

# 気球膜のフラッタ理論

三 浦 公 亮

## Flutter of a Balloon Mebrane

By

Koryo MIURA

**Abstract:** The flutter phenomenon of a balloon membrane placed in a flow is examined on the basis of linearized theory. The stability criterion or the flutter velocity is determined explicitly as a simple function of the velocity of transverse waves traveling in the membrane and the velocity of pseudo-capillary-waves traveling in the common surface between the air and the vacuum.

The formulation parallels that of Kelvin for the generation of water waves by wind, but effects of the mass of membrane and the internal gas require some modifications similar to such method for the self-excited motion of thin panels in compressible flow as J.W. Miles'.

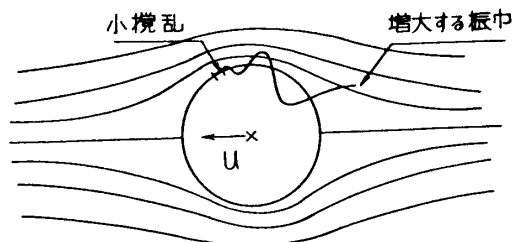
It is found that the flutter may probably be one of the reasons for balloon fracture when it takes a flight mission experiencing high velocity at very high altitude.

### 1. 序

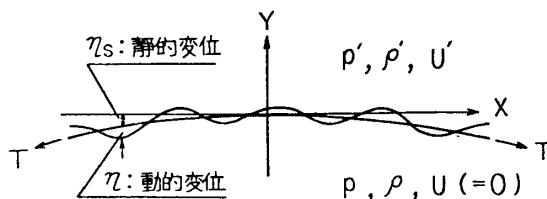
ここ2, 3年来, 浮遊気球による通信・観測用ステーションの実現可能性が検討されてきた。気球膜の強度関係についても種々論ぜられ, 従来ロックーン用気球についての研究 [1], [2], 宇宙線観測気球に関する経験が参考資料とされている。しかしラウンチング時の事故を除いて上昇中あるいは浮遊中の気球の破壊原因は依然として確かめられていない。気球の動的強度研究(つまりフラッタ現象を念頭におく)の必要性はこの過程で認識され, 本研究所 池田健教授により提起された。本論文はこの課題に対する一つの理論的解答を与えるものである。

### 2. 事象の抽出

第1図のように静止気体の中を速度  $u$  で進行する円筒膜を考える。(球形膜も全く同様な手順で解析される) ここにいう膜とは, 弾性が無く面内張力と気体の圧力とによって形状を保っている理想化された膜を指している。その膜の一部に小攪乱が与えられたとき, それが成長すれば膜は不安定, 定常または消滅ならば安定と判定することにし, 線形理論の範囲で問題を取り扱う。また円筒としての全体的取扱いに代って, 微小な曲率を有する部分膜面を



第1図 流れの中の円筒膜の空力弾性的不安定



第2図 部分膜面の抽出

考えることにする (第2図)。

変形する膜の垂直方向微小変位は静的つり合いにおける変位  $\eta_s$  (気球を形成している状態) と動的変位  $\eta$  との和からなり、両者は相互に独立で重ね合わせが成立するものとする。すると変位  $\eta_s + \eta$  は次の膜の方程式に支配される。

$$T[\partial^2(\eta_s + \eta)/\partial x^2] = -P \quad (1)$$

ここに  $T$  は単位巾当りの膜の張力  $P$  は膜の単位面積に働く垂直方向荷重である。空力的条件としては、円筒の周りの流れの局値が、部分膜面上に様に拡がるものと仮定する。このように問題の本質を抽出してくると、これは一方では Kelvin の表面張力波の問題 [3]、また一方ではパネルフラッタの問題 [4] に密接な関連を有することが予期されるのである。

Kelvin や Rayleigh が研究した表面張力波の問題で、特に当問題との類似性を推測されるものを以下に述べる。いま二種の混合しない液の境界面を考える。この面では流体の圧力は不連続となり、次式が成立せねばならない。

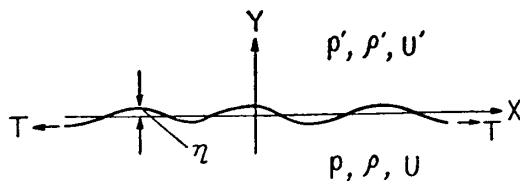
$$p - p' = T_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (2)$$

ここに  $p, p'$  は二つの側の圧力、 $T_1$  は表面張力、 $R_1, R_2$  は面の主曲率半径である。ここで二液がそれぞれ平行に  $U, U'$  なる速度で運動するとき、その水平境界面に発生する波動現象を考える。研究によると、相対速度  $|U - U'|$  にはある臨界値があって、これ以下ではすべての攪乱に対して界面は安定であるが、臨界値を超すと、ある範囲の波長の攪乱に対して不安定となり、攪乱は次第に増大する可能性を示すことがわかっている。

膜の張力と表面張力とのアナロジー、膜を伝播する波と表面張力波との類似等、これらは流れの中におかれた気球膜の場合でも安定、不安定に関するある種の臨界速度があるとの予測に充分の根拠を与えるものである。

## 3. 解 析

まず第3図に示される場合を解析する。水平に張られた膜の上下を圧力  $p, p'$ 、密度  $\rho, \rho'$



第3図 上下に流れのある場合の膜の振動

なる気体が速度  $U, U'$  で流れる場合の膜の運動を考える。座標は攪乱を受けない平衡状態における膜を基準にとる。小攪乱を受けるときの膜の運動そして気体の運動は、本質的には定常運動の状態を中心とする微小振動の問題である。そこで膜の下側と上側で速度ポテンシャル  $\phi, \phi'$  を考える。これは次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= -Ux + \phi_1 \\ \phi' &= -U'x + \phi_1' \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで  $\phi_1, \phi_1'$  は仮定により微小である。膜面における気体の速度は、該面自体の速度と、それに対する気体の速度よりなるとみなされる。そこで  $\eta$  を面の垂直変位とすると流体の速度の垂直方向成分を考えて、次式が  $y=0$  で満たすべき条件となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + U \frac{\partial \eta}{\partial x} &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + U' \frac{\partial \eta}{\partial x} &= -\frac{\partial \phi'}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

下側気体の圧力の式は

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\partial \phi_1}{\partial t} - \frac{1}{2} \left\{ \left( U - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right)^2 \right\} - gy + \dots \quad (5)$$

となるが、2次の項は無視し、当面の目的には無関係な項を落すと、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{\rho} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + U \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \\ \frac{p'}{\rho'} &= \frac{\partial \phi_1'}{\partial t} + U' \frac{\partial \phi_1'}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

一方膜の動的変位  $\eta$  は膜のつり合いから次式を満たさなければならない。

$$T \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + p - p' = 0 \quad (7)$$

ここに  $T$  は単位巾当りの膜の張力、 $m$  は単位面積当りの膜の質量である。上下の流体共に無限に広がっているものとするれば、振動ポテンシャル  $\phi_1, \phi_1'$  および膜の変位  $\eta$  を次のように書くのが適当である。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= C e^{ky+i(\sigma t - kx)} \\ \phi_1' &= C' e^{-ky+i(\sigma t - kx)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\eta = \eta_0 e^{i(\sigma t - kx)} \quad (9)$$

(8), (9) 式を (4) 式の条件に入れて

$$\left. \begin{aligned} i(\sigma - kU)\eta_0 &= -kC \\ i(\sigma - kU')\eta_0 &= kC' \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(8), (9) 式を (7) 式に入れて

$$\rho i(\sigma - kU)C - \rho' i(\sigma - kU')C' + m\sigma^2\eta_0 - k^2T\eta_0 = 0 \quad (11)$$

これらの式から次の  $\sigma$  の式が得られる。

$$(\rho + \rho' + mk)\sigma^2 - 2k(\rho U + \rho' U')\sigma + k^2(\rho U^2 + \rho' U'^2) - k^3T = 0 \quad (12)$$

波動伝播速度  $\sigma/k$  は

$$\frac{\sigma}{k} = \frac{\rho U + \rho' U'}{\rho + \rho' + mk} \pm \left\{ \left( \frac{\rho U + \rho' U'}{\rho + \rho' + mk} \right)^2 - \frac{\rho U^2 + \rho' U'^2 - kT}{\rho + \rho' + mk} \right\}^{1/2} \quad (13)$$

特性速度 特性速度に相対的な波動伝播速度 =  $c$

右辺第2項の速度を  $c$  とすれば、これは

$$c^2 = c_0^2 - \frac{\rho\rho'(U - U')^2 + mk(\rho U^2 + \rho' U'^2)}{\rho + \rho' + mk} \quad (14)$$

ここに  $c_0$  は流れの無いときの波動伝播速度である。

$$c_0 = \sqrt{kT/(\rho + \rho' + mk)} \quad (15)$$

速度  $c$  はある波長の範囲で各数値の組合せによっては虚となる場合が予測される。その条件は

$$\left( \frac{\rho U + \rho' U'}{\rho + \rho' + mk} \right)^2 - \frac{\rho U^2 + \rho' U'^2 - kT}{\rho + \rho' + mk} < 0 \quad (16)$$

明らかに (9) 式の変位  $\eta$  の時間因子  $e^{i\sigma t}$  はこのとき  $e^{\pm\alpha t + i\beta t}$  の型をとる。指数中の実数部の存在は小攪乱が次第にその振巾を増大する可能性を示している。

#### 4. 気球膜のフラッタ

次に第2図の気球の部分膜面について、前節のような不安定領域が存在するかを考える。第2節における仮定により、静的な平衡方程式は

$$T \frac{\partial^2 \eta_s}{\partial x^2} = -p_s + p_s' \quad (17)$$

であり、気球膜面の形状はこれで与えられる。ここには  $p_s$  は膜内静圧力、 $p_s'$  は膜外静圧力である。

一方動的な平衡方程式は (7) 式である。気球の場合は膜下面の気体の定常速度が 0 である点が異なるところである。また  $y = -\infty$  における条件が完全には満たされていないが、近似的には成立するものとしてよいであろう。かくして波動伝播速度  $\sigma/k$  は (13) 式で  $U=0$  とおけば得られる。

$$\frac{\sigma}{k} = \frac{1}{\rho + \rho' + mk} \left\{ \rho' U' \pm \sqrt{(\rho' U')^2 - (\rho + \rho' + mk)(\rho' U'^2 - kT)} \right\} \quad (18)$$

ここで右辺第2項で定義される速度  $c$  は次の条件のもとで虚となる。

$$(\rho' U')^2 - (\rho + \rho' + mk)(\rho' U'^2 - kT) < 0 \quad (19)$$

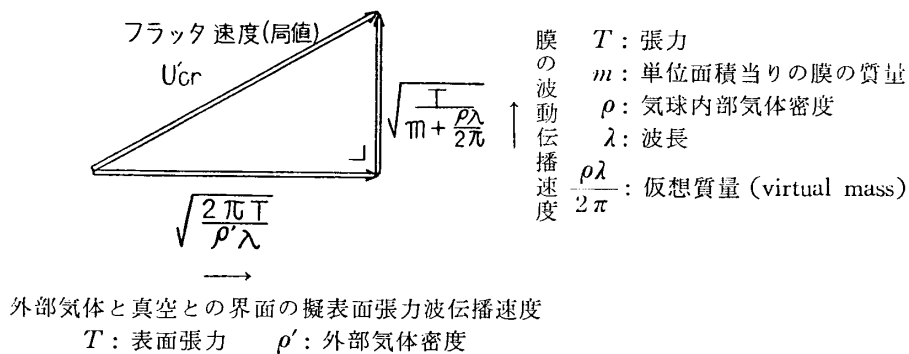
流速  $U'$  が増加してある臨界値  $U_{cr}'$  に達すると上式の範囲に入る。この値は次式で与えられる。

$$U_{cr}'^2 = \frac{2\pi T}{\rho'\lambda} + \frac{T}{m + \frac{\rho\lambda}{2\pi}} \quad (20)$$

ここに  $\lambda$  は波長で、 $\lambda = 2\pi/k$  なる関係を有する。流速が臨界速度以上に達すると、 $\lambda$  以上の波長の波に対して膜は不安定になり、小攪乱が次第に振巾を増大することになる。従って  $U_{cr}'$  は気球膜のフラッタ速度である。上式は無限に大きな波長に対しては、臨界速度はいくらでも小さくなることを示しているが、 $\lambda$  の大きさは物体の次元によって限定される。

上のフラッタ速度  $U_{cr}$  は、以下のような知識を前提として、ある種の物理的直観に沿う解釈が出来る。

まず、 $\sqrt{2\pi T/\rho'\lambda}$  は密度  $\rho'$  なる静止流体と真空の界面における擬表面張力波の伝播速度であること、次に  $\sqrt{T/m}$  は真空中におかれた膜の波動伝播速度であること、そして分母  $m$  に対する付加項  $\rho\lambda/2\pi$  は膜の質量に加えて考えられる気球膜内気体の仮想質量 (virtual mass) である。 $(\lambda/2\pi)$  の厚さの気体が膜に付加して振動することになる) このように考察すると、フラッタ速度は第4図に示すように直交するこれら二つの速度のベクトル和として考えることが出来る。



第4図 気球膜のフラッタ速度

空力的条件としては局値を用いる約束であるから、無限遠の流速  $u'$  として気球膜表面  $(a, \theta)$  における流速は円柱の場合  $U' = -2u'\sin\theta$ 、球の場合  $U' = -1.5u'\sin\theta$  となる。これを用いて気球のフラッタ速度  $u_{cr}'$  を容易に計算することが出来る。

なお、上記の理論の検討のために気球の風洞実験を計画中であり、実験および数値例は次回に報告する予定である。

1963年2月 航空力学部

### 参考文献

- [1] 大井光四郎, 浅野六郎: ロクーン用気球の強さに関する二, 三の問題について. 生産研究第12巻 第3号, 1960
- [2] 平尾 収, 岡本 智: ロクーン, 生産研究第12巻 第12号, 1960
- [3] Lord Kelvin: Excitation of Surface Wave by Wind, Lamb, 'Hydrodynamics', 1st Ed., Cambridge, 1924
- [4] J.W. Miles: On the Aerodynamic Instability of Thin Panels, J. A. S., 1956