

げ試験により確める事は出来なかつた。又後日あらためて実験を行いたく思っている。

5. 結 論

あらかじめ降伏點以上の引張、又は壓縮加工を加えて加工硬化せしめた 0.22% 炭素鋼の引張壓縮疲労限を求めた結果

(1) 引張塑性加工を加えると、加工程度の上昇と共に疲労限は始めや、減少し、その後加工度と共に上昇して行く。本実験では 4%程度 of 引張加工に對し母材より約 6%減少し、それ以上の加工に對しては上昇を示している。

(2) 壓縮塑性加工を加えても、引張加工の時と同様、加工度の上昇と共に疲労限は初めや、減少し、その後加工度と共に上昇して行く。本実験では 2%程度の壓縮加工に對し母材より約 6%減少し、それ以上の加工に對しては上昇を示している。

(3) 引張加工も壓縮加工も靜的試験、疲労試験の結果から見て強度的には同じ種類の影響を及ぼすものと考えられる。

(4) 僅かな引張、壓縮加工を加えても明らかに硬

度、降伏點、引張強さは上昇して居るに拘らず疲労限が減少する。この理由は今の所明らかでない。

尙小野式回轉曲げ試験機を用いて補足的実験を行い回轉曲げ疲労限についても同様な傾向のある事を確めた。

終りに臨み材料について御便宜をたまわつた三菱重工業横濱造船所赤木、櫻井兩技師に厚く御禮申し上げる。尙本実験は文部省科學研究費の補助を受けたので重ねて謝意を表する次第である。

文 獻

- (1) 五十嵐、深井：機械學會論文集 5, 20 (1939, VIII).
- (2) 西原外三氏：機械學會論文集 14, 46(1948).
- (3) Moore and Kommers: Univ. Illinois Eng. Exp. Stat. Bull. 124 (1921).
- (4) W. Wiss: Dr.-Ing.-Diss. Darmstadt (1929).
- (5) K. Aders: Mitt. Forsch.-Inst. d. Verein, Stahlwerke A-G. Dortmund, 1 (1928/30).
- (6) F. Körber u. M. Hempel: Mitt. Kaiser-Wilh. Inst. Eisenforschung, Band XVII (1935).

外 壓 に 因 る 球 形 殻 の 挫 屈

吉 村 慶 丸・植 村 益 次

The Buckling of Spherical Shells due to External Pressure
By Yoshimaru Yoshimura and Masuji Uemura.

ABSTRACT: Amongst many trials which have been made to explain the discrepancy between the experimental buckling value of a spherical shell and theory, the concept of "Durchschlag" suggested by Biezeno, Th. von Kármán and H. Tsien is considered to be the most reasonable one. But as the assumption used in Kármán's calculation with regard to the deformation of the shell is not natural, we solved the same problem once more as exactly as possible, by dealing with the equilibrium equations with finite displacement and assuming the reasonable functional form of the deformation.

The considerable differences of the results obtained in the present paper from that of Kármán and Tsien are that the postbuckling stable equilibrium positions exist also in the region of internal pressure beyond certain values of deformation and solid angle of the buckled part, and that the minimum of the envelope of the post-buckling equilibrium curves does not exist. Using these results, we proposed an opinion as to the mechanism of buckling.

(1949年12月15日受理)

1. 緒 言

外壓を受ける球形殻の線型理論による挫屈値⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾が、實驗結果と可成りの相違のあることは周知の事柄である。この兩者の相違を解決しようとする多くの試み⁽⁵⁾の中で、Biezeno⁽⁶⁾や Th. von Kármán and H. Tsien⁽⁷⁾の荷重-撓みの非線型性に起因する Durchschlag の考えは、この様な挫屈現象の事實を説明し得る點で最も合理的であり、現在では一般に認められる所である。

併し、Kármán 等は

- (1) 球形殻の部分の立體角は小さい。
- (2) 變形は回轉對稱的である。
- (3) 殻の任意の點の撓みが回轉對稱軸に平行である。
- (4) Poisson's ratio は 0 である。

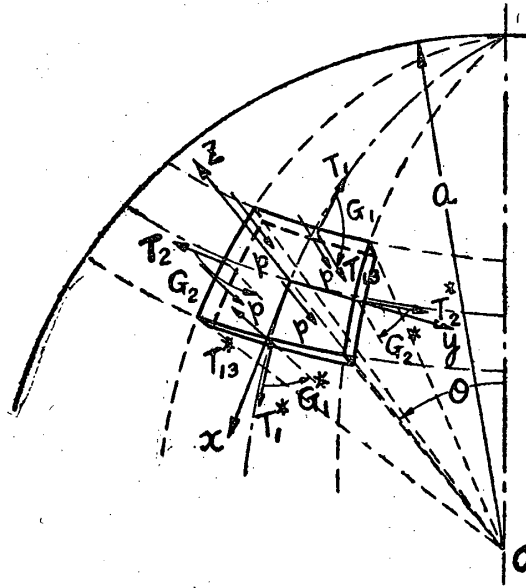
と云う假定を用いて居る。(1), (2) は單に問題を限定するのみで其れ自身矛盾を含むものではないが、假定 (3), (4) は可成り不合理なもので、結果に及ぼす影響も小さくないであろうことは想像に難くない。例えば其の結果によれば、挫屈後の總べての平衡位置は外壓の場合に限られているのであるが、この様なことは極めて薄い殻に對しては不可能なことである。この様な意味でこの問題に對しては、出来るだけ妥當な假定の下に、信頼性の多い計算を行う必要があると考えられる。本文ではこの目的のために、(1), (2) の假定の下に、筆者の一人⁽⁸⁾が前に得た殻の有限變位理論を用いて解析した結果を報告し、Kármán 等の結果と比較検討し、尙挫屈の機構に關する私見を述べ度いと思う。

2. 平衡方程式

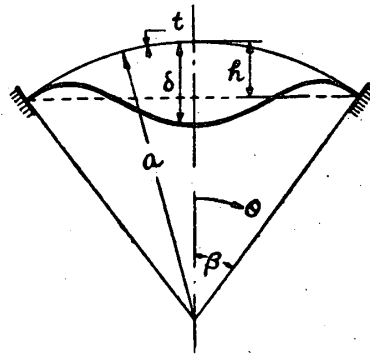
半徑 a の球面上の座標を θ, φ で表わし、これ等 x, y 方向の變位成分を夫々 U, V , 半徑 z 方向の成分を W とする(第1圖参照)。

問題を第2圖に示す様な球形殻の一部の對稱變形の場合に限定すれば、 $V=0, \partial/\partial\varphi=0$ であるから、均一外壓を受ける球形殻の平衡方程式 (x, z 方向の釣合及びモーメントの釣合) は、次の様に與えられる。

$$\frac{1}{a} \frac{d}{d\theta} (T_1 \sin \theta) - \frac{1}{a} T_2 \cos \theta - T_{13} \sin \theta \frac{L}{a^2} = 0 \quad (1.a)$$



第1圖 球形殻における諸變數の表示圖



第2圖 部分球形殻における諸變數の説明圖

$$\frac{1}{a \sin \theta} \frac{d}{d\theta} (T_{13} \sin \theta) + T_1 \frac{L}{a^2} + T_2 \frac{N}{a^2 \sin^2 \theta} - p = 0 \quad (1.b)$$

$$\frac{d}{d\theta} (G_1 \sin \theta) + G_2 \cos \theta - a T_{13} \sin \theta = 0 \quad (1.c)$$

茲に

a : 球形殻の半徑

p : 球形殻の單位表面積に働らく壓力 (外壓を正とする)

$T_1 (T_2)$: 變形後の $x (y)$ 軸方向の眞斷面力 (張力を正とする)

T_{13} : 變形後の殻面に直角方向の眞剪斷力

$G_1 (G_2)$: 變形後の $y (x)$ 軸周りの眞モーメント

$L/a^2, N/a^2 \sin^2 \theta$: 變形後の $x (y)$ 軸方向の曲率尙回轉的對稱變形の假定の他に、Kármán 等も行つ

た様に、球形殻の小さい一部を取扱うことにする。即ち第2圖に於ける中心角 2θ は微小量と假定する。

球形曲板の高さ h は、頂點の撓み δ と大體同じ order であることに着目すれば、

$$a\beta^2 \approx 2h \quad (2)$$

の關係式から、 δ/a と β^2 も同じ order の量と考えられる。又 $x(y)$ 軸方向の歪 $e_1(e_2)$ を考えれば、 W と $dU/d\theta$ 或は U/θ と同じ order の量であることも分る。故に、無次元數

$$u = U/a, \quad w = W/a \quad (3)$$

を用い、微小量の場合には、 w , $du/d\theta$ 及び θ^2 が同じく一次の微小量であると考えれば、結局 L , N , G_1 , G_2 , e_1 , e_2 の一次の項を次の様に書き表わすことが出来る⁽⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} L/a^2 &= -1/a(1-w'') \\ N^2/a^2 \sin^2 \theta &= -1/a(1-w' \cot \theta) \\ G_1 &= -B/a(w'' + \nu w' \cot \theta) \\ G_2 &= B/a(w' \cot \theta + \nu w'') \\ e_1 &= w + u' + 1/2 w'^2 \\ e_2 &= w + u \cot \theta \end{aligned} \right\} (4)$$

但し“'”は θ に関する微分を表わす。又

B : 曲げ剛性 $\equiv Et^3/[12(1-\nu^2)]$

E : ヤング係數

t : 球形殻の厚さ

ν : ポアソン比

(4) 式の最後の二式から u を消去して得た式に

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= 1/Et(T_1 - \nu T_2) \\ e_2 &= 1/Et(T_2 - \nu T_1) \end{aligned} \right\} (5)$$

を代入すれば、適合條件式

$$\begin{aligned} (T_2' - \nu T_1') \tan \theta - T_1(1 + \nu \sec^2 \theta) + T_2(\sec^2 \theta + \nu) \\ = Et(w' \tan \theta - 1/2 w'^2) \end{aligned} \quad (6)$$

を得る。

我々は θ^2 を一次の微小量と考えているから、 θ に関する三角函數を展開して第一項のみを取り、新しく獨立變數として $s = \theta/\beta$ を導入する。(4) 式を(1)式に代入すれば、結局適合條件式をも合せて次の四式を得る。

$$T_1' s + (T_1 - T_2) = T_{13} \cdot \beta s (1 - w''/\beta^2) \quad (7.a)$$

$$\begin{aligned} T_1(1 - w''/\beta^2) + T_2(1 - w'/\beta^2 s) + pa \\ - 1/\beta(T_{13}' + T_{13}/s) = 0 \end{aligned} \quad (7.b)$$

$$T_{13} + B/a^2 \beta^3 s^2 (w''' s^2 + w'' s - w') = 0 \quad (7.c)$$

$$\begin{aligned} (T_2' - \nu T_1') s - (1 + \nu)(T_1 - T_2) \\ = Et(w' s - w'^2/2\beta^2) \end{aligned} \quad (7.d)$$

但し添符“'”は s に関する微分を示す。

3. 平衡方程式の解 (I)

先づ球形殻が挫屈する前に、外壓により一様な壓縮を受けていると考える。この場合には、(7) 式に於いて應力成分に

$$\begin{aligned} T_1 &= -\frac{pa}{2} + T_{1b}, \quad T_2 = -\frac{pa}{2} + T_{2b}, \\ T_{13} &= T_{13b} \end{aligned} \quad (8)$$

を代入する必要がある、その結果曲げに依る變數 T_{1b} , T_{2b} , T_{13b} に関する平衡方程式が得られる。添符“b”を取り除き、 T_{1b} , T_{2b} , T_{13b} を夫々 T_1 , T_2 , T_{13} と書けば、(7.b) は

$$\begin{aligned} T_1 \left(1 - \frac{w''}{\beta^2}\right) + T_2 \left(1 - \frac{w'}{\beta^2 s}\right) - \frac{pa}{2\beta^2} \left(w'' + \frac{w'}{s}\right) \\ - \frac{1}{\beta} \left(T_{13}' + \frac{T_{13}}{s}\right) = 0 \end{aligned} \quad (7.b')$$

となり、他の三式は其の儘の形である。

(7) 式は u を陽に含まないから、境界條件を満足する適当な w を假定すれば、應力成分は積分によつて求められる。

今、周邊固定の條件

$$\left. \begin{aligned} s=0; \quad w = -\delta/a, \quad w' = 0 \\ s=1; \quad w = w', \quad w' = 0 \end{aligned} \right\} (9)$$

を満足する w として

$$w = -\delta/a(1 - 2s^2 + s^4) \quad (10)$$

を假定する。

先づ、 w を(7.c)式に代入すれば

$$T_{13} = \frac{8Et\delta}{3(1-\nu^2)} \frac{t^2 s}{a^3 \beta^3} \quad (11)$$

が求められる。これから分る様に薄肉の球形殻では、 T_{13} が T_1 , T_2 に較べ遙かに小さいものと思われる。故に第一次近似解で満足するならば、(7.a) 式の右邊を省略することが出来るので

$$T_1' s + (T_1 - T_2) = 0 \quad (12)$$

となる。従つて、 T_1 , T_2 は應力函數 ϕ を用いて

$$T_1 = \phi/s, \quad T_2 = d\phi/ds \quad (13)$$

と置くことが出来、(7.d) 式は

$$\frac{d}{ds} \left\{ \frac{1}{s} \frac{d}{ds} (s\phi) \right\} = Et \left(w' - \frac{w'^2}{2\beta^2 s} \right) \quad (14)$$

となる。故に(10)式を代入して積分すれば、 ϕ が求められ、従つて

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{\phi}{s} = -\frac{Et\delta}{6a} \left\{ (-3s^2 + s^4) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\delta}{a\beta^2} (6s^2 - 4s^4 + s^6) + c \right\} \\ T_2 &= \frac{d\phi}{ds} = -\frac{Et\delta}{6a} \left\{ (-9s^2 + 5s^4) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\delta}{a\beta^2} (18s^2 - 20s^4 + 7s^6) + c \right\} \end{aligned} \right\} (15)$$

但し c ; 積分常数
を得る。又一方, (4), (5) 兩式から

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{Et}{1-\nu^2} \left\{ (1+\nu)w + \frac{w'}{2\beta^2} + \frac{1}{\beta} (u + \nu \frac{u}{s}) \right\} \\ T_2 &= \frac{Et}{1-\nu^2} \left\{ (1+\nu)w + \frac{\nu w'}{2\beta^2} + \frac{1}{\beta} (\frac{u}{s} + \nu u') \right\} \end{aligned} \right\} (16)$$

であるから, (15), (16) 兩式を用い

$$s=0, 1; u=0 \quad (17)$$

の境界条件を満足する様に u を決定すれば

$$\begin{aligned} u &= -\delta\beta/6a[(1+\nu)(-2s+3s^3-s^5) \\ &\quad -\delta/a\beta^2\{(5-3\nu)s-6(3-\nu)s^3+4(5-\nu)s^5 \\ &\quad - (7-\nu)s^7\}] \end{aligned} \quad (18)$$

を得る。そこで (16) 式を (15) 式と比較して c を決定すれば, 結局應力成分として

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= -\frac{Et\delta}{6a} \left\{ \left[\frac{2(2-\nu)}{1-\nu} - 3s^2 + s^4 \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{\delta}{a\beta^2} \left\{ \frac{5-3\nu}{1-\nu} - 6s^2 + 4s^4 - s^6 \right\} \right\} \\ T_2 &= -\frac{Et\delta}{6a} \left\{ \left[\frac{2(2-\nu)}{1-\nu} - 9s^2 + 5s^4 \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{\delta}{a\beta^2} \left\{ \frac{5-3\nu}{1-\nu} - 18s^2 + 20s^4 - 7s^6 \right\} \right\} \end{aligned} \right\} (19)$$

となり, 又 (13), (19) 兩式から應力函数 ϕ も得られる。

次に, (7.b') 式を書き換えると

$$\frac{1}{s} \frac{d}{ds} \left\{ \phi \left(s - \frac{w'}{\beta^2} \right) - \frac{T_{13} \cdot s}{\beta} + \frac{pa}{2\beta^2} w' s \right\} = 0 \quad (20)$$

であるから, (10), (11), (19) 三式を用いて Galerkin 法を適用し, 各邊に $ws ds$ を乗じ 0 から 1 迄積分すれば, 求める壓力對撓の関係式として

$$\begin{aligned} \frac{pa^2}{2Et^2} &= \frac{7-2\nu}{30(1-\nu)} \alpha - \frac{3-\nu}{4(1-\nu)} \frac{\delta}{t} \\ &\quad + \left\{ \frac{23-9\nu}{21(1-\nu)} \frac{\delta^2}{t^2} + \frac{4}{3(1-\nu^2)} \right\} \frac{1}{\alpha} \end{aligned} \quad (21)$$

但し $\alpha = a\beta^2/t$

が得られる。今 $\nu=1/3$ とすれば, (21) 式は

$$\frac{pa^2}{2Et^2} = \frac{19}{60} \alpha - \frac{\delta}{t} + \left(\frac{5}{7} \frac{\delta^2}{t^2} + \frac{3}{2} \frac{1}{\alpha} \right) \quad (22)$$

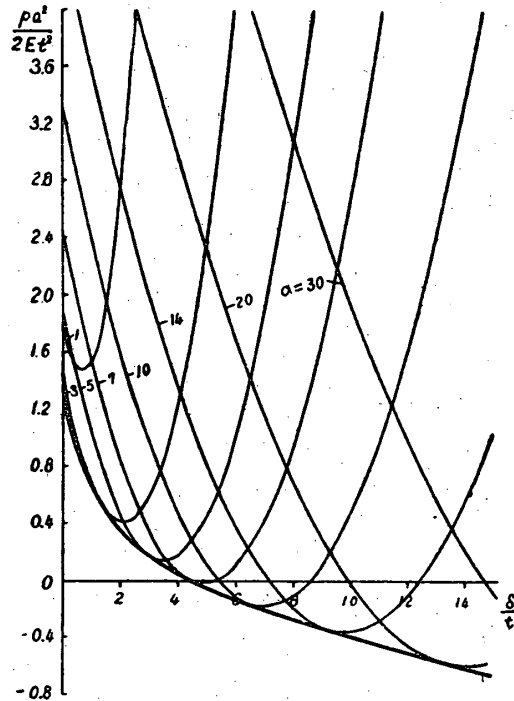
となる。 α をパラメーターとして, (22) 式を第3圖に示す。これ等曲線群の包絡線は

$$\left(\frac{pa^2}{2Et^2} \right)_c = 2 \sqrt{\frac{19}{60} \left(\frac{5}{7} \frac{\delta^2}{t^2} + \frac{1}{\alpha} \right)} - \quad (23)$$

で與えられる。(23) 式で $\delta/t=0$ と置けば

$$\left(\frac{pa^2}{2Et^2} \right)_{c,0} = 1.378 \quad (24)$$

である。



第3圖 (I) の場合に対する壓力對撓圖

4. 平衡方程式の解 (II)

Kármán 等は, (I) の場合の結果により完全球形殻の挫屈を説明して居り, それに對して部分球形殻の最初から曲げを伴う Durchschlag の計算も行つている。

而して今本節で取扱おうとする後者の場合は, 部分球形殻に對してのみならず, 理想的でない完全球形殻に對しては (I) の場合よりも寧ろ重要性のあるものであると考えられる。この場合には, (7.b) 式に變更を加えず, (7) 式を其儘用いて前節と同様に解く。(20) 式に相當する式として

$$\frac{1}{s} \frac{d}{ds} \left\{ \phi \left(s - \frac{w'}{\beta^2} \right) - \frac{T_{13} \cdot s}{\beta} + \frac{pas^2}{2} \right\} = 0 \quad (25)$$

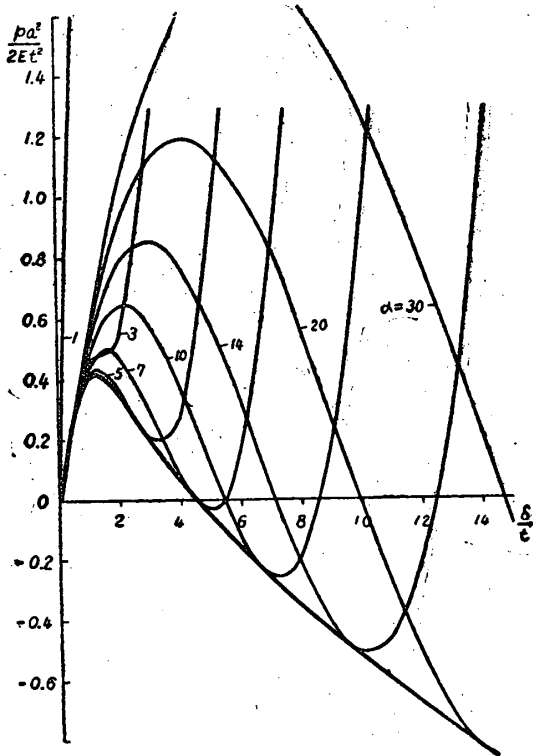
を得る。(10), (11), (19) 三式は本節の場合にも其の儘用いられる。(25) 式に Galerkin 法を適用すると、
 壓力對撓みの關係式として

$$\frac{pa^2}{2Et^2} = \frac{7-2\nu}{15(1-\nu)} \frac{\delta}{t} - \frac{3-\nu}{2(1-\nu)} \frac{1}{\alpha} \frac{\delta^2}{t^2} + \frac{23-9\nu}{21(1-\nu)} \frac{1}{\alpha^2} \frac{\delta^3}{t^3} + \frac{8}{3(1-\nu^2)} \frac{1}{\alpha^2} \frac{\delta}{t} \quad (26)$$

が得られ、 $\nu=1/3$ とすれば、結局

$$\frac{pa^2}{2Et^2} = \frac{19}{30} \frac{\delta}{t} - \frac{2}{\alpha} \frac{\delta^2}{t^2} + \frac{10}{7\alpha^2} \frac{\delta^3}{t^3} + \frac{3}{\alpha^2} \frac{\delta}{t} \quad (27)$$

となる。これを、 α をパラメーターとして第4圖に示す。



第4圖 (II) の場合に對する壓力對撓圖

この壓力對撓曲線には極大、極小があり、不安定領域を有するが、殻厚 t の増加や半徑 a 、中心角 β の減少により α の値が小になると不安定領域を有しない。 $pa^2/2Et$ を δ/t で微分して0と置くことから、 $\alpha < \sqrt{10}$ ならば壓力の増加と共に撓が増加し、 $\alpha > \sqrt{10}$ ならば不安定領域があることが分る。

(I) の場合と同様にして包絡線を求めると

$$\left(\frac{pa^2}{2Et^2}\right)_e = \frac{1}{30} \frac{399-20(\delta^2/t^2)}{21+10(\delta^2/t^2)} \cdot \frac{\delta}{t} \quad (28)$$

であり、其の極大値を求めると

$$(pa^2/2Et^2)_{e, \max} = 0.421; \delta/t = 1.24 \quad (29)$$

である。

5. Kármán and Tsien の結果との比較

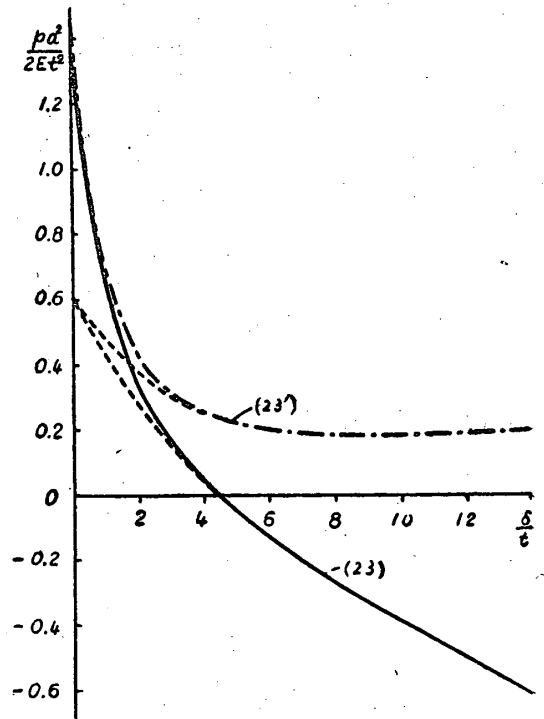
先づ (I) の場合の結果に對して Kármán & Tsien の結果を擧げれば、(23) 式に對して

$$\left(\frac{pa^2}{2Et^2}\right)_e = \frac{4}{5} \sqrt{\frac{16}{7} \frac{\delta^2}{t^2} + \frac{10}{3}} - \frac{6}{5} \frac{\delta}{t} \quad (23')$$

が對應し、(23), (23') 兩式を第5圖に比較してある。(23') 式に於いて $\delta/t=0$ とおけば、(24) 式に對して

$$(pa^2/2Et^2)_{e,0} = 1.461 \quad (24)$$

である。



第5圖 (I) の場合の包絡線に對する Kármán 等の結果との比較

次に (II) の場合には、(27) 式に對應して

$$\frac{pa^2}{2Et^2} = \frac{4}{5} \frac{\delta}{t} - \frac{12}{5\alpha} \frac{\delta^2}{t^2} + \frac{64}{34\alpha^2} \frac{\delta^3}{t^3} + \frac{8}{3\alpha^2} \frac{\delta}{t} \quad (27')$$

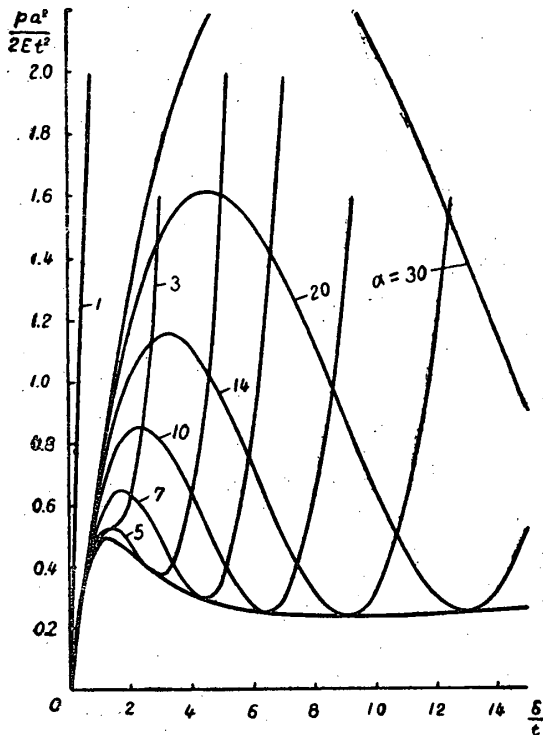
で、これの包絡線は (28) 式に對應して

$$\left(\frac{pa^2}{2Et^2}\right)_e = \frac{1}{10} \frac{280+3(\delta^2/t^2)}{35+24(\delta^2/t^2)} \cdot \frac{\delta}{t} \quad (28')$$

であり、共に第6圖に圖示する。又 (28') 式の極大値は、(29) 式に對應して

$$(pa^2/2Et^2)_{e, \max} = 0.491; \delta/t = 1.25 \quad (29')$$

である。



第6圖 (II) の場合に対する Kármán 等の壓力對撓圖

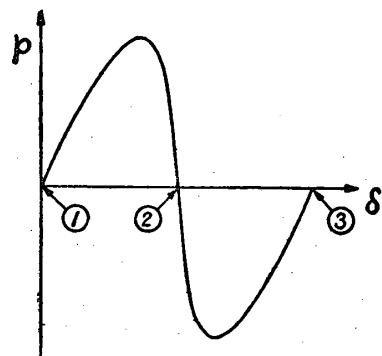
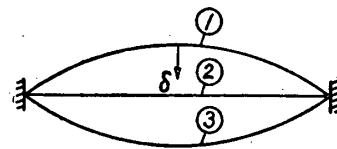
(24), (24') 兩式の値は、共に線型理論で與えられる挫屈値 0.606 に比べて可成り大きい。これに對して Kármán 等は假定した撓みの形が微小の變形に對して不適當であるとする理由を擧げ、從つて δ/t の小さい値に對しては、包絡線の形は第5圖の點線で置き換えられるものと考えている。筆者等の假定した撓みも近似的ではあるが、Kármán 等の假定に比べて遙かに合理的であるにも拘らず、分枝點が稍低く出ただけでこの點は同様である。

(II) の場合の包絡線の極大値は、我々の場合の方が可成り小さいが ((29), (29')), 線型理論による挫屈値である 0.606 の約 $1/4$ 程度の實驗値に對しては尙相當の隔りがある。何れの場合にも、これ等 (24), (29) 兩式の値は、合理的な撓を假定することによつて更に引下げ得ることが想像される。

次に (I) 及び (II) の場合の荷重-撓曲線を比較すれば、其の著しい相違は、(24'), (29') 兩式で表わされる包絡線は常に $p < 0$ の領域にあつて極小値が存在するのに對し、(24), (29) 兩式によれば、 $\alpha, \delta/t$ の大きい所では $p > 0$ 、即ち内壓の下に平衡が成立し、荷重の極小値が存在しないことである。Kármán 等は從來の線型理論による挫屈値を“上限挫屈値”、包絡線の極小値を“下限挫屈値”と名付け、理想的に完

全な球形殻でないならば、下限挫屈値に近い荷重で挫屈が起り、此の安定な釣合の位置に飛び移るものと考え、E. E. Sechler & W. Bollay の半球形殻に關する實驗結果を都合よく説明しているのであるが、我々の得た結果によればこの様な解釋は出來ない。

内壓に對して平衡を保ち得ることは次の考察から明らかになるであらう。即ち若し曲げ剛性を無視し得る様な薄い殻に對しては、第7圖の様な關係が成り立つから、 α が大きい場合には、 δ/t の大きな所で p が負の平衡状態があることは寧ろ當然である。集中荷重に對する Biezeno の結果も第4圖と同じ傾向を示している。即ち $\alpha > 10$ ならば、集中荷重を除去しても最初の状態には戻らないことを指摘して居り、このことは我々の場合の $\alpha > 7$ に對して内壓の下に釣合を保ち得ることに對應する。



第7圖 曲げ剛性を無視し得る球形殻の壓力對撓の關係

6. 球形殻の挫屈について

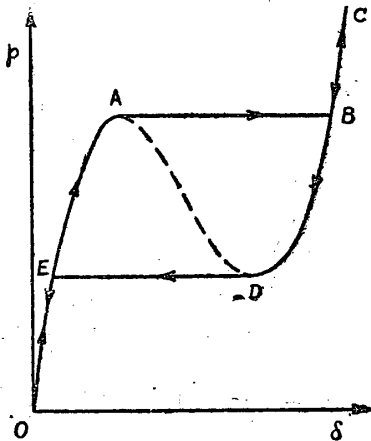
以上の結果を根據として、球形殻の挫屈の機構に關する考察も不完全乍ら行つて見度いと思う。

部分球形殻の挫屈の場合には、(II) の結果を採用すべきであるが、完全球形殻の場合には、前にも述べた様に、球形殻が理想的であるならば (I)、少しでも初期變形を有するならば (II) の場合を考えるべきである。

而して實際には、完全に理想的な殻はないと考えられるから、外壓によつて殻の小さな部分は既に最初から曲げを伴い、壓力の増加と共にこの様な曲げを伴う部分の範圍即ち α の値が次第に増加する。若し何等

の擾亂もなければ $(pa^2/2Et^2)_{e,max}$ の荷重で、擾亂が存在するならば、それ以下の壓力で挫屈し、ある α の値に對する安定な状態に飛び移る等である。而してこの挫屈直後の壓力は、試験條件（例えば油壓、空氣壓等）によつて異なるのであつて、Kármán等の云う様に下限挫屈値である必要はないのである。

事實池田氏⁽⁹⁾の實驗結果によれば、壓力撓の曲線は第8圖の様な傾向を示している。即ち壓力を増して行く時は、OEABCの順路を、減じて行く時は、CBDEOの順路を取る。このことから挫屈値は下限挫屈値ではなく、寧ろ包絡線の極大値であることが想像される。

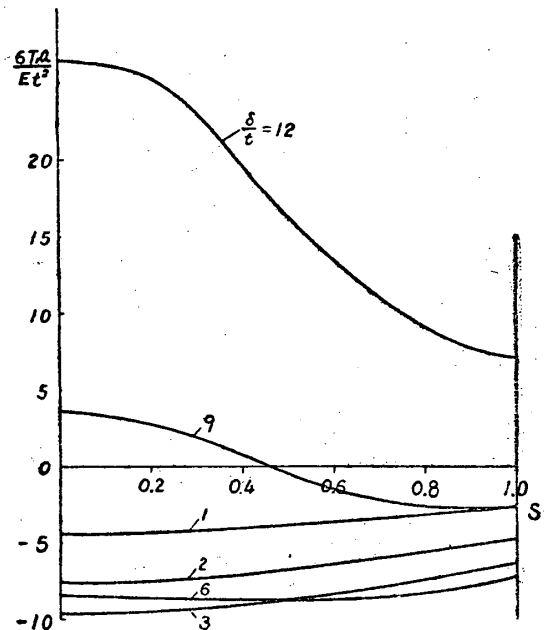


第8圖 球形殻挫屈機構の一説明圖

尙挫屈後に實現される α の値を判定する條件が明らかでないが、このためには荷重装置をも含めた體系全體の考察を必要とするであろう。

尙 (19) 式に依り、一例として $\alpha=10$ の場合の T_1 の値を第9圖に plot してある。これから δ/t が小さい時には壓縮應力が略々一樣であることが分る。故に第4圖で挫屈値の δ/t の値を参照して考えると、(II) の場合の結果を挫屈を定義しても、挫屈迄一樣に壓縮されているとした古典的理論とは、應力に關する限り大差無いと云える。

我々の解析結果を以てしても實驗値を十分に説明することが出来なかつたが、更に挫屈値を下げるには、境界條件の他に、試験片の不完全性や非對稱撓、或は



第9圖 $\alpha=10$ の場合の T_1 の分布曲線

w についての更に妥當な假定等に就いて考慮しなければならないと思う。

尙以上の解析は第一次近似計算である。撓と立體角が大きい場合には、 w と θ に就いて更に高次の項を取り、釣合方程式を立てなければならない。此の場合には、本文に用いた第一次近似解を用い、本文と同じ手続きで、逐次的に高次の解を得ることが出来る。

文 献

- (1) R. Zoelly: Diss. Zürich, Technische Hochschule, (1915).
- (2) E. Schwerin: Z. A. M. M., 2, (1922), 81.
- (3) F. Federhofer: Z. A. M. M., 15, (1935), 26.
- (4) A. Van der Neut: Delft, (1932).
- (5) 徳川武定: 造船協會々報, No. 59, (1936; 1937).
- (6) C. B. Biezeno: Z. A. M. M., 15, (1935), 13.
- (7) Th. von Kármán and H. S. Tsien: Jour. of the Aero. Sciences, (1939/2), 43.
- (8) 吉村慶丸: 理工研報告, 2 (1948), 167; 3 (1949), 19.
- (9) 池田健: 應用力學懇話會發表, 東大工學部, (1948).