

# 浮力が作用する等温加熱管内の流れと熱伝達

望月 宗和\*、石垣 博\*

## The Effect of Buoyancy on Flow and Heat Transfer in Heated Pipes

by

Munekazu MOCHIZUKI and Hiroshi ISHIGAKI  
National Aerospace Laboratory, Kakuda Research Center.

### ABSTRACT

The effects of buoyancy on developing laminar flow and heat transfer in a horizontal pipe are analysed numerically. Thermal boundary conditions are constant wall temperature both for axially and peripherally. The results on flow patterns, friction factor and heat transfer coefficient are discussed.

#### 1 まえがき

著者らは体積力（遠心力、コリオリ力、浮力など）の作用により二次流れが発生している管内流の流れと熱伝達の特徴を数値解析により調べている。実用的に重要な浮力が作用する管内流として、管軸に平行な軸のまわりに回転して遠心浮力が作用する加熱管（大型発電機の冷却流路など）と重力浮力が作用する水平な加熱管（熱交換器など）がある。平行回転管の偏心パラメータ  $Ec = H/d$  が大きいとき、二つの流れは同一の基礎方程式に帰着するため、同一の問題としてあつかうことができる。本シンポジウムではさきに、壁熱流束一定で加熱した場合について加熱円管の入口から完全発達にいたる助走区間の発達特性について報告した<sup>(1)</sup>。今回は、壁温一定で加熱した場合について、加熱円管入口からの流れと熱伝達の発達特性を著者らの提案した支配無次元数  $K_{LB}$  と軸方向無次元距離  $Z_B$  を用いて示す。

流れの流入条件は一様な速度、温度であり、円管の熱的条件は軸および周方向に壁温一定である。

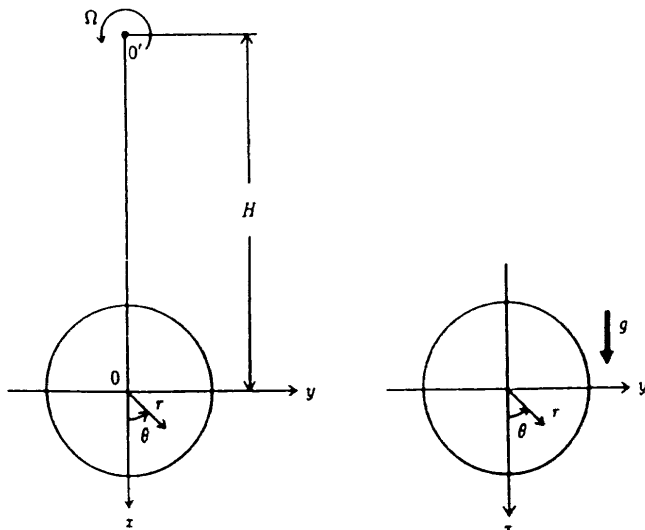
#### 2 記号

$d$	: 円管内直径
$Ec$	: 偏心パラメータ $= H/d$
$f$	: Fanningの管摩擦係数 $= \bar{\tau}_w / \frac{1}{2} \rho w_m^2$
$K_{LB}$	: 層流特性数 $= \sqrt{Ra_T}$
$Nu_T$	: 周平均ヌッセルト数 $= q_w d / (T_w - T_b) k$
$Pr$	: プラントル数 $= \nu / \alpha$
$q_w$	: 壁熱流束
$Ra_T$	: レイリー数 $= F \beta (T_w - T_b) d^3 / (\alpha \nu)$ ただし $F$ は平行回転管については $H \Omega^2$ 、 水平管については $g$ とする。
$Re$	: レイノルズ数 $= w_m d / \nu$
$T_b$	: 混合平均温度
$T_w$	: 壁温度(周方向一定)
$w_m$	: 管内平均流速
$Z_B$	: 軸方向無次元距離 $= \frac{z}{d} \frac{K_{LB}}{Re Pr}$
$\beta$	: 体積膨張係数

\* 航空宇宙技術研究所角田宇宙推進技術研究センター

## 3 基礎方程式と数値解法

図 1a,b に示す平行回転管と水平加熱管内の流れと熱伝達は  $Ec \approx 10$  のとき同一の問題として取り扱える。図 1b に示すような円筒座標系をとり、円筒内の流れは定常、非圧縮性層流であるとする。また Boussinesq 近似を導入して密度変化は浮力項でのみ考慮し、粘性係数などの物性値は一定と仮定する。



(a) 平行回転円管の座標系 (b) 水平加熱円管の座標系

図 1 二つの管内流

このとき  $(r, \theta, z)$  方向の速度成分を  $(u, v, w)$  とすれば、円筒内の層流をあらわす放物化 Navier-Stokes 式は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial}{\partial \theta}(v) + \frac{\partial}{\partial z}(rw) = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - g\beta(T - T_b) \cos\theta + \nu(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta}) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + g\beta(T - T_b) \sin\theta + \nu(\nabla^2 v + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2}) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \quad (5)$$

$$\text{ここに } \nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

$x$  軸において速度場、温度場の対称性を仮定すれば、境界条件は次のよう与えられる。

$$r = d/2 : u = v = w = 0, T = T_w$$

$$\theta = 0, \pi : \frac{\partial v}{\partial \theta} = v = \frac{\partial w}{\partial \theta} = 0$$

数値計算プログラムは著者らの曲管、回転管内流れの研究に共通して用いているものであり、Patankar の著書<sup>(2)</sup>を参考にして作成したものである。すなわち式 (1) ~ (5) をコントロールボリューム法により離散化し、スタガード格子、対流・拡散項にはべき乗スキーム、圧力補正には SIMPLE 法を用いている。計算格子数は  $r$  方向 32、 $\theta$  方向 27 にとり、壁近くで格子間隔を密にした不等間隔格子である。

## 4 計算結果と考察

## 4.1 速度場、温度場のパターン

ここでは速度場、温度場の発達パターンが  $K_{LB}$ ,  $Pr$  によりどのようなになるのかを示す。 $K_{LB}$  は 300 と 1000 の 2 種類、 $Pr$  は 0.2, 0.7, 7.0 の 3 種類である。

図 2 は  $K_{LB} = 300$  の場合における 3 種の  $Pr$  の加熱円管断面内の無次元軸速度、無次元温度の等高線を示したものである。

基本となる流れである  $Pr = 0.7$  (空気) の場合の速度場をみると、流れの発達につれて壁面近くの流体が加熱されて上昇し、 $\theta = 180^\circ$  で合流したのち下降して一対の二次流れ渦を形成する。この二次流れ渦の作用により壁境界層内の低速流体が円管中心および下部にはこぼれる様子がわかる。 $Pr$  が 1 に近いこの場合には軸速度場  $w$  の発達パターンは温度場  $T$  の発達パターンと相似な変化をする。また等温加熱のこの場合には、軸方向無次元距離  $Z_B \rightarrow \infty$  で流体と壁との温度差が無限小になるため、二次流れの影響がなくなり、図に示すように  $Z_B = 150$  あたりではポアズイユ分布に戻る。

つぎに  $Pr = 7.0$  (水) の場合をみてみると、この場合の温度場の発達は  $Pr = 0.7$  とほぼ相似であり、 $Pr$  による影響はほとんど見られない。しかし軸速度場の発達は  $Pr = 0.7$  とは異なり、二次流れの影響をあまり受けずに壁面から境界層が急速に発達し、管中央部に達する。

さらにプラントル数の影響を見るため、 $Pr$  が小さい 0.2 の場合をみてみる。軸速度場は二次流れの影響を大きく受け、 $Pr = 0.7$  であらわれた  $\theta = 180^\circ$  近くでの低速流体の管中央部への輸送はいっそう顕著である。温度場は  $Pr = 0.7$  とほぼ相似である。

著者らの研究によれば流れの方程式 (2) ~ (4) の左辺対流項の大きさは  $Pr$  に逆比例することがわかっ

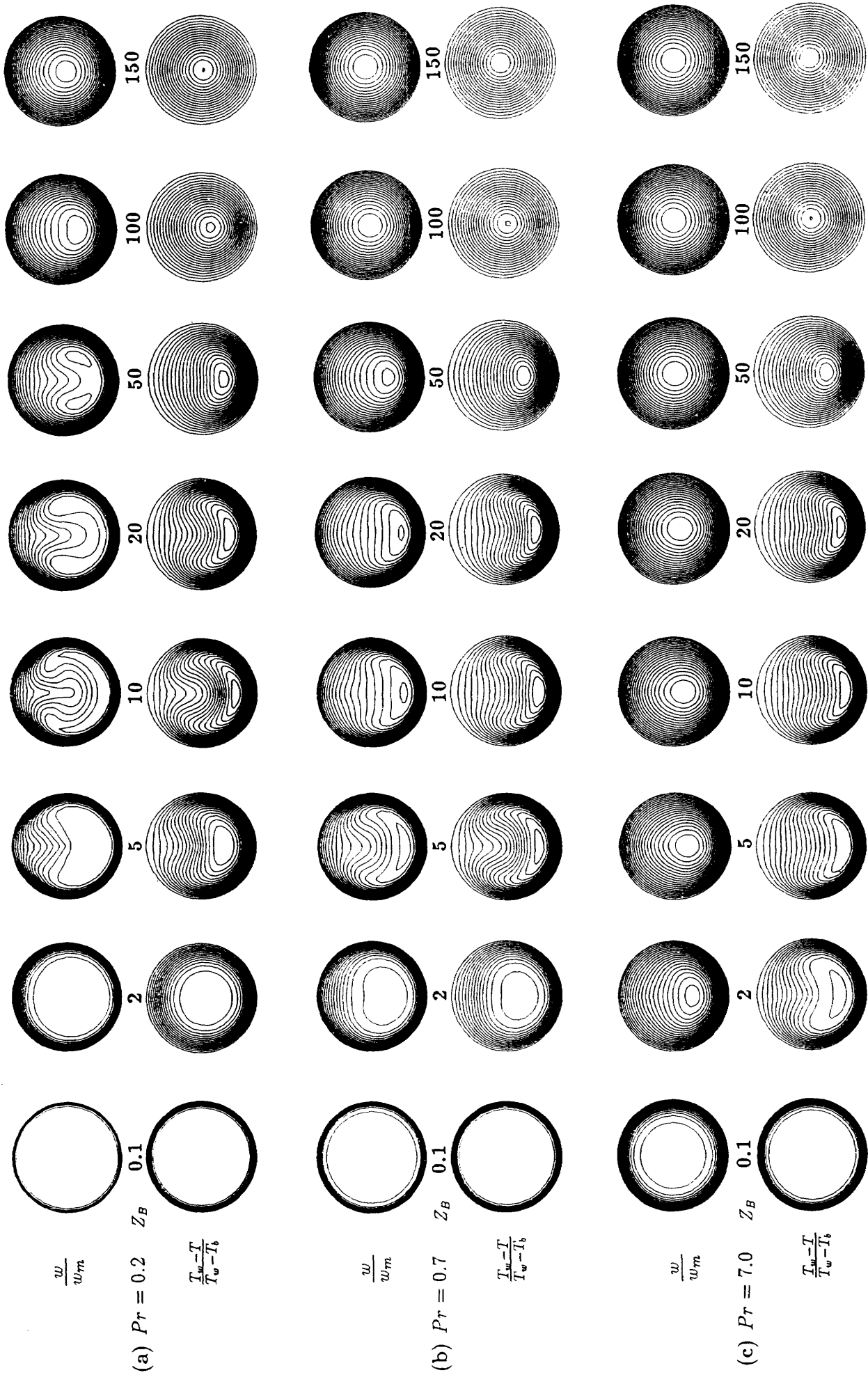


図2  $K_{LB} = 300$  における3種の  $Pr$  の等高線 (軸速度場, 温度場)  
 ( $\frac{w}{w_m}$ :軸速度場,  $\frac{T_w - T}{T_w - T_b}$ :温度場,  $Z_B$ :軸方向無次元距離)

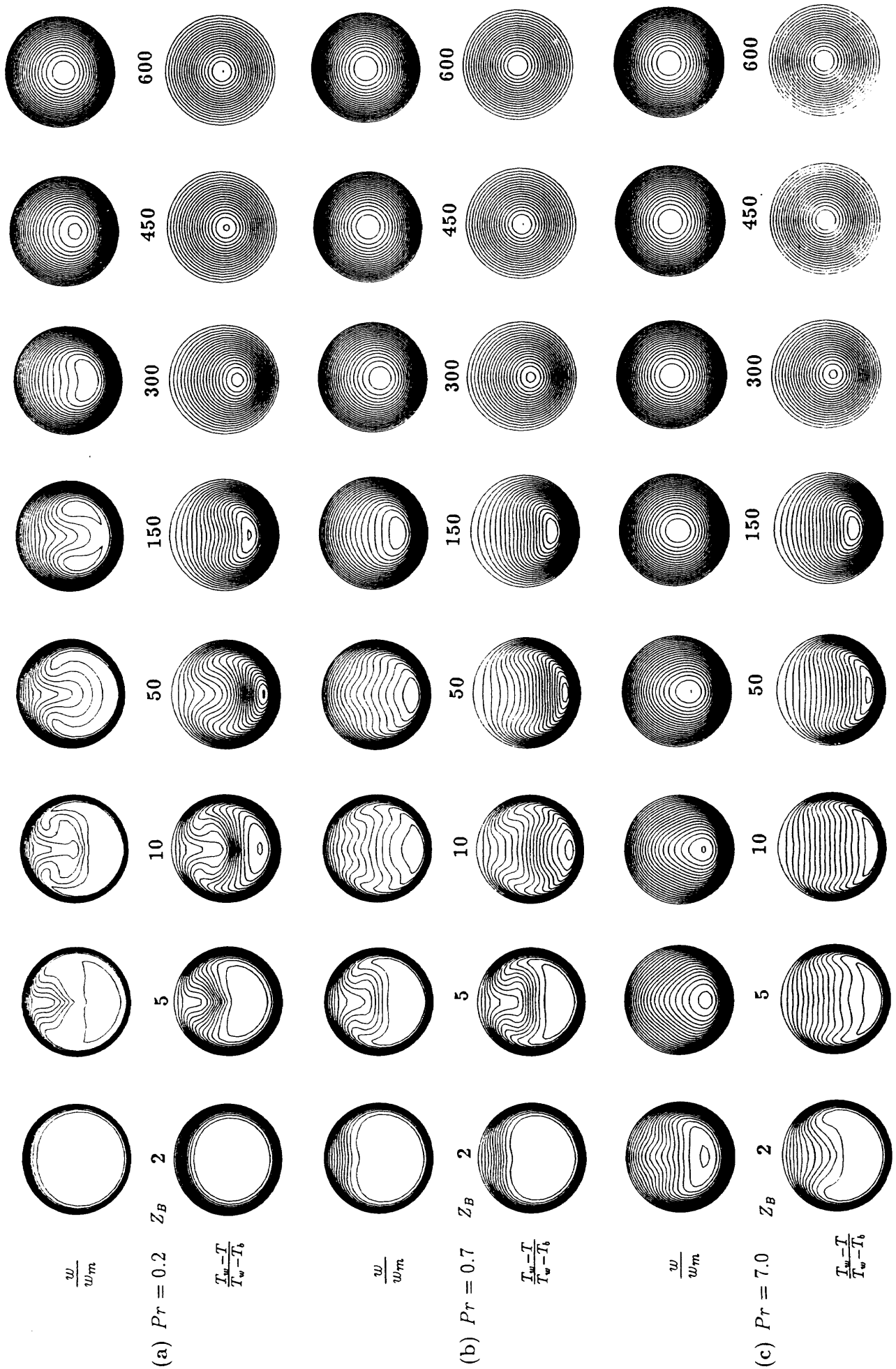


図3  $K_{LB} = 1000$  における3種の  $Pr$  の等高線 (軸速度場, 温度場)  
 ( $\frac{w}{w_m}$ :軸速度場,  $\frac{T_w - T}{T_w - T_b}$ :温度場,  $Z_B$ :軸方向無次元距離)

ている。したがって  $Pr = 7.0$  の場合には対流項が抑制されて速度場は右辺の粘性項が強い流れになり、図のような速度場となる。逆に  $Pr$  が小さい  $0.2$  の場合には対流輸送項が非常に活発となって二次流れの影響が顕著な流れとなる。

図3は  $K_{LB} = 1000$  の場合における3種の  $Pr$  の加熱円管断面内の無次元軸速度、無次元温度の等高線を示したものである。図2と同様に  $Pr=0.7$  の場合には軸速度場  $w$  は温度場  $T$  の発達パターンと相似な変化をするが、 $Pr \ll 1$  あるいは  $Pr \gg 1$  では  $w$  と  $T$  は大きく異なった挙動をする。

4.2 温度場の特性

図4,5に  $K_{LB}$  が300と1000のときのヌッセルト数比 ( $N_{u0}$  は浮力がないときの値) の計算結果を示す。

また図6,7に  $K_{LB}$  が300と1000のときの最大温度差 (断面内温度の最小値と壁温の差) の計算結果を無次元化して示す。  $K_{LB}$  が300,1000ともに3種類の  $Pr$  についてのヌッセルト数計算結果は、入口近くでの発達の仕方が少し違うことを除けばほとんど同じ値をとり、大略プラントル数に依存しないことがわかる。

4.3 速度場の特性

図8,9に管摩擦係数比 ( $f_0$  は浮力がないときの値)、図10,11に最大軸速度 ( $w_m$  は平均流速) の計算結果を示す。速度場の流れのパターンからもわかるとおり、  $K_{LB}$  が300,1000ともに3種類の  $Pr$  の結果はたがいに異なる。  $Pr$  が大きい場合には軸速度場への二次流れの影響は小さいので、管摩擦係数は1に

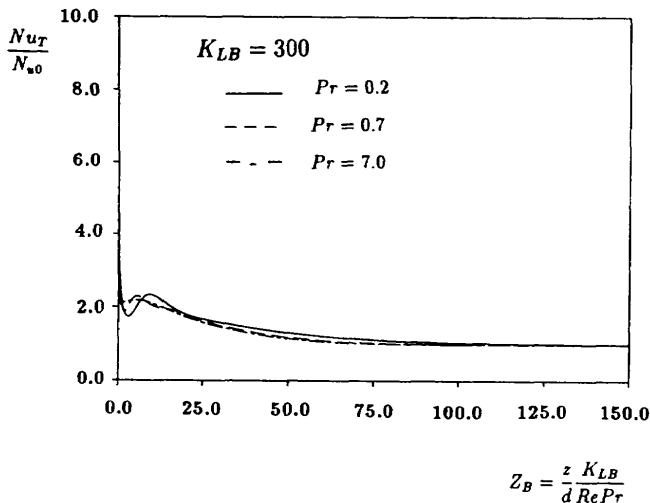


図4 ヌッセルト数  $Nu_T$  の計算値 ( $N_{u0} = 3.658$ )

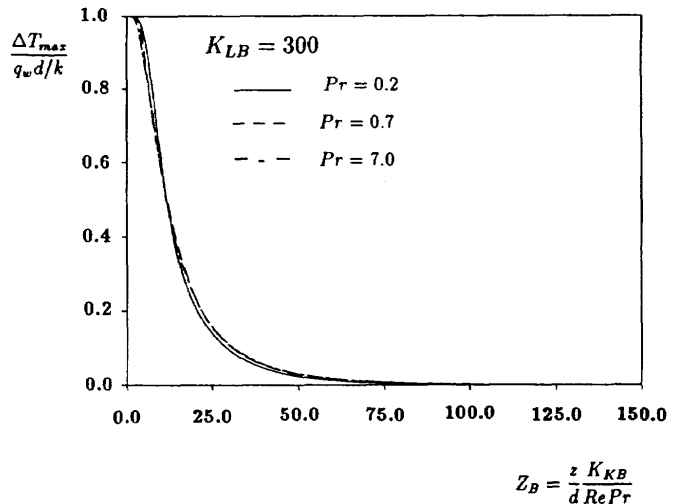


図6 最大温度差 ( $\Delta T = T_w - T$ )

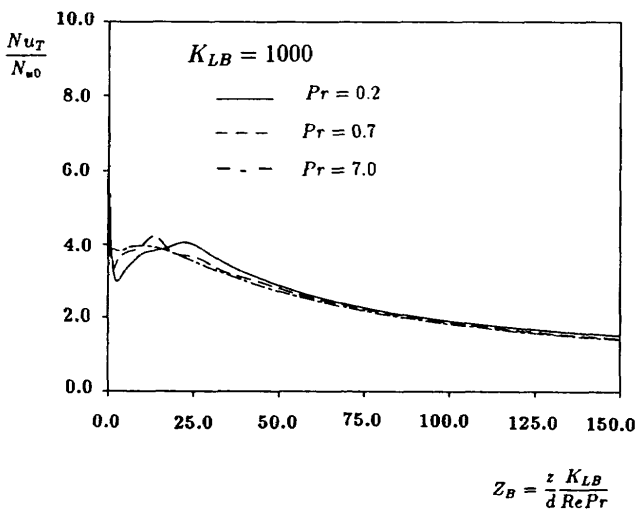


図5 ヌッセルト数  $Nu_T$  の計算値 ( $N_{u0} = 3.658$ )

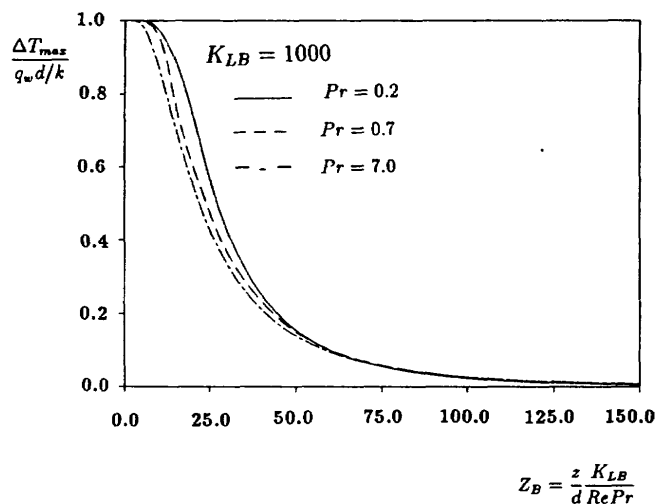


図7 最大温度差 ( $\Delta T = T_w - T$ )

近い。逆に  $Pr$  が小さいときには軸速度場は二次流れに支配されるので管摩擦係数は大きくなる。また軸方向無地源距離  $Z_B$  が大きくなっていくと、壁温と流体の温度差が小さくなっていくために二次流れの影響もなくなり、3種類の  $Pr$  の結果は同じ値に近づいていく。

5 参考文献

- 1) 石垣、望月 (1992) : 航技研特別資料 SP-19, p.229-233.
- 2) Patanker, S. V. (1980) : Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere.

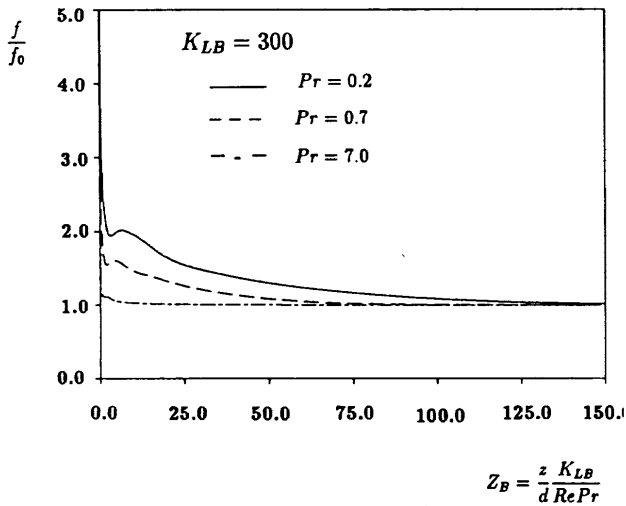


図8 管摩擦係数  $f$  の計算値 ( $f_0 = 16/Re$ )

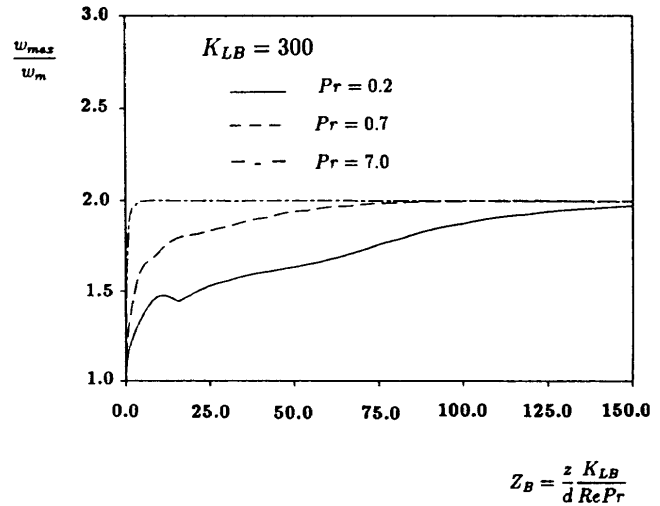


図10 最大軸速度 ( $w_m$  は平均流速)

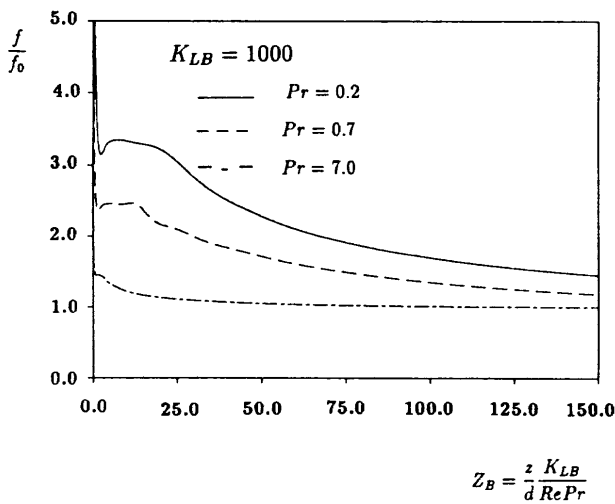


図9 管摩擦係数  $f$  の計算値 ( $f_0 = 16/Re$ )

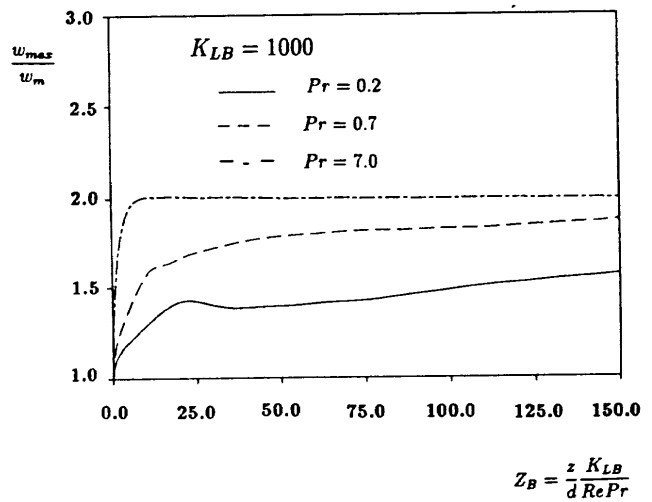


図11 最大軸速度 ( $w_m$  は平均流速)