

# 乱流境界層の渦運動

小 橋 安次郎\*

## Vortex Motions of a Turbulent Boundary Layer

Yasujirou KOBASHI

*Hokkaido Institute of Technology*

### ABSTRACT

The present work deals with the flow structures of a turbulent boundary layer which are characterized by the existence of spanwise and streamwise vortices. Double row vortex model is introduced so that the experimental results obtained so far can be explained and that the relation between the inner layer structure and that of the outer layer can be studied. The velocity distribution of the outer layer is obtained simply as the induced flow field of the row of vortices, while that of the inner layer must take into account both viscous and Reynolds stresses. By introducing a variable eddy viscosity for the Reynolds stress which represents the average effect of near wall structure, a simple formula with two length scales is obtained which covers whole the inner layer.

Keywords : outer layer, inner layer, organized structure, vortex and vortex core, laminar and turbulent vortex, burst structure

### 1. 前書き

乱流境界層の外層に存在する渦が境界層流れに果たす役割について検討する。この目的のために2重渦列モデルを提案し、従来の実験結果がこれによって説明できることを明らかにするが、実験的にも理論的にも未解決の問題が数多く残されており、これについては思い切った仮定を導入したことを断っておく。

### 2. 乱流境界層の組織構造

乱流境界層中に渦状の組織構造が存在すると認められてから既に久しいが、その正体が果して渦であるか、またそれが流れとどのように関係しているかについては明らかでなかった。渦構造が疑問視されるのは、その検出が条件抽出という間接的な手法によってのみ行われてい

て、直接的に確認されていないことによる。最近発表されたAntoniaら<sup>1)</sup>の研究はこれに対する明確な回答を与えたもので、多点のX-プローブを用いて流れ場の同時測定を行い、移動速度に対する補正を行うことによって流れが渦状の回転をしていること、更にこれらが渦度を伴った運動であることを示すことに成功した。従って外層の組織運動が渦であることは今や疑う余地はないと言える。

内層の組織構造については最近の多くの実験、特に各種の可視化実験によって流れ方向に軸を持つ渦（ゲルトラー渦）で覆われており、その後端での吹き上げがバーストであると知られているが、その発生の原因や機構についての定説はなかった。Blackwelderら<sup>2)</sup>は人工的に発生させた渦を使ってゲルトラー渦に伴う低速の吹き上げ流れ（低速ストリーク）が渦に刺激されて、局所的に不安定となりバーストを引き起こすことを見出しており、これによって内層と外層の組織構造が密接に関連してい

\* 北海道工業大学名誉教授

ることが証明された。

これらの研究によって乱流境界層が渦と密接な関係を持つことが明らかとなったと言えるが、本報ではこうした渦が境界層の構造とどのように掛かりあっているかについて検討を行う。なお、さきの報告<sup>3)</sup>では2組の渦列によって外層の速度分布が記述できること、およびこれら渦列の干渉によってバーストが誘起されることを述べたが、こゝでは更に立ち到って渦が境界層構造の本質であることを明かにする。

### 3. 組織構造と渦

#### 3.1 渦とは何か

渦という言葉は今日極めて日常的に用いられているが、その実体は極めて曖昧で、理論的には「渦度を持った流体粒子（渦粒子）またはその集合（渦核）である」と定義されている（「流れ学」（P61））が、これを実験的に検出することは極めて困難である。その理由は渦度そのもの、測定が容易でないうえに、これと流れとの関係を実験的に記述することが困難なためである。事実、渦粒子それ自体は一定の角速度 $\omega$ で回転し、その集合である渦核も回転しており（ $\omega$ が均一に分布している場合にはその速度は $1/2\omega$ である）さらに、渦核の外部には誘導速度としての循環流が存在するという複合流れを形成していて、これらを分離して取り出すことは容易ではない。これに関連してHussain<sup>4)</sup>は速度勾配の対称成分と非対称成分とで作られる対称テンソルの固有値の一つが渦核内の流れに対応するとして、速度測定から渦を検出する方法を提唱しているが、これを実際の流れに適用するにはなお問題が残されていると思われる。

#### 3.2 何故渦か

渦度は速度勾配と粘性とが共存する場合に生じるから、実在する流体の基本量であると言ってよく、従って実際の流体は渦で被われていると言っても過言ではない。ただ、渦度の減衰、消滅や流体粒子間での渦度の交換（拡散）は粘性を通してのみ行われるから、一般の流れでは渦と渦無し流れとが共存することになる。なお、渦なし流れの部分には渦によって誘起される循環のため、回転流れが生ずるがこれは渦には含めないものとする。

粘性の影響を受ける境界層は層流であれ乱流であれすべて渦度を持ち、従って渦が存在することは論を待たない。その渦は粘性によって減衰拡散するが、壁面から次々と渦度の供給を受けていて消滅しない点が噴流や伴流のばあいと異なっている。平板境界層に発生する渦は基本的には2次元で、流れに強い外乱を与えてもやがて元の状態に復帰することから考えても渦核は安定した構造

を持つと思われる。2次元渦は渦核の変形（伸び、縮み、撓み）に伴う渦度の局所的変化によって3次元化する筈であるが、その強さは新たに発生する2次元渦に比べて小さいものと思われる。

なお、層流と乱流の違いは渦度の分布が連続的であるか否かで、この意味では乱れは孤立した渦の集団によって作り出される速度の時間変動であると言える。ただこゝで注意すべき点は、通常乱れとして定義される速度変動には渦核外の速度変動が含まれていて純粋に渦そのものの挙動を表すものではないことである。乱れを渦に関連づけてとり扱う場合には渦度とその広がり（渦核の大きさ）を示す渦度スペクトルの概念が速度スペクトルよりも重要であると思われる。

#### 3.3 渦の表示

渦を表すには渦度とその広がりである渦核の大きさをを用いることが望ましいが、本論文の解析には簡単のためランキン渦を用いることとする。これは剛体的に回転する円筒形の渦核の内部に渦度が均一に分布する特殊な場合で、孤立して渦が分布する実際の渦（乱流渦）とは異なるが、渦度の平均値と渦核の大きさが等しいばあいには平均の速度場に及ぼす影響は同じと考えてよい（図1参照）。

#### 3.4 渦列の形成

壁面で発生する渦の強さは $U_0$ を一様流の速度、 $X$ を壁面に沿う前縁からの距離でとるとき

$$\Gamma = U_0 X \quad (1)$$

で与えられる。発生した渦粒子の一部は壁面を離れて層内を移動するが、この場合渦点法による渦形成の数値シミュレーションからも予想されるように下流に進むに連れて一ヶ所に集まって渦塊を作ろうとする傾向があるようで、しかも壁面を離れる際の状況によって外層の大規模渦になるものと、壁面近くに集積する渦との2組があるように思われる。こうした2組の渦列の存在はSchlichtingの著書<sup>5)</sup>に載せられている管内流の写真からも予測することが出来、本論文ではこれをもとに2重渦列モデルを提案したが、これによってバーストの発生周期が外層組織運動の周期の2倍であると言う実験結果が証明されることは既に述べた。

これらの渦が流れに垂直な横方向の軸を持つ2次元的な渦であることは既に述べたが、それにも拘わらず外層構造にはスパン方向に境界層厚さ程度の相関長さが存在することがBlackwelderとKovaszny<sup>6)</sup>によって見いだされ3次元構造を持つことが知られている。

この一見矛盾して見える外層の構造は流れ方向に軸を

持つ渦対の列を2次元渦に重畳させることによって説明できる。このような渦対の存在は横断面の可視化実験で観測されるキノコ雲状の巻き上がりによっても窺えるが、その発生の機構は明かでない。おそらく流線の曲率に關係するものであろう。

3.5 バーストと乱れの発生

壁面に接した粘性底層内にはゲルトラー渦に類似した流れ方向に軸を持つ渦が存在することが知られている。これは負の速度勾配を持つ壁面上の流れに現れる一種の乱流斑点であると考えられるが、これが外側の渦と干渉してバーストを引き起こすことはBlackwelderの実験から明かである。この場合、発生する渦は2次元渦と3次元渦とが重畳したもので、特に後者は境界層内に発生する乱れの大半(80%)を占めるが、対になった縦渦の部分が一体になっていてこれによる速度分布への寄与はないものと思われる。これらは外層の渦によって運ばれて境界層内に均一に配分される。バーストの過程では壁面の低速流体が吹き上がるエジェクションと高速流体が吹き降ろすスweepとが対になって現れるが、縦渦構造はスweepによって吹き払われるため、次の乱流斑点が現れる迄は静かな状態(Calming Region)が存在し、従って壁面での乱れの生成が間欠的に行われることが観測されている。

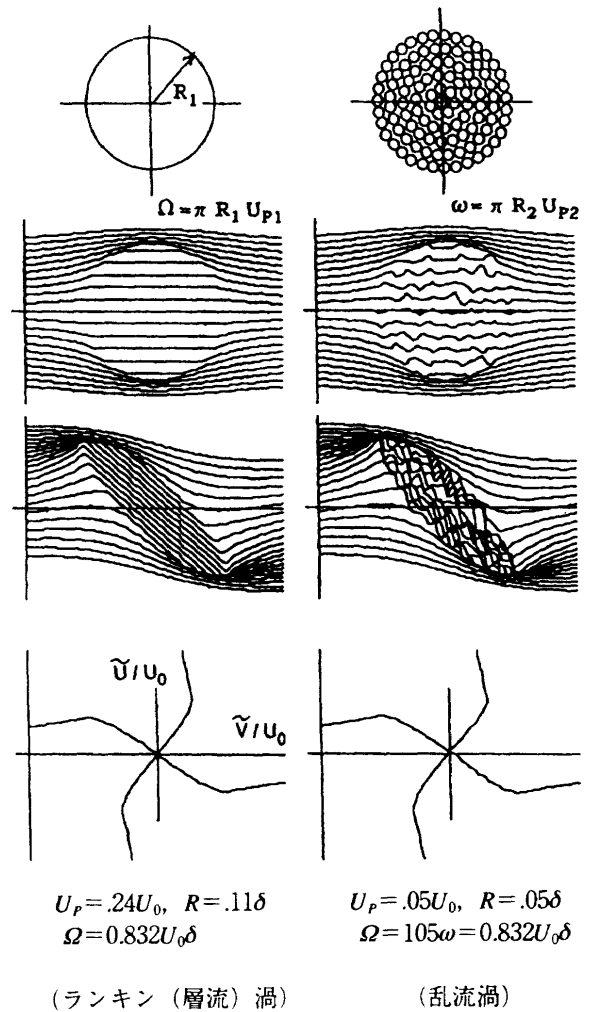
3.6 渦列モデルとX-T線図

Blackwelderの実験によってバーストが壁面の縦渦と外側の渦との干渉によって生ずることが証明されたが、これだけではバーストの発生周期が外側の渦の周期の2倍であるというUedaとHinze<sup>7</sup> および一条と小橋<sup>8</sup> らの実験結果を説明することは出来ない。これに対する回答は2重渦列モデルにおける渦の移動速度の差によってのみ与えられると思われる。

壁面に沿って移動する渦を考える場合壁を通しての運動量の移動はあり得ないからこの条件を満足させるため壁面に対して対称の位置に逆向きのイメージ渦をおく必要がある、その結果渦には進行方向に逆らった速度が誘起される。この速度は渦の回転方向が正(反時計方向)のとき負、負(時計方向)のとき正で、これが流れの速度に加わったものが実際の移動速度となる。

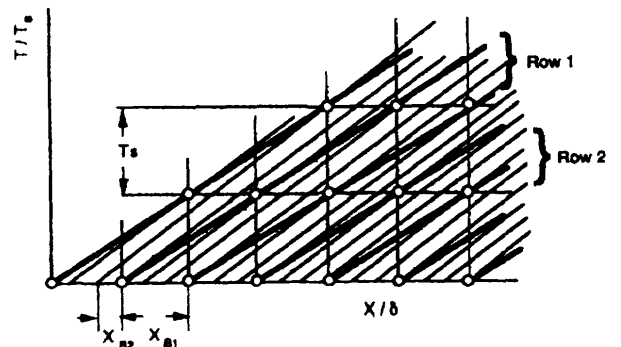
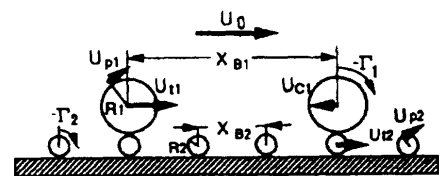
2重渦列の場合、移動速度は異なるため渦の相対位置は時間によって異なり、図2に示すようなX-T線図によって与えられる。図中の○印は第1列の渦と第2列の渦とが重畳する時刻で大きな速度変動が現れるところから、バーストの発生する時刻であると考えられる。

図3aにある時刻におけるX軸上の速度分布を、また3bにX軸上の一点における速度の時間変化の様態を示すが、こ



(ランキン (層流) 渦) (乱流渦)

図1 ランキン (層流) 渦と乱流渦



XB1, XB2 : Distance between Vortices  
 TS : Burst Period  
 ○ : Birst Generation

図2 渦列モデルとX-T線図

れらは可視化実験と熱線風速計によって得られる流れ模様の差異に対応すると考えてよい。

図4は壁面近くの流跡を示したもので、バーストに伴って流体部分が境界層の奥深く舞い上がっていく様子や、その後吹上がが抑止されて壁面近くに停滞する様子を窺うことができる。

#### 4. 境界層速度分布

外層は境界層の大半を占める部分で流体の種類やレイノルズ数に無関係であるが、外縁境界面が湾曲してこれを通過して流入する外部の流体は直ちに乱流化するという特徴があり、このため乱流と非乱流が交互に観測される間欠領域を作り出している。外層は伴流域とも呼ばれるが、これが伴流域と呼ばれる理由は速度欠損が伴流域であるという考えに基づくものである。しかし、境界層の場合運動量損失は壁面に沿って絶えず起こっており、しかも渦による攪拌作用が働いていることを考えれば速度分布は層流型の運動量損失によるとするよりもむしろ渦の局所平衡の条件で決まると考える方が妥当なように思われる。

外層の速度分布を渦列の誘導速度場として求めるため次のようにしておく。

$$R_{01} = 0.5\delta, U_{F1} = 0.3U_0, X_{S1} = 2.5\delta = 5.0R_{01}, Y_{S1} = 0.55\delta$$

$$R_{02} = 0.1\delta, U_{F2} = 0.3U_0, X_{S2} = 0.83\delta = 1.7R_{01}, Y_{S2} = 0.12\delta$$

ただし、 $\delta$ を境界層厚、渦核の半径を $R_{0i}$ 、回転の円周速度を $U_{pi}$ 、渦間隔を $X_{Si}$ 、渦列の壁からの距離を $Y_{Si}$ とする。添字 $i$  ( $=1, 2$ )は渦列の番号である。このばあい渦の移動速度は第1列が $0.85U_0$ 、第2列が $0.72U_0$ で、それぞれの位置での平均速度よりも僅かに小さい。

内層は粘性だけで決まる粘性底層と粘性とレイノルズ応力とが共存する緩和層（バッファーレイヤー）とからなるが、前者がほぼ2次元の平行流であるのに対して後者は縦渦の存在やバースト発生のため3次元のかつ非定常であって速度分布を理論的に記述することは極めて困難である。このため先報では壁面補正関数を適当に選んで実験値に合致させる方法をとったが、本報告では渦の上昇に伴って生ずる流れに逆らう力（レイノルズ応力）を想定しこれを渦動粘性係数 $\epsilon$ で記述することにする。

$\epsilon$ は壁面から遠ざかるに従って増大し一定値に近づき、逆に壁面応力の影響は低下すると考えられるから

$$(v + \epsilon) \frac{dU}{dY} = (v + \epsilon_0 (1 - \exp(-B \cdot Y))) \frac{dU}{dY} = U_r^2 \exp(-B \cdot Y) \quad (2)$$

とおく。 $U_r$ は摩擦速度である。これから粘性底層での直線分布に繋がる分布として

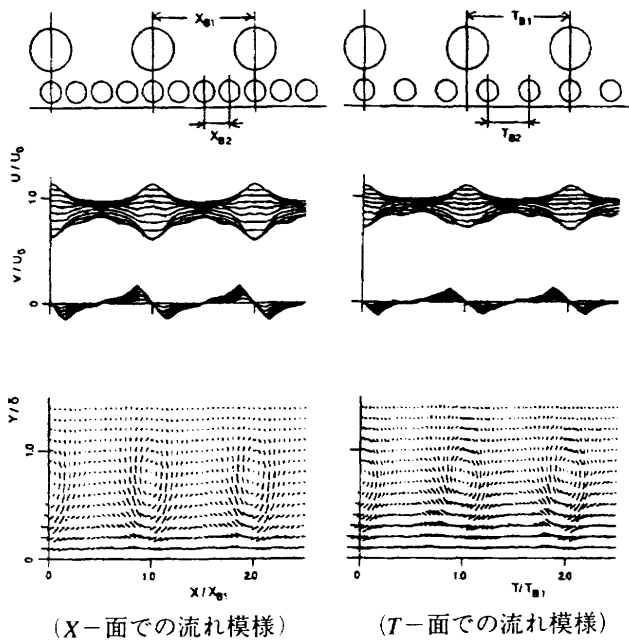


図3 渦列の流れ模様

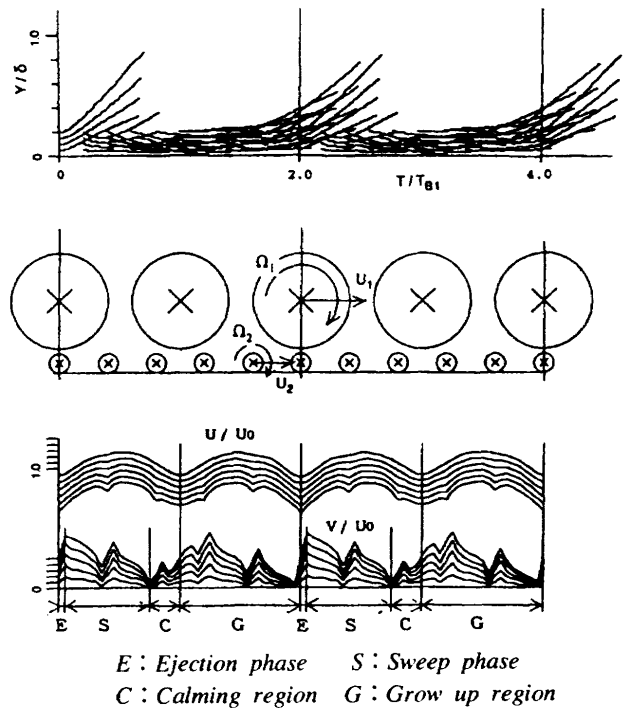


図4 壁面近傍での流体粒子の挙動と流れ模様

$$U = D \cdot Yv + B \cdot \log(1 + (1 - \exp(-A(Y - Yv)))^C) \quad (3)$$

が得られる。Dは粘性底層内の速度勾配、Yvは粘性低層の厚さであり、 $B = U_{\tau}^2 / (\epsilon_0 \delta)$ 、 $C = v / \epsilon_0$ である。

(2) 式は粘性底層および一定剪断応力層に対して別々に提案されていた関係

$$v \frac{dU}{dY} = U_{\tau}^2$$

$$\epsilon \frac{dU}{dY} = U_{\tau}^2$$

をバッファレイヤに適用したもので、壁から充分離れた位置で成り立つ

$$(v / \epsilon_0) \frac{dU}{dY} \sim U_{\tau}^2 \exp(-B \cdot Y)$$

は対数法則に相当する関係である。

A=0.1, B=1.0, C=0.05, D=65としたばあいの速度分布を図5に示してある。

### 5. 結び

渦が乱流境界層の基本的性質であるという立場に立つて外層の組織構造を渦列モデルを用いて表すことを試みた。用いたモデルが周期的であるため、バーストの発生が空間の一定の点でのみ起こるといった問題点はあるが、これによって従来実験的にのみ知られている現象を説明するとともに、壁面でのバースト発生の機構を明らかにすることが出来たと考える。

乱れを渦度の変化として捉える立場からするとき、渦

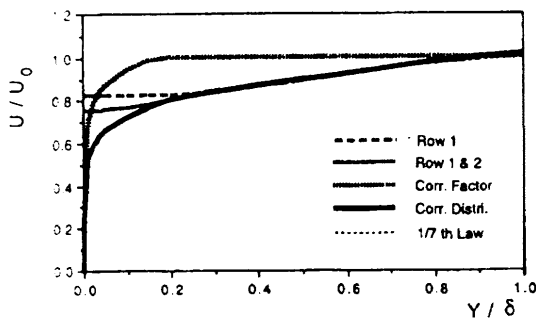


図5 乱流境界層速度分布と壁面補正係数

度と渦核の大きさから定義される渦度スペクトルの方が渦核の外部の速度場まで含む従来の速度変動のスペクトルよりもより直接的に乱れの特性を記述すると考えられる。

外層の平均速度分布を渦列の誘導速度場として与えたが、これは渦列が消滅しない限り乱流境界層が存在することを示すもので、レイノルズ数 $\infty$ 時の乱流境界層や平衡乱流境界層の問題を解明する上で有効な手掛を与えるものと思われる。この領域では渦による攪拌作用のため乱れが均等に配分されるが、それに伴って流れの特性がその場所の状態だけで決まることになるから、いわゆる伴流法則は存在しないと考える。

内層の速度分布はバッファレイヤに関する限り極めて便宜的で、実験式の域を出ず、一定剪断応力層で成り立つとされる対数法則もレイノルズ数によって適用範囲が変わることはよく知られている。本論文では粘性応力とレイノルズ応力の共存する領域を考えているが、両者の兼ね合いを明らかにするためには、壁面からの渦の放出と、これに伴う応力（レイノルズ応力）の解明が必要である。

### 参考文献

- 1) Klogstad P-A, Antonia R. A., Browne L. W. B. (1993) Experiments in Fluids 15 : 231-239.
- 2) Myose R. Y., Blackwelder R. F. (1994) J. F. M. 259 : 345-373.
- 3) 小橋 安次郎：平板乱流境界層の組織構造について (1994) 航技研SP-25.
- 4) Jeong J., Hussain F. (1995), On the identification of a vortex : J. Fluid Mech. 285, 69-94.
- 5) Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, McGraw-Hill, N. Y. 556 (1960).
- 6) Blackwelder, R. F., Kovaszny, L. S. G., (1972) Phys. Fluids 10 : 1545-54.
- 7) Ueda, H., Hinze, J., (1975) J. Fluid Mech. 67 : 125-43.
- 8) 一條 真古人, 小橋 安次郎 (1982) ながれ1-4 : 350-359.