3II_\nu-g^2_{\mu-1}q_{\mu-1}\cdot 3II_\mu-f_\mu p^2_\mu\sum_{\nu=\mu+1}^{k}III_\nu\right. \\ \qquad\left.+g_{\mu-1}q^2_{\mu-1}III_\mu+p_\mu^3\sum_{\nu=\mu+1}^{k}V_\nu-q^3_{\mu-1}V_\mu\right\} \qquad (\mu>l) \end{array}\right\} \tag{13}
$$

5. 使用上の注意

以上の式を使用するに際しての注意をまとめておく.

光學系の軸は有効絞りの中心を通ると考えているから，偏心のある面が有効絞りよりも前にあるとき（$\mu\leq l$）は，全光學系に對する入射瞳の中心はこの軸から外れていることに注意しなければならない．その際入射瞳の中心の座標は

$$
\left.\begin{array}{l} b=-f_\mu b_\mu \\ c=-f_\mu c_\mu \end{array}\right\} \tag{14}
$$

で與えられる.

たゞ一つの面 μ だけが偏心（b_μ, c_μ）を有するとした．二つ以上の面に偏心がある場合には，偏心に關して一次の量は，それらの面の各々に對するものゝ和をとればよい．二次，三次の量には異なる面の偏心の積の項が入つて來るので，上に與えた式は使えない．しかし實際に起る樣な僅かな偏心の場合，二次，三次の項は極めて小さく殆んど無視出來るのである.

物點としては y 軸上の點のみを考えたが，座標を x 軸のまわりに廻轉することにより，物面上のすべての點に對する收差が計算される.

6. 結　　語

第1報，第2報に於て導いた偏心光學系の收差式に，共軸系の場合に於けるEliminationsformelnと同樣な變形を行つた．一般性を少しく制限して項の數を減らした．この制限は實用上大したことはないと考えられる.

本計算の結果を用いて望遠鏡レンズ，寫眞レンズ等に於ける偏心の影響を檢討したので，續いて發表の豫定である.

本研究は文部省科學研究費の交附を受けて實施したものである.

文　　獻

(1) 木内政藏，石黒浩三，三宅和夫：理工研報告，1 (1947), 154.

(2) 木内政藏，三宅和夫：理工研報告，3 (1949), 77.

(3) M. Berek: *Grundlagen der Praktischen Optik*, S. 44.

(4) 芦田靜馬：光學レンズ，物理實驗學，第 5 巻，250 頁.

(5) M. v. Rohr: *Die Bilderzeugung in Optischen Instrumenten*, S. 3[illegible]6.

(6) 丸山修治：日本數物會誌，17 (1943), 440.

(1951 年 7 月 20 日受理)