

大気境界層の流体力学的側面 —特にエクマン層の不安定現象について—

木村 龍治*

Hydrodynamic Aspects of the Planetary Boundary Layer

— Instability of the Ekman Layer —

Ryuji KIMURA

Ocean Research Institute, University of Tokyo

ABSTRACT

An overview of the hydrodynamic instability of the flow in the Ekman layer is presented. Two kinds of disturbances were found in laboratory experiments with a rotating tank in 60s. Both disturbances take a form of roll, but the wavelength and the phase velocity were different. Linear theories and numerical calculations revealed detailed characteristics of these disturbances.

Key Words : instability, Ekman layer, planetary boundary layer

1 はじめに

地球を取りまく大気をグローバルに見ると、地球表面から1km程度までの大気層の構造はその上空とかなり異なっている。そこで、この層を大気境界層 (*atmospheric boundary layer* または *planetary boundary layer*) という。例えば、乱流エネルギー消散率の高さ方向の分布を調べると、大気境界層の上空では急に小さくなる。また、大気境界層内では、気温の日変化がそれより上空より顕著である。風の吹き方も上空とかなり異なっている。熱的にも流体力学的にも、地表面の影響を直接受ける層が大気境界層に限定されているのである^{1,2}。

大気境界層が形成される理由は2つある。第1は、大気が安定な密度成層をなしており、地面からの加熱の影響が大気全層に及ばないこと。第2は、地球の自転によって生まれるコリオリの力の作用によって、地面摩擦の影響が一定の高さに閉じこめられることである。後者の作用のみに着目する場合は、大気境界層を「エクマン層 (*Ekman layer*)」と呼ぶ。これに対して、地面からの加熱

によって形成される境界層を「対流混合層 (*convective mixed layer*)」という。気象学的な興味から大気境界層について論じる場合は熱的な現象も重要であるが、本稿では、後退角翼の前面に発生する「横流れ不安定」との関連を意識して、エクマン層内に発生する流体力学的な不安定現象のみについて述べる。

2 エクマン境界層の構造

エクマン境界層より上空の大気層を「自由大気 (*free atmosphere*)」という。自由大気に吹く風は水平流で、その風速ベクトルを (時間的に変化しない一様流を仮定して) U とすると、 U は地衡風平衡の状態にあるので、

$$f\mathbf{k} \times U = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1)$$

の関係が成り立つ。ここで $f = 2\Omega \sin\phi$ はコリオリパラメータ (Ω は地球自転の角速度, ϕ は緯度), \mathbf{k} は鉛直方向の単

* 東京大学海洋研究所

位ベクトル, ρ は空気の密度, p は圧力である。境界層の中では, このバランスに粘性項が加わる。簡単のために, 境界層内部の密度成層は中立, 地面は水平面, 動粘性係数 ν は定数であると仮定する。このとき, 境界層内部の力の釣り合いは,

$$f\mathbf{k} \times \mathbf{u}(z) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \frac{\partial^2 \mathbf{u}(z)}{\partial z^2} \quad (2)$$

と書ける。但し, z は地表面を原点とする鉛直軸の座標である。この方程式の解の中で, 地面で風速ゼロ, 境界層の外側で風速 U になる解は,

$$\mathbf{u}(z) = U(1 - e^{-z/\delta} \cos \zeta) + \mathbf{k} \times U e^{-z/\delta} \sin \zeta \quad (3)$$

で与えられる。ここで, δ は境界層の厚さ $\delta (= \sqrt{2\nu/f})$ で無次元化した高さである ($\zeta = z/\delta$)。境界層内部の風が高さ方向に風向を変える点にエクマン境界層の特色がある。特に, 主風向と直角方向の成分 ((3) 式の右辺第2項) は変曲点をもつので, このような風は流体力学的に不安定であることが予想される。

3 エクマン層の不安定

3.1 室内実験

地球流体力学の研究分野でエクマン層の不安定を最初に注目したのは, *Arons, Ingersoll and Green III* (1961)³である。彼らは, 鉛直軸のまわりに回転する直径1.3mの円筒容器の底面中央部から一定流量 (1~5cm³/sec) の (過マンガン酸カリで着色した) 水を周辺部に向けて放出したとき, 底面付近に規則的な縞模様が可視化されることに注目した。回転角速度は1~2rad/sec。縞の幅は約1cmで, 中心からある程度外側で消える。*Faller* (1963)⁴は, 直径4mの回転台を用いて, 不安定の性質を詳しく観察した。彼の実験は, *Arons et al.* (1961) と逆に, 周辺部から中心部に向かう流れを作り, それに伴うエクマン層を扱っている。その結果によると, 不安定の生じる臨界レイノルズ数 ($Re = U\delta/\nu$: ここで U は主流の速度, δ はエクマン層の厚さ, ν は水の動粘性係数) は 125 ± 5 , 帯の間隔は1~2cm, 帯が主流となす角度は約10度で, 帯は中心に向かって移動する。*Faller*は, *Gregory et al.* (1955)⁵の実験結果では, 帯の位置が移動しないことに触れ, この違いは, 回転円盤上の主流の変曲点の高さとエクマン層の主流の変曲点の高さが違うことによると説明している。すなわち, 縞の方向が変曲点の高さの流れの方向に一致すれば, 位相速度がゼロになる。*Gregory et al.* (1955) の実験はそうになっているが, *Ekman*層では, そうならない, というのである。

Faller and Kaylor (1967)⁶は, さらにこの実験を発展させた。著者はこの論文で不安定によって発生する擾乱は2種類あることを指摘した。彼らは, それを $type1$ と $type2$ と呼んだ。 $type1$ の縞の方向は, 主流の方向から左側に15度傾き, 縞の幅はエクマン層の厚さの約10倍ある。これに対して, $type2$ の縞は主流の方向から右側に15度傾き, 縞の幅はエクマン層の厚さの約30倍である。どちらの縞も中心向きに移動する。

Tatro and Mollo-Christensen (1967)⁷は, 彼らの実験結果をさらに精密にした。この実験では, 回転円盤の中心部に空気を吸い込む方法でエクマン層が作られ, 熱線風速計による速度の測定によって, 擾乱の構造が捕らえられた。彼らは, 不安定の性質がレイノルズ数とロスビー数 ($Ro = U/\sqrt{2\Omega r}$) で整理されることを示した。 $type2$ の不安定が生じる臨界レイノルズ数は $56.3 + 116.8Ro$ で与えられる。これに対して, $type1$ の不安定の臨界レイノルズ数はほとんどロスビー数に依存せず, 約125である。縞の間隔は*Faller and Kaylor* (1967)⁶の結果と同じであった。 $type1$ の縞は主流の速度の0.16倍で, また $type2$ の縞は0.034倍で中心向きに移動する。同様の実験は, *Caldwell and Van Atta* (1970)⁸によっても行われ, 乱流への遷移が議論されている。

3.2 線形理論

これらの実験に刺激されて, エクマン層の不安定現象に関して多くの理論的研究が行われた。*Stern* (1960)⁹は *Arons, Ingersoll and Green III* (1961)³の実験結果を説明する目的でエクマン層の安定性を調べ, *Taylor*数 ($= \Omega H^2/\nu$) が 2.5×10^3 より大きくなると, レイノルズ数が80以下で不安定になることを指摘した。*Barcilon* (1965)¹⁰も線形安定性を調べるための摂動方程式を導いたが, 計算の困難さから, 臨界レイノルズ数を求めることはできなかった。線形安定性を数値的な手法で詳細に調べることになったのは, *D. K. Lilly* (1966)¹¹である。その結果によると, 不安定は2種類ある。ひとつは臨界レイノルズ数55で不安定化する擾乱で, 縞の向きは主流に対して右側に約20度の角度をもつ。これは, *Faller and Kaylor* (1967)⁶が $type2$ と呼んだ擾乱に対応する。*Lilly*は, この不安定を $parallel instability$ と呼んだ。彼は, この不安定は粘性に起因すると考えた。レイノルズ数を大きくすると消えてしまうからである。もうひとつは, 臨界レイノルズ数が約115で不安定化するもので, 位相速度はほとんどゼロである。この不安定擾乱の波数は $parallel instability$ による擾乱の波数より大きく, 実験における $type1$ に対応するものと思われるが, 位相速度は理論と実験とで大きく異なる。Lillyはこの不安定を $Inviscid Type$ と呼んだ。*Faller and Kaylor* (1966)¹²は, ほとん

どLillyと時を同じくして、数値的な手法で安定性を調べ、さらに有限振幅の計算も行い、彼らの実験結果をよく説明する結果を得た。

3.3 大気境界層への応用

はじめに述べたように、大気下層にはエクマン境界層が形成される。その厚さは約1kmで、晴れた日の昼間、その上層部に積雲が発生する。その雲の配列が縞模様を形成することがある。エクマン層の不安定現象が発見されると、雲の縞はエクマン層の不安定によって発生した2次流れの上昇気流の中にできたのではないかという推測が生まれた。実験では、流体の密度は同様であったが、大気の密度は高さ方向に変化する。安定な密度成層になることもあれば、不安定な密度成層になることもある。そこで、密度成層のあるエクマン層の不安定の性質について、さまざまな研究が行われた。

Lemone (1973)¹³⁾ は観測塔と航空機による気象観測データを解析して、大気中のロール上の擾乱の構造を検出することを試みた。Wippermann (1969)¹⁴⁾ は、不安定成層中のエクマン層の不安定性について、単純化した方程式で議論している。反対に、Kaylor and Faller (1972)¹⁵⁾ は、安定な密度成層におけるエクマン層の不安定を数値的に調べた。この場合は不安定擾乱と内部重力波の共鳴が生じる。Brown (1970)¹⁶⁾ は、有限振幅の定常問題を扱い、擾乱の構造とエネルギー変換を議論した。大気現象に関する応用は、Brown (1980)¹⁷⁾ にまとめられている。

4 おわりに

以上に述べたように、エクマン層の不安定に関する研究は1960年頃に始まり、60年代、70年代に、多くの研究者の興味を集めた。しかし、大気のエクマン層の大気は、昼間、地面からの日射で下から加熱されるので熱対流が生じ、それによる上昇気流は、風に沿って並ぶので、エクマン層の力学的不安定との区別がつきにくく、雲の列を説明する問題は、決着がつかないまま今日に至っている。なお、筆者は、最近の文献を注意して見ていないので、最近の研究が落ちている可能性がある点をご容赦いただきたい。

参考文献

- 1) J. R. Garratt : The atmospheric boundary layer, Cambridge University Press (Cambridge Atmospheric and space science series) (1992)
- 2) 竹内清秀, 近藤純正 : 地表に近い大気, 東大出版会

- (大気科学講座1) (1981)
- 3) A. B. Arons, A. P. Ingersoll and T. Green III : Experimentally observed instability of a laminar Ekman flow in a rotating basin, *Tellus*, 13 (1961) 31–39.
 - 4) A. J. Faller : An experimental study of the instability of the laminar Ekman boundary layer, *J. F. M.*, 15 (1963) 560–576.
 - 5) N. Gregory et al. : On the stability of three-dimensional boundary layers with application to the flow due to a rotating disk. *Phil. Trans. A*, 248 (1955) 155–199.
 - 6) A. J. Faller and R. Kaylor : Instability of the Ekman spiral with applications to the planetary boundary layers. *Phys. of Fluids, Supplement* (1967) S212–S219.
 - 7) P. R. Tatro and E. L. Mollo-Christensen : Experiments on Ekman layer instability. *J. F. M.*, 28 (1967) 531–543.
 - 8) D. R. Caldwell and C. W. Van Atta : Characteristics of Ekman boundary layer instabilities. *J. F. M.*, 44 (1970) 79–95.
 - 9) M. E. Stern : Instability of Ekman flow at large Taylor number. *Tellus*, 12 (1960) 399–417.
 - 10) V. Barcion : Stability of non-divergent Ekman layer. *Tellus*, 17 (1965) 53–68.
 - 11) D. K. Lilly : On the instability of Ekman boundary flow. *J. Atmos. Sci.*, 23 (1966) 481–494.
 - 12) A. J. Faller and R. Kaylor : A numerical study of the instability of the laminar Ekman boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 23 (1966) 466–480.
 - 13) M. A. Lemore : The structure and dynamics of horizontal vortices in the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 30 (1973) 1077–1091.
 - 14) F. Wippermann : The orientation of vortices due to instability of the Ekman boundary layer. *Beitrag zur physik der Atmosphere*, 42 (1969) 225–244.
 - 15) R. Kaylor and A. J. Faller : Instability of the stratified Ekman boundary layer and the generation of internal waves. *J. Atmos. Sci.*, 29 (1972) 497–509.
 - 16) R. A. Brown : A secondary flow model for the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 27 (1970) 742–756.
 - 17) R. A. Brown : Longitudinal instabilities and secondary flows in the planetary boundary layer : A review. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 18 (1980) 683–697.