

キャビティを有する非定常超音速内部流の数値シミュレーション

吉澤竹志[†] 東野文男^{††} 高倉葉子^{††} 小川 哲[†] 吉田正廣[†]

Numerical Simulation of Unsteady Supersonic Internal Flows with a Cavity

by

Takeshi YOSHIZAWA, Fumio HIGASHINO, Yoko TAKAKURA
Tokyo Noko University

and

Satoru OGAWA, Masahiro YOSHIDA
National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

Supersonic internal flows with a cavity are numerically investigated. In the present study, the two-dimensional Navier-Stokes equations are solved by using the Chakravarthy-Osher TVD (Total Variation Diminishing) scheme. The VLES (Very Large Eddy Simulation) is executed to capture the flow field in detail. In the present results, the unsteady behavior of the vortices in the cavity, such as their appearance, disappearance and oscillation, and their interaction with shock waves or shear layer is clearly shown. The overall character of the flow field was clearly shown by the computation on coarse grids. The result of the computation on fine grids is that; not only large-scale vortices which had been shown on coarse grids, but also small unsteady vortices in the shear layer, were recognized. The periods of the large-scale vortices and the small vortices are in agreement with those in experiments. Since it is difficult to observe the complicated flow structure inside the cavity experimentally, the numerical simulation is useful for the investigation of this problem.

1. はじめに

キャビティ流れに関する研究は今まで主に実験的に行われており [1] [2]、キャビティ内の渦現象やせん断層の振動、衝撃波の振動などの現象があること知られている。キャビティの縦横比などの形状の変化、又はキャビティへ入射する斜め衝撃波などの外乱を与えた場合などによる現象の変化も報告されている [3]。また、キャビティはエアブリージングエンジン内の衝撃波を安定にするための制御などにも利用されており、超音速内部流路内のキャビティまわりの流れを研究解析することは流体力学的に興味ある問題であるとともに、工学的にも重要である。

本研究では二次元矩形キャビティまわりの流れ場（渦現象、せん断層の振動、衝撃波の振動など）の解明を主目的として数値計算を行った。キャビティの縦横比（キャビティの長さを L 、深さを D とし、以降 L/D と表記）の効果に関してはすでに参考文献 [4] に述べたので、ここでは非定常性に着目した。基礎方程式には二次元 Navier-Stokes 方程式を用いて VLES [5] [6] [7] を行った。

2. 基礎方程式

フィルタリングされた二次元 Navier-Stokes 方程式を積分形で書くと以下のようになる。

$$\frac{d}{dt} \iiint Q dV + \iint (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v) \cdot \mathbf{n} dS = 0$$

\mathbf{n} はセル表面における外向きの単位ベクトル、 Q は解ベクトル、 $\mathbf{F} = (F_1, F_2)$ は非粘性 Flux テンソル、 $\mathbf{F}_v = (F_{v1}, F_{v2})$ は粘性 Flux テンソルであり下記の成分を持つ。

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ E \end{pmatrix}$$

$$F_k = \begin{pmatrix} \rho u_k \\ \rho u_1 u_k + \delta_{1,k} p \\ \rho u_2 u_k + \delta_{2,k} p \\ E u_k + u_j \delta_{j,k} p \end{pmatrix}, \quad F_{vk} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{1,k} \\ \tau_{2,k} \\ u_j \tau_{j,k} - q_k \end{pmatrix}$$

[†]東京農工大学大学院工学研究科機械システム工学専攻

^{††}東京農工大学工学部機械システム工学科

[‡]科学技術庁航空宇宙技術研究所数理解析部

$$p = (\gamma - 1) \left(E - \frac{1}{2} \rho u_m u_m \right)$$

$$\tau_{j,k} = -\frac{2}{3} \delta_{j,k} \rho k + (\mu + \mu_{sgs}) \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \delta_{j,k} \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \right)$$

$$q_k = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x_k}$$

μ_{sgs} は圧縮性流体用に改良されたモデル [7] を用いる。

$$\mu_{sgs} = (C_s \Delta)^2 \rho T'^{\frac{1}{2}}$$

$$k = \frac{\mu_{sgs}^2}{(\rho C_k \Delta)^2}$$

ここで T' は渦度の内積を表し、 Δ は最小格子幅とした。上式を有限体積法により、 ξ 、 η を座標線を持つ構造格子上で離散化することにより、下式を得る。

$$\frac{d}{dt} (Q_{i,j} V_{i,j}) = \hat{F}_{i+\frac{1}{2},j}^{\xi} - \hat{F}_{i-\frac{1}{2},j}^{\xi} + \hat{F}_{i,j+\frac{1}{2}}^{\eta} - \hat{F}_{i,j-\frac{1}{2}}^{\eta}$$

$$- \left(\hat{F}_{v,i+\frac{1}{2},j}^{\xi} - \hat{F}_{v,i-\frac{1}{2},j}^{\xi} + \hat{F}_{v,i,j+\frac{1}{2}}^{\eta} - \hat{F}_{v,i,j-\frac{1}{2}}^{\eta} \right)$$

$$\hat{F}^{\xi} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}^{\xi} S^{\xi} = F_n^{\xi} S^{\xi}, \quad \hat{F}^{\eta} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}^{\eta} S^{\eta} = F_n^{\eta} S^{\eta}$$

ここに、 S^{ξ} 、 S^{η} は、それぞれ ξ 、 η が一定値を持つセル面における面積、 \mathbf{n}^{ξ} 、 \mathbf{n}^{η} はそれぞれの面において座標方向を向いた単位法線ベクトルであり、 $F_n^{\xi} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}^{\xi}$ 、 $F_n^{\eta} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}^{\eta}$ は面に垂直方向のフラックス・ベクトルである。 F_n^{ξ} 、 F_n^{η} には、流束のかわりに特性量が外挿された [8] Chakravarthy-Osher TVD 数値流束 [9] を用いる。時間積分は 2 次精度ルンゲ・クッタ法により行った。

3. 数値計算条件

本研究では東京農工大学当研究室において行っている実験 [10] と同じ条件で計算を行った。形状は、主流部高さを 20[mm]、キャビティ深さ $D=10$ [mm] とし、キャビティ長さ L を変化させることにより L/D を変化させるが、ここでは特に $L/D=2$ の場合に着目した。キャビティ内へ斜め衝撃波を入射させるために、キャビティ上流の上面壁にショックジェネレータ (ウェッジ角 6.5[deg]) を設けた。流入マッハ数は 1.83 に固定して行った。

$L/D=2$ のときの計算格子を図 1 と図 2 に示す。図 1 は粗い格子 (格子点数 453 点 \times 153 点)、図 2 は細かい格子 (格子点数 671 点 \times 479 点) である。細かい格子での計算には NWT を用いて並列計算を行った。並列化手法等については参考文献 [4] を参照されたい。

4. 数値計算結果と考察

4.1 粗い格子での計算結果

4.1.1 L/D と入射斜め衝撃波の効果 [4]

斜め衝撃波を入射させない場合は、図 3(a) ~ (c) に示すようなキャビティ内部の大域的な渦のパターンが捉えられた。 $L/D=1$ の場合は大域的な渦は一つ、 $L/D=2$ の

場合は大域的な渦は二つ、 $L/D=3$ の場合は大域的な渦は二つまたは三つ現れる。下流側の渦はキャビティ内への空気の流入またはキャビティ内からの空気の流出により発生する渦で、時計まわりに回り、どのような L/D であっても必ず存在するものと思われる。 $L/D=1$ の場合はこの下流側の渦だけで構成されている。反時計まわりの渦は主に下流側の渦に引きずられるようにして発生する渦であり、下流側の渦の影響を大きく受けることになる。

斜め衝撃波をキャビティ内へ入射させた場合は、斜め衝撃波を通過した主流が下方に曲げられるためキャビティ内への空気の流出入が促進され、図 3(d) に示すように衝撃波のあたる位置での時計回りの渦を発達させる傾向にある。

4.1.2 $L/D=2$ 、斜め衝撃波を入射させた場合の非定常解

図 4 に粗い計算格子での計算結果を示す。図 4(1) から図 4(3) の 3 枚でキャビティ内への空気の流出入の一周期にあたるおよそ 60[μ sec] に相当する。それぞれ (a) に等密度線図、(b) に瞬間流線を示す。図 4 より、せん断層が上下に振動すること、キャビティ内への空気の流出入があることが確認できる。

キャビティへの空気の流入はキャビティ後縁部の離脱衝撃波が後縁部から離れた瞬間に行われる。故に空気はこの際に急激に流入し、流出は緩やかに行われる。言い換えると、通常緩やかな流出傾向にあり、流入は一瞬にして行われる。図 4(2-a)、図 4(2-b) がキャビティへの流入の瞬間にあたる。これに伴い、普段は若干片寄ったような位置にある大域的な渦は流入時にキャビティの後ろ半分を覆うような大きな渦となる傾向にあり、渦運動の非定常性が確認された。

< 実験結果との比較 >

図 5-1 に東京農工大学当研究室の衝撃波風洞により可視化されたシュリーレン写真を示す。露光時間は 2[μ sec] である。図 5-2 にせん断層の振動のおよそ一周期の時間平均を取った計算結果を示す。せん断層の様子や、キャビティ角部から発生する斜め衝撃波等がかなりよく捉えられている。計算結果ではキャビティ前縁部で発生した斜め衝撃波が上壁で反射した後、下壁に到達することなく消滅しているように見えるが、可視化写真では下壁でもう一度反射している様子が観察される。これは、図 5-1 を撮影した際の露光時間が 2[μ sec] であるのに対し、計算結果ではせん断層の振動のおよそ一周期 (約 60[μ sec]) の時間平均をとったことにより後方の弱い衝撃波の動きの激しい部分はばけたものと思われる。

図 4 に示す周期運動は実験で得られた周期 (約 60[μ sec]) とほぼ一致している。

4.2 細かい格子での計算結果

4.2.1 L/D=2、斜め衝撃波を入射させた場合の非定常解

図 6(1) から図 6(6) に細かい計算格子での計算結果を示す。これら 6 枚でおおよそ 60[μsec] に相当する流れ場の変化がわかる。粗い格子上での計算結果との大きな違いは図 6 に見られるようにせん断層の渦 (図中○印) が確認されたことである。

せん断層前部で発生した渦は発達しつつ下流方向へ移動し、キャビティ下流部の垂直壁付近で消滅する。図 6(1) でせん断層中央のやや下流側にある渦に着目する。図 6(2) では下流方向に移動し、斜め衝撃波の入射位置のやや前方に新たな渦が発生している。ここでは先に発生した渦はキャビティの下流側壁で発生する離脱衝撃波にぶつかるといった形で変形し、図 6(3) では消滅している。後から発生した渦は図 6(2) から図 6(4) にかけてせん断層中を移動し、図 6(5) では離脱衝撃波にぶつかって消滅している。この周期がおおよそ 25[μsec] に相当する。

キャビティの下流側壁角部の離脱衝撃波にせん断層中を移動する渦がぶつかる、図 6(3)、図 6(5) のように離脱衝撃波はキャビティの下流側壁から大きく離れ、キャビティ内部へ空気が激しく流入する。上流へ離れた離脱衝撃波はそのまま消滅し、角部にまた新たな離脱衝撃波が形成される。離脱衝撃波が角部に存在するときはキャビティ内への流入は極わずかであるか、もしくは緩やかな流出傾向にあり、離脱衝撃波がキャビティ下流側角部から離れたときのみ流入が激しくなる。

大域的な渦は粗い格子の場合は拡大縮小しているだけのように見られたが、格子を細かくしてみると大域的な渦中心が移動していることが確認された。大域的な渦はキャビティ内への空気の流入があるときに移動し、流入の無いときにはその場にとどまり、常に一定速度で移動することはない。

キャビティ下流部で発生した大域的な渦は時間経過と共にキャビティの底の方へ移動し、さらに前方へ移動し、キャビティ上流部垂直壁に到達する前に上方へ移動する。図 6(6) ではキャビティ下流部に新たに大域的な渦が発生しつつあることから、大域的な渦は 60[μsec] 程度の周期で運動しているものと思われる。これより、大域的な渦はせん断層内の渦とは全く異なる周期で運動していることが分かる。

図 6(6) ではキャビティ下流部に新たに大域的な渦が発生しつつあるが、図 6(1) の位置とは一致していないことから、大域的な渦は 60[μsec] を若干上回る周期で運動しているものと思われる。

< 実験結果との比較 >

東京農工大学当研究室で衝撃波風洞を用いて行った実験により得られた周波数解析の結果 [10]、振動数のピークが複数あり、これはせん断層内で発生、移動、消滅を繰り返す渦の周期やキャビティ内部の大域的な渦の周

期、その他の周期運動の振動数を表しているものと思われる。実験で得られた各々のピークに今回の数値計算結果より得られたせん断層内部の渦の周期 25[μsec] がほぼ一致しているピークが確認された。一番高いピークはキャビティ内部の渦の運動の周期と考えられており、実験では 50～60[μsec] であるが、今回の計算では 60[μsec] を若干上回る周期となった。

4.2.2 速度変動

細かい格子での計算結果をもとに、乱流の一つの目安として平均流れ場からの速度変動を算出した。図 7 に記すようにキャビティ内部に 11 本の縦のサンプリングラインを設定し、このライン上で速度を計測した。表 1 にそれぞれの縦のサンプリングラインがキャビティの長さに対しキャビティ上流部の垂直壁より何%の位置にあるかを示す。表中の position はサンプリングラインに上流から下流へ向かって付けた 1 から 11 の番号を示す。以下図中の番号も同様である。

せん断層の振動のおおよそ一周期の平均流れの速度 \bar{u}_1 、 \bar{u}_2 を求めた。図 8 に \bar{u}_1 、図 9 に \bar{u}_2 を示す。横軸に流路高さをとり、縦軸には平均速度をとっている。

図 8、図 9 より、キャビティ上部では主流方向の速度成分を持ち、下部では主流と逆向き、下流側壁近くでは垂直下向きの速度成分を持っており、キャビティ後方の渦は平均的に常に発生していることが分かる。

図 8、図 9 の平均速度成分より速度の変動成分を求め、図 10 にこのグラフを示す。横軸は図 8、図 9 と同様であり、縦軸には以下のような速度の変動分をとっている。

$$\sqrt{\{(u_1 - \bar{u}_1)^2\} + \{(u_2 - \bar{u}_2)^2\}}$$

ここでは速度の変動の激しいところほど値が大きく示される。図 4、図 6 を見て分かる通りせん断層は上下に振動する。キャビティ深さにあたる 0.01 付近でせん断層が振動するため、この前後で乱れが大きく現れている。故に、0.01 付近に現れている山にはせん断層内部の乱れに加えてせん断層自体の上下振動による乱れも含まれている。

4.3 粗い格子と細かい格子での計算結果の比較

粗い格子での計算結果にはキャビティへの空気の流入による周期運動が確認され、流出流入に伴う大域的な渦や、その他の衝撃波の振動等もほぼ同じ周期で運動していることが確認された。この 50～60[μsec] の周期は東京農工大学当研究室で行った実験により得られた周波数解析の結果 [10] で一番高いピークとほぼ一致することが分かった。細かい格子での計算結果ではキャビティ内の大域的な渦の運動の周期がこれに相当すると思われるが、今回の計算では若干の差異が認められた。

さらに、細かい格子の計算結果では粗い格子での計算結果には見られないせん断層を移動する渦が確認された。せん断層内を伝播する渦の周期と、キャビティ内の大域的な渦の運動の周期が全く違うことが確認された

が、これは実験結果 [10] の周波数解析により得られた主要な二つの振動数に相当するものと思われる。

5. まとめ

粗い格子での計算結果では大域的な渦などの周期運動の周期や、可視化写真との比較でも実験結果とかなり良い一致を示している。故に、粗い格子での数値計算により流れ場の傾向をとらえることができたと考えられる。

細かい格子の数値計算結果により大域的な渦の移動が確認された。大域的な渦の運動周期は実験の周期より若干大きく認められた。また、せん断層を移動する渦が新たに確認された。せん断層内を伝播する渦とキャビティ内の大域的な渦は異なる周期で運動していることが確認された。このように格子を細かくしたことにより、より詳細に渦現象をとらえることが出来たと考えられる。

速度の変動成分よりせん断層による乱れが観測された。変動成分を求めることにより、せん断層の乱れの及ぶ領域が容易に分かる。

キャビティ内部の渦の発生、消滅の過程を含む渦現象、及びせん断層、衝撃波の振動などの概要を数値的に捉えることができた。これらの現象の詳細は実験では捉えにくく、今後数値計算による解明が期待できる。

参考文献

[1] Seddon, J., Goldsmith, E.L. : Intake Aerodynamics, AIAA education Series, 1985.
 [2] Zhang, X. and Edwards, J.A. : An investigation of supersonic oscillatory cavity flows driven by thick shear layers, Aeronautical J., 94-940, pp.355-365, 1990.
 [3] 工藤諭 : キャビティ周りの超音速内部流に関する実験的研究, 東京農工大学 修士学位論文, 1995.

[4] Takakura, Y., Higashino, F., Yoshizawa, T., Yoshida, M. and Ogawa, S. : Parallel computations of unsteady supersonic cavity flows, Proceedings of Parallel CFD'95, Taylor, s., Ecer, A., Reriaux, J. and Satofuka, N. eds., Elsevier Science Pub. (to appear).
 [5] Deardorff, J.W. : A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers, J.Fluid Mech., vol.41, pp.453-480, 1970.
 [6] Hunt, D. and Nixon, D., : A Very Large Eddy Simulation of an Unsteady Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interaction, AIAA paper 95-2212, 1995.
 [7] Takakura, Y., Ogawa, S. and Ishiguro, T. : Turbulence Models for 3-D Transonic Viscous Flows, AIAA paper 89-1952, 1989.
 [8] Takakura, Y., Ishiguro, T. and Ogawa, S. : On TVD Difference Schemes for the Three-Dimensional Euler Equations in General Coordinates, International Journal for Numerical Methods in Fluid, Vol.9, pp.1011-1024, 1989.
 [9] Chakravarthy, S.R. : A New Class of High Accuracy TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, AIAA 23rd Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, AIAA Paper No.85-0363, 1985.
 [10] 渡辺安、東野文男、小林光 : 超音速キャビティ背後の衝撃波の振動現象, 日本機械学会第 73 期全国大会講演論文集, pp.171-172, 1995.

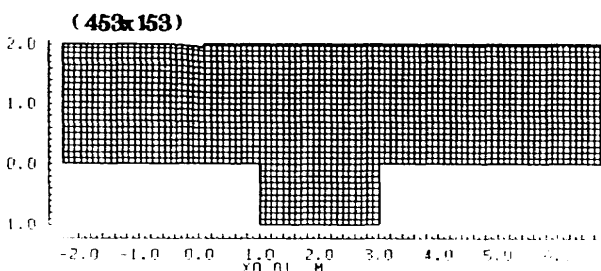


図1 計算格子 (453×153)

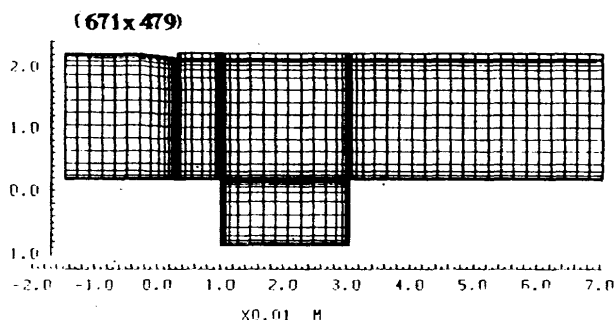


図2 計算格子 (671×479)

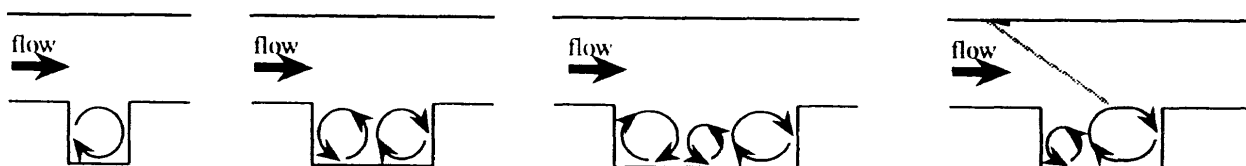
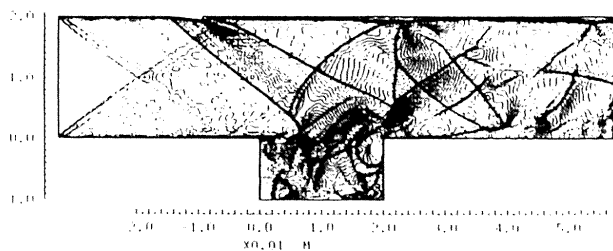
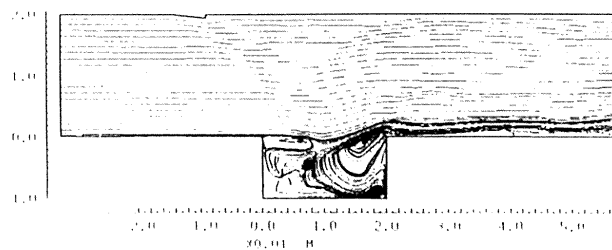


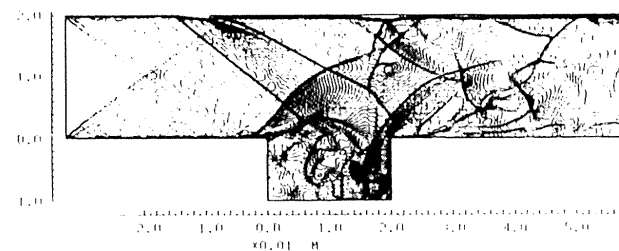
図3 大域的な渦構造の特徴的なパターン



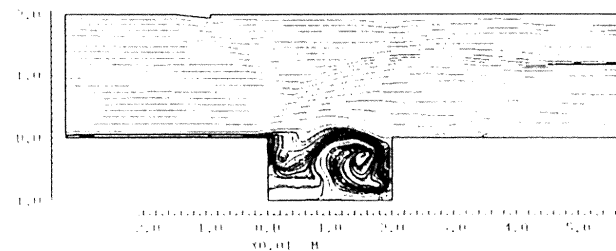
(1-a) 等密度線図 (525[μsec])



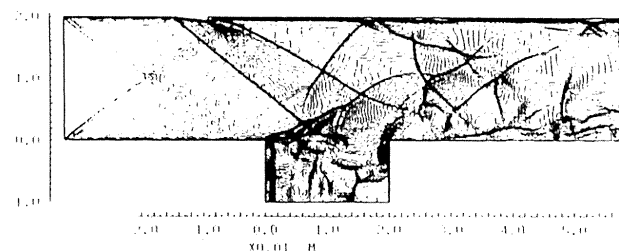
(1-b) 瞬間流線 (525[μsec])



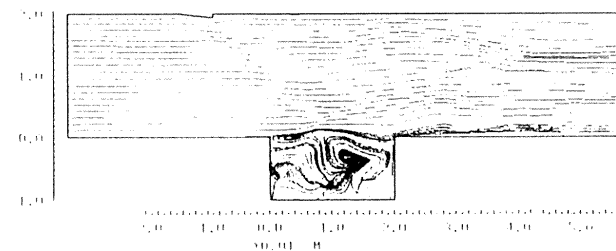
(2-a) 等密度線図 (561[μsec])



(2-b) 瞬間流線 (561[μsec])



(3-a) 等密度線図 (589[μsec])



(3-b) 瞬間流線 (589[μsec])

図4 数値計算結果 (L/D=2、格子点数 453×153)

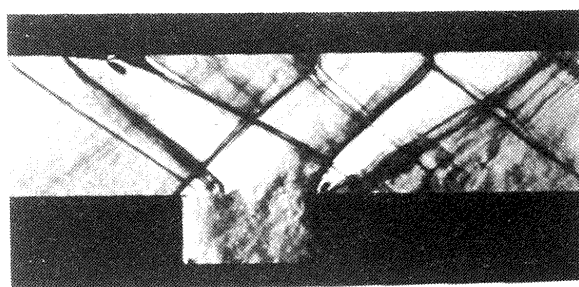


図5-1 シュリーレン写真 (L/D=2)

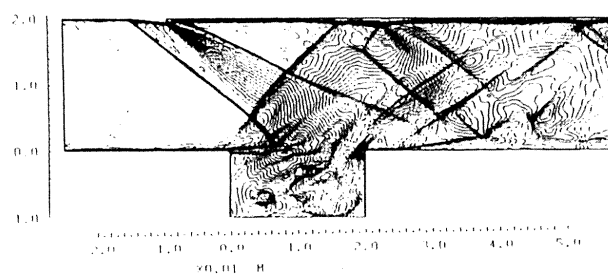
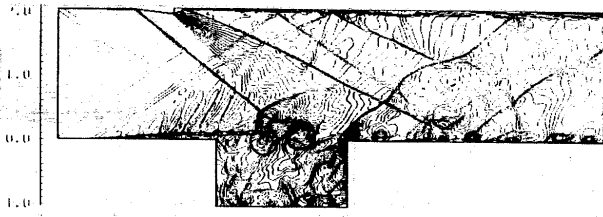


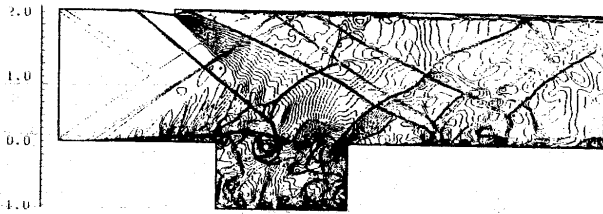
図5-2 等密度線図 (L/D=2、時間平均 40[μsec])

position	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
%	0.214	1.789	5.739	15.64	31.35	47.06	62.76	78.47	91.56	97.13	99.34

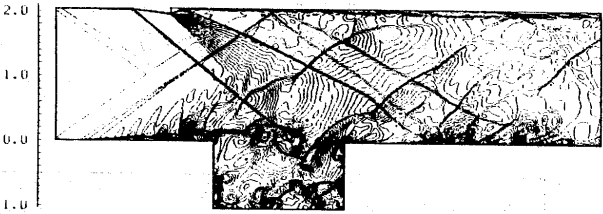
表1 サンプルライン位置



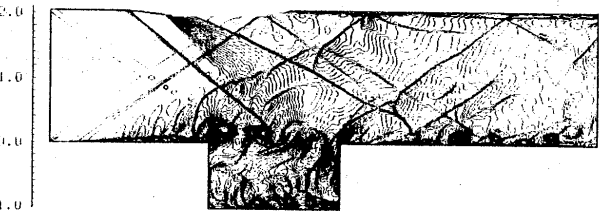
(1) 等密度線図 (262[μsec])



(2) 等密度線図 (274[μsec])



(3) 等密度線図 (286[μsec])



(4) 等密度線図 (298[μsec])



(5) 等密度線図 (308[μsec])



(6) 等密度線図 (322[μsec])

図6 数値計算結果 (L/D=2、格子点数 671×479)

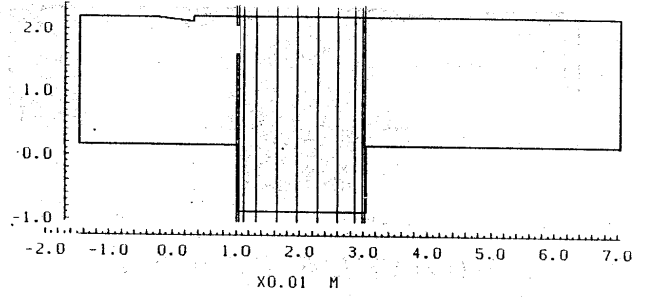


図7 サンプルライン

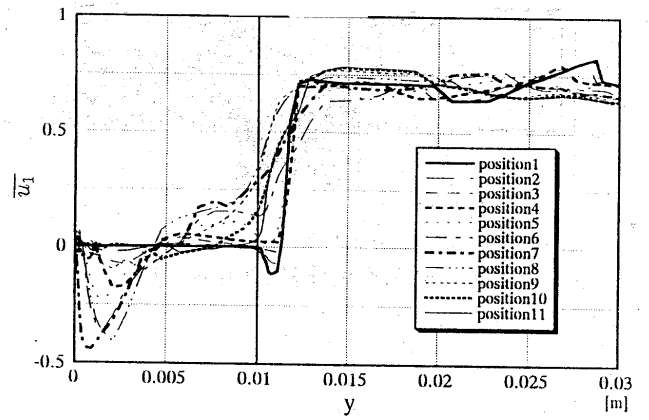


図8 平均速度 \bar{u}_1

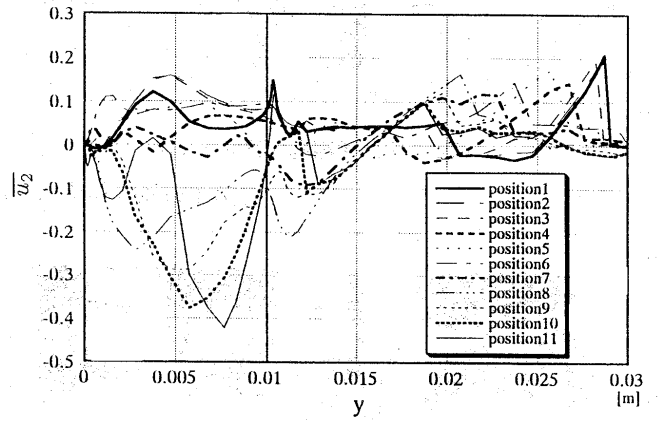


図9 平均速度 \bar{u}_2

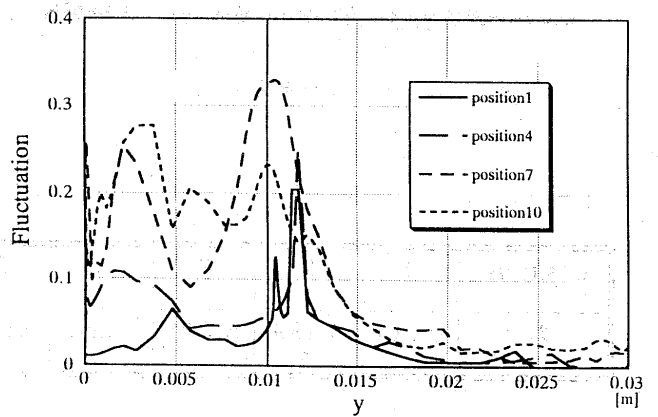


図10 速度変動