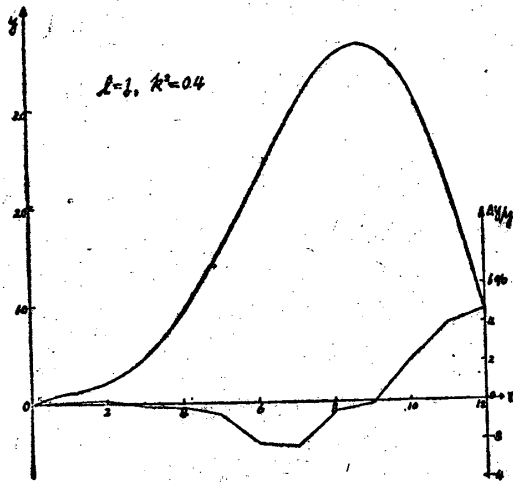


第 8 圖



第 9 圖

### 5. む す び

以上解法並びに數値解との比較を簡單に示した。D. A. の機構上の複雑さから誤差の原因をつきとめることは非常に面倒である。各々の解については check のために數回解を書かせた。數値計算も  $(y, r)$ -scale 及び  $(z, \rho)$ -scale で試みてその差は問題とならなかつた。D. A. と數値計算の差は at random と言ふよりは寧ろ systematic であると言ふことが數回書かせた解から知られた。然しこの差は前報告<sup>(1)</sup>の誤差の評価から大體許し得る範囲にあることがわかつた。以上行つた解は何れもガタの補正が行はれて居ない。これを行へば更に誤差は減少されるものと思はれる。

尙 D. A. により解を求める場合には、數値計算の場合と異つて各變數の大きさに限度が存在するといふことである。この爲に上述した様な適當な變換を行ふ scale の倍率を變へて適當な所で解をつなぐかするより外はない。

最後に種々御指示を頂いた山内教授に御禮申し上げます。

### 文 獻

- (1) 渡邊, 三井田: 理工研報告 3 (1949), 65
- (2) Hartee, Hartree and Swirlres: Phil. Trans. A, 238 (1939) 229,
- (3) D. R. Hartree: Phys. Rev. 47 (1934) 738.

## 軸調整不良の共軸球面光學系の収差 (第2報)

木内政藏・三宅和夫

(1949年2月28日受理)

### 1. 第2報序

前報告<sup>(1)</sup>に引續いて先づ歪み収差の検討を行ふ。次に前報告で與へた理論式に現はれる各係數の表現を變化し、簡単にその意味が知られる様な形にし、又個々の球面の偏心が獨立に及ぼす影響が直接に知られる様にする。最後に有效絞りの位置が任意の球面間にある場合のために變數  $\eta_1, \zeta_1$  を變換する。

前報告發表後荒、久保田兩氏の同じ問題に関する研

究結果が發表された<sup>(2)</sup>。兩氏の得られた理論式は吾々の前報告のものと同様な二重和を含むものである。

本報告では式番號を新にし、前報告の式を引用する場合にはその式番號の前に I をつけることにする。

### 2. 歪 み

前報告通り入射瞳が有効絞りであるとし、その中心を通る光線 ( $\eta_1 = \zeta_1 = 0$ ) だけを考へて結像を論ずる。一般式 (I, 12) は

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_1}{s_1} \left( \frac{n'_k s_1 s_2 \cdots s_k}{n_1 s'_1 s'_2 \cdots s'_k} y'_k - y_1 \right) - \sum_{\nu=1}^k \frac{h_\nu}{h_1} \frac{(dn)_\nu}{r} b_\nu &= P(y_1, z_1) \\ &= Y_0 + Y_y y_1 + Y_z z_1 + Y_{yy} y_1^2 + Y_{yz} y_1 z_1 + Y_{zz} z_1^2 + E y_1 (y_1^2 + z_1^2), \\ \frac{n_1}{s_1} \left( \frac{n'_k s_1 s_2 \cdots s_k}{n_1 s'_1 s'_2 \cdots s'_k} z'_k - z_1 \right) - \sum_{\nu=1}^k \frac{h_\nu}{h_1} \frac{(dn)_\nu}{r} c_\nu &= Q(y_1, z_1) \\ &= Z_0 + Z_y y_1 + Z_z z_1 + Z_{yy} y_1^2 + Z_{yz} y_1 z_1 + Z_{zz} z_1^2 + E z_1 (y_1^2 + z_1^2) \end{aligned} \right\} (1)$$

となる。右邊の多項式を簡單の爲に  $P(y_1, z_1)$ ,  $Q(y_1, z_1)$  と記す。(1, 13) により係數の間には

$$Y_{yz} = Z_{zz} - Z_{yy}, \quad Z_{yz} = Y_{yy} - Y_{zz} \quad (2)$$

の關係がある。(1) は物圖形が歪みと同轉とを受けて結像されることを意味するものであつて、而も各點  $(y_1, z_1)$  における圖形小部分が夫々異なる歪みと同轉とを受けるのである。

點  $(y_1, z_1)$  にある小圖形の受ける歪みと同轉とを\*

\*論ずる爲に (1) の微分をとれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_1}{s_1} \frac{n'_k s_1 s_2 \cdots s_k}{n_1 s'_1 s'_2 \cdots s'_k} dy'_k &= \frac{n_1}{s_1} + P_y \Big) dy_1 + P_z dz_1, \\ \frac{n_1}{s_1} \frac{n'_k s_1 s_2 \cdots s_k}{n_1 s'_1 s'_2 \cdots s'_k} dz'_k &= Q_y dy_1 + \left( \frac{n_1}{s_1} + Q_z \right) dz_1 \end{aligned} \right\} (3)$$

となる。 $P_y$ ,  $P_z$ ,  $Q_y$ ,  $Q_z$  は接尾文字で表はされた變數  $y_1, z_1$  で (1) の多項式を偏微分したもの

$$\left. \begin{aligned} P_y &= \frac{\partial P(y_1, z_1)}{\partial y_1} = Y_y + 2Y_{yy} y_1 + Y_{yz} z_1 + E(3y_1^2 + z_1^2), \\ P_z &= \frac{\partial P(y_1, z_1)}{\partial z_1} = Y_z + Y_{yz} y_1 + 2Y_{zz} z_1 + 2E y_1 z_1, \\ Q_y &= \frac{\partial Q(y_1, z_1)}{\partial y_1} = Z_y + 2Z_{yy} y_1 + Z_{yz} z_1 + 2E y_1 z_1, \\ Q_z &= \frac{\partial Q(y_1, z_1)}{\partial z_1} = Z_z + Z_{yz} y_1 + 2Z_{zz} z_1 + E(y_1^2 + 3z_1^2) \end{aligned} \right\} (4)$$

である。(3) により、 $(y_1, z_1)$  における小線分(成分  $dy_1, dz_1$ ) とそれに対応する像線分 ( $dy'_k, dz'_k$ ) との

$$\frac{dz'_k}{dy'_k} = \frac{Q_y + \left( \frac{n_1}{s_1} + Q_z \right) \frac{dz_1}{dy_1}}{\left( \frac{n_1}{s_1} + P_y \right) + P_z \frac{dz_1}{dy_1}} \quad (5)$$

方向を表はす  $\frac{dz_1}{dy_1}, \frac{dz'_k}{dy'_k}$  の間には (5) 式の關係がある。従つてこの小線分が結像によつて同轉される角  $\delta$  は

$$\tan \delta = \frac{\frac{dz'_k}{dy'_k} - \frac{dz_1}{dy_1}}{1 + \frac{dz'_k}{dy'_k} \frac{dz_1}{dy_1}} = \frac{Q_y + (Q_z - P_y) \frac{dz_1}{dy_1} - P_z \left( \frac{dz_1}{dy_1} \right)^2}{\left( \frac{n_1}{s_1} + P_y \right) + (Q_y + P_z) \frac{dz_1}{dy_1} + \left( \frac{n_1}{s_1} + Q_z \right) \left( \frac{dz_1}{dy_1} \right)^2} \quad (6)$$

で與へられる。この式から次のことがいへる。

(i) 同轉なし ( $\delta=0$ ) で結像される物線分の方  
向  $dz_1/dy_1$  は(6) の右邊の分子を 0 とした二次方程式の  
根として與へられる。今その二實根があるとして、そ\*

$$Q_y - P_z = (Z_y - Y_z) + (2Z_{yy} - Y_{yz}) y_1 - (2Y_{zz} - Z_{yz}) z_1 = 0 \quad (8)$$

といふ直線の上であれば、特定の向きに向いてゐる直  
角小十字は同轉なしに直角小十字に結像されるの  
である。この際先の二次方程式の判別式は正であつ  
て、實根があることが判る。

$\delta$  が 0 ではないが、一定の値である様な物線分の方  
向も亦一方向  $(y_1, z_1)$  に対して二つある。但しそれを  
得る二次方程式の判別式が正なる爲には  $\delta$  の値に制限  
がある。この二つの方向が互に垂直である爲の條件は

\*れを I, II で區別する。I, II の方向は一般にある角  
をなすが、特にそれが直角をなす爲には

$$\left( \frac{dz_1}{dy_1} \right)_I \cdot \left( \frac{dz_1}{dy_1} \right)_{II} = - \frac{Q_y}{P_z} = -1 \quad (7)$$

の條件が満たされればよい。言ひ換へると點  $(y_1, z_1)$  が

$$\tan \delta = (Q_y - P_z) / \left( 2 \frac{n_1}{s_1} + Q_z + P_y \right) \quad (9)$$

となり、この場合に  $(y_1, z_1)$  が一つの圓弧の上にあ  
ればよいことになる。

(ii) 次に點  $(y_1, z_1)$  においてすべての方向の小  
線分が同じ同轉角  $\delta$  で同轉される様なことが起るか  
を考へる。その様な點があれば、そこでは小圖形が歪  
みを受けず、同轉だけを受けて結像されるのである。こ

の爲には(6)にて  $\tan \delta$  が  $dz_1/dy_1$  に無關係となればよく、必要にして十分な條件として

$$\tan \delta = \frac{Q_y}{\frac{n_1}{s_1} + P_y} = \frac{Q_z - P_y}{Q_y + P_z} = \frac{-P_z}{\frac{n_1}{s_1} + Q_z} \quad \text{従つて} = -\frac{Q_y + P_z}{Q_z - P_y} \quad (10)$$

を得る。これから  $(Q_z - P_y)^2 + (Q_y + P_z)^2 = 0$ , (11)

$$Q_z - P_y = (Z_z - Y_y) - (Y_{yy} + Y_{zz})y_1 + (Z_{zz} + Z_{yy})z_1 - 2E(y_1^2 - z_1^2) = 0, \quad (12)$$

$$Q_y + P_z = (Z_y + Y_z) + (Z_{zz} + Y_{yy})y_1 + (Y_{yy} + Y_{zz})z_1 + 4E y_1 z_1 = 0 \quad (13)$$

が生じる。但し(12), (13)は(2)の關係を使つて得られる。即ち(12)及び(13)なる二つの双曲線の交點は上の様な點となり、其の際の回轉角が(16)で與へられるのである。この二つの双曲線は點

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= -(Y_{yy} + Y_{zz}) / (4E) \\ z_1 &= -(Z_{zz} + Z_{yy}) / (4E) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

を共通に中心として持つ直角双曲線であり、(12)の方は吾々の用ひてゐる座標軸と45°の傾きをなす直交二直線を、(13)の方は座標軸に平行な直交二直線を漸近線として持つ。従つて兩双曲線の交點は中心(14)の兩側に一つづつ計2個が必ず存在する。

かくして偏心なき系では軸點だけが正像點とも稱すべきものであつたのが、偏心ある場合には一對の正像點に分れるのであつて、その模様は前報告に述べた所の非點収差なき點が一對に分離することと似て居る。

### 3. 式の書き變へ、個々の屈折面の偏心の影響

吾々の計算結果(I, 13)では各係数が  $B_\nu, C_\nu, b_\nu, \gamma_\nu$  なる量を用ひて表はされて居り、式の意味を直接に把み難い。そこで(I, 15)によつて  $B_\nu$  等を  $b'_\nu, c'_\nu, b''_\nu, c''_\nu$  に戻し、更にこれらを各球面の偏心量  $b_\mu, c_\mu$  の一次和に戻して見る。この際吾々は偏心なき場合各球面が5収差(I, 14)に寄與する部分量を

$$\left. \begin{aligned} B^{(\nu)} &= -\frac{s_1^2}{2(s_1 - t_1)^2} \left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^2 Q_\nu^2 \left(\Delta \frac{1}{ns}\right)_\nu, \\ F^{(\nu)} &= \frac{s_1 t_1}{2(s_1 - t_1)^2} \left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^3 \frac{H_\nu}{H_1} Q_\nu P_\nu \left(\Delta \frac{1}{ns}\right)_\nu, \\ C^{(\nu)} &= -\frac{s_1 t_1^2}{2(s_1 - t_1)^2} \left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^2 \left(\frac{H_\nu}{H_1}\right)^2 P_\nu^2 \left(\Delta \frac{1}{ns}\right)_\nu, \\ D^{(\nu)} &= C^{(\nu)} + \frac{s_1 t_1^2}{2(s_1 - t_1)^2} \left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^2 \left(\frac{H_\nu}{H_1}\right)^2 (P_\nu - Q_\nu)^2 \left(\Delta \frac{1}{ns}\right)_\nu, \\ E^{(\nu)} &= \frac{t_1^2}{2(s_1 - t_1)^2} \frac{h_\nu}{h_1} \left(\frac{H_\nu}{H_1}\right)^3 \frac{P_\nu}{Q_\nu} \left[ P_\nu^2 \left(\Delta \frac{1}{ns}\right)_\nu - (P_\nu - Q_\nu)^2 \left(\Delta \frac{1}{ns}\right)_\nu \right] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

の様に表はし、また次の様に物面  $\omega_1$  と第  $\nu$  球面の像面  $\omega'_\nu$  との間の横倍率を  $\beta^{(\nu)}$ 、入射瞳  $\pi_1$  と第  $\nu$  球面の射出瞳  $\pi'_\nu$  との間の横倍率を  $\gamma^{(\nu)}$  で表はして使用することにする。

$$\left. \begin{aligned} \beta^{(\nu)} &= \frac{n_1 s_1' s_2' \dots s'_\nu}{n'_\nu s_1 s_2 \dots s_\nu}, \\ \gamma^{(\nu)} &= \frac{n_1 t_1' t_2' \dots t'_\nu}{n'_\nu t_1 t_2 \dots t_\nu} \end{aligned} \right\} \quad (\beta^{(0)} = \gamma^{(0)} = 1) \quad (16)$$

先づ  $B'_\nu$  等を  $b'_\nu$  等に戻した結果は

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} Y_{\eta\zeta} = Y_{\zeta\zeta} &= \frac{1}{2} Z_{\eta\zeta} = -\sum_{\nu=1}^{\lambda} (B^{(\nu)} b'_\nu + F^{(\nu)} b''_\nu), \\ \frac{1}{2} Y_{\zeta\zeta} &= \frac{1}{2} Z_{\eta\zeta} = -\sum_{\nu=1}^{\lambda} (F^{(\nu)} b'_\nu + C^{(\nu)} b''_\nu), \\ \frac{1}{2} Z_{\zeta\eta} &= -\sum_{\nu=1}^{\lambda} (F^{(\nu)} b'_\nu + D^{(\nu)} b''_\nu), \\ \frac{1}{6} Y_{\eta\eta} &= -\sum_{\nu=1}^{\lambda} (F^{(\nu)} b'_\nu + \frac{2C^{(\nu)} + D^{(\nu)}}{3} b''_\nu), \\ \frac{1}{2} Z_{\eta\eta} &= -\sum_{\nu=1}^{\lambda} (C^{(\nu)} b'_\nu + E^{(\nu)} b''_\nu), \\ Y_{\zeta\zeta} &= -\sum_{\nu=1}^{\lambda} (D^{(\nu)} b'_\nu + E^{(\nu)} b''_\nu), \\ \frac{1}{3} Y_{\eta\eta} &= -\sum_{\nu=1}^{\lambda} \left( \frac{2C^{(\nu)} + D^{(\nu)}}{3} b'_\nu + E^{(\nu)} b''_\nu \right), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_\eta &= \sum_{\nu=1}^{\lambda} \left\{ B^{(\nu)} (3b_\nu^2 + c_\nu^2) + 2F^{(\nu)} (3b'_\nu b''_\nu + c'_\nu c''_\nu) + (2C^{(\nu)} + D^{(\nu)}) b_\nu^2 + D^{(\nu)} c_\nu^2 \right\}, \\ \frac{1}{2} Y_{\zeta\zeta} &= \sum_{\nu=1}^{\lambda} \left\{ B^{(\nu)} b'_\nu c'_\nu + F^{(\nu)} (b'_\nu c'_\nu + b''_\nu c''_\nu) + C^{(\nu)} b''_\nu c''_\nu \right\}, \\ Y_\zeta &= \sum_{\nu=1}^{\lambda} \left\{ F^{(\nu)} (3b_\nu^2 + c_\nu^2) + 2(2C^{(\nu)} + D^{(\nu)}) b'_\nu b''_\nu + 2C^{(\nu)} c'_\nu c''_\nu + E^{(\nu)} (3b_\nu^2 + c_\nu^2) \right\}, \\ \frac{1}{2} Y_{\eta\eta} &= \sum_{\nu=1}^{\lambda} \left\{ F^{(\nu)} b'_\nu c'_\nu + D^{(\nu)} b'_\nu c'_\nu + C^{(\nu)} b''_\nu c''_\nu + E^{(\nu)} b''_\nu c''_\nu \right\} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

である。  $Y, Z, \eta, \zeta, y, z$  を同時に夫々  $Z, Y, \zeta, \eta, z, y$  で置き換へた係数には  $b_\nu, c_\nu$  を夫々  $c_\nu, b_\nu$  で置き換へればよい。  $b'_\nu$  等は(I, 9)を書き直して、

$$\left. \begin{aligned} b'_\nu &= \sum_{\mu=1}^{\nu-1} \left( \frac{1}{\gamma^{(\mu-1)}} - \frac{1}{\gamma^{(\mu)}} \right) b_\mu + \frac{1}{\gamma^{(\nu-1)}} b_\nu, \\ b''_\nu &= \sum_{\mu=1}^{\nu-1} \left( \frac{1}{\beta^{(\mu-1)}} - \frac{1}{\beta^{(\mu)}} \right) b_\mu + \frac{1}{\beta^{(\nu-1)}} b_\nu \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

及びこの式の  $b$  を  $c$  に變へたもので與へられる。

$b'_\nu$  等の意味を(19)について説明すれば次の通りである。第  $\mu$  面の結像の軸として球心  $C_\mu$  を通り吾々の用ひてゐる全系の軸に平行な直線を考へ、入射瞳  $\pi_\mu$ 、射出瞳  $\pi'_\mu$  とこの局所軸との交點を  $P_\mu, P'_\mu$  とする。  $P_\mu$  と  $P'_\mu$  とは勿論第  $\mu$  面の結像の對應點であり、また共に  $b_\mu, c_\mu$  の座標を持つ。  $P_\mu$  を第  $\mu$  面より前にある球面系の結像で全系の入射瞳  $\pi_1$  上に戻すに、若しその  $(\mu-1)$  個の球面に偏心がなければ、座標  $(1/\gamma^{(\mu-1)}) b_\mu, (1/\gamma^{(\mu-1)}) c_\mu$  の點が  $P_\mu$  に、従つて又  $P'_\mu$  に對應することになる。更に若し第  $\mu$  面にも偏心がないとし、同じ  $P'_\mu (b_\mu, c_\mu)$  の  $\pi_1$  上の對應點を求めれば、座標  $(1/\gamma^{(\mu)}) b_\mu, (1/\gamma^{(\mu)}) c_\mu$  である。二つの差  $(1/\gamma^{(\mu-1)} - 1/\gamma^{(\mu)}) b_\mu, (1/\gamma^{(\mu-1)} - 1/\gamma^{(\mu)}) c_\mu$  は第  $\mu$  球面が偏心を持つことによつて生ずるプリズム

作用を與へるものである。この作用は今の近似では  $\pi_\nu$  上のどの點に對しても同じである。偕 (19) の  $b'_\nu, c'_\nu$  の第一項の和はこのプリズム作用を實際に偏心を持つ第1から第  $(\nu-1)$  までの球面に對して寄せ集め、それだけの系のプリズム作用としたものである。これをそれらの球面に偏心がないとした時の  $P_\nu$  の  $\pi_1$  上の對應點の座標  $(1/\gamma^{(\nu-1)})b_\nu, (1/\gamma^{(\nu-1)})c_\nu$  に加へた  $b'_\nu, c'_\nu$  は各球面に夫々偏心がある場合の  $P_\nu$  に對する  $\pi_1$  上の對應點の座標でなければならない。同様に  $b''_\nu, c''_\nu$  は第  $\nu$  面の物面  $w_\nu$  をその面の局所軸が切る點  $O_\nu$  の  $\pi_1$  上の對應點の座標である。

(17), (18) では個々の球面の Seidel 收差の働きが現はれて居る。然し個々の球面の偏心の影響が直接に現はれて居ない。然るに (17), (18) に (19) を入れた時に生ずる二重又は三重の和の順序を換へると、個々の球面の偏心の直接の影響を加へ合せたものに式がなる。(17) の  $b_\nu, c_\nu$  について一次の諸係数はかくしてすべて

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} Y_{\eta} = Z_{\zeta} = \frac{1}{2} Z_{\nu} &= -\sum_{\mu=1}^{\nu} b_{\mu} \left\{ \left( \frac{1}{\gamma^{(\mu-1)}} - \frac{1}{\gamma^{(\mu)}} \right) \sum_{\nu=\mu+1}^k B^{(\nu)} + \frac{B^{(\mu)}}{\gamma^{(\mu-1)}} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{1}{\beta^{(\mu-1)}} - \frac{1}{\beta^{(\mu)}} \right) \sum_{\nu=\mu+1}^k F^{(\nu)} + \frac{F^{(\mu)}}{\beta^{(\mu-1)}} \right\} \\ \text{或は} &= -\sum_{\mu=1}^{\nu} b_{\mu} \left\{ \left( \frac{1}{\gamma^{(\mu-1)}} - \frac{1}{\gamma^{(\mu)}} \right) \sum_{\nu=\mu}^k B^{(\nu)} - \frac{1}{\gamma^{(\mu)}} \sum_{\nu=\mu+1}^k B^{(\nu)} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{1}{\beta^{(\mu-1)}} - \frac{1}{\beta^{(\mu)}} \right) \sum_{\nu=\mu}^k F^{(\nu)} - \frac{1}{\beta^{(\mu)}} \sum_{\nu=\mu+1}^k F^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

の形に表はされる。(17) のこの他の係數に對しては、(17) を参照してこの  $B, F$  を他の收差量で置き換へればよいのである。

(21) の第一の表現をとれば、第  $\mu$  面の偏心の影響はそれによるプリズム作用の爲に第  $\mu$  面より後の部分系の收差が働いて來るものと第  $\mu$  面自身の收差がその偏心によつて働くものとから成ると解釋される。また第二の表現では第一及び第三項  $\left( \frac{b_{\mu}}{\gamma^{(\mu-1)}} \sum_{\nu=\mu}^k B^{(\nu)}, \frac{b_{\mu}}{\beta^{(\mu-1)}} \sum_{\nu=\mu}^k F^{(\nu)} \right)$  は第  $\mu$  面及びそれ以後のすべての球面が均しく  $b_{\mu}$  の偏心を持つとした場合の影響であり、それから餘計な部分即ち第  $(\mu+1)$  面以後が均しく  $b_{\mu}$  の偏心を持つた場合の影響である第二及び第四項を引きさつたものと意味付けされる。

$b_{\mu}, c_{\mu}$  等について二次の係數、(18) に對しても同様になされる。これらには二つの面の偏心が關係して來ること當然であつて、其の結果は次の通りである。これらの係數を

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} Y_x &= \sum_{\nu=1}^k V_{\nu} b_{\nu} c_{\nu} + \sum_{\mu>\nu}^k (W_{\mu\nu} b_{\mu} c_{\nu} + X_{\mu\nu} b_{\nu} c_{\mu}), \\ \frac{1}{2} Y_z &= \sum_{\nu=1}^k T_{\nu} b_{\nu} c_{\nu} + \sum_{\mu>\nu}^k U_{\mu\nu} (b_{\mu} c_{\nu} + b_{\nu} c_{\mu}), \\ Y_y &= \sum_{\nu=1}^k (M_{\nu} b_{\nu}^2 + N_{\nu} c_{\nu}^2) + \sum_{\mu>\nu}^k 2(R_{\mu\nu} b_{\mu} b_{\nu} + S_{\mu\nu} c_{\mu} c_{\nu}), \\ Y_{\eta} &= \sum_{\nu=1}^k (G_{\nu} b_{\nu}^2 + H_{\nu} c_{\nu}^2) + \sum_{\mu>\nu}^k 2(K_{\mu\nu} b_{\mu} b_{\nu} + L_{\mu\nu} c_{\mu} c_{\nu}) \\ \text{但し} \quad \sum_{\mu>\nu}^k &= \sum_{\mu=1}^k \sum_{\nu=1}^{\mu-1} = \sum_{\nu=1}^k \sum_{\mu=\nu+1}^k \end{aligned} \quad (21)$$

と表はすとき、

$$\begin{aligned} V_{\nu} &= \left( \frac{1}{\gamma^{(\nu-1)}} - \frac{1}{\gamma^{(\nu)}} \right)^2 \sum_{\mu=\nu+1}^k F^{(\mu)} + \frac{F^{(\nu)}}{\gamma^{(\nu-1)} \beta^2} \\ &\quad + \left( \frac{1}{\gamma^{(\nu-1)}} - \frac{1}{\gamma^{(\nu)}} \right) \left( \frac{1}{\beta^{(\nu-1)}} - \frac{1}{\beta^{(\nu)}} \right) \sum_{\mu=\nu+1}^k (C^{(\mu)} + D^{(\mu)}) + \frac{C^{(\nu)} + D^{(\nu)}}{\gamma^{(\nu-1)} \beta^{(\nu-1)}} \\ &\quad + \left( \frac{1}{\beta^{(\nu-1)}} - \frac{1}{\beta^{(\nu)}} \right)^2 \sum_{\mu=\nu+1}^k E^{(\mu)} + \frac{E^{(\nu)}}{\beta^{(\nu-1)} \gamma^2} \\ W_{\mu\nu} &= \left( \frac{1}{\gamma^{(\nu-1)}} - \frac{1}{\gamma^{(\nu)}} \right) \left( \frac{1}{\gamma^{(\mu-1)}} - \frac{1}{\gamma^{(\mu)}} \right) \sum_{\lambda=\mu+1}^k F^{(\lambda)} + \frac{F^{(\mu)}}{\gamma^{(\mu-1)}} \\ &\quad + \left( \frac{1}{\beta^{(\nu-1)}} - \frac{1}{\beta^{(\nu)}} \right) \left( \frac{1}{\gamma^{(\mu-1)}} - \frac{1}{\gamma^{(\mu)}} \right) \sum_{\lambda=\mu+1}^k D^{(\lambda)} - \frac{D^{(\mu)}}{\gamma^{(\mu-1)}} \\ &\quad + \left( \frac{1}{\gamma^{(\nu-1)}} - \frac{1}{\gamma^{(\nu)}} \right) \left( \frac{1}{\beta^{(\mu-1)}} - \frac{1}{\beta^{(\mu)}} \right) \sum_{\lambda=\mu+1}^k C^{(\lambda)} + \frac{C^{(\mu)}}{\beta^{(\mu-1)}} \\ &\quad + \left( \frac{1}{\beta^{(\nu-1)}} - \frac{1}{\beta^{(\nu)}} \right) \left( \frac{1}{\beta^{(\mu-1)}} - \frac{1}{\beta^{(\mu)}} \right) \sum_{\lambda=\mu+1}^k E^{(\lambda)} + \frac{E^{(\mu)}}{\beta^{(\mu-1)}} \end{aligned} \quad (22)$$

他の  $T_{\nu}, N_{\nu}, \dots$  及び  $X_{\mu\nu}, U_{\mu\nu}, \dots$  はこの  $V_{\nu}$  及び  $W_{\mu\nu}$  における  $F, D, C, E$  を第1表により他の收差量に變へたものである。例へば  $M_{\nu}, R_{\mu\nu}$  は夫々  $V_{\nu}, W_{\mu\nu}$  の  $F, D, C, E$  を順次に  $3F, 2C+D, 2C+D, 3E$  で置きかへれば得られるのである。

第 1 表

$V_{\nu}, W_{\mu\nu}$	$F$	$D$	$C$	$E$
$X_{\mu\nu}$	$F$	$C$	$D$	$E$
$T_{\nu}, U_{\mu\nu}$	$B$	$F$	$F$	$C$
$N_{\nu}, S_{\mu\nu}$	$F$	$C$	$C$	$E$
$M_{\nu}, R_{\mu\nu}$	$3F$	$2C+D$	$2C+D$	$3E$
$H_{\nu}, L_{\mu\nu}$	$B$	$F$	$F$	$D$
$G_{\nu}, K_{\mu\nu}$	$3B$	$3F$	$3F$	$2C+D$

尚  $Z_y, Z_x, Z_y, Z_z$  に對しては上で得られる  $Y_x, Y_y, Y_z, Y_{\eta}$  の  $b$  と  $c$  とを交換する。

4. 有效絞りが系の中間又は最後にある場合

以上では物點から出る光線を指定するのに、それが

入射瞳  $\pi_1$  を切る點の座標  $\eta_1, \zeta_1$  を用ひた。入射瞳が有効絞りであり、且つ吾々の用ひる全系の軸がその中心を通るならば、 $\eta_1 = \zeta_1 = 0$  は結像の主光線を與へ、上に得た諸係数は正しいものである。然るに有効絞りが系の中間にあり、例へば第  $l$  面の射出瞳  $\pi'_l$  がそれである場合には、特に偏心のある系ではプリズム作用が起る爲、それを  $\pi_1$  の面に結像すると軸から横へ位置がずれることになる。この故に正しい係數を得るためには、有効絞りの中心を原點とするその面上の座標  $\eta'_l, \zeta'_l$  を用ひるか、又は同じ中心を  $\pi_1$  面に結像した點を原點とした  $\eta_l, \zeta_l$  を用ひて光線を指定しなければならない。ここには後の方法をとリ、原點を變へた座標を  $\eta_l, \zeta_l$  で表はして用ひる。吾々は全系の軸として有効絞りの中心を通る直線を使ふので、原點の座標  $b, c$  は既に述べたプリズム作用の量で與へられ、\*

\* $\bar{\eta}_1, \bar{\zeta}_1$  と從來の  $\eta_1, \zeta_1$  との關係は

$$\left. \begin{aligned} \bar{\eta}_1 &= \eta_1 - b = \eta_1 - \sum_{\mu=1}^l \left( \frac{1}{\gamma(\mu-1)} - \frac{1}{\gamma(\mu)} \right) b_\mu, \\ \bar{\zeta}_1 &= \zeta_1 - c = \zeta_1 - \sum_{\mu=1}^l \left( \frac{1}{\gamma(\mu-1)} - \frac{1}{\gamma(\mu)} \right) c_\mu \end{aligned} \right\} (23)$$

である。かくして (I, 11) の  $\eta_1, \zeta_1$  の代りに  $\bar{\eta}_1 + b, \bar{\zeta}_1 + c$  を入れ計算し直せばよいのであるが、これは (I, 11) の  $\eta_1, \zeta_1$  をそのまま  $\eta_l, \zeta_l$  と置き  $b'_\nu, c'_\nu$  を  $b'_\nu - b, c'_\nu - c$  にかへると同等であるから、結果は直ちに得られる。即ち (I, 12) の  $\eta_l, \zeta_l$  が  $\eta_l, \zeta_l$  となると共に、その係數が (17), (18) 或は (I, 15) の  $b'_\nu, c'_\nu$  を  $b'_\nu - b, c'_\nu - c$  に變へたものになる。(I, 12) 式の形は變らないから諸收差の今迄の検討結果が同様に成立する。尙  $b'_\nu - b, c'_\nu - c$  は

$$b'_\nu - b = \left\{ \begin{aligned} &\sum_{\mu=l+1}^{\nu-1} \left( \frac{1}{\gamma(\mu-1)} - \frac{1}{\gamma(\mu)} \right) b_\mu + \frac{1}{\gamma(\nu-1)} b, \quad (\nu \geq l+2), \\ &\frac{1}{\gamma(l)} b_{l+1}, \quad (\nu = l+1), \\ &\frac{1}{\gamma(l)} b_l, \quad (\nu = l), \\ &\sum_{\mu=\nu+1}^l \left( \frac{1}{\gamma(\mu)} - \frac{1}{\gamma(\mu-1)} \right) b_\mu + \frac{1}{\gamma(\nu)} b_\nu, \quad (\nu \leq l-1) \end{aligned} \right\} (24)$$

の如く有効絞りから兩側へ對稱的に表はされる。

この場合にあつても前節で行つた様に和の順序を換へることが出来る。そうした結果は (20) に對して

$$\left. \begin{aligned} &\frac{1}{3} Y_\nu = Y_{\zeta\zeta} = \frac{1}{2} Z_\zeta \\ &= - \sum_{\mu=1}^l b_\mu \left\{ \left( \frac{1}{\gamma(\mu)} - \frac{1}{\gamma(\mu-1)} \right) \sum_{\nu=1}^{\mu-1} B(\nu) + \frac{B(\mu)}{\gamma(\mu)} \right\} - \sum_{\mu=l-1}^k b_\mu \left\{ \left( \frac{1}{\gamma(\mu-1)} - \frac{1}{\gamma(\mu)} \right) \sum_{\nu=\mu+1}^k B(\nu) + \frac{B(\mu)}{\gamma(\mu-1)} \right\} \\ &\quad - \sum_{\mu=1}^k b_\mu \left\{ \left( \frac{1}{\beta(\mu-1)} - \frac{1}{\beta(\mu)} \right) \sum_{\nu=\mu+1}^k F(\nu) + \frac{F(\mu)}{\beta(\mu-1)} \right\} \end{aligned} \right\} (25)$$

となり、また (22) を次の様に變へることになる。

$V_\nu$  は  $\nu \leq l$  に對して

$$V_\nu = \left( \frac{1}{\gamma(\nu)} - \frac{1}{\gamma(\nu-1)} \right)^2 \sum_{\mu=1}^{\nu-1} F(\mu) + \frac{F(\nu)}{\gamma(\nu)^2} + \frac{C(\nu) + D(\nu)}{\beta(\nu-1)\gamma(\nu)} + \left( \frac{1}{\beta(\nu-1)} - \frac{1}{\beta(\nu)} \right)^2 \sum_{\mu=\nu+1}^k E(\mu) + \frac{E(\nu)}{\beta(\nu-1)^2}, (26)$$

$\nu > l$  に對しては (22) と同じである。 $W_{\mu\nu}$  は  $\nu < \mu \leq l$  に對して

$$\left. \begin{aligned} W_{\mu\nu} &= \left( \frac{1}{\gamma(\mu)} - \frac{1}{\gamma(\mu-1)} \right) \left\{ \left( \frac{1}{\gamma(\nu)} - \frac{1}{\gamma(\nu-1)} \right) \sum_{\lambda=1}^{\nu-1} F(\lambda) + \frac{F(\nu)}{\gamma(\nu)} \right\} \\ &\quad + \left( \frac{1}{\gamma(\mu)} - \frac{1}{\gamma(\mu-1)} \right) \left( \frac{1}{\beta(\nu-1)} - \frac{1}{\beta(\nu)} \right) \sum_{\lambda=\nu+1}^{\mu-1} D(\lambda) + \left( \frac{1}{\gamma(\mu)} - \frac{1}{\gamma(\mu-1)} \right) \frac{D(\nu)}{\beta(\nu-1)} + \left( \frac{1}{\beta(\nu-1)} - \frac{1}{\beta(\nu)} \right) \frac{D(\mu)}{\gamma(\mu)} \\ &\quad + \left( \frac{1}{\beta(\nu-1)} - \frac{1}{\beta(\nu)} \right) \left\{ \left( \frac{1}{\beta(\mu-1)} - \frac{1}{\beta(\mu)} \right) \sum_{\lambda=\mu+1}^k E(\lambda) + \frac{E(\mu)}{\beta(\mu-1)} \right\}, \end{aligned} \right\} (27)$$

$\nu \leq l < \mu$  に對して

$$W_{\mu\nu} = \left( \frac{1}{\beta(\nu-1)} - \frac{1}{\beta(\nu)} \right) \left\{ \left( \frac{1}{\gamma(\mu-1)} - \frac{1}{\gamma(\mu)} \right) \sum_{\lambda=\mu+1}^k D(\lambda) + \frac{D(\mu)}{\gamma(\mu-1)} + \left( \frac{1}{\beta(\mu-1)} - \frac{1}{\beta(\mu)} \right) \sum_{\lambda=\mu+1}^k E(\lambda) + \frac{E(\mu)}{\beta(\mu-1)} \right\}, (28)$$

$l < \nu < \mu$  に對しては (22) と同じである。(25), (26-28) からその含む收差量を變へて、他の係數を得る仕方は

既に記した所と變りがない。

第1報訂正表

5. 結

第1報及び以上の報告で偏心のある球面系の収差に對する Seidel の程度の近似理論は略々完了したと考へられる。特殊な場合への應用で、二興味のある結果も得られたがここには省略する。實際問題では Seidel の領域を超えた場合が起り得るが、その方面に進む出發點として、以上が役に立てば幸である。

文 獻

- (1) 木内政藏, 石黒浩三, 三宅和夫: 軸調 整不良の共軸球面光學系の収差, 理工研報告 1 (1947), 154—158.
- (2) 荒哲哉, 久保田廣: 偏心光學系の収差, 應用物理 17 (1948), 226—230.

本文	頁	列	行	誤	正	
155	左	16		$n_p, h_p, H_p, \frac{d_p - f_p}{r_p}$	$n_p, h_p, H_p, \frac{s_p - f_p}{r_p}$	
"	"	28		$Z'_i$	$Z_i$	
"	右	7		Seidel	Seidel	
158	左	5		$y'' =$	$y'_i =$	
"	"	18		$\eta_i^2 + \zeta_i^2 = \sigma^2$	$\eta_i^2 + \zeta_i^2 = \sigma^2$	
"	"	22		$N - M^2$	$LN - M^2$	
"	右	3		$X_i = -\frac{Y_i}{2C}$	$X_i = -\frac{Y_i}{2C}$	
第1表	式	等	列	行	誤	正
其の1	(12)	左	1	右	$Y_i$	$Y_i + B \eta_i (\eta_i^2 + \zeta_i^2)$
"	"	右	"	"	$Z_i$	$Z_i + B \zeta_i (\eta_i^2 + \zeta_i^2)$
其の2	(13)	左	3	右	$\frac{(B - \sigma) \frac{d_i}{r_i} (1/r_i) (B/r_i)}{B^2 - \sigma^2}$	$\frac{(B - \sigma) \frac{d_i}{r_i} (1/r_i) (B/r_i)}{B^2 - \sigma^2}$
"	(25)	右			$Y_i + Y_c$	$Y_i + Z_c$

金 屬 學

黄銅, 洋白, マンガン黄銅の壓延板のたわみの塑性 (第2報)

村 川 製

(1949年1月10日受理)

6. アルミ黄銅

アルミ黄銅は少量の Al を含有する黄銅であつて、對蝕性が優れているという特長がある。バネ材料としては結晶粒を細かくする目的で少量の Ni (又は Mn) 及び Fe を添加するのを常とする。この缺點はハンダの付き具合が悪いこと及びインゴット・メーカーに際して比重の関係から酸化アルミニウムが湯の中の任意の場所に浮遊して必ずしも表面に浮んで來ないということである。中野伸銅所の橋本所長はこの困難を見事に征服してスラッグを完全に含まないアルミ黄銅板を作られ筆者もその試料の分配にあずかることが出來たことは誠に感謝に堪えない。

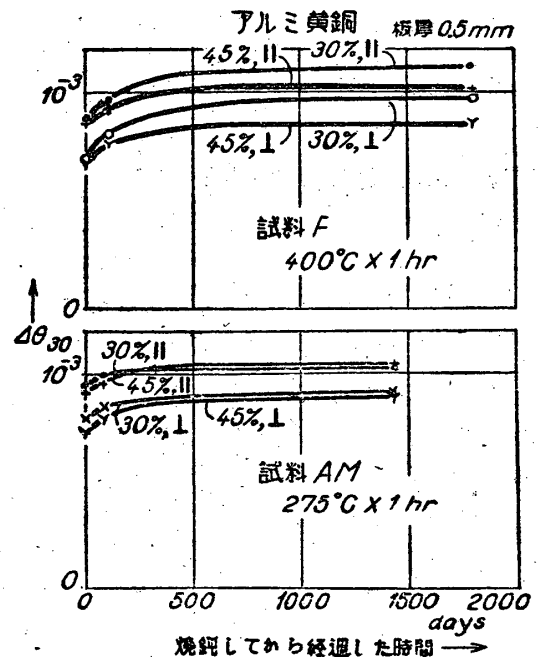
ここで實驗に供した試料の組成は第1表の通りで、2種類に分類することができる。

第1表. アルミ黄銅の試料の組成(%)

記 號	Al	Zn	Ni, Mn	Fe	Cu	壓延度 (%)
試料 F	1.7	17.2	Ni 1.0	0.5	殘部	30; 45
試料 MA	2.1	18	Mn 0.50	0.5	殘部	40; 55

試料 F はバネ材料としては最も普通の組成のもの

で、フュース (Füss) の合金とも名付けるべきものであり、試料 MA は試料 F の Ni の代りに Mn を



第10圖 アルミ黄銅における殘留たわみ角 Δθ の經年變化