The Gyroscopic Action of the propeller.

陸軍技師 藤井隆次郎 氏

Euler の式を使用するを要す依て先づ principal axis of Inertia の方向を求むる必要あり先づ二枚翼の propeller に就て論ぜんに今 propeller の中心 o を origine としその axis of rotation oc (ζ) と此二直角なる面中の互に直角なる二線 $oB(\eta)$, $oA(\xi)$ を 3 principal axis と假定す但し oB は propeller の diameter の方向にあり、斯くすれば propeller の構造上 $\int\xi\zeta\,dm$. $\int\zeta\eta\,dm$ は共に o となり亦 oB 線を適當に撰べは $\int\xi\eta\,dm$ も o となることを得依て此の三線は 3 principal axis of Inertia たり得る筈なり

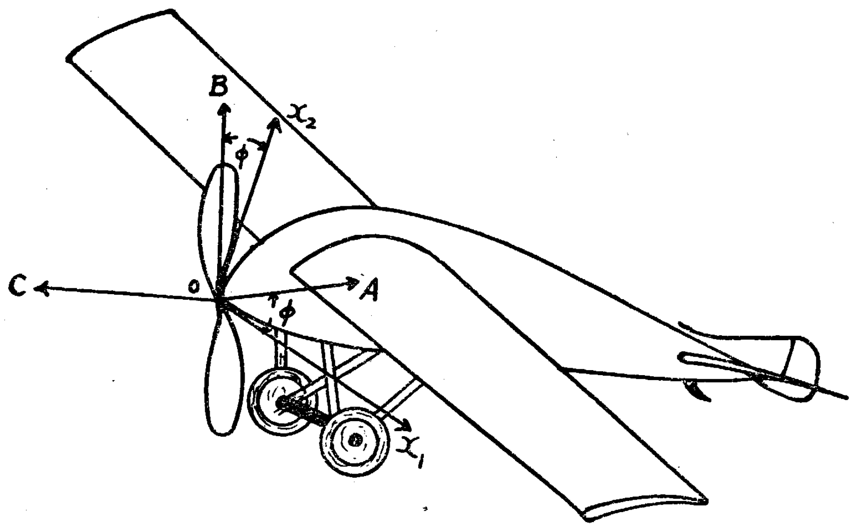

Fig. 1.

oA, oB, oC axis は皆 propeller に固定し propeller が廻轉すれば共に廻轉するものとす。

此等の axis の外に ox_2, ox_1 なる二本の axis をとり方向舵及び昇降舵の廻轉軸に平行せしむ乃ち ox_1, ox_2 は共に AoB 面中にありて ox_1 は飛行機の span の方向に ox_2 は之と直角なる方向をとる但し此の二軸は飛行機に固定し propeller が廻轉するも共に廻轉せざるものとす。

ox_1 と oA との間の角乃ち ox_2 と oB との間の角を ϕ にて表はす、今 propeller が ox_2 axis より ϕ 角丈廻轉したる位置にある時の propeller の角運動量の方程式を書けば

$$A\dot{\omega}_A+(C-B)\,\omega_B\,n=L$$

$$B\dot{\omega}_B + (A-C)\,\omega_A n = M \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$C\dot{n} + (B-A)\,\omega_A\omega_B = N$$

A, B, C は夫々 propeller の oA, oB, oC 軸の廻りの moment of Inertia とす $\omega_A\,\omega_B\,n$ 及び LMN は此の Instant に於る oA, oB, oC 軸の方向の angular velocity 及び external couple の component を表はす。

一般に飛行機がその重心を通る ox_1, ox_2, oC 線に平行なる直線の廻りに夫々 $\omega_1\omega_2\omega_3$ なる angular velocity にて廻轉しつゝありとすれば

$$n = n_0 + \omega_3 \qquad \dot{n} = \dot{\omega}_3$$

$$\omega_A = \omega_1\cos\phi + \omega_2\sin\phi \qquad \dot{\omega}_A = -\omega_1 n_0\sin\phi + \dot{\omega}_1\cos\phi + \dot{\omega}_2\sin\phi + \omega_2 n_0\cos\phi$$

$$\omega_B = \omega_2\cos\phi - \omega_1\sin\phi \qquad \dot{\omega}_B = -\omega_2 n_0\sin\phi + \dot{\omega}_2\cos\phi - \dot{\omega}_1\sin\phi - \omega_1 n_0\cos\phi$$

なるが假に $\omega_2=0 \quad \dot{\omega}_2=0 \quad \omega_3=0 \quad \dot{\omega}_3=0$ とすれば

$$n = n_0 \qquad \dot{n} = 0$$

$$\omega_A = \omega_1\cos\phi \qquad \dot{\omega}_A = -\omega_1 n_0\sin\phi + \dot{\omega}_1\cos\phi$$

$$\omega_B = -\omega_1\sin\phi \qquad \dot{\omega}_B = -\omega_1 n_0\cos\phi - \dot{\omega}_1\sin\phi$$

となり (1) 式に之の價を挿入すれば次の如くなる。

$$-\omega_1 n_0\sin\phi(A+C-B) + A\dot{\omega}_1\cos\phi = L$$

$$\omega_1 n_0\cos\phi\,(A-C-B) - B\dot{\omega}_1\sin\phi = M \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$-(B-A)\omega_1^2\sin\phi\cos\phi = N_1$（$N_1$ は發動機の廻轉數 n_0 constant としたるを以て發動機の廻轉偶力螺旋機の抵抗等を含まず)。

今 $ABC\dot{\omega}_1$ 等を實際の飛行機に就て點檢するに $A \doteqdot C$ $B, \dot{\omega}_1$ negligible $\dot{\omega}_1$ は飛行機の回轉に對する抵抗が大なることより想像しても其の價の小なることは推定し得可きが Bairstan の looping の calculation 中にある價を見るも小なるを知る可し。

從て (2) 式は

$$-2A\omega_1 n_0\sin\phi = L$$

$$o = M \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$A\omega_1^2\sin\phi\cos\phi = N_1$$

$ox_1\,ox_2\,oc$ に就て角運動量の式を出せば

$$(-2A\omega_1 n_0\sin\phi)\cos\phi = L_1$$

$$(-2A\omega_1 n_0\sin\phi)\sin\phi = M_1 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

$$A\omega_1^2\sin\phi\cos\phi = N_1$$

扨て(1)式は我々の考へて居る Instant に於て已に適用す可き式なりしが種々の變化の後(3)式及び(4)式に至ては時間と共に變化するは單に ϕ 而已となれるを以て此等の式は相當の時間に渡て適用し得(ω_1 があまり變化せざる範圍に於て)る如くなれり。

今 L_1, M_1, N_1 の平均値を求むれば

$$L_1=0 \quad \overline{M}_1=-A\omega_1 n_0 \quad \overline{N}_1=0$$ となる。

亦 L の平均値は $L-\dfrac{2A\omega_1 n_0}{\dfrac{1}{2n_0}}\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2n_0}}\sin(2\pi n_0 t)dt=-\dfrac{4A\omega_1 n_0}{\pi}$.

飛行機が ω_1 なる角速度にてその重心を通る翼の span に平行なる直線の廻りに廻轉しつゝあるとき乃ち螺旋機が ox_1 axis の廻りに ω_1 なる角速度にて廻轉しつゝある時 propeller の bolt を通じて飛行機が propeller に與ふ可き couple の component が $L_1, M_1, N_1,\ L, M, N$ なるが此の場合に於ける Propeller の Gyroscopic resistance は(3)式及び(4)式に示す L, M, N_1, L_1, M_1 の價の符號を變じたるものとなる譯なり。

Salmson に就て此の價を略算するに

$$\begin{cases}\text{重量約 } 15\,kg. \\ \text{length 約 } 3m. \\ R.P.M.\ \ 1500\end{cases} \qquad A=\frac{15}{10}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times\frac{1}{3}=1.1$$

$$-\overline{M}_1=A\omega_1 n_0=2\pi\times1.1\times25\times\omega_1=170\omega_1\ kg.m.$$

$$-\bar{L}=\frac{4An_0\omega_1}{\pi}=\frac{4\times1.1\times25\times2\pi\,\omega_1}{\pi}=220\,\omega_1\ kg.m.$$

本機の looping は一廻轉に約十秒を要するが斯くの如き程度の ω_1 とすれば

$$-\overline{M}_1=170\times\frac{2\pi}{10}=107\ kg.m.$$

$$-\bar{L}=220\times\frac{2\pi}{10}=138\ kg.m.$$

垂直旋廻の場合には此の $\omega_1=\dfrac{\pi}{2\times20}=0.075$ なるが其の場合には

$$-\bar{L}=220\times0.075=17\ kg.m.$$

$$-\overline{M}_1=170\times0.075=13\ kg.m.$$

而して Gyroscopic resistance の方向は此の場合何れも飛行機の頭を上る場合なるを以て

$\dot{\omega}_1 < 0$ 亦 $n_0 < 0$ なるを以て Reaction couple about $oA > 0$ にして飛行機の座席より見て右手に來た半分が飛行機を前方に引張る、此の Gyroscopic Resistance が强ければ操縱者は一定の方向に進む爲右舵を踏むを要す。航空研究所雜錄第一號に載せたるサルムソン式複座機操縱記錄中 looping 及垂直旋廻の記錄にて見るに上げ舵をとる塲合には同時に右舵をとること屢なるを見る可し、是上記の Gyroscopic resistance の影響なるべし。

註、(3) 式によれば外觀上 oA の廻りに加ふ可き couple は正負何れにもなり得るが飛行機に對して考ふる時はその量は變化するも常に一定の方向の couple となる例ば looping の時には座席より見て右手に來る propeller を常に後方に引く如き couple となる。

(4) 式の L_1, M_1, N_1 は飛行機がその重心を通り o 、ox_2 oc 軸に平行なる直線の中 ox_1 軸に平行なる直線の廻りに已廻轉する爲に操縱者が飛行機を操縱し之に依て propeller の bolt を通じて propeller に與ふべき couple なるが此は periodic にして到底操縱者の與へ得ざる種に屬す依て二枚翼の propeller を有する飛行機にては Gyrostatic resistance が大なる場合には嚴密に云へば一定の方向に已廻轉することを得ざる譯なり。

尙此の場合 propeller の Gyroscopic resistance はその翼の各部に於て起り是と balance する爲に apply する couple はその bolt の部分に限らるゝが故に Gyroscopic action の爲に propeller の內部に periodic stress が起る譯なり、その中 oA 軸の方向の component (3) 式の爲に生ずる periodic stress が最も bolt の破損等に影響ある可きものとす。

以上は $\omega_1 \neq 0$, $\omega_2 = 0$, $\omega_3 = 0$ として計算せるが $\omega_1 = 0$, $\omega_2 \neq 0$, $\omega_3 = 0$ なる場合に就て計算すればサルムソンの如き左廻し乃ち $n_0 < 0$ の時には右舵をとるときは下げ舵、左舵をとるときには上げ舵を要することとなる。

次に四枚翼に就て施ぜむに principal axis の方向は二つの propeller の diameter の方向及び廻轉軸の方向を撰べばよし、且つ此の場合には $A = B$ なること明なり。

(2) 式に於て $A = B$ と置かば

$$\left.\begin{aligned} -c\omega_1 n_0 \sin\phi + A\dot{\omega}_1 \cos\phi &= L \\ -c\omega_1 n_0 \cos\phi - B\dot{\omega}_1 \sin\phi &= M \\ o &= N_1 \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2')$$

從て (3) 式は

$$\left.\begin{aligned} -C\omega_1 n_0 \sin\phi &= L \\ -C\omega_1 n_0 \cos\phi &= M \\ o &= N_1 \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (3')$$

(4) 式は

$$\left.\begin{array}{r} 0=L_1 \\ -C\omega_1 n_0=M_1 \\ 0=N_1 \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(4')$$

乃ち L_1, M_1, N_1 を表はす式は(4)式の mean value を表はす式と同じくなる從て此の場合には Gyroscopic resistance 大なる場合と雖も飛行機は完全に一定の sense に己廻轉することを得 propeller 中に periodic stress の起ることは先と同様なり。(終)