共鳴励起された水波の上の粒子運動

神　部　　勉*

Particle Motion on Surface Waves Excited Parametrically

Tsutomu KAMBE
Department of Physics, University of Tokyo

ABSTRACT

Drift motion of small particles floating on standing waves excited parametrically in a container (Faraday resonace) is studied, and particle displacements and drift speeds were analyzed statistically. Particle trajectories were reproduced from video images. It is found that the drift motion is characterized as the fractional Brownian motion.

Keywords : particle motion, surface wave, parametric resonance

Faraday（1831）は，鉛直に上下振動する容器の中の水面に，固有の共鳴振動パターンが発生することを発見した。この共鳴波は後に，*Rayleigh*（1883）あるいは*Benjamin&Ursell*（1954）らの解析によって，*parametric resonance*, *sub-harmonic resonance*（あるいはファラデー共鳴）と呼ばれることになった共鳴現象である。すなわち，水波は外から駆動する振動数の1　2の振動数の波が最も励起されやすい。外部駆動の振幅が小さいあいだは，水面は水平のまま上下運動するだけであるが，振動数が固有モードの約2倍で振幅がある閾値を超えると，その固有モードが励起されてくる。もし，2つのモードがたまたまほぼ等しい固有振動数をもつときには，両モードの間で励起の競合が起き、カオス的に交互に励起される現象が明らかにされた（*Kambe&Umeki* 1990）。このような共鳴波上の微粒子のドリフト運動が本研究の対象である。

水面に進行波があるときに，表面に浮遊する微粒子は進行波の方向に平均的にドリフトする。この性質は*Stokes drift*として知られている（*Stokes* 1847）。しかし，われわれの問題では，水は容器の中にあるので水の平均の運動量はゼロで，進行波は存在できない。ところが実験的には粒子のドリフトは観測される（図1）。それは容器内に励起される波動モードの角運動量を定義することができ，その性質のために非線形効果でドリフトが起こる。

このドリフトは，分数ブラウン運動と呼ばれるフラクタル的な性質をもつことがわれわれの研究で明らかになった。水平面をx，y面として，浮遊粒子のx座標だけに注目し，時刻tでの2つの粒子の位置$X_1(t)$，$X_2(t)$に対して，相対距離$Y(t)=X_1(t)-X_2(t)$を定義する。

よく知られたブラウン運動では

$$\langle Y^2 \rangle (t) \propto t \quad \text{（ブラウン運動）}$$

であるのに対し，乱流の中では*Richardson*（1926）の乱流拡散の法則

$$\langle Y^2 \rangle (t) \propto t^3 \quad \text{（リチャードソンの法則）}$$

が知られている。ここで，<　>はアンサンブル平均である。後者の法則は，次元解析によって，慣性領域の渦による乱流拡散としても説明される（*Obukhov* 1941）。

*　東京大学理学部

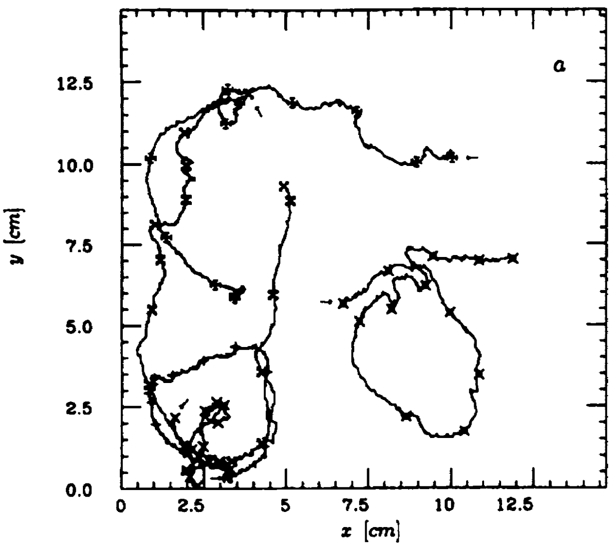

図1　微粒子のドリフト軌道．矢印が出発点．

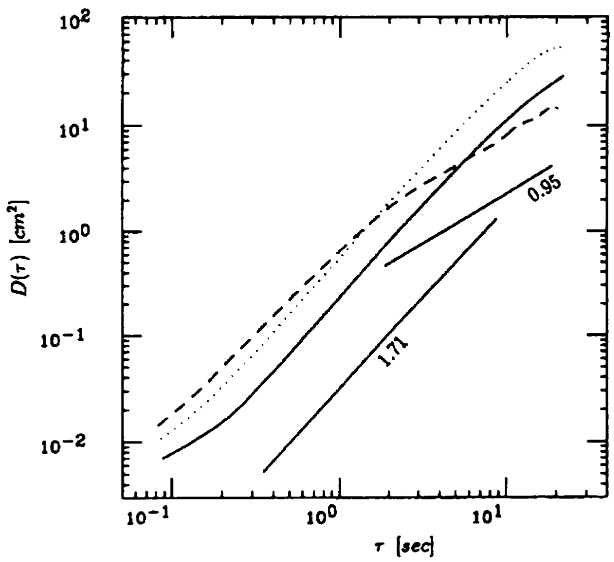

図2　$\log D(\tau)$ *vs.* $\log \tau$．図中の数字は$D(\tau) \propto \tau^\alpha$のときの$\alpha$の値．

ファラデー共鳴では，粒子拡散はこれらの中間の指数で表わせることが実験から明らかにされた（図2）(*Tokugawa, Umeki & Kambe* 1994)。これは*fractional Brownian motion*と呼ばれる現象に属する（*Mandelbrot* 1965)。図2では，ビデオに記録された一つの粒子軌道上，時刻τだけはなれた2点$X(t)$，$X(t+\tau)$について，$\eta(\tau) = X(t) - X(t+\tau)$を定義し，

$$D(\tau) = \langle \eta^2 \rangle (\tau)$$

を計算し，それを*log*−*log*表示した。図中の数字は，$D(\tau) \propto \tau^\alpha$のときの$\alpha$の値である。

参考文献

1) Benjamin, T. B. & Ursell, F. (1954) Proc. R. Soc. London A225, 505−515.
2) Faraday, M. (1831) Phil. Trans. R. Soc. London 121, 319−340.
3) Kambe, T. & Umeki, M. (1990) J. Fluid Mech. 212, 373−393.
4) Mandelbrot, B. B. (1965) Comptes Rendus (Paris) 260, 3274−3277.
5) Rayleigh, Lord (1883) Phil. Mag. 16, 50−58.
6) Richardson, L. F. (1926) Proc. R. Soc. London A110, 709−737.
7) Stokes, G. (1847) Transact. of Camb. Phil. Soc. 8.
8) Tokugawa, N., Umeki, M. & Kambe, T. (1995) Fluid Dyn. Res. 16, 43−55.